

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM,  
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI  
QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

**TAHRIRIYAT HAY'ATI**

**Bosh muharrir:** prof. Nabiyev D.H.

**Bosh muharrir o'rinbosari:**

f.-m.f.d. Bekpulatov I.R.

**Mas'ul kotib:** dots. Ne'matova Y.O.

**Tahririyat hay'ati a'zolari:**

prof. Bahriddinova B.M.

prof. Bo'riyev O.B.

prof. Yoziyev L.Y.

prof. Jabborov A.M.

prof. Jumayev T.J.

f.-m.f.d. Imomov A.A.

k.f.d. Kamolov L.S.

prof. Kuchboyev A.E.

prof. Mengliyev B.R.

prof. Normurodov M.T.

prof. Nurillayeva Sh.N.

prof. Nurmanov S.E.

p.f.d. Oripova N.X.

prof. Ochilov A.O.

prof. Tojiyeva G.N.

prof. To'rayev D.T.

prof. Umirzakov B.Ye.

prof. Xayriddinov B.X.

prof. Xolmurodov A.E.

prof. Choriyev S.A.

prof. Shodiyev R.D.

prof. Shodmonov N.N.

prof. Erkayev A.P.

prof. Ernazarova G.X.

prof. Eshov B.J.

prof. Qurbonov Sh.Q.

prof. Qo'yliyev B.T.

prof. Bekmurodova G.H.

dots. Ro'ziyev B.X.

dots. Eshqorayeva N.G'.

dots. Xolmirzayev N.S.

dots. Hamrayeva Y.N.

prof. Bobonazarov G'.Y.

prof. Shukurov O.M.

f.f.d. Imomova G.M.

dots. Rizayev B.X.

f.f.f.d. Musayeva D.T.

prof. Imanova G.T.

2024  
3(2)

**QarDU xabarleri**  
Ilmiy-nazariy, uslubiy jurnal

**Muassis: Qarshi davlat universiteti**

**Jurnal Qashqadaryo viloyati Matbuot va axborot**

**boshqarmasi tomonidan**

**2010.17.09 da**

**№ 14–061 raqamli guvohnoma bilan qayta ro'yxatdan o'tgan.**

**Musahhihlar:**

Shodmonova D.E.

Tursunboyev B.N.

Pardayeva D.R.

**Sahifalovchi:**

Yuldoshev D.N.

**Texnik muharrir:**

Raxmatov M.

Jurnal O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasi Rayosatining qarorlari bilan fizika-matematika, kimyo, biologiya, tarix, falsafa, siyosatshunoslik, filologiya, pedagogika-psixologiya va iqtisod fanlari bo'yicha doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.



**Jurnal 2009-yilda tashkil etilgan.**

**Yiliga 4 marta chop etiladi.**

**MUROJAAT UCHUN MANZIL:**

**Pochta manzili:** 180003, Qarshi, Ko'chabog', 17. Qarshi davlat universiteti, Filologiya fakulteti binosi, 107-xona.

**Telefon:** 97-222-10-80

**TelegramID:**

[https://t.me/Qardu\\_Xabarleri2024](https://t.me/Qardu_Xabarleri2024)

**Elektron pochta:** qardu\_xabarleri@mail.ru

**Veb-sayt:**

<https://qarshidu.uz/oz/page/ilmiy-jurnal-NEW>

**Aniq fanlar**

Jurnaldan olingan materiallarga "QarDU xabarleri" jurnalidan olindi", degan havola berilishi shart. Mualliflardan kelgan materiallar egalariga qaytarilmaydi.

## MUNDARIJA

### FIZIKA-MATEMATIKA

<b>А. Некбоев, Б. Куйлиев, И. Дорошенко, А. Худайбердиев.</b> Компьютерное моделирование влияния аргонового окружения на димеры метилового спирта....	4
<b>Е. Mustafoyev.</b> Elektr va magnetizmi talabalarga integrativ yondashuv asosida o'qitish metodikasi.....	8
<b>Б.Э. Хайриддинов, С.М. Хужакулов, У.И. Турдиев, Э.М. Мейлиев.</b> К расчету тепло- и массопереноса при конвективной сушке влажного материала при заданном законе изменения температуры теплоносителя.....	13
<b>А. Науменко, У. Саломов, Б. Куйлиев, А. Худайбердиев.</b> Зондирование высших возбужденных состояний основ стиролов – производных бензотиазола с помощью анализа спектров анизотропии.....	19
<b>А.А. Imomov, У.Е. Ibrohimova.</b> On properties of long-surviving discrete-time stochastic branching systems.....	27
<b>Х.М. Шадиметов, О.Х. Гуломов.</b> Оптимальные квадратурные формулы для вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.....	36
<b>Ғ.М. Nuraliyev, М.К. Mirzaaxmedov, N.Sh. Tojiyev.</b> Murakkab shakldagi yupqa plastinaning termo-elektro-magnit elastikligining matematik modeli va hisoblash algoritmi.....	45
<b>Ғ.О. Xasanov.</b> Konvektiv ko'chish va manba ta'sirida nodivergent kross-diffuziya jarayonini ifodalavchi parabolik tenglama sistemasi uchun Koshi masalasining yechimlari sifat xossalarini tadqiq qilish.....	53
<b>Z. Uzakov.</b> Binar qidiruv algoritmining murakkabligini baholash.....	61
<b>Э.Э. Тухтаев</b> О применении метода стейна-тихомирова в теории ветвящихся случайных процессов.....	66
<b>А.М. Шукуров, М.О. Мусурмонова.</b> Дифракция плоской поперечной волны сдвига на жестком шаре в неограниченном упругом пространстве.....	74
<b>В. Khudayarov, F. Turaev, O. Gulamov S. Shamsiddinov.</b> Mathematical modeling of vibration of a plate flowed on one side by a gas flow.....	80
<b>М.М. Aripov, M.Z. Sayfullayeva, F.A. Kabiljanova.</b> Mathematical modeling of the biological population process under the influence of convective transfer and absorption.....	86
<b>U. Begulov, A. Khaydarov. M.I. Davronova.</b> The cauchy problem for a double nonlinear parabolic equation with variable density and nonlinear source.....	94
<b>A.R. Mamatov.</b> Ixtiyoriy vaziyatli o'yin masalasini yechish algoritmi.....	101
<b>M.X. Hakimov, V.G'. Bekova.</b> Kompyuter tarjimasini uchun olmosh so'z turkumining o'zbek - ingliz yo'nalishidagi tahlili va matematik modellari.....	108
<b>А.А. Байжуманов, М.А. Бердимуродов, А.А. Кудайбергенов.</b> Методы минимизации функций k-значной логики в классе дизъюнктивных нормальных форм.....	114
<b>А.М. Rakhimov.</b> Dirichlet boundary value problem for a model of inhomogeneous poroelasticity described by three elasticity parameters.....	122

**A.M. Rakhimov.** Mixed problem for a poroelasticity model described by homogeneous equations with three elasticity parameters..... 128

### **KIMYO**

**F.S. Xudonazarov.** Qayta ishlangan atsetilen qurumining adsorbsiya izotermalari.... 137

**R.S. Esanov, A.G. Yeshimbetov, D.U. Tulyaganov, A.D. Matchanov, M.B. Gafurov** Glitsirizin kislotasi dimer shakllarini yarim empirik PM6 hisoblash usulida modellashtirish..... 141

**A.A. Rakhmankulov, O.B. Khaitaliyev, T.Z. Khaidarov.** Receiving nitrogen and phosphorus ions in polymers..... 145

**B.E. Sultonov, D.S. Xolmatov, G'Ch. Shodiyev.** Minerallashtirilgan massadan faollashtirilgan fosforli o'g'itlar olish..... 148

**B.R. Normatov, O'A. Madatov, S.B. Raximov, Z.A. Smanova.** Qo'rg'oshin (II) ionini sorbsion-spektrofotometrik aniqlash..... 154

**I.L. Sirojiddinov, O.Sh. Vafoyev, F.N. Nurqo'lov, A.T. Jalilov.** Eko dizel yoqilg'isiga depressor qo'ndirmalar qo'shish orqali bulutlanish va muzlash haroratining o'zgarishi..... 159

### **BIOLOGIYA**

**D. Abdullayev.** Tabiiy sharoitda Eremurus M. Bieb.turkumi ayrim turlarining morfologik xususiyatlari..... 164

**A.J. Ibragimov, M.A. Abdimo'minova.** Surxondaryo viloyati florasida tarqalgan Avena L. (Poaceae) turkumi turlarining umumiy tahlili..... 168

**G.S. Dadayeva.** Ko'histon botanik-geografik okrugining dendroflorasidagi turlarining geografik tarkibi..... 173

**С.Б. Буриев, Н.И. Халилова, О.Б. Шарипов.** Влияние водорослей на рост и развитие озимой пшеницы в условиях почв бухарского оазиса 180

**A.M. Norxodjayeva.** Qarshi shahri urbanoflorasida tarqalgan Brassicaceae oilasi to'g'risida..... 185

### **IQTISODIYOT**

**G.A. Nabiyev.** The role of educational management in the global economy..... 192

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АРГОНОВОГО ОКРУЖЕНИЯ НА ДИМЕРЫ МЕТИЛОВОГО СПИРТА

**А. Некбоев**

Каршинский государственный университет, базовый докторант

**Б. Куйлиев**

Каршинский государственный университет, профессор

**И. Дорошенко**

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, профессор

**А.Худайбердиев**

Каршинский государственный университет, студент

[bahromq@rambler.ru](mailto:bahromq@rambler.ru)

ORCID: 0009-0005-9065-7050

УДК. 661.721(045)

**Аннотация.** Методами квантово-химического моделирования исследовано влияние аргонового окружения на структуру и спектры ИК поглощения метилового спирта. Методом DFT в приближении B3LYP/cc-pVTZ рассчитаны оптимальные геометрические параметры и спектры инфракрасного поглощения димера молекул метанола в вакууме и в аргоне. Показано, что в присутствии аргона увеличиваются длины связей C–O и O–H, а длина водородной связи между молекулами в димере уменьшается. Изменения геометрических параметров димера приводят к смещению полос в спектрах ИК поглощения в аргоновом окружении относительно соответствующих полос в спектрах димера в вакууме. Величины смещений спектральных полос для димера меньше, чем аналогичные смещения для мономера метилового спирта.

**Ключевые слова:** метиловый спирт, димер, аргон, квантово-химическое моделирование, спектр ИК поглощения, водородная связь

### METIL SPIRTI DIMERIGA ARGON MUHITI TA'SIRINI KOMPYUTERDA MODELLASHTIRISH

**Annotatsiya.** Metil spirtining tuzilishi va IQ yutilish spektrlariga argon muhiti ta'sirini o'rganish uchun kvanto-kimyoviy hisoblashlar olib borildi. Vakuum va argonli muhitdagi metanol molekulasida dimerining optimal geometrik parametrlari va infraqizil yutilish spektrlari B3LYP/cc-pVTZ yaqinlashuvida DFT usulidan foydalangan holda hisoblab chiqildi. Argon bilan o'ralgan muhitda C–O va O–H bog' uzunligi ortishi, molekular orasidagi vodorod bog' uzunligi esa qisqarishi kuzatildi. Dimer geometrik parametrlarining o'zgarishi argon muhitidagi IQ yutilish spektral diapazonini vakuumdagi dimer spektral diapazonlariga nisbatan siljishiga olib keldi. Dimer uchun spektral diapazonlarning siljish qiymatlari metil spirti monomeri uchun o'xshash siljishlardan kichikroq.

**Kalit so'zlar:** metil spirti, dimer, argon, kvanto-kimyoviy hisoblashlar, IQ yutilish spektri, vodorod bog'.

**Введение.** Для исследований колебательных спектров отдельных молекул, которые не подвержены влиянию окружения, эффективным подходом является метод их изоляции в крио-матрицах инертных газов, в первую очередь аргона [1 - 4]. В наших предыдущих работах [5,6] путем квантово-химического моделирования структуры и колебательных спектров молекулы метилового спирта в вакууме и в аргоновой среде было показано, что аргоновая матрица влияет на геометрические параметры изолированных в ней молекул, в частности увеличиваются длины связей C–H и O–H. Такие изменения в структуре молекулы проявляются в колебательных спектрах в виде смещения соответствующих колебательных полос [5, 6]. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментально зарегистрированными спектрами инфракрасного поглощения метанола, изолированного в аргоновой матрице [7, 8].

Однако известно, что молекулы метилового спирта, как и других одноатомных спиртов, склонны к формированию межмолекулярных водородных связей и образованию кластеров [1, 2, 7, 8]. Геометрические и энергетические параметры кластеров, которые включают разное количество молекул метанола, могут отличаться от соответствующих параметров отдельных молекул в матричной изоляции. Поэтому представляется целесообразным исследовать влияние аргонового окружения не только на отдельные молекулы, но и на небольшие водородно-связанные кластеры метилового спирта разного размера. Данная работа посвящена изучению влияния аргона на структуру и колебательные спектры димеров метанола методом квантово-химического моделирования.

**Методология исследования.** При помощи программного пакета для квантово-химического моделирования Gaussian 09 [9] методом DFT в приближении B3LYP/cc-pVTZ были проведены квантово-химические расчеты оптимальной геометрической структуры и спектров ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоновой среде. При проведении модельных расчетов аргоновое окружение задавалось в виде соответствующего растворителя. Оптимизированная геометрическая структура димера метанола показана на рис. 1.

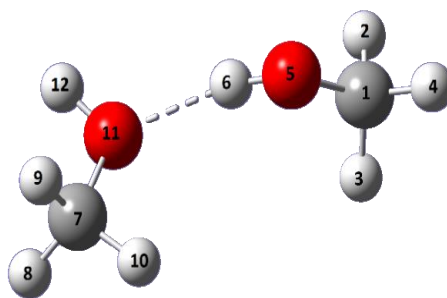


Рис. 1. Оптимизированная структура димера метанола. Красные шарики обозначают атомы кислорода, большие темно-серые – атомы углерода, маленькие светло-серые – атомы водорода, пунктирной линией показана водородная связь.

**Результаты квантово-химического моделирования и их анализ.** Как показывают результаты сравнения рассчитанных геометрических параметров димеров в различных средах, аргоновое окружение приводит к некоторому увеличению длин связей C – O и O – H в обеих молекулах димера по сравнению с соответствующими длинами связей в вакууме. При этом длина водородной связи O...H уменьшается.

Как известно, длины связей непосредственно связаны с значениями соответствующих колебательных частот. Таким образом, изменение длины связи приводит к смещению соответствующей полосы в спектре ИК поглощения. На том же уровне теории, на котором проводилась оптимизация геометрии, были рассчитаны (без применения процедуры масштабирования) спектры ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоне. В таблице 1 представлены рассчитанные значения частот колебаний, а также интенсивности соответствующих полос. В двух последних столбцах показаны величины смещения каждой спектральной полосы для спектров в аргоне относительно спектра в вакууме, а также изменения в их интенсивности.

Таблица 1. Рассчитанные частоты и интенсивности колебательных полос в спектрах ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоне

Номер моды	вакуум		аргон		$\nu_{\text{ар}} - \nu_{\text{вак}}, \text{см}^{-1}$	$I_{\text{ар}} - I_{\text{вак}},$ о.е.
	$\nu, \text{см}^{-1}$	I, о. е.	$\nu, \text{см}^{-1}$	I, о. е.		
1	42.9	595.8	31.4	1212.1	-11.5	616.4
2	46.3	721.0	49.1	214.2	2.8	-506.7
3	59.3	647.1	52.4	899.9	-6.9	252.8
4	101.7	111.6	105.8	111.0	4.0	-0.6
5	112.8	46.1	116.0	34.0	3.2	-12.1
6	195.0	55.6	196.2	50.0	1.3	-5.6
7	311.4	1166.7	332.0	1307.2	20.6	140.5
8	686.5	662.2	692.7	567.8	6.3	-94.5
9	1036.1	497.3	1032.2	568.2	-3.9	70.9
10	1067.5	349.4	1064.3	359.6	-3.1	10.1
11	1079.6	56.6	1078.7	50.1	-0.9	-6.5
12	1117.6	30.3	1119.0	32.4	1.4	2.2
13	1174.1	1.6	1173.8	1.7	-0.3	0.1
14	1174.6	2.3	1174.6	3.1	0.1	0.7
15	1368.1	71.7	1368.3	83.2	0.2	11.5
16	1431.5	89.7	1436.2	93.9	4.6	4.2
17	1480.8	9.6	1479.3	17.1	-1.6	7.4
18	1482.1	12.1	1482.3	6.5	0.1	-5.6
19	1494.9	3.1	1493.4	3.3	-1.6	0.3
20	1499.0	9.7	1495.7	10.9	-3.3	1.2
21	1510.2	7.8	1509.2	9.5	-1.0	1.7
22	1513.6	9.5	1512.6	11.1	-1.1	1.7
23	2971.7	109.2	2972.9	112.6	1.2	3.5
24	3007.8	100.9	3009.6	107.1	1.7	6.3
25	3009.5	76.5	3012.1	78.7	2.6	2.2
26	3063.5	58.2	3066.9	59.8	3.4	1.5
27	3083.2	63.7	3082.6	70.0	-0.5	6.3
28	3124.8	19.9	3123.8	25.5	-1.0	5.5
29	3681.6	487.7	3652.9	600.0	-28.8	112.3
30	3835.5	38.7	3828.6	46.5	-7.0	7.8

Из приведенных данных видно, что практически все колебательные полосы в аргоновом окружении смещаются относительно соответствующих положений в вакууме, причем частота одних полос увеличивается, а частота других – уменьшается, что в таблице обозначено знаком «-» (минус) перед соответствующими числами. Наибольшее смещение (почти  $30 \text{ см}^{-1}$ ) наблюдается для полосы валентных O – H колебаний той молекулы, в которой связь O – H задействована в образовании водородной связи. Кроме того, заметно смещается полоса около  $300 \text{ см}^{-1}$ , которая относится к крутильным колебаниям. Также стоит заметить, что для отдельных полос достаточно сильно изменяется интенсивность поглощения.

На рис. 2 и 3 показаны рассчитанные спектры ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоне в спектральных диапазонах  $0 - 1600 \text{ см}^{-1}$  и  $2800 - 4000 \text{ см}^{-1}$ , соответственно, где можно наглядно увидеть смещения для всех спектральных полос. Черным цветом показан спектр ИК поглощения димера метанола в вакууме, а красным – в аргоне.

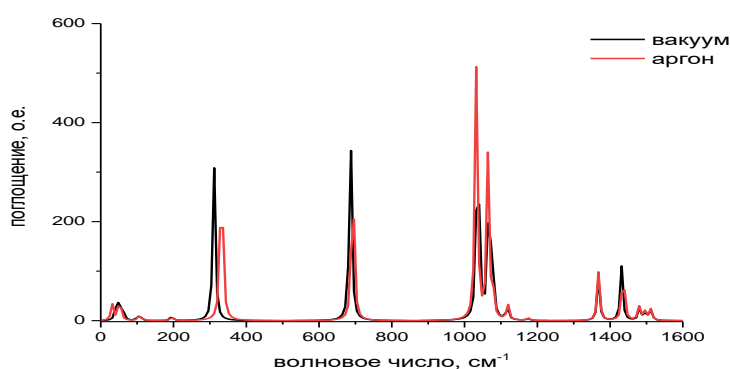


Рис. 2. Рассчитанные спектры ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоне в спектральном диапазоне 0 – 1600  $\text{cm}^{-1}$

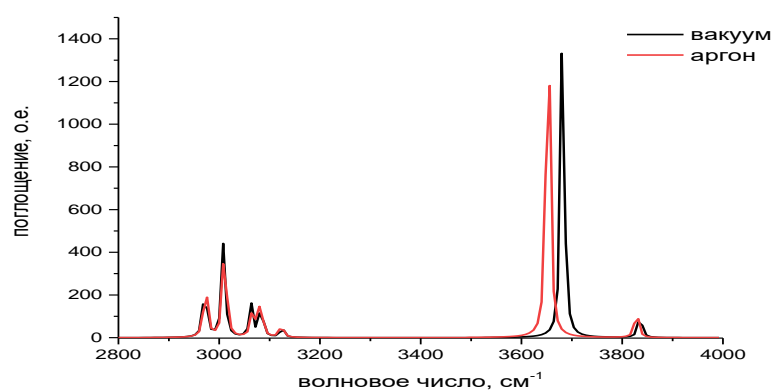


Рис. 3. Рассчитанные спектры ИК поглощения димера метанола в вакууме и в аргоне в спектральном диапазоне 2800 – 4000  $\text{cm}^{-1}$

**Заключение.** Путем квантово-химического моделирования структуры и колебательных спектров димера метанола в вакууме и в аргонной среде было показано, что влияние аргонного окружения проявляется в изменении геометрических параметров молекул метанола, образующих димер, в частности в увеличении длин связей C – H и O – H. Длина водородной связи между молекулами в димере в аргонном окружении уменьшается по сравнению с таким же димером в вакууме, что свидетельствует об усилении водородной связи в присутствии аргона. Структурные изменения проявляются в спектрах ИК поглощения в виде смещений колебательных полос. При сравнении рассчитанных спектров димера с соответствующими спектрами мономера метанола, выполненными в предыдущих работах [5, 6], можно заметить, что величина смещения спектральных полос димера, связанная с присутствием аргонного окружения, в среднем меньше, чем соответствующая величина смещения спектральных полос мономера метанола.

#### Список использованной литературы:

1. Дорошенко И., Погорелов В., Пицевич Г., Шаблинскас В. Кластерная структура жидких спиртов: исследование методами колебательной спектроскопии. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Germany. - 2012. – 288 с.
2. Doroshenko I., Pogorelov V., Sablinskas V., Balevicius V. Matrix-isolation study of cluster formation in methanol: O-H stretching region. - J. Mol. Liq. V. 157, P. 142-145 (2010).
3. Stepanian S.G., Ivanov A.Y., Adamowicz L. FTIR spectra and conformational structure of deuterio- $\beta$ -alanine isolated in argon matrices - J. Mol. Spectr. V. 320, P. 13-24 (2016).
4. Doroshenko I., Onuk M., Meyliev L., Kuyliev B. Conformational composition of propanol in gaseous state and in matrix isolation. - Mol. Cryst. Liq. Cryst. V. 747(1), P. 81–90 (2022).

5. Некбоев А.А., Куйлиев Б.Т., Онук М.М., Дорошенко И.Ю., Гулмуратова Д.Б. Квантово-химическое моделирование влияния аргонового окружения на колебательные спектры метанола. - Узбекский физический журнал. V. 25, N. 4, p. 9-13 (2023).
6. Doroshenko I., Kostsiukevych D., Onuk M., Nekboev A., Kuyliev B. Argon environment influence on vibrational spectra of methanol. Trends in Physical Chemistry. – V. 23, P. 45-50 (2023).
7. Pogorelov V., Chernolevska Ye., Vaskivskiy Ye., Lars G.M. Pettersson, Doroshenko I., Sablinskas V., Balevicius V., Ceponkus Ju., Kovaleva K., Malevich A., Pitsevich G. Structural transformations in bulk and matrix-isolated methanol from measured and computed infrared spectroscopy. - J. Mol. Liq. V. 216, p. 53-58 (2016).
8. Дорошенко И.Ю. Исследование процесса формирования кластерной структуры метанола методом матричной изоляции в спектральной области C-O и O-H колебаний. Физика низких температур. - V. 37, №7, С. 764-770 (2011).
9. Frisch M.J., Trucks G.W., Schlegel H.B., Scuseria G.E., Robb M.A., Cheeseman J.R., Scalmani G., Barone V., Mennucci B., Petersson G.A. - 2009, Gaussian 09, Gaussian, Inc., Wallingford CT.

## ELEKTR VA MAGNETIZMNI TALABALARGA INTEGRATIV YONDASHUV ASOSIDA O‘QITISH METODIKASI

**Mustafoyev Erkin**

Qarshi davlat universiteti ilmiy xodimi

[erkinmustafoyev4@gmail.com](mailto:erkinmustafoyev4@gmail.com)

ORCID 0009-0002-8201-888X

UDK 371,3:53 (045)

**Annotatsiya.** Ushbu maqola talabalarga elektr va magnitlanishni o‘rgatish uchun integral yondashuv metodologiyasini taklif qiladi. Amaliy tajribalar, simulyatsiyalar, real dunyo ilovalari va fanlararo aloqalarni birlashtirgan holda, ushbu metodologiya elektromagnit tushunchalarni yaxlit tushunishga yordam beradi va talabalarning muammoni hal qilish va tanqidiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantiradi. Tanqidiy fikrlash – bu ma’lumotni tahlil qilish, dalillarni baholash va asosli xulosalar chiqarishni o‘z ichiga olgan yuqori darajadagi kognitiv mahoratdir. Bu shunchaki faktlarni yodlash emas, balki ma’lumot bilan faol shug‘ullanish, taxminlarni shubha ostiga qo‘yish va asosli xulosalar chiqarishdir. Bugungi murakkab dunyoda tanqidiy fikrlash har qachongidan ham muhimroq bo‘lib, odamlarga qiyinchiliklarni yengish, to‘g‘ri qarorlar qabul qilish va jamiyatga mazmunli hissa qo‘shish imkonini beradi. Maqolada ushbu yondashuvning afzalliklari muhokama qilinadi va uni auditoriyada amalga oshirishning amaliy strategiyalari keltirilgan.

**Kalit so‘zlar:** integratsion yondashuv, elektr, magnetizm, fan ta’limi, STEM ta’limi, integratsiya, elektr zaryadi oqimi, Amper (A), Qarshilik, Volt (V), magnitlanish

**Abstract.** This article proposes an integrated approach methodology for teaching electricity and magnetism to students. Combining hands-on experiences, simulations, real-world applications, and interdisciplinary connections, this methodology promotes a holistic understanding of electromagnetic concepts and develops students' problem-solving and critical thinking skills. Critical thinking is a higher-order cognitive skill that involves analyzing information, evaluating evidence, and drawing reasoned conclusions. It's not just memorizing facts, it's actively engaging with information, questioning assumptions, and drawing valid conclusions. In today's complex world, critical thinking is more important than ever, enabling people to overcome challenges, make good decisions, and make meaningful contributions to society. The article discusses the benefits of this approach and provides practical strategies for implementing it in the classroom.

**Keywords:** Integrative Approach, Electricity, Magnetism, Science Education, STEM Education, Integration, Electric Charge Flow, Ampere (A), Resistance, Volt (V), Magnetism

**Kirish.** Elektr va magnitlanish fizikadagi asosiy tushunchalar bo‘lib, bizning texnologik dunyomizda hal qiluvchi rol o‘ynaydi. Biroq an’anaviy o‘qitish usullari ko‘pincha mavhum nazariyalar va matematik hisob-kitoblarga qaratilgan bo‘lib, o‘quvchilarning bu tushunchalarni tushunishini qiyinlashtiradi. Ushbu maqola elektr va magnetizmni o‘rgatish uchun integratsiyalashgan yondashuv metodologiyasini taqdim etadi, bu esa talabalar o‘rtasida chuqurroq tushunish va faollikni oshirish uchun amaliy tajribalar va fanlararo aloqalarni ta’kidlaydi.

**Metodologiya.** Elektr va magnitlanish bizning kundalik hayotimizda hal qiluvchi



rol o'ynaydigan ikkita asosiy kuchdir. Elektr toki elektr zaryadining oqimidir, magnitlanish esa magnit xususiyatlarga ega materiallarni tortuvchi yoki qaytaruvchi kuchdir. Elektr va magnitlanish birgalikda ko'plab zamonaviy texnologiyalar, jumladan, kompyuterlar, smartfonlar va elektr motorlarining asosini tashkil qiladi.

Elektr. Elektr zaryadi. Elektr zaryadi materiyaning asosiy xususiyatidir. Elektr zaryadining ikki turi mavjud: musbat va manfiy. Xuddi shunday zaryadlar bir-birini qaytaradi, qarama-qarshi zaryadlar esa bir-birini tortadi.

Elektr toki. Elektr toki - bu elektr zaryadining oqimi. U Amper (A) bilan o'lchanadi.[1]

Volta: kuchlanish - bu ikki nuqta orasidagi elektr potensialidagi farq. U Volt (V) bilan o'lchanadi.

Qarshilik. Qarshilik - bu elektr tokining oqimiga qarshilik. U ohm ( $\Omega$ ) bilan o'lchanadi. Magnetizm. Magnit maydon magnit yoki elektr toki atrofidagi bo'shliqning magnit kuchlarini aniqlash mumkin bo'lgan hududidir.

Magnit kuch - bu magnit materiallarni tortuvchi yoki qaytaruvchi kuch.

Magnit qutblar. Magnitlar ikkita qutbga ega: shimoliy qutb va janubiy qutb. Xuddi bir qutblar bir-birini qaytaradi, qarama-qarshi qutblar esa bir-birini tortadi.

Elektromagnetizm. Elektr va magnitlanish bir-biri bilan chambarchas bog'liq. O'zgaruvchan magnit maydon elektr tokini, o'zgaruvchan elektr toki esa magnit maydonni hosil qilishi mumkin. Bu aloqa elektromagnetizm deb ataladi.

Elektr va magnitlanishning qo'llanilishi. Elektr va magnitlanish zamonaviy jamiyatda keng ko'lamlı dasturlarga ega.

Elektr energiyasi ishlab chiqarish va uzatish. Elektr energiyasi elektr stansiyalari tomonidan ishlab chiqariladi va elektr uzatish liniyalari orqali uylar va korxonalariga uzatiladi.

Elektr dvigatellari. Elektr dvigatellari elektr energiyasini mexanik energiyaga aylantiradi. Ular turli xil ilovalar, jumladan, maishiy texnika, elektr asboblari va elektr transport vositalarida qo'llaniladi.

Elektromagnitlar. Elektromagnitlar – bu elektr tokini sim bo'lagidan o'tkazish orqali yaratilgan magnitlar. Ular MRI (Magnetic Resonance Imaging) apparatlari, dinamiklar va elektr tormozlarni o'z ichiga olgan turli xil ilovalarda qo'llaniladi.[5]

Elektronika. Elektronika – bu elektron qurilmalarni loyihalash va ulardan foydalanish bilan shug'ullanadigan fan sohasi. Elektron qurilmalar turli vazifalarni, jumladan, axborotni qayta ishlash, ma'lumotlarni saqlash va signallarni kuchaytirish uchun elektr va magnitlanishdan foydalanadi.

Elektr va magnitlanish bizning zamonaviy dunyomizda muhim rol o'ynaydigan asosiy kuchlardir. Ular energiya ishlab chiqarishdan tortib elektronikaga qadar keng ko'lamlı dasturlarda qo'llaniladi. Elektr va magnitlanishni tushunish texnik sohada ishlamoqchi bo'lgan yoki shunchaki atrofıdagi dunyo haqida xabardor bo'lishni istagan har bir kishi uchun zarurdir.[1]

Integrativ yondashuv metodologiyasi elektr va magnetizmni har tomonlama tushunishni ta'minlash uchun turli xil o'qitish va o'rganish strategiyalarini birlashtiradi.

**Ushbu metodologiyaning asosiy tarkibiy qismlariga quyidagilar kiradi:**

**Amaliy tajribalar.** Talabalar elektr va magnit hodisalarni bevosita kuzatish va boshqarish imkonini beruvchi amaliy tajribalar bilan shug'ullanadilar. Amaliy tajribalar fanni o'rgatish va o'rganishda kuchli vositadir. Ular talabalarga ilmiy tushunchalar bilan aniq va interaktiv tarzda shug'ullanish imkonini beradi, ilmiy jarayonni chuqurroq tushunish va qadrlashga yordam beradi. Ushbu maqolada fan ta'limida amaliy tajribalarning afzalliklari va samarali amalga oshirilishi ko'rib chiqiladi.

Amaliy tajribaga misollar. Oddiy sxemani qurish: talabalar elektr va zanjir tushunchalarini o'rganish uchun batareya, simlar va lampochkadan foydalanib oddiy sxema qurishlari mumkin.

O'simliklar o'sishini o'rganish: talabalar yorug'lik, suv yoki ozuqa moddalari kabi turli xil o'zgaruvchilarning o'simlik o'sishiga ta'sirini o'rganish uchun tajribalar ishlab chiqishlari mumkin.

Materiialarning mustahkamligini tekshirish: talabalar kuch qo'llash va natijalarni o'lchash orqali yog'och, metall yoki plastmassa kabi turli materiialarning mustahkamligini sinab ko'rishlari mumkin.

**Natijalar.** Amaliy tajribalar samarali fan ta'limining muhim tarkibiy qismidir. Amaliy tajribalar talabalarga ilmiy tushunchalar bilan aniq va interfaol tarzda shug'ullanish imkoniyatini yaratib, tajribaviy o'rganishga yordam beradi, ilmiy izlanish ko'nikmalarini rivojlantiradi, ijodkorlik va innovatsiyalarni rivojlantiradi. O'qituvchilar amaliy tajribalarni qo'llashda va takomillashtirishda davom etar ekan, ular o'quvchilarga faol, tanqidiy fikrlaydigan va tabiat dunyosini umrbod tadqiqotchisi bo'lishiga imkon beradi.

**Simulyatsiyalar:** Interfaol simulyatsiyalar talabalarga elektromagnit tushunchalarni o'rganish va tushunishlarini tekshirish uchun virtual muhitni taqdim etadi.

**Haqiqiy dunyo ilovalari:** Elektr va magnetizm real dunyo misollari va ilovalari orqali kundalik hayot bilan bog'lanib, o'rganishni yanada mazmunli va dolzarb qiladi.[5]

**Fanlararo aloqalar:** matematika, muhandislik va tarix kabi boshqa fanlardan tushunchalar elektr va magnitlanish haqida kengroq nuqtayi nazarni ta'minlash uchun birlashtirilgan.

Integrativ yondashuvning afzalliklari. Tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, integral yondashuv metodologiyasi elektr va magnitlanishni o'rgatish uchun ko'plab afzalliklarni beradi.

Tadqiqotlar fizika ta'limiga integral yondashuvning afzalliklarini izchil ko'rsatib berdi. Misol uchun, Merilend universiteti tadqiqotchilari tomonidan olib borilgan tadqiqot shuni ko'rsatdiki, fizikani integrativ yondashuv orqali o'rgangan talabalarining fizikani an'anaviy yondashuv orqali o'rgangan talabalarga qaraganda konseptual tushunish va muammolarni hal qilish qobiliyatlari sezilarli darajada yuqori.

Fizikani o'qitish va o'rganishga integral yondashuv oliy ta'lim talabalari uchun ko'plab imtiyozlarni beradi. Konseptual tushunish, muammoni hal qilish qobiliyatlari, motivatsiya, fanlararo tayyorgarlik, muloqot va hamkorlik ko'nikmalarini rivojlantirish orqali integratsiyalashgan yondashuv o'quvchilarni tayyorlaydi.

Kengaytirilgan konseptual tushuncha: talabalar bir nechta o'rganish usullarini birlashtirib, elektromagnit tushunchalarni chuqurroq va yaxlitroq tushunishga erishadilar.

Motivatsiya va faollikni oshirish: amaliy mashg'ulotlar va real hayotdagi ilovalarni o'rganish talabalar uchun yanada qiziqarli bo'ladi va ularni rag'batlantiradi.

**Muammolarni yechish ko'nikmalari yaxshilanadi:** amaliy tajribalar va simulyatsiyalar o'quvchilarni elektr va magnetizm bilan bog'liq real muammolarni hal qilish ko'nikmalari bilan ta'minlaydi.

Muammolarni hal qilish insonga qiyinchiliklarni yengish, ongli qarorlar qabul qilish va o'zgaruvchan sharoitlarga moslashish imkonini beradigan asosiy hayotiy ko'nikma hisoblanadi. Muammoni hal qilish qobiliyatlarini yaxshilash akademik, professional va shaxsiy ishlarda muvaffaqiyatga erishish uchun zarurdir. Ushbu maqola talabalarda muammoni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirish uchun samarali strategiyalarni o'rganadi.

Muammolarni yechish malakalarini oshirishning afzalliklari. Kuchli muammolarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirish talabalar uchun ko'plab afzalliklarni beradi:

- tanqidiy fikrlashni kuchaytiradi. Muammoni hal qilish talabalardan ma'lumotlarni tahlil qilish, baholash va sintez qilishni talab qiladi, bu esa yuqori darajadagi fikrlash qobiliyatlarini rivojlantiradi;[4]

- ishonch va chidamlilikni oshirish. Muammolarni muvaffaqiyatli hal qilish o'quvchilarning o'ziga bo'lgan ishonchi va qat'iyatlilikini oshiradi, bu ularning kelajakdagi qiyinchiliklarni yengish ehtimolini oshiradi;

- haqiqiy dunyo muvaffaqiyatiga tayyorgarlik. Muammolarni hal qilish ko'nikmalari hayotning turli jabhalarida, jumladan, akademik, professional va shaxsiy harakatlarda muvaffaqiyatga erishish uchun zarurdir.

- ijodkorlik va innovatsiyalarni rivojlantirish. Muammolarni hal qilish o'quvchilarni ijodiy fikrlashga va muammolarga innovatsion yechimlarni izlashga undaydi.

Takomillashtirilgan muammolarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirish uchun samarali strategiyalar. O'qituvchilar talabalarda muammoni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirish uchun bir nechta samarali strategiyalarni amalga oshirishlari mumkin:

- haqiqiy dunyo muammolariga asoslangan ta'lim – o'quvchilarni haqiqiy muammolarni aks ettiruvchi, ularga mazmunli va qo'llaniladigan o'rganish tajribasini taqdim etadigan haqiqiy muammolarni hal qilish vazifalariga jalb qilish;[2]

- muammolarni hamkorlikda yechish: o'quvchilarni muammoni hal qilish bo'yicha vazifalar ustida hamkorlikda ishlashga undash, jamoaviy ish, muloqot qobiliyatlari va turli nuqtayi nazarlarni rivojlantirish;

- refleksiya: talabalarni muammoni hal qilish jarayoni haqida fikr yuritishga, takomillashtirish sohasini aniqlashga va metakognitiv qobiliyatlarni rivojlantirishga undash;

- texnologiyani kiritish: simulyatsiyalar, modellashtirish dasturlari va onlayn hamkorlik platformalari kabi muammolarni hal qilishni qo'llab-quvvatlash uchun texnologiya vositalari va resurslaridan foydalanish;

Muammolarni yechish faoliyatiga misollar: Keys stady (*Case Studies*): Talabalarga real hayot misollarini taqdim eting va ulardan tahlil qilish, baholash va yechim taklif qilishlarini so'rang.

*Dizayn muammolari*: talabalarni amaliy muammolarni hal qilish uchun o'z bilimlari va ijodkorliklarini qo'llashni talab qiladigan dizayn muammolariga jalb qiling.

*Muammoli ta'lim loyihalari*: O'quvchilarni haqiqiy muammolarga jalb qiladigan va muammolarni hal qilish jarayonida ularga rahbarlik qiladigan loyihaga asoslangan o'quv faoliyatini amalga oshirish.

**Munozaralar.** Muammolarni yechish malakalarini oshirish talabalarining sinfda, ish joyida va undan tashqarida muvaffaqiyatga erishishi uchun zarurdir. Haqiqiy dunyoda muammoga asoslangan ta'lim, hamkorlikda muammolarni hal qilish va mulohaza yuritish kabi samarali strategiyalarni amalga oshirish orqali o'qituvchilar o'quvchilarni ishonchli va qobiliyatli, muammolarni hal qilish qobiliyatiga ega bo'lishlarini ta'minlashlari mumkin. Talabalar muammoni hal qilish qobiliyatlarini rivojlantirar ekan, ular muammolarni hal qilish, ongli qarorlar qabul qilish va doimiy o'zgaruvchan dunyoda muvaffaqiyat qozonish uchun zarur vositalarga ega bo'ladilar.

**STEM (“Science, Technology, Engineering, Maths”) natijalariga tayyorgarlik:** Integral yondashuv STEM karyeralari talablariga mos keladi, talabalarga elektromagnit tamoyillar va ularni qo‘llash bo‘yicha mustahkam poydevor beradi. Amalga oshirish strategiyalari. Integrativ yondashuv metodologiyasini amalga oshirish o‘qituvchilar o‘rtasida puxta rejalashtirish va hamkorlikni talab qiladi.

*Asosiy strategiyalarga quyidagilar kiradi:*

O‘quv dasturlarini loyihalash. Elektr va magnitlanish tushunchalarini matematika, muhandislik va tarix kabi boshqa fanlar bilan birlashtiradigan fanlararo o‘quv dasturlarini ishlab chiqish.

Ta’lim strategiyalari. Har xil ta’lim uslublarini qondirish uchun amaliy tajribalar, simulyatsiyalar va loyihaga asoslangan o‘rganish kabi turli xil ta’lim strategiyalaridan foydalanish.

Baholash. O‘quvchilarning elektromagnit haqidagi tushunchalarini va ularni real vaziyatlarda qo‘llash qobiliyatini o‘lchaydigan baholashni loyihalash.

Kasbiy rivojlanish. O‘qituvchilarning integrativ yondashuvni tushunishlari va amalga oshirishlari uchun kasbiy rivojlanish imkoniyatlarini taqdim etish.

**Xulosa.** Integrativ yondashuv metodologiyasi elektr va magnetizmni o‘qitishga transformativ yondashuvni ta’minlaydi, bu esa talabalar o‘rtasida chuqur tushunish, faollik va muammolarni hal qilish qobiliyatini rivojlantiradi. Amaliy tajribalar, simulyatsiyalar, real dunyo ilovalari va fanlararo aloqalarni birlashtirgan holda, ushbu metodologiya talabalarni STEM karyeralarida muvaffaqiyatga tayyorlaydi va ularga 21-asrning texnologik muammolarini hal qilishga imkon beradi. O‘qituvchilar ushbu yondashuvni takomillashtirish va amalga oshirishda davom etar ekan, ular o‘quvchilarda elektr va magnitlanishga bo‘lgan qiziqish va ishtiyoqni uyg‘otadigan dinamik va mazmunli o‘rganish tajribalarini yaratishi mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. American Association for the Advancement of Science. (2011). A framework for K-12 science education: Practices, intersectional concepts, and core ideas. Washington, DC: Author.
2. Bransford, JD, & Stein, BS (1993). The Ideal Problem Solver: A Guide to Improving Thinking, Learning, and Creativity. New York: WH Freeman.
3. National Council of Mathematics Teachers. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
4. National Research Council. (1999). How People Learn: Brain, Mind, Experience, and Schooling. Washington, DC: National Academies Press.
5. Thornton, R., & Sokoloff, D. (1990). Electrical power study with real-time computer feedback. American Journal of Physics, 58(9), 858-865.
6. Maxmanov E B. Bo‘lajak muhandislarni tayyorlashda mantiqiy fikrlash kompetensiyalarini takomil qilish // Namangan davlat universiteti, 2021. – №1. – S. 581.
7. Binokulovich, Maxmanov Ergash . Laboratoriyaning rivojlanishi. Suyuqlik va qattiq jismlarda solishtirma issiqlik sig‘imini aniqlash bo‘yicha amaliy mashg‘ulotlar. “Ta’lim fanlaridagi Yevropa tadqiqot va aks ettirish” *jurnali*. 8.9- jild (2020).
8. Ishmurodova G.I., Maxmanov E.B. Talabalarning fizikadan mantiqiy masalalar yechish ko‘nikmalarini shakllantirish //” Zamonviy ta’lim” *jurnali*, 2020. 3-son. 16-23-bet
9. Maxmanov E. B. Fizika o‘qish yarayonda talabalarning o‘quv kompetensiyalarini tegishli //A ILM. – S. 75.
10. Ishmurodova G. I., Maxmanov E. B. Fizika fanidan laboratoriya mashg‘ulotlarini innovatsion yondashuv asosida o‘tkazish // *Sovremennoe obrazovanie (O‘zbekiston)*. – 2019. – №. 8 (81). – S. 16-22.
11. Ishmurodova G. I., Maxmanov E. B. Master-klass asosida fizikadan masalalar yechish mashg‘ulotlarini tashkil qilish // *Sovremennoe obrazovanie (O‘zbekiston)*. – 2020. – №. 10 (95). – S. 11-17

## К РАСЧЕТУ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПРИ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКЕ ВЛАЖНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ЗАДАННОМ ЗАКОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Б.Э. Хайридинов<sup>1</sup>

Каршинский государственный университет, профессор

С.М. Хужакулов<sup>2</sup>

Каршинский инженерно-экономический институт, д.ф.т.н. (PhD)

У.И. Турдиев<sup>1</sup>

Каршинский государственный университет, преподаватель

Э.М. Мейлиев<sup>1</sup>

Каршинский государственный университет, преподаватель

[meyliyev.elbek@mail.ru](mailto:meyliyev.elbek@mail.ru)

ORCID 0009-0006-6568-7132

УДК 662.997.631.344

**Аннотация:** В работе совместным решением системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса с соответствующими краевыми получена математическая модель конвективной сушки фруктов (в форме пластины, цилиндра, шара) в условиях периодического теплового воздействия (в солнечных сушильных установках), на основе которой была достигнута интенсификация процесса сушки ломтиков фруктов и овощей с использованием солнечной энергии, путем объединения в единый энергетический блок солнечной сушилки воздушного коллектора и сушильной камеры. Задача решена на основе метода суммирования диффузионного потенциала и процессов влагопереноса в процессе переменного теплообмена с энергетическим агрегатом ускорения сушки плодов и овощей: солнечным воздушнонагревательным коллектором и сушильной камерой. Результаты, полученные в ходе эксперимента, были проанализированы путем сравнения теоретических исследований с расчетами и оказались согласующимися друг с другом.

**Ключевые слова:** влажный материал, нагрев материала, испарение влаги, изменение агрегатного состояния, оператор Лапласа, условия тепло- и массообмена, граничные условия, критерий Фурье, условия симметрии, скорость сушки, система уравнений.

### MATERIALLARNI KONVEKTIV QURITISHDA TEMPERATURA O'ZGARISHINI ISSIQLIK VA MASSA UZATILISHI QONUNIYATI ASOSIDA O'RGANISH

**Annatsiya.** Maqolada quyosh energiyasidan maksimal foydalanishga mo'ljallangan quritkichda meva-sabzavotlar qirqimlarini quritish jarayonidagi zamonaviy innovatsion texnologiya asosidagi issiqlik massa almashinuv jarayonlari differensial tenglamalar tabiiy real sharoitda olingan natijalarini berilgan chegaraviy shartlarda yechish natijasida konvektiv davriy issiqlik ta'sirida (plastina, silindr, shar shaklidagi) mevalarni konvektiv quritishning matematik modeli ishlab chiqilgan. Qo'yilgan masala ichida meva-sabzavotlarni quritishni jadallashtirish uchun energetik blokli: quyosh havo qizdirish kollektori va quritish kamerasidagi o'zgaruvchi issiqlik almashinuv jarayonida diffuziyalanish potentsiali va namlik uzatish jarayonlarini umumlashtirish metodikasi asosida yechilgan. Tajribadan olingan natijalar nazariy tadqiqotlarni hisoblashlar bilan taqqoslab tahlil qilingan va ular bir-biriga mosligi aniqlandi.

**Tayanch so'zlar:** nam material, materialning qizishi, namning bug'lanishi, Laplas operatori, issiqlik-massa almashinuv sharti, chegaraviy shartlar, Furiye kriteriyasi, simmetriklik sharti, quritish tezligi, tenglamalar sistemasi.

**Введение.** Для получения высококачественных сухофруктов из винограда и плодов, содержащих 75 ÷ 90 % влаги, важен режим сушки, характеризующийся температурой, скорости движения сушильного агента, его цикличностью и влажностью. На основании теоретических и экспериментальных исследований определены коэффициенты тепло- и массопереноса при конвективной сушке в зависимости от скорости движения теплоносителя, коэффициент внутренней диффузии влаги фруктов, а также доставлена его зависимость от температуры.

Однако, не описано, как происходит кинетика в процессе воздухообмена во время влаговыделения и удаления влажного теплоносителя с солнечной сушилки.

При конвективной сушки влажный материал контактируется сушильным агентом – горячим воздухом и получает от него тепло, которое необходимо на нагрев материала сушки и испарение влаги. Изменение агрегатного состояния массы, связанного вещества (влаги) влияет на температурное поле, создает термодиффузионный поток влаги, который либо способствует выносу влаги из тела, либо препятствует массопереносу, с градиентом концентрации влаги [1-6].

**Методология исследования.** Обоснование режимов работы гелиотерапии - чётких сушильных агрегатов с обеспечением максимальной эффективности и интенсивности процесса сушки с минимальными энергетическими затратами является важной задачей. Поскольку сложность данного процесса обусловлена ходом взаимосвязанных параметров, а именно энергетических, кинетических, динамических, а также теплообменных процессов и высокой изменчивостью физических свойств фруктов.

Для полной количественной оценки взаимообусловленной связи влияющих эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности при сушке влажных материалов, для составления математической модели этих процессов следует рассматривать дифференциальные уравнения системы взаимосвязанного тепло- и массопереноса, предложенные А.В.Лыковым, которые при отсутствии градиента общего давления, записываются в виде [1,2]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \alpha_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho}{c} \frac{\partial W}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial W}{\partial \tau} &= \alpha_m \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \alpha_m \delta \left( \frac{\partial^2 \nu}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\nu$  параметр геометрической формы;  $\nu = 0,1,2$  – соответственно для пластины, цилиндра и шара.

Преобразуем оператор Лапласа [3] для пластины, цилиндра и шара:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2)$$

Тогда система (1) приводится к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \frac{a_T}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho}{c} \frac{\partial W}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial W}{\partial \tau} &= \frac{a_m}{r^\nu} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \delta \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для однозначного определения температуры  $T(r, \tau)$  и локального распределения удельного влагосодержания  $W(r, \tau)$  внутри высушиваемого материала необходимо задать условия тепло- и массообмена на поверхности тела и начальные распределения потенциалов переноса:

$$\left[ T(r, \tau) \right]_{r=0} = T_0, \quad \left[ W(r, \tau) \right]_{r=0} = W_0 \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} -\lambda (\nabla T)_n + a [T_{cp} - T(r, \tau)]_n - (1 - \varepsilon) pq(\tau) &= 0 \\ \lambda (\nabla W)_n + q'(\tau) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Граничные условия (5) выписаны на основе теплового и массообменного

баланса на поверхности высушиваемого материала [4-8]

**Результаты и обсуждения.** В качестве высушиваемого материала выбрали яблоки сорта Симиренко и абрикосы начальной влажностью  $W_n = 70,3...85,2\%$ , нарезанных кружочками и дольками толщиной 6 мм, при разовой загрузке в солнечную сушилку  $m_\phi = 7,5\text{кг}$  Сушка в солнечной сушилке проводилась в течение  $\tau = 52$  г при неравномерной температуре лотка воздуха и высушиваемого образца в режиме с непрерывным контролем его течения и почасовой регистрацией контролируемых параметров. Результаты измерений отображены соответствующими графическими материалами в виде временных зависимостей.

Для тел в форме пластины, цилиндра и шара, направление градиента потенциала совпадает с направлением производной по текущим координатам и условиям (5) выписываются в виде:

$$\begin{aligned} \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} &= a [T_{CT} - T(r, \tau)]_{r=R} - (1 - \varepsilon) p q(\tau), \\ \lambda \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right)_{r=R} &= -q'(\tau) \end{aligned} \quad (6)$$

Запишем систему уравнений (3), начальные и граничные условия (4), (6) в относительных координатах  $\varepsilon_0 = \frac{r}{R}$  и критериях подобия тепло- и массопереноса:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial F_0} &= \frac{1}{\varepsilon_0^v} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_0} \left( \varepsilon_0^v \frac{\partial T}{\partial \varepsilon_0} \right) + \frac{\varepsilon p a_T}{a} \frac{\partial W}{\partial F_0}, \\ \frac{\partial W}{\partial F_0} &= Lu \left[ \frac{1}{\varepsilon_0^v} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_0} \left( \varepsilon_0^v \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_0} \right) + \frac{\delta}{\varepsilon_0^v} \frac{\delta}{\partial \varepsilon_0} \left( \varepsilon_0^v \frac{\partial T}{\partial \varepsilon_0} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $F_0 = \frac{\alpha_T \tau}{R^2}$  - критерий Фурье, (критерий гомохронности переноса тепла),  $Lu = \frac{a_m}{a_T}$  - критерий Лыкова,  $F_{0m} = \frac{a_m \tau}{R^2} = \frac{a_m}{a_T} \cdot \frac{a_r \tau}{R^2} = Lu \cdot F_0$  - критерий гомохронности массосодержания.

Граничные условия в относительной координате  $0 \leq \varepsilon_0 = \frac{r}{R} \leq 1$ , для цилиндра и шара и  $-1 \leq \varepsilon_0 = \frac{r}{R} = \frac{X}{R} \leq 1$  для пластины толщиной  $2R$  ( $-1 \leq \varepsilon_0 \leq 1$ ), преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T}{\partial \varepsilon_0} \right)_{\varepsilon_0=1} &= Bi [T_{cp} - T(\varepsilon_0, F_0)]_{\varepsilon_0=1} - \frac{(1 - \varepsilon) R p q(\tau)}{\lambda}, \\ \left( \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_0} \right)_{\varepsilon_0=1} &= -\frac{R q'(\tau)}{\lambda} \end{aligned} \quad (8)$$

где  $Bi = \frac{aR}{\lambda}$  - критерий Био. На пластине достаточно найти поля потенциалов для  $0 \leq \varepsilon_0 \leq 1$ . При этом к граничным условиям (8) необходимо присоединить условия симметрии в середине пластины  $\varepsilon_0 = 0$ , а для цилиндра и

шара  $\varepsilon_0 = 0$ , на оси и центре шара [6]:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \varepsilon_0} \right)_{\varepsilon_0=0} = 0, \quad \left( \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_0} \right)_{\varepsilon_0=0} = 0, \quad (9)$$

По аналогии со среднеинтегральной нестационарной физической величиной с локальным распределением по закону функции  $F(\mu, \tau)$

$$\langle F|\tau \rangle = \frac{\iiint F(\mu) d\mu}{\iiint d\mu} \quad (10)$$

Для среднеинтегральной температуры  $T(r, \tau)$  и локального массосодержания  $W(r, \tau)$  имеем:

$$\langle T(F_0) \rangle = \frac{v+1}{R^{v+1}} \int_0^R T(r, \tau) r^v dr = (v+1) \int_0^1 T(\varepsilon_0, F_0) \varepsilon_0^v d\varepsilon_0 \quad (11)$$

$$\langle W(F_0) \rangle = \frac{v+1}{R^{v+1}} \int_0^R W(r, \tau) r^v dr = (v+1) \int_0^1 W(\varepsilon_0, F_0) \varepsilon_0^v d\varepsilon_0 \quad (12)$$

Положим  $T_{cp} = \varphi(F_0)$  – изменение во времени температуры горячего воздуха. Решим систему (7) при начальных и граничных условиях (4), (8)

для случаев, когда можно предположить: [9]

$$\alpha [T_{cp} - T(r, \tau)]_{r=R} = \alpha [T_{cp} - \langle T(\tau) \rangle] \quad (13)$$

Для несвязанного уравнения переноса, т.е. для уравнения теплопроводности при граничных условиях третьего рода соотношение (13)

практически точно выполняется для  $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda} \leq 1$ .

Умножим уравнения системы (7) на  $(v+1)\varepsilon_0^v$ , проинтегрируем по  $\varepsilon_0$  от 0 до 1, тогда с учетом (8), (9) получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \langle T(F_0) \rangle}{dF_0} &= (v+1)Bi[\varphi(F_0) - \langle T(F_0) \rangle] - \frac{(1-\varepsilon)(1-\varepsilon)pRq(F_0)}{\lambda} + \frac{\varepsilon \rho \alpha_T}{c} \frac{d \langle W(F_0) \rangle}{dF_0} \\ \frac{d \langle W(F_0) \rangle}{dF_0} &= (v+1)LuBi[\varphi(F_0) - \langle T(F_0) \rangle] - \frac{(1-\varepsilon)\rho Rq(F_0)}{\lambda} - \frac{\delta Rq'(F_0)}{\lambda'} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Откуда

$$\frac{d \langle T(F_0) \rangle}{dF_0} = -(v+1)Bi \left( 1 + \frac{\delta \varepsilon \rho \alpha_T Lu}{c} \right) \langle T(F_0) \rangle + Q(F_0) \quad (15)$$

где

$$Q(F_0) = (v+1)Bi \left( 1 + \frac{\varepsilon \rho \alpha_T \delta}{c} Lu \right) \varphi(F_0) - \frac{(v+1)(1-\varepsilon)\rho R}{\lambda} (1+\delta)q(F_0) - \frac{(v+1)\varepsilon \rho \alpha_T R}{c \lambda'} Luq'(F_0) \quad (16)$$

Для стандартной задачи  $y'(t) + by(t) = \psi(t)$ ,  $y(0) = y_0$



Решением будет [9];

$$y(t) = y_0 \exp(-bt) + \int_0^t \psi(\tau) \exp[-b(t - \tau)] d\tau \quad (17)$$

На основании этой формулы имеем:

$$\langle T(F_0) \rangle = T_0 \exp[-(v+1)Bi(1 + \frac{\delta \varphi a_T}{c} Lu)F_0] + \int_0^{F_0} Q(\tau) \exp\left[-(v+1)Bi(1 + \frac{\delta \varepsilon \rho a_T}{c} Lu)(F_0 - \tau)\right] d\tau \quad (18)$$

Подставив значение (18) во второе уравнение системы (14), находим:

$$\frac{d \langle W(F_0) \rangle}{dF_0} = (v+1)LuBi\varphi(F_0) - \frac{(1-\varepsilon)\rho R q(F_0)}{\lambda} - (v+1)LuBiT_0 \exp\left[-(v+1)Bi(1 + \frac{\delta \varepsilon \rho a_T}{c} Lu)F_0\right] + \int_0^{F_0} Q(\tau) \exp\left[-(v+1)Bi(1 + \frac{\delta \varepsilon \rho a_T}{c} Lu)(F_0 - \tau)\right] d\tau \quad (19)$$

которые определяют скорость сушки влажных материалов и формы пластины, цилиндра и шара при заданных значениях  $q(F_0)$ ,  $q'(F_0)$ , и  $\varphi(F_0)$ . [10]

Определим скорость сушки при постоянных тепловых режимах

Предположим, что  $\varphi(F_0) = T_c = const$ ,  $(T_e > T_0)$ ,  $q(F_0) = q' = const$ ,  $q'(F_0) = q = const$ .

Тогда по формуле (18) находим:

$$\langle T(F_0) \rangle = T_0 \exp[-(v+1)Bi(1 + \frac{\delta \varphi a_T}{c} Lu)F_0] + Q_0 \frac{1}{A} [1 - \exp(-AF_0)], \quad (20)$$

где

$$Q_0 = AT_{cp} - \frac{(v+1)(1-\varepsilon)\rho R}{\lambda} (1 + \delta)q_1 - \frac{(v+1)\varepsilon \rho a_T R Lu}{c \lambda'} q_2 \quad (21)$$

$$A = (v+1)Bi(1 + \frac{\varepsilon \rho a_T \delta}{c} Lu) \quad (22)$$

Подставим значение:

$$\langle T(F_0) \rangle = T_0 \exp(-AF_0) + \frac{Q_0}{A} [1 - \exp(-AF_0)]$$

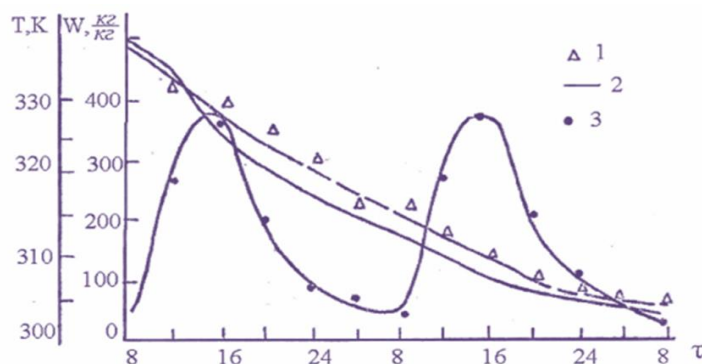
во второе уравнение системы (14) и предположим, что

$$\varphi(F_0) = T_c, \quad q(F_0) = q_1, \quad q'(F_0) = q_2.$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \langle T(F_0) \rangle}{dF_0} &= (v+1)Bi[T_c - \langle T(F_0) \rangle] - \frac{(v+1)(1-\varepsilon)\rho R q_1}{\lambda} + \frac{\varepsilon \rho a_T}{c} \cdot \frac{d \langle W(F_0) \rangle}{dF_0} \\ \frac{d \langle W(F_0) \rangle}{dF_0} &= (v+1)LuBi[T_c - \langle T(F_0) \rangle] - \frac{(1-\varepsilon)\rho R q_1}{\lambda} - \frac{\delta R q_2}{\lambda'} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Результаты вычислений по системе уравнения (23) при определенных значениях параметров для условий солнечных сушильных установок, показывают, что теоретические расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными (рис.1).



**Рисунок 1.** Зависимость влагосодержания абрикоса от температуры воздуха в ССУ и времен:

1, 2-экспериментальные и расчетные (формула 23) данные; 3-изменение температ воздуха.

**Выводы.** Как видно из уравнений (23), процесс сушки определяется значительным количеством параметров (коэффициент диффузии влаги, термовлагопроводности, теплопередачи, массообмена, испарения, теплоемкости и др.), которые принимаются при решении задачи тепло – и массообмена в процессе сушки фруктов. Наиболее существенным результатом исследований являются предложенные теоретические методы расчета основных тепло- и массообменных характеристик процессов сушки фруктов и овощей в солнечных сушилках.

**Условные обозначения:**  $T_0, T, T_{cp}$  – начальная, текущая и средняя по об`ему текущая температура теплоносителя, К,

$\tau$  – время, ч,

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(мК),

$C$  – теплоемкость материала, Дж/(кгК),

$\rho$  – плотность абсолютно сухого тела, кг/м<sup>3</sup>,

$a_T, a_m$  – коэффициенты температуропроводности, диффузии влаги, м<sup>2</sup>/с,

$r, R$  – текущий линейный размер, максимальный радиус, м,

$\varepsilon$  – критерий фазового перехода,

$\delta$  – коэффициент термовлагопроводности, 1/К,

$(\nabla T)_n$  – текущая температура на поверхности материала, К,

$(\nabla W)_n$  – начальное влагосодержание материала на поверхности, кг/кг сухого материала,

$W_0, W$  – начальное и текущее среднее по об`ему влагосодержание фруктов, кг/кг сухих фруктов,

$q$  – поток массы, кг/м<sup>2</sup>К.

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи Вт/(м<sup>2</sup>К).

ССУ – солнечная сушильная установка.

#### Список использованной литературы:

1. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. - 535 с.
2. Лыков А.В. Теория сушки. - М.: Энерго.издат, 1968. - 472 с.
3. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Физматгиз. 1960. - 207с.
4. Лыков А.В. Тепло- и массообмен в процессах сушки. –М. –Л. Госэнергоиздат, 1956. - 464 с.
5. Абрамович И.Г., Лунц Г. Л., Эльгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука. 1968. - 210 с.

6.Цой П.В., Методы расчета задач тепломассопереноса. – М., Махамов Х.М. Динамические характеристика многослойной камеры гелиотеплицы – сушилки, как объекта регулирования. // Узбекской журнал проблемы информатики и энергетика. 1993. №5.17-24 с.

7.Xayriddinov B.E., Xolmirzayev N.S. Quyosh energiyasidan foydalanishning fizik asoslari. – Qarshi, Nasaf NMIN, 2020-yil. - 290 bet.

8.Manpreet Singh, U.S. Shivhari, & J.Ahmed Drying characteristics and product quality of bell pepper, International Journal of Food Properties, 3:2, 249-257, DOI: 10.1080/10942910009524631.

9. Stefan J.Kowalski & Dominik Mierzwa (2011) Hybrid Drying of Red Bell

Pepper: Energy and Quality Issues, Drying Technology: An International Journal, 29:10, 1195-1203, DOI: 10.1080/07373937.2011.578231.

10. Рахматов О. К вопросу тепловой оптимизации режима эксплуатации солнечно-топливной сушильной установки конвективного типа. – Вестник Алтайского государственного аграрного университета №1 (135) 2016., С.132-138.

## **ЗОНДИРОВАНИЕ ВЫСШИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ОСНОВ СТИРИЛОВ – ПРОИЗВОДНЫХ БЕНЗОТИАЗОЛА С ПОМОЩЬЮ АНАЛИЗА СПЕКТРОВ АНИЗОТРОПИИ**

**А.Науменко**

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, доцент

**У. Саломов**

Каршинский государственный университет, базовый докторант

**Б. Куйлиев**

Каршинский государственный университет, профессор

**А.Xudayberdiyev**

Каршинский государственный университет, студент

[bahromq@rambler.ru](mailto:bahromq@rambler.ru)

ORCID: 0009-0005-9065-7050

УДК. 535.37, 535.3

**Аннотация.** Настоящая работа посвящена спектральному и квантово-химическому исследованию высших возбужденных состояний основ стиролов, производных бензотиазола. Особое внимание уделено анализу спектров анизотропии возбуждения флуоресценции данных соединений для определения положения высших возбужденных состояний линейных полиметиновых красителей с помощью измерения спектров анизотропии возбуждения флуоресценции. Параллельное спектральное исследование и квантово-химическое моделирование позволило корректно интерпретировать спектры анизотропии возбуждения флуоресценции основ стиролов, производных бензотиазола, и связать первые четкие минимумы с электронными переходами исследуемых молекул.

**Ключевые слова:** основы стиролов, производные бензотиазола, спектры поглощения, спектры флуоресценции, анизотропия возбуждения флуоресценции, квантово-химические расчеты.

## **ANIZOTROP SPEKTRINI TAHLIL QILISH ORQALI STYRYL BAZALARINING YUQORI G‘ALAYONLANGAN HOLATLARINI TEKSHIRISH**

**Annotatsiya:** Ushbu maqola stiril asosli, benzotiazol hosilalarining yuqori qo‘zg‘atilgan holatlarini spektral va kvanto-kimyoviy o‘rganishga bag‘ishlangan. Ko‘rsatilgan birikmalarning fluoressen qo‘zg‘alish anizotropiya spektrlarini tahlil qilishga alohida e‘tibor berilgan. Spektral va kvanto-kimyoviy hisoblarni parallel o‘rganish stiril asosi, benzotiazol hosilalari to‘plaminig fluoressen qo‘zg‘alish anizotropiya spektrlarini to‘g‘ri talqin qilish imkonini beradi. Birinchi aniq minimumlarni o‘rganiladigan molekulaning elektron o‘tishlari bilan bog‘lash mumkin.

**Kalit so‘zlar:** stiril asosli, benzotiazol hosilalari, yutilish spektrlari, floessen spektrlari, fluoressen qo‘zg‘alish anizotropiyasi, kvanto-kimyoviy hisoblar.

**Введение.** Органические красители имеют широкий спектр применения, и практически невозможно найти область, где они не были бы востребованы [1]. Создание новейших технологий и новых высокоэффективных материалов различного

назначения на основе красителей требует детального изучения физики процессов в высоковозбуждённых состояниях этих красителей.

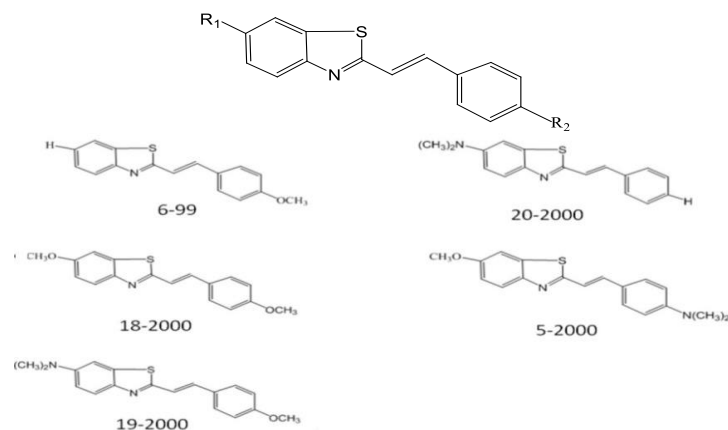
Изучение высших возбуждённых состояний органических красителей, в частности стилиров и оксистирилов, имеет несколько важных фундаментальных и прикладных аспектов. Это помогает понять их электронную и оптическую структуру, что может быть полезным при разработке новых материалов для электроники, фотоники и других технологий. Высшие возбуждённые состояния органических красителей могут обладать важными оптическими свойствами, такими как флуоресценция или фосфоресценция. Понимание этих процессов позволяет разрабатывать новые оптические материалы для применения в процессах записи информации [2-5], производстве светодиодов, сенсоров, лазеров и других оптических устройств. Органические красители также могут быть использованы в молекулярной диагностике для выявления определённых веществ или химических процессов в биологических системах. Высшие возбуждённые состояния этих красителей могут быть использованы для создания световых сигнализаторов или маркеров для визуализации различных биохимических процессов [6]. Некоторые органические красители могут быть использованы в фотодинамической терапии, методе лечения рака и других заболеваний, который использует световое излучение для активации фотосенсибилизаторов и уничтожения патологических клеток [7].

Исследование спектров анизотропии возбуждения флуоресценции является полезным инструментом для регистрации высших возбуждённых состояний [8], и особенно для линейных молекул, для которых высшие электронные переходы поляризованы взаимоперпендикулярно первому переходу. Успешным оказалось применение спектров анизотропии возбуждения флуоресценции как для ионных полиметиновых красителей, так и для их нейтральных производных: сквараинов и мероцианинов [9-13]. Так, на основе комбинированных спектральных и квантово-химических исследований было показано, что второе возбуждённое состояние в симметричных катионных красителях поляризовано перпендикулярно оси хромофора, вследствие чего он проявляется как первый глубокий минимум в спектрах анизотропии возбуждения флуоресценции.

Учитывая вышеизложенное, в данной работе рассматривается проблема физики высоковозбуждённых состояний на примере основ стилировых красителей с различными концевыми группами.

**Методика исследования.** Для достижения поставленной цели исследования – изучения возбуждённых состояний основ стилиров, производных бензотиазола, необходимо выполнить следующие задачи: измерить спектры поглощения, флуоресценции, возбуждения флуоресценции и спектры анизотропии возбуждения флуоресценции красителей; провести квантово-механические расчеты молекулярной геометрии в основном состоянии, распределения электронной плотности в возбуждённых состояниях, а также энергий переходов в этих красителях; исследовать переходы в высшие возбуждённые состояния.

В настоящей работе использовались синтезированные в Институте органической химии НАН Украины органические красители. Структурные формулы исследуемых основ стилиров – производных бензотиазола приведены на рис.1.



**Рисунок 1. Структурные формулы исследуемых производных бензотиазола**

Спектры поглощения, флуоресценции, возбуждения флуоресценции красителей измерялись в виде растворов в ацетонитриле и глицерине, анизотропии возбуждения – в глицерине. Концентрация растворов составляла  $10^{-5}$  М/л.

Для регистрации спектров флуоресценции и спектров возбуждения флуоресценции исследуемых растворов использовался флуоресцентный спектрофотометр Varian Cary Eclipse, который состоит из двух монохроматоров с дифракционными решетками 1200 штр/мм, установленными по схеме Черни-Тёрнера. Один монохроматор использовался для монохроматизации возбуждающего излучения, а другой - для монохроматизации излучения флуоресценции. Для возбуждения флуоресценции использовалась импульсная ксеноновая лампа с непрерывным спектром излучения. Рабочий спектральный диапазон прибора составляет 200–900 нм. В качестве фотодетектора использовался фотоэлектронный умножитель R928 с широким спектром спектральной чувствительности. Все измерения проводились при комнатной температуре.

Спектры анизотропии возбуждения флуоресценции измерялись с использованием спектрофотометра Varian Cary Eclipse и двух поляризаторов. Функция анизотропии  $r$  зависит от длины волны излучения образца и определяется как  $r = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + 2I_{\perp}}$ . Образец

возбуждался линейно поляризованным светом, а флуоресценция была деполаризована. За счет второго поляризатора регистрировались параллельная и перпендикулярная компоненты. При возбуждении поляризованным светом излучение флуоресценции также поляризовано. Поляризация является результатом фотовыбора люминофоров в соответствии с их ориентацией относительно поляризованного света. Излучение может быть деполаризованным по нескольким причинам, включая вращательную диффузию люминофоров. Измерение анизотропии позволяет определить среднее угловое смещение люминофора между поглощением и излучением фотона. Оно зависит от скорости и степени вращательной диффузии за время жизни возбужденного состояния. Ротационное движение, в свою очередь, зависит от вязкости растворителя, поэтому были выбраны вязкие растворители - глицерин и этиленгликоль. Использовались именно спектры анизотропии, а не поляризации, так как поляризация используется для характеристики источника излучения, когда свет направлен вдоль определенной оси, в то время как пространственное распределение флуоресценции немного отличается. Более точная рабочая формула для определения анизотропии флуоресценции имеет следующий вид:

$$r(\lambda) = \frac{I_{\parallel}(\lambda) - I_{\perp}(\lambda)}{I_{\parallel}(\lambda) + 2I_{\perp}(\lambda)}$$

Для квантово-химических расчетов использовалось программное обеспечение HyperChem. Сначала была оптимизирована равновесная геометрия исследуемой молекулы с помощью полуэмпирического метода AM1. Затем электронные переходы и их характеристики были рассчитаны методом ZINDO/S. Эмпирический параметр OWF (Overlap Weight Factor) изменялся так, чтобы достичь наилучшего соответствия между энергией рассчитанного первого электронного перехода и полученным экспериментальным значением.

Равновесная геометрия и распределение заряда в основном состоянии были рассчитаны с помощью метода DFT B3LYP (6-31G\*\*) в программе GAUSSIAN 03.

**Результаты и их обсуждение.** На рис. 2 приведены спектры поглощения, флуоресценции и возбуждения флуоресценции растворов основ стирилов, производных бензотиазола в ацетонитриле. Все спектры красителей нормированы на единицу, в то время, как в таблице 1 приведены экспериментально полученные характеристики спектров.

Из приведенных рисунков видно, что спектры поглощения практически совпадают со спектрами возбуждения, что свидетельствует о том, что центры поглощения являются центрами излучения.

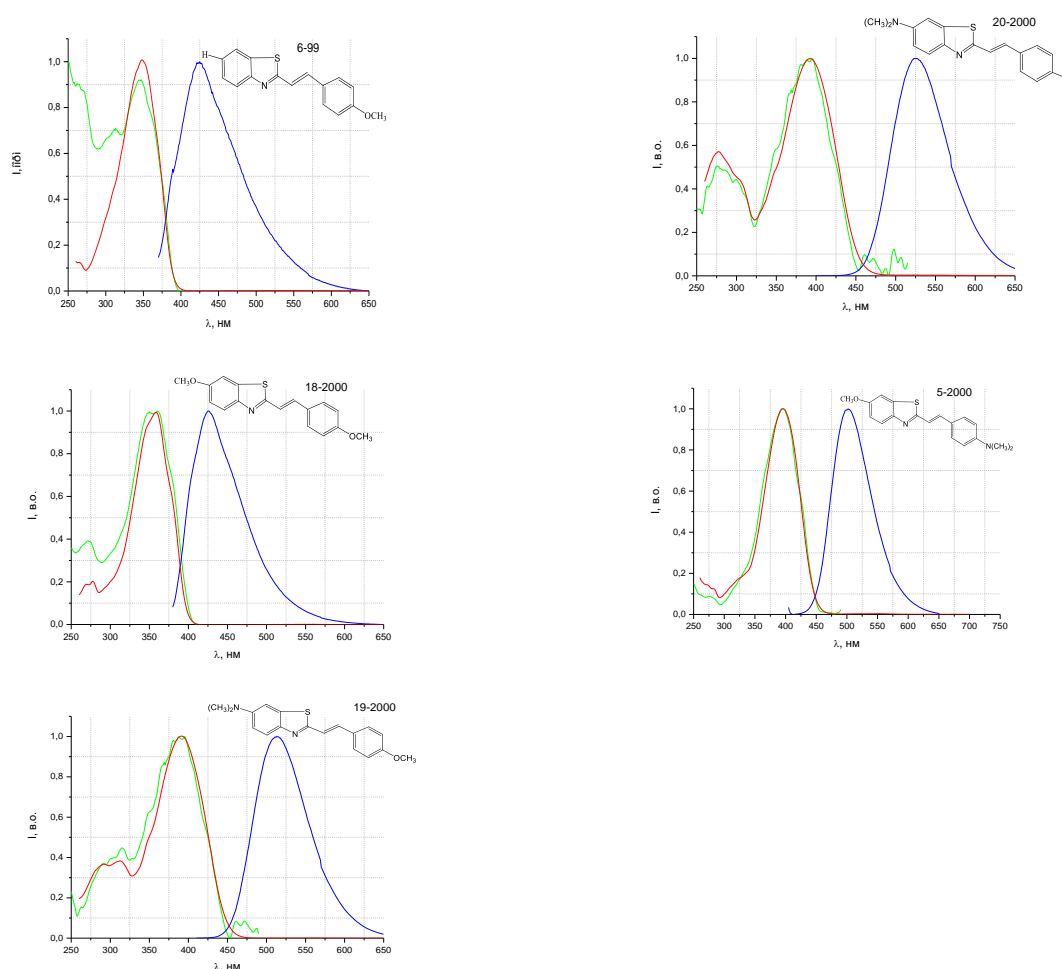
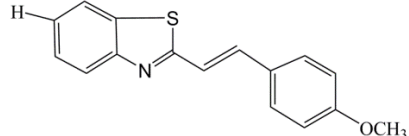
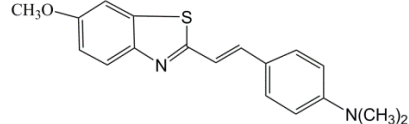
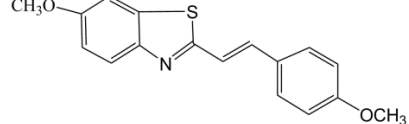
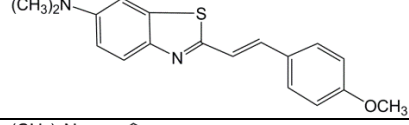
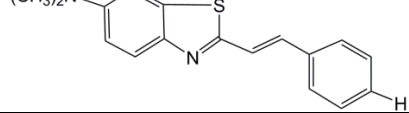


Рисунок 2 – Спектры поглощения (красная кривая), флуоресценции (синяя кривая) и возбуждения флуоресценции (зеленая кривая) основ стиролов, производных бензотиазола

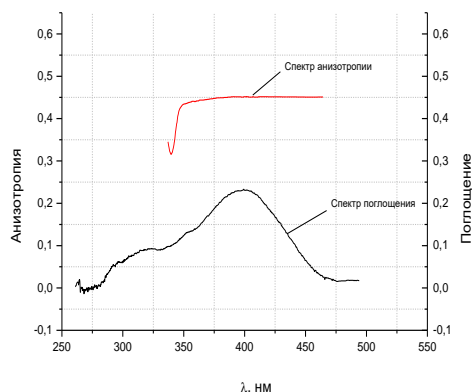
Таблица 1. Сравнительная характеристика интенсивностей флуоресценции и поглощения растворов красителей в ацетонитриле (концентрация  $10^{-5}$  М/л, напряжение на ФЭУ 495 В).

№	Формула	$\lambda_{\text{макс}}$ , нм	ФЛ I, а.о.	D, а.о.
6-99		423	1,922	0.17
5-2000		505	15,600	0,29
18-2000		426	3,893	0,16
19-2000		515	959,456	0,30
20-2000		527	816,081	0,28

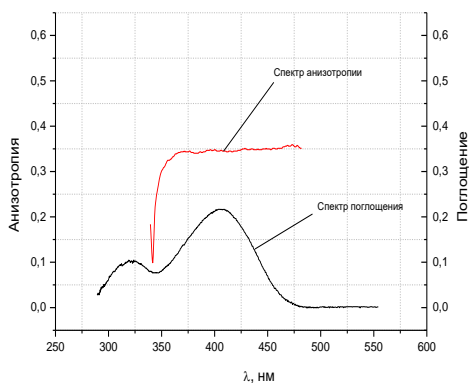
Молекулы 6-99, 5-2000, 18-2000 характеризуются низкой интенсивностью флуоресценции, в то время как 19-2000 и 20-2000 демонстрируют рост интенсивности излучения на 3 порядка. Высоколюминесцирующие красители содержат  $-N(CH_3)_2$  группу в фрагменте бензотиазола.

Исследуемые красители можно назвать линейными, так как они вытянуты в одном направлении. Для такого типа молекул первый электронный переход поляризован вдоль молекулы, а второй - перпендикулярно ему. То есть дипольные моменты перехода для этих электронных переходов направлены соответственно. Если положение первого электронного перехода можно определить из спектров поглощения флуоресценции, то положение второго – с помощью минимума (провала) в спектре анизотропии флуоресценции, при возбуждении образца поляризованным светом.

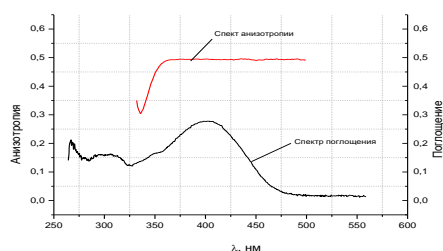
На рис.3 представлены спектры поглощения и анизотропии для основ стиролов, производных бензотиазола. Для метоксистиролов в спектрах анизотропии флуоресценции четкий минимум не был зафиксирован, а лишь постепенное снижение интенсивностей в сторону более коротких длин волн.



19-2000



5-2000



20-2000

Рисунок 3. Спектры поглощения (черная кривая) и анизотропии возбуждения флуоресценции (красная кривая) основ стиролов, производных бензотиазола

Дополнительно для интерпретации спектров поглощения были проведены квантово-механические расчеты. В основном состоянии программой Gaussian методом TD DFT (B3LYP с базисом 3-21G) были рассчитаны длины связей, углы, торсионные углы, заряды молекул. Все результаты проиллюстрированы рисунками, приведенными ниже, и собраны в соответствующие таблицы.

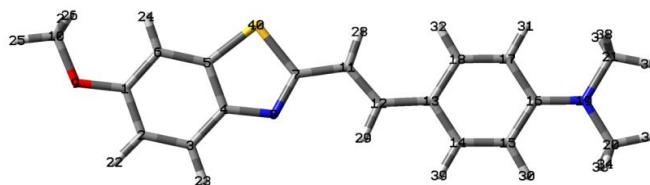


Рисунок 4 - структурная формула молекулы 5-2000. Цифрами обозначены номера атомов. Красным цветом обозначены атомы -O, синим -N, желтым -S, светло и темно серым -C, -H соответственно.

Таблица 2. Длины связей, углы, торсионные углы, заряды молекулы 5-2000 в основном состоянии. NA, NB, NC – номера атомов.

Номер атома	Атом	NA	NB	NC	Длина связи	Угол	Торсионный угол	Заряд
1	C							0.3265
2	C	1			1.4125			-0.2011
3	C	2	1		1.3816	121.0641		-0.1779
4	C	3	2	1	1.4039	119.6863	0.0000	0.2603
5	C	4	3	2	1.4202	118.8133	-0.0009	-0.2547
6	C	1	2	3	1.3950	120.3456	0.0000	-0.2530
7	C	4	3	2	2.2410	158.8975	-179.9919	0.0868
8	N	7	4	3	1.3101	35.1344	-0.0033	-0.6026
9	O	1	6	5	1.3861	124.5165	180.0000	-0.5508
10	C	9	1	6	1.4584	118.0338	0.0169	-0.3328
11	C	7	4	3	1.4432	161.4528	-0.0003	-0.2517
12	C	11	7	4	1.3526	121.8422	-0.0033	-0.1323
13	C	12	11	7	1.4535	127.5403	179.998	-0.0274
14	C	13	12	11	1.4097	119.3440	-179.9889	-0.1816
15	C	14	13	12	1.385	122.1120	179.9941	-0.2072
16	C	15	14	13	1.4166	121.0690	0.0004	0.3841
17	C	16	15	14	1.4198	116.9067	0.0057	-0.2018
18	C	17	16	15	1.3833	121.3753	-0.0071	-0.1906
19	N	16	15	14	1.3794	121.6306	-179.9960	-0.7224
20	C	19	16	15	1.4694	120.1188	-0.0436	-0.3724
21	C	19	16	15	1.4692	120.2898	179.9386	-0.3721
40	S	5	4	3	1.7472	109.6988	179.9975	0.3837



Результаты квантово-механических расчетов после оптимизации геометрии свидетельствуют о плоской структуре молекул, что является характерным для  $\pi$ -электронных сопряженных систем.

Таблица 3. Расчеты переходов для молекулы 5-2000 (TD FT(геометрия), TD DFT(B3LYP, базис 3-21G))

Переход	Молекула 5-2000		
	$\lambda$ , нм	$f$ , сила осциллятора	Основная конфигурация
$S_0 \rightarrow S_1$	380	1.508	0.98   H $\rightarrow$ L>
$S_0 \rightarrow S_2$	310	0.010	0.95   H-1 $\rightarrow$ L> 0.19   H-1 $\rightarrow$ L+3>
$S_0 \rightarrow S_3$	293	0.009	0.83   H-2 $\rightarrow$ L> 0.42   H $\rightarrow$ L+1>
$S_0 \rightarrow S_4$	283	0.024	0.40   H-4 $\rightarrow$ L> 0.88   H $\rightarrow$ L+2>
$S_0 \rightarrow S_5$	280	0.001	0.98   H-3 $\rightarrow$ L>
$S_0 \rightarrow S_6$	271	0.039	0.85   H $\rightarrow$ L+1>
$S_0 \rightarrow S_7$	267	0.000	0.96   H $\rightarrow$ L+4>
$S_0 \rightarrow S_8$	248	0.011	0.32   H $\rightarrow$ L+2> 0.65   H $\rightarrow$ L+3>
$S_0 \rightarrow S_9$	244	0.037	0.69   H-4 $\rightarrow$ L> 0.58   H $\rightarrow$ L+3>
$S_0 \rightarrow S_{10}$	238	0.186	0.90   H-5 $\rightarrow$ L> 0.21   H $\rightarrow$ L+5> 0.17   H $\rightarrow$ L+3>

Здесь H – HOMO (Highestoccupiedmolecularorbital) – высшая занятая молекулярная орбиталь (ВЗМО)

L – LUMO (Lowestunoccupiedmolecularorbital) – низшая вакантная молекулярная орбиталь (НВМО)

$f$  – сила осциллятора, пропорциональна интенсивности перехода.

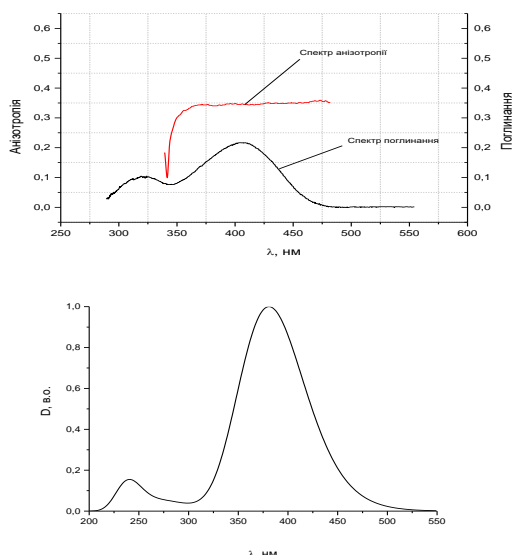


Рисунок 5. Сравнение экспериментального (слева) и теоретического (справа) спектров поглощения молекулы 5-2000

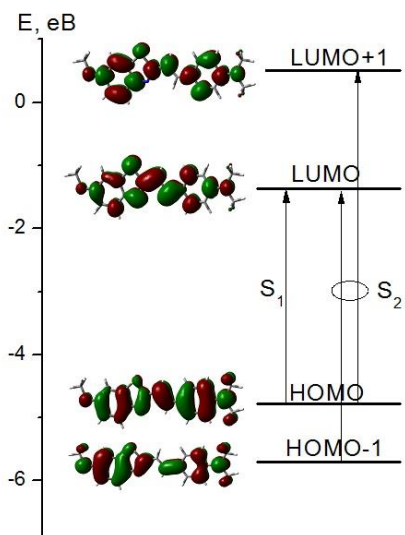


Рисунок 6. Диаграмма энергетических переходов и распределения плотности молекулярных орбиталей в молекуле 5-2000

Из рис.5 видно, что теоретический спектр поглощения условно повторяет экспериментальный спектр. Как показывают квантово-механические расчеты,

коротковолновая полоса поглощения соответствует переходу  $S_0 \rightarrow S_{10}$ , в то время как переход во второе высшее возбужденное состояние  $S_0 \rightarrow S_2$  теоретически лежит в области 310 нм и является низкоинтенсивным. Ему соответствует минимум между двумя пиками в спектре поглощения.

Эти расчеты хорошо коррелируют с экспериментальным спектром анизотропии возбуждения флуоресценции. Кривая анизотропии остается постоянной при неизменной поляризации перехода. Второй энергетический переход в плоских линейных полиметиновых красителях поляризован перпендикулярно первому переходу [13], то есть переход  $S_0 \rightarrow S_2$  наблюдается при длине волны, соответствующей минимуму на кривой анизотропии и лежит в области 340 нм.

Аналогичные расчеты проведены и для всех остальных молекул. Анализ результатов, их сравнение для основ стиролов и оксистиролов – производных бензотиазола с различными концевыми группами позволили сделать следующие выводы.

#### **Заключение.**

Охарактеризованы основы производных бензотиазола с помощью методов оптической спектроскопии с одновременным привлечением квантово-механических расчетов.

Получено удовлетворительное согласование между результатами эксперимента и теоретическими расчетами, полученными с использованием математического пакета GAUSSIAN спектров поглощения в исследуемых красителях

Продемонстрирован новый подход в определении положения высших возбужденных состояний линейных полиметиновых красителей с помощью измерения спектров анизотропии возбуждения флуоресценции в случаях низкой интенсивности флуоресценции из высших возбужденных состояний. Точное расположение перехода во второе высшее возбужденное состояние можно найти с помощью методов временно-разрешающей спектроскопии.

#### **Список использованной литературы:**

1. Deligeorgiev et al. Styryl dyes – synthesis and applications during the last 15 years// Color. Technol. 2010. Vol. 126, P 55–80
2. Кондратенко П.О., Лопаткин Ю.М. Одно- та двоквантови процеси в твердых розчинах барвників. - Физика и химия твердого тела, 2004, т.5, №3, С.474-480.
3. Кондратенко П.А., Максимюк В.А., Танцора Л.Я. Двухквантовые процессы в метиленовом голубом в фототермопластической среде. - Хим. Физика, 1983. №7. С. 955- 962
4. Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Нелинейные оптические явления в органических соединениях. - Киев: Наукова думка. 1979. – 384 с.
5. Бондар М.В., Пржонская О.В., Резниченко А.В., Тихонов Е.А. Фотостойкость лазерных красителей в полиуретане при возбуждении светом различной интенсивности. - Оптика и спектроскопия, 1987. – т.12.вып.6. – с.1351-1355.
6. Sohrot N, Agrawal M (October 25, 2023) Advancement of Near Infrared-II Organic Dyes in Bioimaging. Cureus 15(10): e47617. DOI 10.7759/cureus.47617
7. DegnetMeleseDereje · Carlotta Pontremoli · Maria Jesus Moran Plata Sonja VisentinNadia Barbero. Polymethine dyes for PDT: recent advances and perspectives to drive future applications. Photochemical&PhotobiologicalSciences (2022) 21:397–419. <https://doi.org/10.1007/s43630-022-00175-6>
8. Lakowicz J.R., Principles of Fluorescence Spectroscopy Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 1999.
9. Negres R.A., Przhonska O.V., Hagan D.J., Van Stryland E.W., Bondar M.V., Slominsky Yu.L., Kachkovski A.D., IEEE J. Selected Topics Quantum Electron. 7 (2001), 849–863.
10. Lepkowicz R.S., Przhonska O.V., Hales J.M., Hagan D.J., Van Stryland E.W., Bondar M.V., Slominsky Yu.L., and Kachkovski A.D. Excited-state absorption dynamics in polymethine dyes detected by polarization-resolved pump-probe measurements. - Chem. Phys. 286, 277–291 (2003).

11. Przhonska O.V., Padilha L.A., Hagan D.J., Van Stryland E.W., Belfield K.D., Bondar M.V, Slominsky Yu.L. and Kachkovski A.D. Two-photon anisotropy: analytical description and molecular modeling for symmetrical and asymmetrical organic dyes. - Chem. Phys. 321, 257–268 (2006).
12. Przhonska O., Webster S., Padilha L., Hu H., Kachkovski A., Hagan D., Stryland E.V. Advanced Fluorescence Reporters in Chemistry and Biology I: Fundamentals and Molecular Design, Springer Series in Fluoresce, vol. 8, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010, p. 105.
13. Bricks J.L. et al. Studies of 2-azaazulenium derivatives: - 3: The nature of electron transitions and spectral properties of styryl dyes containing terminal groups of different types. // J. Mol. Struct. – 2012. – P. 215-226.

## ON PROPERTIES OF LONG-SURVIVING DISCRETE-TIME STOCHASTIC BRANCHING SYSTEMS

**A.A. Imomov**

Karshi State University, f-m.f.d.

ORCID:0000-0003-1082-0144

[imomov\\_azam@mail.ru](mailto:imomov_azam@mail.ru)

**Y.E. Ibrohimova**

Karshi State University, Intern-researcher

ORCID:0009-0003-9870-6086

[yorqinoyibrohimova2@gmail.com](mailto:yorqinoyibrohimova2@gmail.com)

UDK 519.218.2

**Abstract.** This article considers a discrete-time long-surviving branching process. This process is defined by a simple Galton-Watson branching process under the non-extinction of its trajectory in the remote future and called the long-surviving branching process. We will be assured the mean per capita number of offspring in branching processes is a basic evolution parameter of the long-surviving branching process. The principal aim is to investigate the asymptotic properties of this process. We investigate asymptotic properties of transition probabilities and their convergence to stationary measures. We can conclude that the long-surviving branching process may be replaced by a branching process allowing immigration with an "immortal particle". This fact will be used essentially in our research. In particular, we find a limit to the joint distribution of generation sizes and total states of long-surviving.

**Keywords and phrases.** Branching processes; long-surviving; immortal particle; Markov chain; transition probabilities; stationary measures.

## UZOQ UMR KO‘RUVCHI DISKRET VAQTLI STOXAСТИK TARMOQLANUVCHI JARAYONLARNING XUSUSIYATLARI

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada uzoq umr ko‘ruvchi tarmoqlanuvchi jarayonni ko‘rib chiqiladi. Bu jarayon kelgusi uzoq davr mobaynida uning trayektoriyasini yo‘qotmaslik sharti ostidagi oddiy Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayoni hisoblanadi va uzoq umr ko‘ruvchi tarmoqlanuvchi jarayon deyiladi. Biz ishonch hosil qilishimiz mumkinki, jon boshiga nasl qoldirishning o‘rtacha qiymati ushbu jarayonning asosiy parametridir. Asosiy maqsad ushbu jarayonning asimptotik xususiyatlarini o‘rganishdir. Biz o‘tish ehtimolining asimptotik xususiyatlarini va uning stasionar o‘lchovlarga yaqinlashishini tekshiramiz. Xulosa qilishimiz mumkinki, uzoq umr ko‘ruvchi tarmoqlanuvchi jarayonni "o‘lmas zarracha" bilan immigratsiyaga imkon beruvchi tarmoqlanuvchi jarayon bilan almashtirish mumkin. Ushbu faktdan tadqiqotimizda foydalaniladi.

**Kalit so‘zlar va iboralar.** Tarmoqlanuvchi jarayonlar; uzoq umr ko‘ruvchi; o‘lmas zarracha; Markov zanjiri; o‘tish ehtimoli; stasionar xususiyat.

**1.Introduction and preliminaries.** The theory of Branching Stochastic Processes is a suitable model for many problems of the natural and technical phenomena connected with population growth. There are numerous Branching Process models. The simplest Branching Process is the discrete-time Galton-Watson Process (GWP), in which the sequence of generation numbers defines the homogeneous Markov chain, and the reproduction law of each particle is independent of time and other particles. Many Branching Process models are generalizations of the definition of GWP.

One interesting extension of GWP is the long-surviving branching process. The long-surviving branching processes are defined by GWP under the conditioning of non-extinction of its trajectory in the remote future. During the investigation, we discover a deeper connection between the long-surviving branching process and Galton-Watson Branching Process allowing Immigration (GWPI) with an “immortal particle”.

The article is organized in the following way. The current Section contains the preliminary discussions concerning the long-surviving branching process and its connection with GWPI. Section 2 describes limit theorems for population sizes and asymptotic properties of transition probabilities of the long-surviving branching process. Finally, in Section 3 we find out a limit of the joint distribution of generation sizes and total states of long-surviving branching process.

**1.1. On long-surviving branching process.** Let a random variable  $Z_n$  denote the population size of the  $n$  th generation in GWP at an instant  $n \in \mathbf{N}_0$ , and let  $\mathbf{P} Z_0 = 1 = 1$ . This variable can be defined by independent, nonnegative, integer-valued random variables  $\xi_{nk}, n, k \in \mathbf{N}$  recursively as

$$Z_n = \sum_{k=1}^{Z_{n-1}} \xi_{nk}.$$

The variables  $\xi_{nk}$  will be interpreted as the offspring number of the  $k$ -th individual in the  $n - 1$ -th generation. All offspring random variables  $\xi_{nk}$  have a common distribution law for all  $n$  and  $k$ . Designate  $p_k = \mathbf{P} Z_1 \equiv \xi_{11} = k \in \mathbf{N}_0$  the reproduction law of offspring of one particle and assume  $p_0 > 0$ ,  $p_0 + p_1 \neq 1$ . Define a probability generating function (GF)  $F(x) := \sum_{k \in \mathbf{N}_0} p_k x^k$  on the set of  $|x| < 1$ . In this interpretation  $m := \mathbf{E}Z_1 = F'(1)$  denotes the mean number of offspring of a single individual. It is known, that GF  $F_n(x) := \mathbf{E}x^{Z_n}$  is determined by the functional iteration of  $F(x)$ :  $F_{n+k}(x) = F_k(F_n(x))$  for  $n, k \in \mathbf{N}$ . The sequence of generations' numbers

$Z_n, n \in \mathbf{N}$  is a homogeneous Markov chain with state space on  $\mathbf{N}_0$  and these states depend on the parameter  $k$ ; see, e.g. [1].

It is known that in cases when  $m < 1$  and  $m = 1$  the trajectory of GWP is die out asymptotically. Accordingly, in these cases, the properties of GWP are investigated traditionally on nonzero trajectories. The classical instance in this context is appliance of conditioning of degenerating trajectory of process at present situation time. Assume the trajectory of GWP is not degenerated on the instant  $n + k$ , that is and the second moment  $F''(1)$  is finite. Introduce the conditional distribution

$$S_{n,k}(x) := \mathbf{P} \left\{ \frac{2Z_n}{F''(1)n} < x \mid Z_{n+k} > 0 \right\}. \quad [13]$$

has proved that if  $m = 1$  and the second moment  $F''(1) < \infty$ , then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_{n,k}(x) = 1 - e^{-x}, \quad x > 0.$$

Investigations show that treating the conditioning of not-extinction in the remote future  $Z_\infty > 0$  instead of fundamental conditioning  $Z_n > 0$  delivers a new limit distribution law discrepant from the classical one (e.g. qua conditioning distribution of  $Z_n$  under  $Z_\infty > 0$  we mean  $\mathbf{P} Z_n | Z_\infty > 0 = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P} Z_n | Z_{n+k} > 0$ ). So, [3]a pointed out that under the same conditions, the following result holds:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} S_{n,k}(x) = 1 - e^{-x} - xe^{-x}, \quad x > 0.$$

The last distribution function is Erlang law and we see this is an asymptote of distribution

$$\mathbf{P} \left\{ \frac{2W_n}{F''(1)n} < x \right\}$$

of stochastic process  $W_n, n \in \mathbf{N}_0$ , defined by transition probabilities

$$\begin{aligned} Q_{ij}^{(n)} &= \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P} Z_{n+l} = j | Z_l = i, Z_{n+l+k} > 0 \\ &= \mathbf{P} Z_{n+l} = j | Z_l = i, Z_\infty > 0 \end{aligned}$$

for  $i, j, l \in \mathbf{N}$ .

**Literature reviyew.** Lately, the condition  $Z_\infty > 0$  has been treated in [8], [9], [10], [11], [2], [3], [6] [1, pp. 56–60] has been proved, that for all values of parameter  $m$  the transition probabilities  $Q_{ij}^{(n)}$  are a form of

$$Q_{ij}^{(n)} = \frac{jq^{j-i}}{i\beta^n} \mathbf{P} Z_{n+k} = j | Z_k = i. \quad (1.1)$$

Where  $q$  is the extinction probability of GWP, which is the smallest root of the equation  $x = F(x)$  on the set of  $x \in 0;1$  and  $\beta := F'(q)$ . The stochastic process

$W_n, n \in \mathbf{N}_0$  defined by GWP under conditioning of  $Z_\infty > 0$  is called by [1, pp. 56–60] the *long-surviving branching process*. The variable  $W_n$  is interpreted as the state of a long-surviving branching process at an instant  $n$ .

**Research Methodology.** Thus the long-surviving branching process  $W_n, n \in \mathbf{N}_0$  is a homogenous Markov chain with zero state  $W_0 = 1$  and transition probabilities  $Q_{ij}^{(n)}, i, j \in \mathbf{N}$  defined by (1.1), that is

$$\mathbf{P} W_{n+k} = j | W_k = i = Q_{ij}^{(n)}. \quad (1.2)$$

We know that this chain is transient if  $m = 1$  and positive recurrent if  $m \neq 1$ . In the positive recurrent case, the stationary measures exist. Moreover “as in the GWP, the case  $m = 1$  plays a special role in the long-surviving branching process. Due to its transience,  $W_n \rightarrow \infty$  with probability 1”; see [1, p. 59].

Further, we need the GF

$$W_n^{(i)}(x) := \sum_{j \in \mathbf{N}} Q_{ij}^{(n)} x^j.$$

It follows from the branching property that

$$\sum_{j \in \mathbf{N}_0} \mathbf{P} \{ Z_{n+k} = j | Z_k = i \} x^j = F_n(x)^i.$$

Seeing this and (1.2) we have the following lot of equalities:

$$\begin{aligned} W_n^{(i)}(x) &= \sum_{j \in \mathbf{N}} \frac{j q^{j-i}}{i \beta^n} \mathbf{P} \{ Z_{n+k} = j | Z_k = i \} x^j \\ &= \frac{q^{1-i} x}{i \beta^n} \sum_{j \in \mathbf{N}} \mathbf{P} \{ Z_{n+k} = j | Z_k = i \} j q x^j \\ &= \frac{q x}{i \beta^n} \frac{\partial}{\partial s} \left[ \left( \frac{F_n(s)}{q} \right)^i \right]_{s=qx}. \end{aligned}$$

From here we obtain

$$W_n^{(i)}(x) = \left[ \frac{F_n(qx)}{q} \right]^{i-1} W_n(x), \quad (1.3)$$

where the GF  $W_n(x) := W_n^{(1)}(x) = \mathbf{E} \left[ x^{W_n} | W_0 = 1 \right]$  has a form

$$W_n(x) = x \frac{F'_n(qx)}{\beta^n}, \quad n \in \mathbf{N}. \quad (1.4)$$

We know that  $q - F_n(x) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ , therefore in view of (1.3) is sufficient to investigate the GF  $W_n(x)$ . It specifies that distribution bulk goes to  $Q_{1j}^{(n)}$  at infinite growing of generations' number. Using (1.3) and iterating  $F(x)$ , we obtain the following basic functional representation:

$$W_{n+1}^{(i)}(x) = \frac{W(x)}{W_0 \left( \frac{F(qx)}{q} \right)} W_n^{(i)} \left( \frac{F(qx)}{q} \right), \quad (1.5)$$

where  $W_0(x) = x$ .

We see that the evolution law of the long-surviving branching process is completely given by defining the GF

$$W(x) := W_1(x) = x \frac{F'(qx)}{\beta},$$

that has a finite first moment  $\alpha = W'(1) = 1 + qF''(q)/\beta$ .

By differentiating (1.4) we can find out the mean of the variable  $W_n$  in the form of

$$\mathbf{E} W_n = \begin{cases} \alpha - 1 & n + 1, & m = 1, \\ 1 + \gamma & 1 - \beta^n, & m \neq 1, \end{cases} \quad (1.6)$$

where  $\gamma := \alpha - 1 / 1 - \beta$ .

**1.2. Long-surviving branching processes GWPI.** By iterating  $F(x)$ , the GF  $W_n(x)$  may be written as

$$W_n(x) = x \prod_{k=0}^{n-1} G(F_k qx) \quad (1.7)$$

where

$$G(x) = \frac{F' qx}{\beta}.$$

It is easy to see that GF given by (1.7) is comparable following a special random sum of random variables:

$$W_0 = 1, \quad W_{n+1} = 1 + \sum_{k=1}^{W_n-1} \zeta_{n+1k} + \eta_{n+1}. \quad (1.8)$$

Where  $\zeta_{nk}$  are the independent, nonnegative, integer-valued random variables with common GF  $F qx / q$  for all  $n$  and  $k$ . And  $\eta_n$  are the random variables with  $\mathbf{E}x^{\eta_n} = G(x)$ .

In pursuance of the last reasoning, we can conclude that the long-surviving branching process may be replaced by following the Branching Process. In the beginning, there is one particle. Process evolution starts with the stream of the immigrating particles whose emergence intensity law is originated by GF  $G(x)$ . The particles-immigrants have arrived in the population further undergo to transformations with the distribution law obeyed by the GF  $F qx / q$ . Besides the initial particle does not disappear and does not breed. This “immortal particle” is present throughout the evolution of the process.

So we are assured that the state of the long-surviving branching process  $W_n$  may be described by the special form of a random sum of random variables (1.8).

Sometimes putting  $\bar{W}_n = W_n - 1$  the relation (1.8) we write down in the form of

$$\bar{W}_n = \sum_{k=1}^{\bar{W}_{n-1}} \zeta_{nk} + \eta_n. \quad (1.9)$$

We see that the sequence  $\bar{W}_n, n \in \mathbf{N}_0$  is nothing but a GWPI with zero state  $\bar{W}_0 = 0$  and transition probabilities

$$\bar{Q}_{ij}^{(n)} := \mathbf{P} \bar{W}_{n+k} = j | \bar{W}_k = i = Q_{i+1, j+1}^{(n)}.$$

Besides particles' reproduction law in “internal” GWP without immigration  $\bar{Z}_{n+1} = \sum_{k=1}^{\bar{Z}_n} \zeta_{nk}$  obeys the GF  $\mathbf{E}x^{\zeta_n} = F qx / q$  and the arrival intensity of particles-immigrants is regulated by  $G(x)$ . In other words, the variables  $\zeta_{nk}$  are interpreted as the offspring number of the  $k$ th individual in the  $n - 1$ th generation and  $\eta_n$  is the immigrating particles number into the population in the instant  $n$ ; see C.Heatcote (1965), A.Pakes (1971b). In concordance with the definition of GWPI, we note that the GF

$$\bar{W}_n^{(i)}(x) := \sum_{j \in \mathbf{N}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} x^j$$

takes place the relations same (1.3) and (1.5).

Thus, the research on asymptotic properties of GWP may be reduced to studying of corresponding properties of GWPI. The theory of GWPI has been well enough investigated since [4], to which all appearances belong the prime results of this theory. Therefore in further research, we essentially will base on the known properties of GWPI.

**Remark 1.1.** The GWPI  $\bar{W}_n$ ,  $n \in \mathbf{N}_0$  may not be supercritical. Really, the mean of one particle in the “internal” process  $\bar{Z}_n$ ,  $n \in \mathbf{N}_0$  is

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{F(qx)}{q} \right]_{x=1} = \begin{cases} 1 & , \quad m = 1, \\ \beta < 1 & , \quad m \neq 1. \end{cases} \quad (1.10)$$

**Results and Discussion.** In this section we investigate asymptotical properties of long-surviving branching process. As it has been told above we use the corresponding properties of processes with immigration.

We consider the GWPI defined by relation (1.9) instead of the long-surviving branching process. At first, let  $m = 1$ . In this case  $q = 1$  and therefore  $\beta = 1$ . [10]. has proved that in general  $G(x)$  the variable  $\bar{W}_n/n$  tends in distribution to a random variable having the density function

$$p(t) = \frac{1}{G'(1)\Gamma(\sigma)} \left( \frac{t}{G'(1)} \right)^{\sigma-1} e^{-\frac{t}{G'(1)}}, \quad t > 0,$$

where  $\Gamma(x)$  is Gamma function and  $\sigma = 2G'(1)/F''(1)$ . Note that in our case  $G(x) = F'(x)$ ,  $\sigma = 2$  and  $W_n(x) = x\bar{W}_n(x)$ . Remember that  $W_n(x)$  is defined by (1.2) and

$$\bar{W}_n(x) = \mathbf{E} \left[ x^{\bar{W}_n} \mid \bar{W}_0 = 0 \right] = \prod_{k=0}^{n-1} F'(F_k(x)).$$

Thence keeping designations we directly receive above mentioned Harris' result.

**Theorem 2.1.** Let  $m = 1$  and  $\alpha < \infty$ . Then for all  $x > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P} \left\{ \frac{W_n}{\mathbf{E} W_n} \leq x \right\} = 1 - e^{-2x} - 2xe^{-2x}.$$

We note that this theorem in [1, pp. 59–60] was proved by using a consequence of Helly's theorem.

In another paper [11] proved that the limit  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^\sigma \bar{W}_n^{(i)}(x)$  exists. The direct consequence of this statement is the following theorem.

**Theorem 2.2.** Let  $m = 1$  and  $\alpha < \infty$ . Then

$$n^2 W_n^{(i)}(x) = \mu(x) (1 + o(1)), \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.1)$$

Here limiting GF  $\mu(x) = \sum_{k \in \mathbf{N}} \mu_k x^k$  satisfies the functional equation

$$W(x) \mu(F(x)) = W_0 F(x) \mu(x). \quad (2.2)$$



Nonnegative numbers form the stationary measures for long-surviving branching process.

Moreover  $\sum_{j \in \mathbf{N}} \mu_j = \infty$  and

$$n^2 Q_{ij}^{(n)} = \mu_j (1 + o(1)), \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.3)$$

In this theorem, the relation (2.2) directly follows from the basic functional equation (1.5). Repeatedly using it we write down  $\sum_{j \in \mathbf{N}} \mu_j = \infty$ . Equality (2.3) is a consequence of (2.1).

It is known that in proofs of conditioning limit theorems of the theory of critical GWP, an important role plays the conditional GF

$$g_n(x) := \sum_{j \in \mathbf{N}} \mathbf{P} \{Z_n = j | Z_n > 0\} x^j = 1 - \frac{R_n(x)}{\mathbf{P} \{Z_n > 0\}}, \quad (2.4)$$

in which the central place occupies function  $R_n(x) := 1 - F_n(x)$ . Thus and so the asymptotic expansion

$$R_n(x) \sim \frac{1-x}{\frac{F''(1)n}{2}(1-x)+1}, \quad n \rightarrow \infty, \quad (2.5)$$

is called the *basic lemma* of the theory of critical GWP. As we see below in theory long-surviving branching processes needed for the asymptotic expansion of function  $R'_n(x)$ . This expansion we obtain on the small neighborhood of point  $x = 1$ . The following result holds.

**Lemma 2.1.** *Let  $m = 1$  and  $\alpha < \infty$ . Then in the small neighborhood of point  $x = 1$  ( $x \rightarrow 1$ ) the relation*

$$R'_n(x) \sim -g_n^2(x), \quad n \rightarrow \infty \quad (2.6)$$

holds, where the GF  $g_n(x)$  is defined by (2.4).

**Remark 2.1.** One of the simple applications of Lemma 2.1 is it is useful in the proof of Yaglom limit theorem by Stein-Tikhomirov method (STM). The Laplace transform (LT)

$$\varphi_n(\theta) := \mathbf{E} \left[ e^{-\theta Z_n / F''(1)n} | Z_n > 0 \right]$$

we write down in the form of  $\varphi_n(\theta) = 1 - R_n(\theta) / R_n(0)$  and in the respect that (2.4)–(2.6) we have

$$\varphi'_n(\theta) \sim -g_n^2(\theta_n) = -\varphi_n^2(\theta), \quad n \rightarrow \infty, \quad (2.7)$$

where  $\theta_n := \exp \{-2\theta / F''(1)n\}$ ,  $\theta > 0$ . We know that LT of exponential law is the solution of an equation  $\varphi'(\theta) + \varphi^2(\theta) = 0$  with initial condition  $\varphi(0) = 1$ . Therefore, in accordance with STM the relation (2.7) implies

$$\varphi_n(\theta) \rightarrow \frac{1}{1+\theta}, \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.8)$$

It is equivalent to the assertion of the theorem.

**Remark 2.2.** Due to Lemma 2.1, we can receive a new proof of Theorem 2.1. Really, by means of (1.4) the LT of variable  $W_n / \mathbf{E} W_n$  we rewrite in the form of

$\psi_n(\theta) = -\Theta_n R'_n(\Theta_n)$ , with  $\Theta_n := \exp -\theta/\mathbf{E}W_n$ ,  $\theta > 0$ . Seeing (1.6) we perceive that  $\Theta_n = \theta_n^{-1/2}$ . Then by virtue of (2.6) and (2.7) we have

$$\psi_n(\theta) \sim \varphi_n^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad n \rightarrow \infty.$$

From this and (2.8) come out

$$\psi_n(\theta) \rightarrow \frac{1}{\left[1 + \frac{\theta}{2}\right]^2}, \quad n \rightarrow \infty.$$

The last LT corresponds to the Erlang density  $4xe^{-2x}$  of the first order obtained from a composition of two exponential laws with the same parameter  $\lambda = 2$ .

Now by using Lemma 2.1, we obtain the following theorem.

**Theorem 2.3.** *Let  $m = 1$  and  $\alpha < \infty$ . Then for the stationary measures  $\mu_n$ ,  $n \in \mathbf{N}$  the following relation is true:*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = \frac{2}{\alpha - 1}.$$

In the case  $m \neq 1$ , we observe absolutely another effect rather than the case  $m = 1$ . Namely, the following theorem holds.

**Theorem 2.4.** *Let  $m \neq 1$  and  $\alpha < \infty$ . Then*

$$W_n^{(i)}(x) = \pi(x) 1 + o(1), \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.9)$$

Here limiting GF  $\pi(x) = \sum_{k \in \mathbf{N}} \pi_k x^k$  satisfies the functional equation

$$W(x)\pi\left(\frac{F(qx)}{q}\right) = W_0\left(\frac{F(qx)}{q}\right)\pi(x). \quad (2.10)$$

Nonnegative numbers  $\pi_n$ ,  $n \in \mathbf{N}$  form the stationary distribution for long-surviving.

Transition probabilities are a form of

$$Q_{ij}^{(n)} = \pi_j 1 + o(1), \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.11)$$

Moreover  $\pi'(1) = 1 + \gamma$ , where  $\gamma$  is defined by (1.6).

**Proof.** We will be convinced of convergence of GF  $W_n(x)$  referring to [1, pp. 38–40], where a convergence of  $\lim_{n \rightarrow \infty} R'_n/\beta^n$  was proved. Let  $\pi(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} W_n(x)$

and as  $\lim_{n \rightarrow \infty} W_n^{(i)}(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} W_n(x)$ , we have (2.9) and the functional equation (1.5) leads us to (2.10). Repeatedly using this formula, we obtain

$$\pi(x) = \frac{W_n(x)}{W_0\left(\frac{F_n(qx)}{q}\right)} \pi\left(\frac{F_n(qx)}{q}\right). \quad (2.12)$$

Now let the GF has a power series expansion  $\pi(x) = \sum_{k \in \mathbf{N}} \pi_k x^k$ . Then in accordance with (1.3) and (2.12), we write down the following equalities:

$$\begin{aligned}
\sum_{j \in \mathbb{N}} \pi_j x^j &= \sum_{i \in \mathbb{N}} \pi_i \left[ \frac{F_n(qx)}{q} \right]^{i-1} W_n(x) \\
&= \sum_{i \in \mathbb{N}} \pi_i W_n^{(i)}(x) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \pi_i \sum_{j \in \mathbb{N}} Q_{ij}^{(n)} x^j \\
&= \sum_{j \in \mathbb{N}} \sum_{i \in \mathbb{N}} \pi_i Q_{ij}^{(n)} x^j.
\end{aligned}$$

Equating here the coefficients at  $x^j$  is obtained the equation true to the type of stationary measures

$$\pi_i = \sum_{j \in \mathbb{N}} \pi_j Q_{ji}^{(n)}.$$

Again by means of (2.9) and (2.12), it is easy to see  $\pi F_n(qx)/q \sim F_n(qx)/q$  as  $n \rightarrow \infty$ . Hence assertion  $F_n(qx)/q \rightarrow 1$  and continuity of  $\pi(x)$  entails  $\pi(1) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \pi_i = 1$ .

The relation (2.11) is the direct consequence of (2.9). To prove  $\pi'(1) = 1 + \gamma$  it is sufficiently to differentiate of (2.10) in a point of  $x = 1$ , by considering at that (1.9).

The theorem proof is completed.

**Conclusion.** In based on the above, we conclude that the long-surviving branching process may be replaced by a branching process allowing immigration with an "immortal particle". This fact be used essentially in our research. In particular, we find a limit to the joint distribution of generation sizes and total states of long-surviving.

### References:

1. Athreya K.B. and Ney P.E. Branching processes, **1972**, Springer, New York
2. Imomov A. A. On a Markov analogue of continuous-time Q-Process. Theory Prob. and Math. Stat., 2012, 84, 57-64.
3. Harris, T.E. Some mathematical models for branching processes. Proceedings of 2nd Berkeley Symposium: Mathematical Statistics and Probability, **1951**, pp.305-328.
4. Heatcote C.R. A branching process allowing immigration. Journal of the Royal Statistical Society, 27(1), **1965**, pp.138-143.
5. Imomov A.A. Some Discussion on Behaviors of Markov Q-Process. Jour. Stat. Appl. And Prob., **2015**, 4(2), USA, 231-238
6. Imomov A.A. Some asymptotical behaviors of Galton-Watson branching processes under condition of non-extinctivity of its remote future. Abstracts of Comm. of 8<sup>th</sup> Vilnius Conference: Probab. Theory and Math. Statistics, Vilnius, Lithuania, **2002**, p.118.
7. Imomov A.A. Q-process the Galton-Watson Branching Processes with Immigration. Proceedings of IX FAMET Conference: Financial and Actuarial Mathematics and Eventology of Technology, Krasnoyarsk, Russia, **2010**, pp.148-152. (Russian)
8. Lamperti, J. and Ney, P.E. Conditioned branching processes and their limiting diffusions. Theory of Probability and its Applications, 13, **1968**, pp.126-137.
9. Pakes A.G. Some limit theorems for the total progeny of a branching process. Advances in Applied Probability, 3, **1971**(a), pp.176-192.
10. Pakes A.G. On the critical Galton-Watson process with immigration. Journal of Australian Mathematical Society, 4, **1971**(b), pp.476-482.
11. Pakes A.G. Further results on the critical Galton-Watson process with immigration. Journal of Australian Mathematical Society, 13, **1972**, pp.277-290.
12. Pakes A.G. Revisiting conditional limit theorems for the mortal simple branching process. Bernoulli, 5(6), **1999**, pp.969-998.
13. Yaglom, A.M. Some limit theorems of the theory of branching random processes. Reports of Academy of Sciences of USSR, 13(8), **1947**, pp.795-798. (Russian)

## ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ ОТ БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

**Х.М.Шадиметов**

Ташкентский государственный транспортный университет,  
институт математики имени Романовского, профессор

**О.Х.Гуломов**

институт математики имени Романовского,  
НИУ Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», доцент

[kholmatshadimetov@mail.ru](mailto:kholmatshadimetov@mail.ru), [otabek10@mail.ru](mailto:otabek10@mail.ru)

ORCID 0009-0004-9346-4759

UDK 519.644

**Аннотация:** Необходимость в вычислении таких интегралов возникает при решении многих классов задач вычислительной и прикладной математики, таких как краевые задачи для уравнения в частных производных, автоматическое регулирование, цифровая обработка сигналов, моделирование оптических систем и синтезированных голограмм, распознавание образов, в задачах ядерной физики и других.

В настоящей работе методом периодизации функций будут построены оптимальные квадратурные формулы типа Эрмита в пространствах, где вторые производные суммируемые с квадратами. Для этого используются оптимальные квадратурные формулы в пространствах периодических функций.

Кроме того, будут получены точные верхние оценки построенных оптимальных квадратурных формул для приближенного вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.

**Ключевые слова:** функциональные погрешности, оптимальная квадратурная формула, оптимальные коэффициенты, сплайн интерполяция, узлы квадратурной формулы, периодические функции.

**Annotatsiya.** Bunday integrallarni hisoblash zarurati hisoblash va amaliy matematikaning ko‘plab masalalarini yechishda, masalan, xususiy differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni, raqamli signallarni qayta ishlashni avtomatik boshqarishda, optik tizimlarni va sintezlangan gologrammalarni modellashtirishda, qoliplarni aniqlashda, yadro fizikasi va boshqa masalalarni hal qilishda qo‘llaniladi.

Ushbu ishda funksiyalarni davriylashtirish usulidan foydalangan holda, ikkinchi tartibli hosilalari kvadrati bilan jamlanadigan funksiyalar fazosida Ermit tipidagi optimal kvadratura formulalari quriladi. Buning uchun davriy funksiyalar fazolaridagi optimal kvadratura formulalaridan foydalaniladi.

Bundan tashqari, tez tebranuvchi funksiyalarning integrallarini taqribiy hisoblash uchun qurilgan optimal kvadratura formulalarining aniq yuqori chegaralari olinadi.

**Kalit so‘zlar:** Xatolik funksionali, optimal kvadratur formula, optimal koeffitsiyentlar, spline interpolatsiyasi, kvadratura formulasining tugunlari, davriy funksiyalar.

**Введение.** Рассматриваются методы вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций вида

$$I(\omega) = \int_a^b f(x) e^{i\omega x} dx, \quad (1.1)$$

$$I[f, g] = \int_a^b f(x) e^{i\omega g(x)} dx, \quad (1.2)$$

$$I(t, \omega) = \int_0^{+\infty} e^{-t^2} J_\nu(\omega t) f(t^2) t^{\nu+1} dx, \quad \nu > -1, \quad (1.3)$$

где  $J_\nu(\omega t)$  - функция Бесселя первого рода и порядка (индекса)  $\nu$ .

$$I(f, k) = \int_a^b w(t) f(t) K(t; x) dt, \quad (1.4)$$

где  $(a, b)$ - интервал на прямой, который может быть конечным или бесконечным,  $w(t)$  - заданная весовая функция, а ядро  $K(t; x)$  есть функция, зависящие от параметра  $x$  и такая, что она сильно осциллирует или имеет особенности на интервале  $(a, b)$  или в его близость.

Здесь  $f(x) \in F$  ( $F$  - некоторой пространство функций),  $\omega$  - произвольной вещественное число и информация о  $f(x)$  задается в  $N$  узловых точках из  $(a, b)$ .

Необходимость в вычислении таких интегралов возникает при решении многих классов задач вычислительной и прикладной математики, таких как краевые задачи для уравнения в частных производных, автоматическое регулирование, цифровая обработка сигналов, моделирование оптических систем и синтезированных голограмм, распознавание образов, в задачах ядерной физики и других.

Для вычисления интеграла  $I(\omega)$  могут быть, применены многие известные классические правила интегрирования, однако, они дают хорошую точность в случае, если интегрируемая функция является достаточно гладкой и не быстроизменяющейся. Известные классические квадратурные формулы практически могут применяться для вычисления  $I(\omega)$  при небольших значения  $\omega$ . Чтобы построить квадратурные формулы, пригодные при изменении  $\omega$  в широких пределах, необходимо заранее учесть наличие осциллирующей множителя. Это можно сделать, принимая, например, такого множителя за весовые функции. Впервые Файлоном [1] был построен аналог квадратурной формулы Симпсона, который сохраняет равномерную точность, также и при больших  $\omega$ . Еручиным Н.П. и Соболевым С.Л. [2] предложен метод, который также сохраняет равномерную точность относительно  $\omega$ . Крыловым В.И. [3] развит метод работы [1]. В [4] при построении квадратурной формулы вычисления коэффициентов Фурье периодической функции была использована сплайн интерполяция для равноотстоящих точек. В работе [5] для вычисления интеграла  $I(\omega)$  функция  $f(x)$  заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа. Численному вычислению интегралов (1.2) посвящено большое количество работ (см. [6, 7, 8], [9], [10], и др.).

В работах Градимир В. Миловановис рассматривается вычисления интегралов типа (1.4). В этих работах используя подходящие интегральные представления специальных функций или специальных разработанных квадратурных формул успешно применены для эффективного вычисления сильно осциллирующих интегралов (интегралы типа Фурье, осцилляционные бесселевские интегралы).

Интегралы типа (1.3) появляются в некоторых задачах ядерной физики высоких энергий. Известно, что нередко при решении задач традиционными методами мы не получаем требуемого значения некоторого показателя качества

решения, например, решения с заданной точностью или с максимально возможной точностью в таких случаях бывает полезно, а иногда и необходимо построить оптимальные квадратурные формулы в функциональных пространствах.

В настоящей работе методом периодизации функций будут построены оптимальные квадратурные формулы с производными для приближенного вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций. Она состоит из введения и четырех параграфов. Во введении приводятся обзор работ по построенным квадратурным формулам и методов для вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.

Во втором параграфе приводятся оптимальные квадратурные формулы для вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций в пространстве периодических комплекс назначенных функций и их оценки погрешностей.

В третьем параграфе приводятся периодизации не периодических функций.

В четвертом параграфе даются основные результаты этой работы. Основные работы приведены в виде двух теорем. Здесь приведены теоремы об оптимальных квадратурных формулах с производными в непериодических пространствах и их оценки погрешностей.

В пятом параграфе приведены доказательства основных теорем.

## 2. Оптимальные квадратурные формулы для периодических функций.

Пусть  $H_2^{(m)}(0,1)$ ,  $m \geq 1$  - гильбертово пространство 1 периодических комплекс назначенных функций  $\varphi(x)$  ( $-\infty \leq x \leq \infty$ ) отличающихся более чем на константу,  $m$  - е производным которых (обобщенном смысле) квадратично интегрируемы, со скалярным произведением и нормой

$$(f, g)_m = \int_0^1 \frac{d^m f(x)}{dx^m} \overline{\frac{d^m g(x)}{dx^m}} dx, \quad (2.1)$$

$$\|\varphi\|_{H_2^{(m)}} = \left( \int_0^1 \varphi^{(m)}(x) \overline{\varphi^{(m)}(x)} dx \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.2)$$

Здесь обозначение  $\overline{g(x)}$  сопряженное к  $g(x)$ .

Для  $\varphi(x) \in H_2^{(m)}(0,1)$  рассмотрим квадратурную формула вида

$$\int_0^1 \exp(2\pi i \omega x) \varphi(x) dx \cong \sum_{k=1}^N C_k \varphi(x_k), \quad (2.3)$$

где  $C_k$  и  $x_k$  соответственно коэффициенты и узлы квадратурной формулы,  $N = 2, 3, \dots$ ,  $\omega \in \mathbb{Z}$  ( $\mathbb{Z}$  множество целых чисел).

В периодическом случае погрешность квадратурной формулы (2.3) определяется формулой

$$\begin{aligned} (l, \varphi) &= \int_0^1 \exp(2\pi i \omega x) \varphi(x) dx - \sum_{k=1}^N C_k \varphi(x_k) = \\ &= \int_0^1 \left[ \exp(2\pi i \omega x) - \sum_{k=1}^N C_k \delta(x - x_k) * \phi_0(x) \right] \varphi(x) dx \end{aligned} \quad (2.4)$$

здесь  $\delta(x)$ - дельта функция Дирака,

$$l(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) \exp(2\pi i \omega x) - \sum_{k=1}^N C_k \delta(x - x_k) * \phi_0(x) \quad (2.5)$$

Функционал погрешности,  $\phi_0(x) = \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \delta(x - \beta)$ .

Наша задача о построении оптимальной квадратурной формулы для приближенного вычисления интеграла

$$I(\varphi) = \int_0^1 \exp(2\pi i \omega x) \varphi(x) dx$$

при фиксированном узлов  $x_k$  квадратурной формулы (2.3) заключается в следующем. Требуется найти величину

$$\inf_{C_k} \sup_{\varphi \in H_2^{(m)}} \frac{|(l, \varphi)|}{\|\varphi\|_{H_2^{(m)}}} = \left\| l \middle| H_2^{(m)} \right\| = \left\| l \right\|. \quad (2.6)$$

Это означает, что найти функцию  $\psi_l(x)$  из  $H_2^{(m)}(0,1)$  для которой достигается точная верхняя грань, далее найти коэффициенты  $C_k^o$  для которых достигается точная нижняя грань в (2.6). При этом функция  $\psi_l(x)$  называется экстремальной функцией квадратурной формулы (2.3). Это означает, что выполняется следующее равенство

$$(l, \psi_l(x)) = \left\| l \middle| H_2^{(m)*} \right\| \left\| \psi_l \middle| H_2^{(m)} \right\|$$

коэффициенты  $C_k^o$  называются оптимальными коэффициентами, а  $\left\| l \right\|$  нормой функционала погрешности оптимальной квадратурной формулы. Известно, что пространство  $H_2^{(m)*}$  будет состоять из всех периодических функционалов, которые ортогональны единице

$$(l, 1) = 0 \quad (2.7)$$

Для построения оптимальных квадратурных формул с производными в пространстве непериодических функций нам понадобятся результаты работы [35].

Там оптимальные коэффициенты  $C_k^o$  и норма  $\left\| l \right\|$  функционала погрешности

оптимальной квадратурной формулы приводятся в пространстве  $H_2^{(m)}(0, 2\pi)$ .

Здесь мы преобразуя эти результаты приводим в пространстве  $H_2^{(m)}(0,1)$ . Пусть

$x_k = \frac{k}{N} = kh$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N = 2, 3, \dots$ . Справедливы следующие теоремы.

**Теорема 1.** Если  $\varphi(x) \in H_2^{(m)}(0,1)$ , тогда для оптимальных коэффициентов квадратурной формулы (2.3) с функционалом погрешности (2.5) справедливы формулы

$$\overset{\circ}{C}_k(m) = h \left( \frac{\sin \pi \omega h}{\pi \omega h} \right)^{2m} \cdot \frac{(2m-1)! \exp(2\pi i \omega k h)}{2 \sum_{n=0}^{m-2} a_n^{2m-2} \cos 2\pi(m-1-n)\omega h + a_{m-1}^{(2m-2)}} \quad (2.8)$$

$k = 1, 2, \dots, N$ .

В этой формулы  $a_n^{(2m-2)}$  коэффициенты многочлена Эйлера  $E_{2m-2}(x)$  степени  $2m-2$ , т.е.

$$a_n^{2m-2} = \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{2m}{j} (n+1-j)^{2m-1}, \quad \binom{2m}{j} = \frac{(2m)!}{(2m-j)! j!}.$$

**Теорема 2.** В пространстве  $H_2^{(m)}$  для квадрата нормы функционала погрешности  $l(x)$  оптимальной квадратурной формулы справедлива следующая формула

$$\left\| \overset{\circ}{l} | H_2^{(m)*} \right\|^2 = \frac{1}{\omega^{2m}} \left[ 1 - \left( \frac{\sin \pi \omega h}{\pi \omega h} \right)^{2m} \frac{(2m-1)!}{2 \sum_{n=0}^{m-2} a_n^{2m-2} \cos 2\pi(m-1-n)\omega h + a_{m-1}^{(2m-2)}} \right] \quad (2.9)$$

**Замечание 1.** При  $\omega = 0$  получаем известную оптимальную квадратур формулу

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = h \sum_{k=1}^N \varphi(kh).$$

При этом

$$\left\| \overset{\circ}{l} | H_2^{(m)*} \right\|^2 = \frac{h^{2m} |B_{2m}|}{(2m)!},$$

$B_{2m}$  - число Бернулли.

**Замечание 2.** Если  $\omega = nN$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , тогда  $\overset{\circ}{C}_k(m) = 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .

### 3. Периодизация функций из пространства $H_2^{(m)}(0,1)$ .

В этом разделе мы будем заниматься периодизацией функции  $f(x)$  из пространства  $H_2^{(m)}(0,1)$ .

Пусть пространства  $H_2^{(m)}(0,1)$  - классов комплекс значных функций, обладающих обобщенными производными порядка  $m$  с интегрируемым квадратом скалярным произведением и нормой

$$(\varphi, f) = \int_0^1 \left( \varphi^{(m)} + \varphi^{(m-1)}(0) - \varphi^{(m-1)}(1) \right) \left( \overline{f^{(m)}} + \overline{f^{(m-1)}}(0) - \overline{f^{(m-1)}}(1) \right) dx, \quad (3.1)$$

$$\|f\|_{H_2^{(m)}} = \left( \int_0^1 \left( f^{(m)} + f^{(m-1)}(0) - f^{(m-1)}(1) \right) \left( \overline{f^{(m)}} + \overline{f^{(m-1)}}(0) - \overline{f^{(m-1)}}(1) \right) dx \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

**Определения.** Пусть  $f(x) \in H_2^{(m)}(0,1)$ , при  $m \geq 1$ . Периодизацией функции  $f(x)$  будем называть нахождение функции  $\varphi(x) \in H_2^{(m)}(0,1)$  удовлетворяющей условиям



$$\varphi^{(\alpha)}(1) = \varphi^{(\alpha)}(0) \text{ при } \alpha = 0, 1, \dots, m-1, \quad (3.3)$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \varphi(x) dx. \quad (3.4)$$

Справедлива следующая теорема.

**Теорема 3.** Пусть  $f(x) \in H_2^{(m)}(0,1)$ , тогда следующая функция

$$\varphi(x) = f(x) + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{B_{n+1}(x)}{(n+1)!} (f^{(n)}(0) - f^{(n)}(1)) \quad (3.5)$$

является периодической функцией в пространстве  $H_2^{(m)}(0,1)$ , т.е. элементом пространства  $H_2^{(m)}(0,1)$ .

В следующем пункте мы приводим основные результаты этой работе т.е. оптимальные квадратурные формулы с производными в пространствах  $H_2^{(2)}(0,1)$ ,  $H_2^{(3)}(0,1)$  и нормы функционал погрешностей построенных оптимальных квадратурных формул.

#### 4. Основные результаты.

В этом разделе мы приводим оптимальные квадратурные формулы и нормы функционала погрешностей построенных оптимальных квадратурных формул. Справедливы следующие теоремы.

**Теорема 4.** Пусть  $f(x) \in H_2^{(2)}(0,1)$ , тогда следующая квадратурная формула

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx \cong \sum_{k=0}^N \overset{\circ}{C}_k(2) f(kh) + \mu (f'(1) - f'(0)) \quad (4.1)$$

функционалом погрешности

$$l_2(x) = \varepsilon_{[0,1]} e^{2\pi i \omega x} - \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \delta(x - hk) - \mu (\delta'(x-1) - \delta'(x))$$

является оптимальной, где

$$\overset{\circ}{C}_k(2) = \begin{cases} -A & \text{при } k=0, \\ \overset{\circ}{C}_k(2) & \text{при } 1 \leq k \leq N-1, \\ \overset{\circ}{C}_N(2) + A & \text{при } k=N, \end{cases} \quad (4.2)$$

$$A = \frac{1}{2\pi i \omega} - d(\omega, N, 2) \frac{e^{2\pi i \omega h}}{e^{2\pi i \omega h} - 1},$$

$$\mu = \frac{1}{(2\pi i \omega)^2} - h d(\omega, N, 2) \frac{e^{2\pi i \omega h}}{(1 - e^{2\pi i \omega h})^2}.$$

Здесь  $\overset{\circ}{C}_k(2)$ ,  $k=1, 2, \dots, N$  определяется из формулы (2.8) при  $m=2$ , т.е.

$$\overset{\circ}{C}_k(2) = d(\omega, N, 2) e^{2\pi i \omega kh}, \quad k=1, 2, \dots, N, \quad (4.3)$$

$$d(\omega, N, 2) = \left( \frac{\sin \pi \omega h}{\pi \omega h} \right)^4 \cdot \frac{3h}{\cos 2\pi \omega h + 2}, \quad h = \frac{1}{N}, \quad N = 2, 3, \dots \quad (4.4)$$

**Теорема 5.** Для квадрата нормы функционала погрешности  $l_2(x)$  оптимальной квадратурной формулы справедлива следующая формула

$$\left\| l_2^{\circ} | H_2^{(2)*} \right\|^2 = \frac{1}{\omega^4} \left[ 1 - \left( \frac{\sin \pi \omega h}{\pi \omega h} \right)^4 \frac{3}{\cos 2\pi \omega h + 2} \right]. \quad (4.5)$$

Известно, что для произвольной функции из  $H_2^{(2)}(0,1)$ , т.е. если  $f(x) \in H_2^{(2)}(0,1)$ , тогда погрешность формулы (4.1) оценивается сверху равенством

$$|(l_2, f)| \leq \left\| l_2^{\circ} | H_2^{(2)*}(0,1) \right\| \|f | H_2^{(2)}\|. \quad (4.6)$$

**5. Доказательство теоремы.** В этом пункте мы приводим доказательств теорем 4, 5.

**Доказательство теоремы 4.** Для этого мы будем пользоваться результатами теорем 1 и 3. В силу теоремы 3 следующая функция

$$\varphi(x) = f(x) + \left( x - \frac{1}{2} \right) [f(0) - f(1)] + \frac{1}{2} \left( x^2 - x + \frac{1}{6} \right) [f'(0) - f'(1)] \quad (5.1)$$

является элементом  $H_2^{(2)}(0,1)$ , т.е.  $\varphi(x) \in H_2^{(2)}(0,1)$ ,  $f(x) \in H_2^{(2)}(0,1)$ , тогда по теореме 1 следующая квадратурная формула является оптимальной

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \varphi(kh) \quad (5.2)$$

Здесь  $\varphi(x) \in H_2^{(2)}(0,1)$  и оптимальные коэффициенты  $\overset{\circ}{C}_k(2)$  квадратурной формулы (5.2) определяются формулами (4.3) и (4.4).

Пользуясь формулой (5.1) получим

$$\begin{aligned} \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx &= \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \left( f(x) + \left( x - \frac{1}{2} \right) (f(0) - f(1)) + \frac{1}{2} \left( x^2 - x + \frac{1}{6} \right) \cdot \right. \\ &\cdot (f'(0) - f'(1)) \left. \right) dx = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx + (f(0) - f(1)) \int_0^1 \left( x - \frac{1}{2} \right) e^{2\pi i \omega x} dx + \\ &+ \frac{1}{2} (f'(0) - f'(1)) \int_0^1 \left( x^2 - x + \frac{1}{6} \right) e^{2\pi i \omega x} dx. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Вычисляя второй и третьей интегралы в правой части (5.3) имеем

$$\begin{aligned} \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx &= \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx + \frac{1}{2\pi i \omega} (f(0) - f(1)) - \\ &- \frac{1}{(2\pi i \omega)^2} (f'(0) - f'(1)) \end{aligned} \quad (5.4)$$

В силу (5.1) квадратурную сумму в (5.2) напишем в виде

$$\sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \varphi(kh) = \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \left[ f(kh) + \left( kh - \frac{1}{2} \right) (f(0) - f(1)) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left( (kh)^2 - kh + \frac{1}{6} \right) (f'(0) - f'(1)) = \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) f(kh) + \\
& + (f(0) - f(1) - f'(0) + f'(1)) \sum_{k=1}^N (kh) \overset{\circ}{C}_k(2) + \frac{1}{2} (f'(0) - f'(1)) \cdot \\
& \cdot \sum_{k=1}^N (kh) \overset{\circ}{C}_k(2) + \frac{1}{2} (f'(0) - f'(1)) \sum_{k=1}^N (kh)^2 \overset{\circ}{C}_k(2) + \\
& + \left( \frac{1}{12} f'(0) - \frac{1}{12} f'(1) - \frac{1}{2} f(0) + \frac{1}{2} f(1) \right) \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2). \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Справедлива следующая формула [37]

$$\sum_{\gamma=0}^{n-1} q^\gamma \gamma^k = \frac{1}{1-q} \sum_{i=0}^k \left( \frac{q}{1-q} \right)^i \Delta^i \sigma^k - \frac{q^n}{1-q} \sum_{i=0}^k \left( \frac{q}{1-q} \right)^i \Delta^i \gamma^k \Big|_{\gamma=n}, \quad (5.6)$$

где  $\Delta^i \gamma^k$  - конечная разность порядка  $i$  от  $\gamma^k$ ,  $\Delta^i \sigma^k = \Delta^i \gamma^k \Big|_{\gamma=0}$  и

$$\Delta^i \sigma^k = \sum_{j=1}^i (-1)^{i-j} C_i^j j^k \quad (5.7)$$

$$\Delta^\alpha x^\nu = \sum_{p=0}^{\nu} \binom{\nu}{p} \Delta^\alpha \sigma^p x^{\nu-p} \quad (5.8)$$

Теперь обозначим через  $S_0 = \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k$ ,  $S_1 = \sum_{k=1}^N (kh) \overset{\circ}{C}_k$ ,  $S_2 = \sum_{k=1}^N (kh)^2 \overset{\circ}{C}_k$ .

Учитывая формулы (4.3) имеем

$$\begin{aligned}
S_0 &= d(\omega, N, 2) \sum_{k=1}^N e^{2\pi i \omega kh}, \\
S_1 &= d(\omega, N, 2) \sum_{k=1}^N (kh) e^{2\pi i \omega kh}, \\
S_2 &= d(\omega, N, 2) \sum_{k=1}^N (kh)^2 e^{2\pi i \omega kh}.
\end{aligned}$$

Учитывая, что  $\omega \in \mathbb{Z}$ ,  $h = \frac{1}{N}$  и обозначив через  $q = e^{2\pi i \omega h}$  затем пользуясь

формулой (5.6) при  $k = 0, 1, 2$ , после некоторых упрощений получаем

$$S_0 = 0 \quad (5.9)$$

$$S_1 = d(\omega, N, 2) \frac{e^{2\pi i \omega h}}{e^{2\pi i \omega h} - 1}, \quad (5.10)$$

$$S_2 = d(\omega, N, 2) \left[ \frac{-2he^{2\pi i \omega h}}{(1 - e^{2\pi i \omega h})^2} - \frac{e^{2\pi i \omega h}}{1 - e^{2\pi i \omega h}} \right] \quad (5.11)$$

Подставляя найденные выражения  $S_0, S_1, S_2$  по формулы (5.9), (5.10), (5.11) в равенстве (5.5) получаем

$$\sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \varphi(kh) = \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) f(kh) + (f(0) - f(1)) d(\omega, N, 2) \frac{e^{2\pi i \omega h}}{e^{2\pi i \omega h} - 1} - (f'(0) - f'(1)) \frac{hd(\omega, N, 2) e^{2\pi i \omega h}}{(1 - e^{2\pi i \omega h})^2} \quad (5.12)$$

Учитывая (5.4) и (5.12), после некоторых упрощений погрешность оптимальной квадратурной формулы (5.2) можно написать в виде

$$R = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx - \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) \varphi(kh) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx - \sum_{k=1}^N \overset{\circ}{C}_k(2) f(kh) - (f'(0) - f'(1)) \left( \frac{1}{(2\pi i \omega)^2} - \frac{hd(\omega, N, 2) e^{2\pi i \omega h}}{(1 - e^{2\pi i \omega h})^2} \right). \quad (5.13)$$

Здесь

$$\overset{\circ}{C}_k(2) = \begin{cases} \overset{\circ}{C}_N(2) + A & \text{при } k = N, \\ \overset{\circ}{C}_k(2) & \text{при } 1 \leq k \leq N - 1, \\ -A & \text{при } k = 0, \end{cases}$$

где  $A = \frac{1}{2\pi i \omega} - d(\omega, N, 2) \frac{e^{2\pi i \omega h}}{e^{2\pi i \omega h} - 1}$ ,  $\overset{\circ}{C}_k(2)$  - оптимальные коэффициенты квадратурной формулы в пространстве  $H_2^{(2)}(0,1)$ . Из равенства (5.13) следует, что следующая квадратурная формула является оптимальной квадратурной формулой в пространстве непериодических функций  $H_2^{(2)}(0,1)$

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx \cong \sum_{k=0}^N \overset{\circ}{C}_k(2) f(kh) + \left( \frac{1}{(2\pi i \omega)^2} - \frac{hd(\omega, N, 2) e^{2\pi i \omega h}}{(1 - e^{2\pi i \omega h})^2} \right) (f'(0) - f'(1)).$$

Теорема 4 доказано.

**Доказательство теоремы 5.** Доказательство теоремы 5 следует из равенства (5.13). Действительно, так как левая часть равенства (5.13) есть погрешность оптимальной квадратурной формулы в  $H_2^{(2)}(0,1)$ , тогда в силу теоремы 2 при  $m = 2$  следует справедливость теоремы 5.

**Заключение.** В данной работе методом периодизации функций построены оптимальные квадратурные формулы с производными, т.е. квадратурные формулы типа Эрмита для приближенного вычисления быстро осциллирующих интегралов в пространстве дифференцируемых функций. Для построения этих формул мы использовали метод периодизации функций и оптимальные квадратурные формулы для быстро осциллирующих интегралов в пространстве периодических функций. Кроме того, мы нашли точную верхнюю оценку построенных оптимальных квадратурных формул.

**Список использованной литературы:**

1. Filon L.N.G. On a quadrature formula for trigonometric integrals. Proc. Roy. Soc. Edinb. 1928,49,38-47.
2. Еручин Н.П., Соболев С.Л. Приближенное интегрирование некоторых колеблющихся функций. - Прикладная математика и механика, №2, 1950, 193-196.
3. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов от функций, содержащих быстро колеблющейся множители. - Докл. АН СССР, т. 108, №6, 1956, 1014-1017.
4. Quade W. and Collatz L. Zur interpolations theory der reellen periodischen Funktionen, Sitzungsber. - Phisikalisch mathematisobe Klasse, Berlin, (1989), 283-429.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы, ч.1. – Москва, Наука, 1973.
6. Evans G. A. Two robust methods for irregular oscillatory integrals over a finite range. - Appl. Numer. Math., 14:383–395, 1994.
7. Evans G. A. An expansion method for irregular oscillatory integrals. - Internat. J. Comput. Math., 63:137–148, 1997.
8. Evans G. A., Webster J. R. A high order, progressive method for the evaluation of irregular oscillatory integrals. - Appl. Numer. Math., 23:205–218, 1997.
9. Hascelik A. I. Suitable Gauss and Filon-type methods for oscillatory integrals with an algebraic singularity. - Appl. Numer. Math., 59:101–118, 2009.
10. Huybrechs D., Vandewalle S. On the evaluation of highly oscillatory integrals by analytic continuation. - SIAM J. Numer. Anal., 44:1026–1048, 2006.

**MURAKKAB SHAKLDAGI YUPQA PLASTINANING TERMO-ELEKTRO-MAGNIT-ELASTIKLIGINING MATEMATIK MODEL VA HISOBLASH ALGORITMI****Nuraliyev Faxriddin Murodillayevich,**

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti,  
t.f.d., professor  
[nuraliev2001@mail.ru](mailto:nuraliev2001@mail.ru).

ORCID 0000-0002-0574-9278

**Mirzaaxmedov Muxammadbobur Karimberdiyevich,**  
Zaxriddin Muxammad Bobur nomli

Andijon davlat universiteti, tayanch doktorant  
[muhammadbobur1110@mail.ru](mailto:muhammadbobur1110@mail.ru).

ORCID 0000-0002-9217-9612

**Tojiyev Nuriddin Shukur o'g'li**

Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot instituti,  
tayanch doktorant

[nuriddint0410@gmail.com](mailto:nuriddint0410@gmail.com),

ORCID 0000-0001-6844-030

UDK 539.3

**Annotatsiya:** ushbu maqolada Gamilton-Ostrogradskiy variatsion prinsipidan foydalanib matematik model qurish ko'rib chiqiladi. Kirgof-Lyav gipotezasi asosida uch o'lchovli model ikki o'lchamli modelga o'tkazildi. Potensial va kinetik energiyani variatsion ko'rinishi hamda tashqi kuchlar ishi variatsiyasi aniqlandi. Geometrik chiziqli shaklda Koshi va Dyamel-Neyman munosabatlari, Guk qonuni hamda Lorens kuchi va Maksvell elektromagnit tenzor ko'rinishidan foydalanib, plastinaning deformatsion kuchlanish holatiga termo-elektro-magnit-elastiklik ta'sirlari ko'rildi. Natijada ko'chishga va xaroratga nisbatan boshlang'ich va chegaraviy shartlarga ega xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi matematik model olinadi. Murakkab shakldagi magnitelastik plastinani chegaraviy masalalarni yechish jarayoni hisoblash algoritmi ishlab chiqiladi. Algoritmni tuzishda Bubnov-Galerkin variatsion usuli, R-funksiya, dinamika holida Nyumark usuli yoki statika holida – Gauss usullaridan foydalanilgan. Rvachev's

Function Method (RFM) yordamida, qurilgan yechimlar tuzilmalari asosida noma'lum funksiyalarni ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) aniqlanadi.

**Kalit so'zlar:** Gamilton-Ostrogradskiy, Kirgof-Lyav, Koshi, Dyamel-Neyman, Guk, Lorens, termo-elektro-magnit-elastiklik.

### MATHEMATICAL MODEL AND CALCULATION ALGORITHM OF THERMO-ELECTRO-MAGNETIC-ELASTICITY OF COMPLEX SHAPED THIN PLATE

**Abstract:** This article is devoted to the construction of a mathematical model based on the Hamilton-Ostrogradsky variational principle. The three-dimensional model was converted to a two-dimensional model using the Kirgoff-Lave hypothesis. The variation of potential and kinetic variation and work variation of external forces were determined. Using Cauchy and Duhamel-Neyman relationships, Hooke's law and Lorentz force and Maxwell's electromagnetic tensor in a geometric linear form, effects of thermo-electro-magnetic-elasticity on the deformation stress state of the elastic plate were observed. As a result, a mathematical model was obtained in the form of a system of differential differential equations with initial and boundary conditions for displacement and temperature.

An algorithm for calculating the process of solving boundary problems of a complex-shaped magnetoelastic plate is developed. Bubnov-Galerkin variational method, R-function, Newmark method in case of dynamics or Gaussian method in case of statics were used to create the algorithm. Using Rvachev's Function Method (RFM), unknown functions ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) are determined based on the structures of the constructed solutions.

**Key words:** Hamilton-Ostrogradsky, Kirgoff-Lave, Cauchy, Duhamel-Neyman, Hooke, Lorentz, thermo-electro-magnite-elasticity.

**Kirish.** Termoelastiklik nazariyasi xozirgi kunga kelib rivojlanayotgan nazaryalaradan biri hisoblanadi. Termoelastiklik sohasidagi tadqiqotlardan oldin harorat kuchlanish nazariyasi doirasida keng ko'lamli tadqiqotlar olib borilgan. Bu nom bilan biz jismning qizishi natijasida yuzaga keladigan deformatsiyalar va kuchlanishlar nazariyasini tushunamiz. Ushbu yo'nalish bo'yicha J. Dyamel, Foygtom, Djeffrisom, V. Novatskiy, M. Biot, V. D. Kupradze, T. G. Gegeliya, M. O. Bashelishvili, T. V. Burchuladze kabi ko'plab olimlar tadqiqotlar olib borganlar [5].

Maqola [7] mualliflari vaqtga bog'liq magnit maydonda sayoz konuscimon qobig'ning termo-magnit-elastik harakati bo'yicha dinamik reaksiyani o'rganganlar, elektromagnit maydonlar va harorat maydonining bog'lanishi ostida sayoz konussimon qobig'ining siljishining dinamik reaksiyalari tahlil qilingan. Anizotrop jismlarning ba'zi muhim sinflari uchun mos keladigan kuchlanishning yagona ko'rsatgichlari uchun aniq ifodalar olingan va ularning parametrlarga bog'liqligi ko'rsatilgan [3].

Ushbu [1] tadqiqot mualliflari magnit maydon ostida funksional darajali fleksoelektrik nano-plastinkaning o'lchamiga bog'liq bo'lgan chiziqli bo'lmagan erkin tebranishini o'rganish uchun Kirhkoff plastina nazariyasi va o'zgartirilgan fleksoelektrik nazariyasi tomonidan uzluksiz asoslangan termoelektromexanik model ishlab chiqqanlar. Gamilton prinsipi va variatsion hisoblash usullaridan foydalanib, nano-plastinkaning chiziqli bo'lmagan boshqaruvchi differensial tenglamalari va ular bilan bog'liq chegara shartlari chiqarildi va Galerkin va tebranish usullari yordamida boshqaruvchi tenglamalar yechilgan. Maqola [4] da yon devorlari issiqlik ta'sirida bo'lgan plastinaning deformatsiya muammosi uchun matematik model ishlab chiqilgan. Maqola [6] da Gamilton-Ostrogradskiy variatsion prinsipi asosida haroratni hisobga olgan holda fazoviy yuklanish ostida sterjenlarning kuchlanish-deformatsiya holatining matematik modeli ishlab chiqilgan.

Ichki yoriqlari bo'lgan bir hil anizotrop qattiq jismlar uchun umumlashtirilgan

termo-elektro-magnito-elastiklik nazariyasining aralash chegaraviy muammolarini maqolada [7] o'rganilgan. Ko'rib chiqilgan nazariya elastik, elektr, magnit va issiqlik maydonlarining to'liq bog'lanishini tavsiflovchi Grin-Lindseyning termo-elektro-magnito-elastiklik modeli bilan bog'liq holda o'rganilgan. Magneto-elektro-termo-mexanik yuklanishlar ostida magnit-elektro-termoelastik (METE) nanoplastinkalarning burilishi va keyingi burilishlarini tadqiq qilish uchun nolokal bo'lmagan birinchi tartibli deformatsiyalanuvchi plastina modeli taqdim etilgan [8]. Nolokal parametr, chegara shartlari, harorat ko'tarilishi, tashqi elektr kuchlanish va tashqi magnit potensialning kritik burilish yukiga va burilishdan keyingi reaksiyaga ta'siri o'rganilgan.

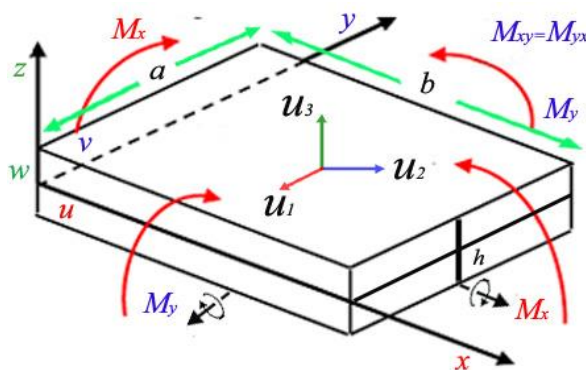
Ali Kiani, Moslem.Sh va boshqalar maqola [2] da visko-Pasternak muhitida uchinchi darajali deformatsiyalanadigan plastinka doirasida nolokal elastiklik nazariyasiga ko'ra, funksional gradusli materiallardan tayyorlangan magnit-elektro-termoelastik nanoplastinkaning termomexanik tebranish reaksiyasining nazariy tahlili o'rganilgan. Magnito-elektro-termo-elastik nanoplastina dastlabki tashqi energiya, magnit potensiallar va harorat muhitiga ta'siri bo'yicha natijalar olganlar.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Ushbu ishda Gamilton-Ostrogradskiy variatsion prinsipi asosida murakkab shaklga ega yupqa plastinaning termo-elektro-magnit-elastiklik deformatsiyalanish jarayonining chiziqli matematik modeli keltirib chiqarilgan [10,11].

Plastinaning harakat tenglamasini ishlab chiqishda ko'chishning o'zgarish qonunlari sifatida Kirxgofa-Lyav gipotezasidan foydalanamiz [11,3].

$$u_1 = u - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_2 = v - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_3 = w; \quad (1)$$

bu yerda:  $u, v, w$  – ko'chishlar. Kirxgof-Lyav gipotezasiga ko'ra, yupqa plastina qalinligi bo'ylab deformatsiya bo'lmaydi, natijada masalaning uch o'lchovli modeli ikki o'lchovli matematik modelga aylanadi.



**1-rasm. To'rtburchakli yupqa plastina va uning kordinatalar tizimi**  
Gamilton-Ostrogradskiy variatsion prinsipining umumiy ko'rinishi [10].

$$\int_t (\delta K - \delta \Pi + \delta A) dt = 0; \quad (2)$$

bu yerda:  $\delta$  – variatsiya  $K$  – kinetik energiya  $P$  – potensial energiya;  $A$  – tashqi hajm va sirt quchllari bajargan ish.

Kinetik energiyaning o'zgarishini hisoblashda quyidagi munosabatdan foydalanamiz:

$$\int_t \delta K dt = \iiint_V \left( \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} \delta \frac{\partial u_1}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_2}{\partial t} \delta \frac{\partial u_2}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_3}{\partial t} \delta \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) dV dt; \quad (3)$$

bu yerda:  $\rho$  – qaralayotgan obekt materialining zichligi;  $u_1, u_2, u_3$  – ko‘chish,  $V$  – hajmi,  $t$  – vaqt.

Variatsiya ostidagi kinetik energiyaning umumiy ko‘rinishi:

$$\int_t \delta K = \int_v \left( \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} \delta u_1 + \rho \frac{\partial u_2}{\partial t} \delta u_2 + \rho \frac{\partial u_3}{\partial t} \delta u_3 \right) dv - \int_t \int_v \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \delta u_1 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) \delta u_2 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) \delta u_3 \right] dv dt; \quad (4)$$

Bu yerda  $u_1, u_2, u_3$  larning o‘rniga (1) formuladagi qiymatlarini keltirib qo‘yamiz va variatsiya ostidagi kinetik energiyaning bo‘laklarga bo‘lib integrallaymiz.

Natijada variatsion kinetik energiyaning umumiy ko‘rinishi hosil bo‘ldi:

$$\delta K = \int_{x,y} \left\{ \rho h \frac{\partial u}{\partial t} \delta u - \rho h \frac{\partial v}{\partial t} \delta v + \rho h \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \right\} dy dx - \int_t \int_{x,y} \left\{ \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u - \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \delta v + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \right\} dy dx dt. \quad (5)$$

Potensial energiya variatsiyasini aniqlashning umumiy ko‘rinishi:

$$\delta \Pi = \int_v \left[ \sigma_{xx} \delta e_{xx} + \sigma_{yy} \delta e_{yy} + \sigma_{xy} \delta e_{xy} \right] dV; \quad (6)$$

Bu yerda  $e$  – deformatsiya,  $\sigma$  – kuchlanish

Koshi munosabatlariga ko‘ra Kirxgof-Lyav (1) gipotezasidan foydalanib deformatsiya aniqlanadi [13].

Koshi munosabatlariga ko‘ra ifodalarni variatsiyalash orqali quyidagi ifoda olinadi

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta e_{xx} = \delta \frac{\partial u}{\partial x} - z \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \delta e_{yy} = \delta \frac{\partial v}{\partial y} - z \delta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \delta e_{xy} = \delta \frac{\partial u}{\partial y} + \delta \frac{\partial v}{\partial x} - z \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} e_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \mu \sigma_{yy}) + \alpha_T (T - T_0), \\ e_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \mu \sigma_{xx}) + \alpha_T (T - T_0), \\ e_{xy} = \frac{1 + \mu}{E} \sigma_{xy}, \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1 - \mu^2} (e_{xx} - \mu e_{yy}) - \frac{1}{1 - \mu} \alpha_T (T - T_0), \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1 - \mu^2} (e_{yy} - \mu e_{xx}) - \frac{1}{1 - \mu} \alpha_T (T - T_0), \\ \sigma_{xy} = \frac{E}{1 + \mu} e_{xy}. \end{array} \right\} \quad (8)$$

Potensial energiya variatsiyasi (1) - formuladagiga  $e_{xx}, e_{yy}, e_{xy}$  ni (3) – formuladan keltirib qo‘yiladi. Bu yerda plastina qalinligi bo‘yicha birlashtiriladi. Dyuamel-Neyman munosabati va Guk qonunidan foydalanib ushbu ifodani keltirib chiqaramiz [5].



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] - \alpha_T (T - T_0) \frac{1}{1-\mu}, \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] - \alpha_T (T - T_0) \frac{1}{1-\mu}, \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$E$  – elastik modul,  $\mu$  – Puasson koeffitsenti,  $\alpha_T$  – issiqlikka chidamlilik koeffitsienti.  $T_0$  – plastinkaning dastlabki harorati,  $T$  – plastinka harorati.

(7) - formuladagi  $e_{xx}, e_{yy}, e_{xy}$  larni o‘rniga (8) – formuladagi ifodalarni keltirib qo‘yiladi va plastina qalinligi bo‘yicha birlashtiriladi.

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \iint_{xy} \left[ \int_z \sigma_{xx} dz \delta \frac{\partial u}{\partial x} - \int_z z \sigma_{xx} dz \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \int_z \sigma_{yy} dz \delta \frac{\partial v}{\partial y} - \int_z z \sigma_{yy} dz \delta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \right. \\ &\left. + \int_z \sigma_{xy} dz \delta \frac{\partial u}{\partial y} + \int_z \sigma_{xy} dz \delta \frac{\partial v}{\partial x} - \int_z z \sigma_{xy} dz \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] dy dx \end{aligned} \quad (10)$$

bu yerda belgilash kiritamiz:

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} dz, & N_{yy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} dz, & N_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} dz; \\ M_{xx} &= \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{xx} dz, & M_{yy} &= \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{yy} dz, & M_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{xy} dz. \end{aligned} \quad (11)$$

Chegaraviy shartga va tenglamaga tushadigan hadlarni guruhlab o‘xshash hadlar ixchamlanadi

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \int_y N_{xx} \delta u - M_{xx} \delta \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} \delta w + N_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} \delta w + \frac{1}{2} N_{xy} \delta v - M_{xy} \delta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \delta w \Big|_x dy \\ &+ \int_x N_{yy} \delta v - M_{yy} \delta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} \delta w + N_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \delta w + \frac{1}{2} N_{xy} \delta u + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \delta w + \frac{1}{2} N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \Big|_y dx - \\ &- \iint_{xy} \left[ -\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} \delta u - \frac{1}{2} \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \delta u - \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} \delta v - \frac{1}{2} \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \delta v - \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} \delta w - \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} \delta w - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \delta w \right] dx dy, \end{aligned} \quad (12)$$

Tashqi kuchlar bajargan ish variatsiyasi:

$$\begin{aligned} \int_t \delta A dt &= \iint_{tv} \left[ (X + \rho K_x) \delta u_1 + (Y + \rho K_y) \delta u_2 + (Z + \rho K_z) \delta u_3 \right] dv dt + \\ &+ \iint_{tyx} \left[ (q_x + T_{zx}) \delta u_1 + (q_y + T_{zy}) \delta u_2 + (q_z + T_{zz}) \delta u_3 \right] dx dy dt + \\ &+ \iint_{tyz} \left[ (P_x + T_{xx}) \delta u_1 + (P_y + T_{xy}) \delta u_2 + (P_z + T_{xz}) \delta u_3 \right] dz dy dt + \\ &+ \iint_{txz} \left[ (F_x + T_{yx}) \delta u_1 + (F_y + T_{yy}) \delta u_2 + (F_z + T_{yz}) \delta u_3 \right] dz dx dt, \end{aligned}$$

$X, Y, Z, \rho K_x, \rho K_y, \rho K_z$  – hosil bo‘luvchi hajm kuchlari

$q_x, q_y, q_z, T_{zx}, T_{zy}, T_{zz}$  – sirt kuchlari,  $\rho$  – jism zichligi.

$P_x, P_y, P_z, T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, F_x, F_y, F_z, T_{yx}, T_{yy}, T_{yz}$  – kontur kuchlari

$$\int_t \delta A dt = \int_t \int_y \int_x [(N_x + R_x + q_x + T_{zx})\delta u + (N_y + R_y + q_y + T_{zy})\delta v + (N_z + R_z + q_z + T_{zz})\delta w] dx dy dt$$

$$+ \int_t \int_y [(N_{Px} + N_{Txx})\delta u + (N_{Py} + N_{Txy})\delta v + (N_{Pz} + N_{Tzx})\delta w] \Big|_x dy dt +$$

$$+ \int_t \int_x [(N_{Fx} + N_{Tyx})\delta u + (N_{Fy} + N_{Tyy})\delta v + (N_{Fz} + N_{Tyz})\delta w] \Big|_y dx dt$$

$$N_x = \int_z X dz, N_y = \int_z Y dz, N_z = \int_z Z dz, R_x = \int_z \rho K_x dz, R_y = \int_z \rho K_y dz, R_z = \int_z \rho K_z dz, N_{Px} = \int_z P_x dz, N_{Py} = \int_z P_y dz, N_{Pz} = \int_z P_z dz,$$

$$N_{Txx} = \int_z T_{xx} dz, N_{Txy} = \int_z T_{xy} dz, N_{Tzx} = \int_z T_{zx} dz, N_{F_x} = \int_z F_x dz, N_{F_y} = \int_z F_y dz, N_{F_z} = \int_z F_z dz, N_{T_{yx}} = \int_z T_{yx} dz, N_{T_{yy}} = \int_z T_{yy} dz, N_{T_{yz}} = \int_z T_{yz} dz.$$

Plastinaga ta'sir etuvchi elektromagnit kuchlar:

$$R = \rho K = \frac{1}{4\pi} (\text{rot}(\text{rot}(\mathbf{U} \times \mathbf{H}))) \times \mathbf{H}$$

$$R_x = \int_z \rho K_x dz = \frac{h}{4\pi} \left[ (H_y^2 + H_z^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + H_y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - H_x H_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + H_z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - H_x H_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right],$$

$$R_y = \int_z \rho K_y dz = \frac{h}{4\pi} \left[ -H_x H_y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + H_x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - H_x H_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + H_x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (H_x^2 + H_z^2) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right],$$

$$R_z = \int_z \rho K_z dz = \frac{h}{4\pi} \left[ -H_x H_z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - H_y H_z \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - H_x H_z \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - H_y H_z \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (H_y^2 - H_x^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 4H_x H_y \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - (H_y^2 - H_x^2) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

**Natijalar va muhokama.**

$$\begin{cases} \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + R_x + N_x + q_x + T_{zx} = 0 \\ \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + R_y + N_y + q_y + T_{zy} = 0 \\ \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} \delta w + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \delta w + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} \delta w + R_z + N_z + q_z + T_{zz} = 0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T}{\partial t} \end{cases} \quad (14)$$

Boshlag'ich shart:

$$\rho h \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_t = 0, \rho h \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_t = 0, \rho h \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_t = 0, T \Big|_{t=0} = T_0 \quad (15)$$

Chegaraviy shart:

$$\begin{cases}
N_{xx}\delta u|_x = 0, \frac{1}{2}N_{xy}\delta v|_x = 0, -M_{xx}\delta \frac{\partial w}{\partial x}|_x = 0, -M_{xy}\delta \frac{\partial w}{\partial y}|_x = 0, \\
N_{yy}\delta v|_y = 0, \frac{1}{2}N_{xy}\delta u|_y = 0, -M_{yy}\delta \frac{\partial w}{\partial y}|_y = 0, \\
\left[ -\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{2}N_{xx}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial y} \right] \delta w|_x = 0, \\
\left[ -\frac{\partial M_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{2}N_{yy}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial x} \right] \delta w|_y = 0, \\
\frac{\partial T}{\partial n} + \alpha_T(T - T_0) = 0 \text{ chegarada;}
\end{cases} \quad (16)$$

Murakkab shaklga ega yupqa plastinalarning termo-elektro-mangnit-elastiklik deformatsiyalanishining umumiy matematik modeli quyidagi ko‘rinishdagi xarakter tenglamasi bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned}
& \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\mu \partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{a_T}{1-\mu} + \\
& + \frac{Eh}{2(1+\mu)} \frac{\partial u^2}{\partial y^2} - \frac{Eh}{2(1+\mu)} \frac{\partial u^2}{\partial x \partial y} + \frac{h}{4\pi} H_y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \\
& + \frac{h}{4\pi} H_z^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{h}{4\pi} H_x H_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \\
& - \frac{h}{4\pi} H_x H_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{h}{4\pi} H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{h}{2\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_x + q_x + T_{xx} = 0 \\
& \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\mu \partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{a_T}{1-\mu} + \\
& + \frac{Eh}{2(1+\mu)} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{Eh}{2(1+\mu)} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \\
& + \frac{h}{4\pi} H_z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{h}{4\pi} H_x H_y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \\
& - \frac{h}{4\pi} H_x H_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{h}{2\pi} H_x H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y + q_y + T_{yy} = 0 \\
& \left\{ \begin{aligned}
& \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{E}{1-\mu^2} \frac{h^3}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - 2 \frac{E}{1-\mu^2} \frac{h^3}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{E}{1-\mu^2} \frac{h^3}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} - \\
& - \frac{h}{4\pi} H_x H_z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{h}{4\pi} H_x H_z \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \\
& - \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{h}{4\pi} H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{h}{4\pi} H_x^2 H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{h}{4\pi} H_x^2 H_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{h}{\pi} H_x H_y H_z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_z + q_z + T_{zz} = 0, \\
& \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T}{\partial t}
\end{aligned} \right. \quad (17)
\end{aligned}$$

bu yerda:  $q_x = q_x^+ + q_x^-$ ,  $q_y = q_y^+ + q_y^-$ ,  $q_z = q_z^+ + q_z^-$ ,  $T_{xx} = T_{xx}^+ + T_{xx}^-$ ,  $T_{yy} = T_{yy}^+ + T_{yy}^-$ ,  $T_{zz} = T_{zz}^+ + T_{zz}^-$  – hosil bo‘luvchi sirt kuchlari;

Mazkur tenglamalar yuqoridagi boshlang‘ich (15) va chegaraviy shartlarni (16) xususiy xollarida yechiladi [14].

### **Murakkab shakldagi magnitelastik plastinani chegaraviy masalalarni yechish jarayoni quyidagi hisoblash algoritmi asosida amalga oshiriladi:**

1. Berilgan chegaraviy shartlarga mos keladigan koordinat funksiyalari ketma-ketligini (yechimlar tuzilmalarini) V.L.Rvachevning R-funksiya usuli (RFM, Rvachev's Function Method) yordamida qurish.
2. Fazoviy o'zgaruvchilarga nisbatan diskretizatsiya, ya'ni diskret tenglamalarni Bubnov-Galerkin variatsion usuli yordamida qurish.
3. Diskret tenglamalarni yechish (dinamika holida – Nyumark usuli yoki statika holida – Gauss usuli) va yechimlar tuzilmalarining noma'lum komponentalarini aniqlash.
4. V.L.Rvachevning R-funksiya usuli (RFM) yordamida qurilgan yechimlar tuzilmalari asosida noma'lum funksiyalarni ( $u, v, w, T$ ) aniqlash.

**Xulosa.** Ushbu ilmiy tadqiqot ishida, elektromagnit maydon kuchlarini hisobga olgan holda murakkab konstruksiyaviy shakldagi yupqa izotrop va anizotrop plastinalarning geometrik chiziqli deformatsiyalanish jarayonlari tadqiq qilindi.

Bunda, murakkab shakldagi yupqa plastinaning geometrik chiziqli deformatsion-kuchlanish holatiga elektromagnit maydon va temperatura ta'sirlari o'rganildi, mazkur masalaning matematik modeli ishlab chiqildi;

Ishlab chiqilgan matematik model va masalani yechishdan olingan natijalardan kelgusidagi shu kabi masalalarni tadqiq qilish jarayonlarida foydalanish mumkin.

Bubnov-Galerkin variatsion usuli va strukturaviy R-funksiya usulini birgalikda qo'llash natijasida murakkab shakldagi yupqa plastinalarning deformatsion holatiga, elektromagnit maydonlarning va xarorat ta'sirini tavsiflovchi tabiiy chegaraviy shartlar asosida xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasini yechish uchun sonli va analitik usullar, va hisoblash algoritmlar ishlab chiqildi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:**

1. A. Ghobadi, Y. T. Beni · H. Golestanian Nonlinear thermo-electromechanical vibration analysis of size-dependent functionally graded flexoelectric nano-plate exposed magnetic field. September 2020 Archive of Applied Mechanics 90(5) DOI:10.1007/s00419-020-01708-0
2. Ali K., Moslem Sh., Ali J., Mostafa Kh. Free vibration problem of embedded magneto-electro-thermo-elastic nanoplate made of functionally graded materials via nonlocal third-order shear deformation theory// Journal of Intelligent Material Systems and Structures 2018, Vol. 29(5) Pp:741–763
3. Амбарсумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. - М.: Наука 1977. 272с.
4. Богданова М.В., Марочкин С.И., Чулюков В.А. Математическое моделирование задачи термоупругости тонкой пластины// Журнал Математическое моделирование и краевые задачи.
5. В. Новатский. Динамические задачи термоупругости. -Москва 1970. С:14
6. Dmitriy A. Shlyakhin. Dynamical problem in the theory of electroelasticity for an asymmetric rigid bi-morph plate. ScienceDirect. Procedia Engineering 111 (2015) P:717 – 725.
7. Cen, S., Xu, J. (2018) Analysis of Thermo-Magneto-Elastic Nonlinear Dynamic Response of Shallow Conical Shells. Engineering, 10, P:837-850. doi: 10.4236/eng.2018.1012058.
8. Исmoilов Ш.М., Абдужалилов С.М., Тошбаев Д.К., Маждидов А.М Математическая модель процессов колебания пространственно-нагруженных стержней с учетом температуры// "Экономика и социум" №6(109)-1 2023. С:746-752.

9. Tengiz B., Otari Ch., David N., Mixed boundary value problems of pseudo-oscillations of generalized thermo-electro-magneto-elasticity theory for solids with interior cracks. ScienceDirect. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute 170 (2016) P: 308–351.
10. R. Ansari, R. Gholami. Size-Dependent Buckling and Postbuckling Analyses of First-Order Shear Deformable Magneto-Electro-Thermo Elastic Nanoplates Based on the Nonlocal Elasticity Theory// International Journal of Structural Stability and Dynamics Vol. 16, No. 10 (2016) 1750014.
11. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. – Ташкент: Фан 1966. - 392 с.
12. Рахматулин Х.А., Шкенеv Ю.С. Взаимодействие сред и полей Ташкент ФАН 1985. 232 с.
13. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. – Москва, 1977. - 272с. (17-стр).
14. Нуралиев Ф.М., Мирзаахмедов М.К. ва бошқалар. Юпка пластиналарнинг термо-электро-магнит эластиклигининг математик модели. ТАТУ илмий-техника ва ахборот-таҳлилий журнали. 2024 йил, № 1 (69).

### KONVEKTIV KO‘CHISH VA MANBA TA‘SIRIDA NODIVERGENT CROSS-DIFFUZIYA JARAYONINI IFODALAVCHI PARABOLIK TENGLAMA SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASINING YECHIMLARI SIFAT XOSSALARINI TADQIQ QILISH.

**Xasanov Jamshid Ozodovich**

Urganch davlat pedagogika instituti, dotsent v.b.

[jamshid\\_2425@mail.ru](mailto:jamshid_2425@mail.ru)

ORCID:0000-0002-3712-4635

UDK 517.957

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada o‘zgaruvchan zichlikka ega nodivergent cross-diffuzion tenglamalar sistemasining sifat xossalari o‘rganilgan. Bunday turdagi masalalarni yechishga hozirgi kunda talab juda yuqori. Sababi, bunday turdagi tenglamalar ko‘plab hayotiy jarayonlarni ifodalashi bilan ajralib turadi. Bu turdagi noxiziqli Koshi masalalari asosan sonli usullarda yechiladi. Sonli usullarda yechilishi uchun esa dastlabki yaqinlashish uchun yechim zarur. Ushbu maqolada bu masala hal qilingan. Ya‘ni yechimning globalligi va asimptotik yechimlar haqida teoremlar isbotlangan hamda ulardan kelib chiqadigan natijalar keltirib o‘tilgan. Olingan natijalardan esa dastlabki yaqinlashish sifatida foydalanib berilgan masalani sonli yechishimiz mumkin. Bu bizga jarayonlarni oldindan bashorat qilish imkonini beradi. Bu turdagi jarayonlarni o‘rganish uchun ketadigan mablag‘larni tejashga yordam beradi hamda tajriba natijasida yuzaga keladigan turli xil ko‘ngilsizliklarni oldini olishga yordam berishi bilan ajralib turadi.

**Kalit so‘zlar:** Noxiziqli tenglamalar sistemasi, nodivergent shakl, global yechim, asimptotik yechim, yechimning asimptotik tasviri.

### INVESTIGATION OF THE QUALITATIVE PROPERTIES OF SOLUTIONS OF THE CAUCHI PROBLEM FOR A SYSTEM OF PARABOLIC EQUATIONS REPRESENTING THE NON-DIVERGENT CROSS-DIFFUSION PROCESS UNDER CONVECTIVE TRANSFER AND SOURCE EFFECTS

**Abstract:** In this article, the qualitative properties of a system of nondivergent cross-diffusion equations with variable density are studied. The demand for solutions to these types of issues is very high today, as such equations represent many life processes. Nonlinear Cauchy problems of this type are mainly solved numerically. To solve them numerically, an initial approximation is needed. This article addresses this problem by proving theorems about the globality of the solution and asymptotic solutions, and presenting the derived results. Using these results as an initial approximation allows us to numerically solve the given problem. This capability enables us to predict processes in advance, saving money on studying these types of processes and helping to avoid various disappointments that may arise from experimentation.

**Keywords:** System of nonlinear equations, nondivergent form, global solution, asymptotic

**Kirish.** Biz  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$  sohada aniqlangan Konvektiv ko‘chishga va manbaga ega nohiziqli nodivergent kross-diffuziya parabolik tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan quyidagi

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = u_i^{\alpha_i} \nabla \left( u_{2-i}^{m_i-1} |\nabla u_i^k|^{p-2} \nabla u_i \right) - \operatorname{div}(c(t)u_i) + u_i^{\beta_i} \quad (1)$$

$$u_i(0, x) = u_{0i}(x), \quad x \in R^N \quad (2)$$

Koshi masalasini ko‘rib chiqamiz. Bu yerda  $k > 0, p \geq 2, m_i \geq 1 (i=1,2)$  sonli parametrlar,  $\nabla(\cdot) = \operatorname{grad}_x(\cdot)$ ,  $u_i = u_i(t, x) \geq 0$  izlanayotgan nomanfiy yechimlar,  $u_{0,i}(x)$  chegaralangan, uzluksiz, nomanfiy funksiyalar. Ma’lumki, (1) tenglamalar sistemasi buziluvchan bo‘lib,  $u_i(t, x) = 0$  yoki  $|\nabla u_i| = 0$  bo‘lganda klassik ma’noda yechimga ega bo‘lmasligi mumkin. Shuning uchun (1)-(2) masalaning yechimi  $u_{3-i}^{m_i-1} |\nabla u_i^k|^{p-2} \nabla u_i \in C(R_+^N \times (0, +\infty))$   $u_i \geq 0 (i=1,2)$  sinfda umumlashgan yechim sifatida qaraladi va bu yechim (1) tenglamalar sistemasini integral ayniyat ma’nosida qanoatlantiradi. Ko‘pgina ishlarda (1)-(2) masala xususiy hollari ko‘rib chiqilgan va ular ko‘plab fizikaviy va biologik jarayonlarni tasvirlashi keltirib o‘tilgan [1].

(1)-(2) masalani xususiy hollarda juda ko‘p olimlar o‘rganishgan. Birinchilardan bo‘lib nodivergent parabolik tipdagi quyidagi ko‘rinishdagi

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^p \Delta u + u^q \quad (3)$$

$$u = 0 \quad (x \in \partial\Omega, t > 0), \quad (4)$$

$$u(x, 0) = \phi(x) \geq 0 \quad (x \in \Omega, \Omega \in R^N)$$

tenglamalarni o‘rganish 1986-yildan boshlab Friedman A., Mcleod J. va 1987-yilga kelib, Dal Passo va Luckhauslar tomonidan o‘rganildi. Xususan Friedman va Mckleodlar (3)-(4) masalaning  $p = 2, q = 3$  holi uchun global va umumlashtirilgan yechimlarini o‘rganishdan boshladilar. Ushbu (3)-(4) masala ikki devor orasida joylashgan plazmadagi kuchsiz magnit maydonlarining diffuziyasi modelini ifodalashi aks etgan [3]. Ushbu [4] ishda o‘zgaruvchan zichlik va manba ta’sirida nodivergent diffuziya jarayonini ifodalavchi quyidagi

$$|x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} = u^q \frac{\partial}{\partial x} \left( |x|^n u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + |x|^{-l} u^\beta$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R$$

parabolik tenglamaga qo‘yilgan Koshi masalasining yechimlari sifat xossalari o‘rganilgan. Bunda global yechimning mavjudlik shartlari topilgan va yechimning asimptotik harakati o‘rganilgan.

Ushbu [5] ishda

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( v^{m_1-1} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{m_2-1} \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad x \in R_+, t > 0, \quad \begin{array}{l} \text{kros} \\ \text{s-} \\ \text{diff} \end{array}$$

uziya parabolik tenglamalar sistemasi nolokal chegaraviy shartlar bilan qaralgan. Bunda global yechim va yechim asimptotikasi haqida teoremlar isbotlanib, sonli natijalar olingan. Olingan natijalarga asosan sekin va tez diffuziya hollari uchun parametrlarning turli qiymatlarida grafiklar tasvirlangan.

Ushbu [6] ishda quyidagi ko‘rinishdagi

$$\frac{\partial(\rho(x)u)}{\partial t} = \operatorname{div}\left(|x|^n v^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u\right) + \rho(x)\gamma(t)u^{\beta_1}$$

$$\frac{\partial(\rho(x)v)}{\partial t} = \operatorname{div}\left(|x|^n u^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v\right) + \rho(x)\gamma(t)v^{\beta_2}$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N$$

divergent shakldagi o‘zgaruvchan zichlikka ega parabolik tenglamalar sistemasining sifat xossalari tadqiq qilingan. Xususan, avtomodel tenglamalar sistemasi qurilgan va avtomodel tenglamalar sistemasining yechimlari topilib, asimptotikalari tahlil qilingan. Sekin diffuziya holi uchun global yechimning majudligi haqida teoremlar isbotlanib sonli natijalar olingan.

Ushbu [7] ishda nochiziqli divergent, quyidagi ko‘rinishdagi

$$|x|^n \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}\left(|x|^k v^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u\right) + |x|^n u^{\beta_1}$$

$$|x|^n \frac{\partial v}{\partial t} = \operatorname{div}\left(|x|^n u^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v\right) + |x|^n v^{\beta_2}$$

parabolik tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan Koshi masalasi ko‘rib chiqilgan. Avtomodel yechim xossalari o‘rganilgan va Zeldovich-Barenblatt tipidagi yechimlar olingan. Avtomodel yechimning asimptotik harakati tahlil qilinib, sekin va tez diffuziya holati uchun globallik shartlari olingan. Sonli natijalar yordamida sekin va tez diffuziya hollari uchun grafiklar tasvirlangan.

Ushbu [8] ishda kritik hollarda ikki komponentali muhitlarda manba va o‘zgaruvchan zichlikka ega quyidagi

$$|x|^{-l} \frac{\partial u_i}{\partial t} = u_i^{\alpha_i} \nabla \left( |x|^n u_{3-i}^{m_i-1} |\Delta u_i^k|^{p-2} \Delta u_i \right) + |x|^{-l} u_i^{\beta_i} \quad (5)$$

$$u_i(0, x) = u_{0,i}(x), x \in R^N \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

Koshi masalasi qaralgan. Masalasining global yechimi va yechimning asimptotikalari haqida teoremlar isbotlangan. Bunda sistemaning zaif yechimlari qaralgan. Global va asimptotik yechimlar haqida teoremlar isbotlangan hamda ulardan kelib chiqadigan natijalar keltirib o‘tilgan. (5)-(6) masalaning xususiy hollari [9-12] ishlarda ko‘rilgan. Bunda global va asimptotik yechimlar haqida teoremlar isbotlangan hamda ulardan kelib chiqadigan natijalar keltirib o‘tilgan va python dasturlash tilida haydash metodidan foydalanib sonli natijalar olingan. Ular asosida tez va sekin diffuziya jarayoni uchun grafiklar tasvirlangan.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Avtomodel tenglamalar sistemasini qurish uchun tenglamalar sistemasida quyidagicha shakl almashtirish bajaramiz.

$$u_i(t, x) = z_i(t, \zeta), \text{ bu yerda } \zeta = \int_0^t c(y) dy - x \quad (7)$$

Natijada (1) tenglamalar sistemasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = z_i^{\alpha_i} \nabla \left( z_{2-i}^{m_i-1} \left| \nabla z_i^k \right|^{p-2} \nabla z_i \right) + z_i^{\beta_i} \quad (8)$$

(8)-tenglamalar sistemasidan avtomodel tenglamalar sistemasiga o'tish uchun biz [2] adabiyotda keltirilgan nochiziqli ajratish algoritmdan foydalanamiz. Yani (8)- tenglamalar sistemasining yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz.

$$z_i(t, \zeta) = \bar{u}_i(t) \cdot w_i(\tau(t), \zeta) \quad (9)$$

(9)- almashtirishdan keyin, 8-tenglamalar sistemi quyidagi ko'rinishga keladi.

$$\frac{\partial w_i}{\partial \tau} = w_i^{\alpha_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( w_{3-i}^{m_i-1} \left| \frac{\partial w_i^k}{\partial \zeta} \right|^{p-2} \frac{\partial w_i}{\partial \zeta} \right) + \frac{\psi_i}{\tau} \left( w_i^{\beta_i} - \frac{1}{1-\beta_i} w_i \right) \quad (10)$$

Bu yerda yordamchi funksiya va parametrlar quyidagicha aniqlangan.

$$\tau(t) = \begin{cases} \frac{(T+t)^\sigma}{\sigma} & \text{at } \sigma \neq 0 \\ \ln(T+t) & \text{at } \sigma = 0 \end{cases}$$

$$T > 0, \sigma = \frac{k(p-2) + \alpha_i}{1-\beta_i} + \frac{m_i-1}{1-\beta_2} + 1 = \frac{k(p-2) + \alpha_2}{1-\beta_2} + \frac{m_2-1}{1-\beta_1} + 1$$

$$\psi_i = \left( \frac{k(p-2) + \alpha_i}{1-\beta_i} + \frac{m_i-1}{1-\beta_{3-i}} + 1 \right)^{-1}$$

(1)-tenglamalar sistemasidan avtomodel tenglamalar sistemasiga o'tishimiz uchun sistemada

$$w_i(\zeta, \tau) = f_i(\xi), \quad \xi = \frac{|\zeta|}{\tau^p}$$

kabi shakl almashtirish bajaramiz, natijada quyidagi avtomodel tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz.

$$f_i^{\alpha_i} \frac{d}{d\xi} \left( f_{3-i}^{m_i-1} \left| \frac{df_i^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df_i}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df_i}{d\xi} + \psi_i \left( f_i^{\beta_i} - \frac{1}{1-\beta_i} f_i \right) = 0 \quad (11)$$

Biz (12)-avtomodel tenglamalar sistemasining notrivial, manfiy bo'lmagan quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topish bilan shug'ullanamiz.

$$f_1(0) = M_1, f_2(0) = M_2, M_1 \in R, M_2 \in R \quad (12)$$

$$f_1(d_1) = f_2(d_2) = 0, 0 < d_1 < \infty, 0 < d_2 < \infty$$

**Muhokama va natijalar.** Sekin diffuziya holi. Yechimning globallik shartlari. Biz (1) sistemaning zaif yechimlarini global yechim bo'lishini taqqoslash prinsipidan foydalangan holda amalga oshiramiz. Buning uchun esa  $u_{i+}(t, x)$  yechimimizni quyidagi ko'rinishda izlaymiz.

$$u_{i+}(t, x) = (T+t)^{n_i} \bar{f}_i(\xi) \quad (13)$$

$$\bar{f}_i(\xi) = A_i (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_i} \quad (14)$$

Bu yerda sonli parametrlar quyidagicha aniqlangan.



$$a > 0, \gamma_i = \frac{(p-1)(k(p-2) + \alpha_{3-i} - m_i + 1)}{(k(p-2) + \alpha_i)(k(p-2) + \alpha_{3-i}) - (m_i - 1)(m_{3-i} - 1)}$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, A_i, n_i = \frac{1}{1 - \beta_i} \quad (i=1,2)$$

$$A_i^{\alpha_i + k(p-2)} A_{3-i}^{m_i - 1} = \frac{\frac{\gamma \gamma_i}{p} + \frac{\psi_i}{1 - \beta_i}}{\gamma \gamma_i |\gamma \gamma_i|^{p-2} (\gamma \gamma_{i+2} - 1)},$$

$$\gamma_{i+2} = (\gamma_i k - 1)(p-2) + \gamma_{3-i}(m_i - 1) + \gamma_i - 1$$

(13) topilgan funksiyamizdan foydalangan holda mavzuga oid teoremlar va ulardan kelib chiqadigan natijalarni keltirib o'tamiz.

**Teorema 1. (Globallik shartlari).** Faraz qilaylik  $\gamma_i > 0$ ,

$$\gamma \gamma_{i+2} A_i^{\alpha_i + k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i - 1} k^{p-2} |\gamma \gamma_i|^{p-2} = \frac{1}{p},$$

$$\psi_i \left( A_i^{\beta_i - 1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1 - \beta_i} \right) - \frac{\gamma_i}{p \gamma_{i+2}} \leq 0, ,$$

$$u_i(t, 0) \leq u_{i+}(t, 0), x \in R \quad (i=1,2),$$

munosabatlar o'rinli bo'lsin. U holda (1)-(2) masala uchun  $Q$  sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o'rinli bo'ladi.

$$u_i(t, x) \leq u_{i+}(t, x) = (T + t)_i^n \bar{f}_i(\xi).$$

**Isbot.** Teorema 1 ni isbotlash uchun taqqoslash teoremasidan foydalanamiz [1]. Taqqoslash funksiyalari sifatida (13) ni olamiz. (13) ni (1) ga olib borib qo'yamiz va quyidagi tengsizliklarni baholaymiz.

$$f_i^{\alpha_i} \frac{d}{d\xi} \left( f_{3-i}^{m_i - 1} \left| \frac{df_i^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df_i}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df_i}{d\xi} + \psi_i \left( f_i^{\beta_i} - \frac{1}{1 - \beta_i} f_i \right) \leq 0 \quad (15)$$

Agar teorema shartida ta'kidlangandek,  $\gamma \gamma_{i+2} A_i^{\alpha_i + k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i - 1} k^{p-2} |\gamma \gamma_i|^{p-2} = \frac{1}{p}$

tengliklar o'rinli bo'lsin desak.

$$\psi_i \left( A_i^{\beta_i - 1} (a - \xi^\gamma)^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1 - \beta_i} \right) - \frac{\gamma_i}{\gamma_{i+2} p} \leq 0$$

tengsizlikga ega bo'lamiz. Bu yerda  $A_i^{\beta_i - 1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} \geq A_i^{\beta_i - 1} (a - \xi^\gamma)^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i}$  ekanligini inobatga olsak, u holda

$$\psi_i \left( A_i^{\beta_i - 1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1 - \beta_i} \right) - \frac{\gamma_i}{p \gamma_{i+2}} \leq 0, (i=1,2)$$

tengsizlik o'rinli ekanligi kelib chiqadi. Bundan esa 1-teorema gipotezalariga va taqqoslash prinsipiga ko'ra, quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi.

$u_{i+}(t, x) \geq u_i(t, x)$ ,  $x \in R$ ,  $Q$  sohada, agar  $u_{i+}(t, 0) \geq u_i(t, 0)$ ,  $(i=1, 2)$ ,  $x \in R$  munosabat o‘rinli bo‘lsa. Teorema isbotlandi.

### Avtomodel tenglamalar sistemasi yechimining asimptotik harakati

Biz Avtomodel tenglamalar sistemasining yechimining asimptotik harakatini o‘rganishga oid teoremlar va ular asosida kelib chiqadigan natijalarni keltirishdan oldin, quyidagi belgilashlarni kiritib olamiz.

$$a_{1i}(\eta) = -\gamma_{i+2} + \frac{e^{-\eta}}{\gamma(a - e^{-\eta})}, \quad a_{2i}(\eta) = \frac{1}{p \cdot \gamma^{p-1}} \quad (16)$$

$$a_{3i}(\eta) = \frac{\psi_i e^{(\gamma_i - \gamma_i \beta_i - 1)\eta}}{\gamma^p (a - e^{-\eta})}, \quad a_{4i}(\eta) = \frac{\psi_i e^{-\eta}}{(1 - \beta_i) \gamma^p (a - e^{-\eta})}.$$

Bu yerda  $\gamma_{i+2} = \gamma_{3-i}(m_i - 1) + (\gamma_i k - 1)(p - 2) + \gamma_i - 1$  ( $i=1, 2$ )

Faraz qilaylik (1)-sistemaning koeffitsiyentlari o‘rtasida quyidagi tenglik o‘rinli bo‘lsin.

$$\gamma_1(k(p-2) + \alpha_1) + \gamma_2(m_1 - 1) = \gamma_2(k(p-2) + \alpha_2) + \gamma_1(m_2 - 1) \quad (17)$$

U holda bunga quyidagi teoremlar ulardan kelib chiqadigan natijalarni keltirib o‘tamiz.

**Teorema 2.** Faraz qilaylik  $\gamma_i > 0$  bo‘lsin. U holda (11), (12) masalaning kompakt

yurituvchili yechimlari uchun  $\xi \rightarrow a^{\frac{p-1}{p}}$  da quyidagi asimptotika

$$f_i(\xi) = c_i (a - \xi^\gamma)^{\gamma_i} (1 + o(1)), \quad (i=1, 2) \quad (18)$$

o‘rinli bo‘lishi uchun, quyidagi shartlardan birontasi bajarilishi zarur:

1.  $\gamma_1 - \gamma_1 \beta_1 - 1 = 0$ ,  $\gamma_2 - \gamma_2 \beta_2 - 1 = 0$  va  $c_i$  ( $i=1, 2$ ) quyida ko‘rsatilgan nochiqliq algebraik tenglamalar sistemalarining birontasining mos ravishda yechimlari

$$a_{11} \cdot c_2^{m_1-1} c_1^{k(p-2)+1} \gamma_1^{p-1} k^{p-2} + a_{12} \cdot \gamma_1 \cdot c_1^{1-\alpha_1} - a_{13} \cdot c_1^{\beta_1-\alpha_1} = 0$$

$$a_{21} \cdot c_1^{m_2-1} c_2^{k(p-2)+1} \gamma_2^{p-1} k^{p-2} + a_{22} \cdot \gamma_2 \cdot c_2^{1-\alpha_2} - a_{23} \cdot c_2^{\beta_2-\alpha_2} = 0.$$

2.  $\gamma_1 - \gamma_1 \beta_1 - 1 < 0$ ,  $\gamma_2 - \gamma_2 \beta_2 - 1 = 0$  va  $c_i$  ( $i=1, 2$ ) quyida ko‘rsatilgan nochiqliq algebraik tenglamalar sistemalarining birontasining mos ravishda yechimlari

$$a_{11} \cdot c_2^{m_1-1} c_1^{k(p-2)+1} \gamma_1^{p-1} k^{p-2} + a_{12} \cdot \gamma_1 \cdot c_1^{1-\alpha_1} = 0$$

$$a_{21} \cdot c_1^{m_2-1} c_2^{k(p-2)+1} \gamma_2^{p-1} k^{p-2} + a_{22} \cdot \gamma_2 \cdot c_2^{1-\alpha_2} - a_{23} \cdot c_2^{\beta_2-\alpha_2} = 0.$$

3.  $\gamma_1 - \gamma_1 \beta_1 - 1 = 0$ ,  $\gamma_2 - \gamma_2 \beta_2 - 1 < 0$  va  $c_i$  ( $i=1, 2$ ) quyida ko‘rsatilgan nochiqliq algebraik tenglamalar sistemalarining birontasining mos ravishda yechimlari

$$a_{11} \cdot c_2^{m_1-1} c_1^{k(p-2)+1} \gamma_1^{p-1} k^{p-2} + a_{12} \cdot \gamma_1 \cdot c_1^{1-\alpha_1} - a_{13} \cdot c_1^{\beta_1-\alpha_1} = 0$$

$$a_{21} \cdot c_1^{m_2-1} c_2^{k(p-2)+1} \gamma_2^{p-1} k^{p-2} + a_{22} \cdot \gamma_2 \cdot c_2^{1-\alpha_2} = 0.$$

4.  $\gamma_1 - \gamma_1 \beta_1 - 1 < 0$ ,  $\gamma_2 - \gamma_2 \beta_2 - 1 < 0$  va  $c_i$  ( $i=1, 2$ ) quyida ko‘rsatilgan nochiqliq algebraik tenglamalar sistemalarining birontasining mos ravishda yechimlari

$$a_{11} \cdot c_2^{m_1-1} c_1^{k(p-2)+1} \gamma_1^{p-1} k^{p-2} + a_{12} \cdot \gamma_1 \cdot c_1^{1-\alpha_1} = 0$$

$$a_{21} \cdot c_1^{m_2-1} c_2^{k(p-2)+1} \gamma_2^{p-1} k^{p-2} + a_{22} \cdot \gamma_2 \cdot c_2^{1-\alpha_2} = 0.$$

**Isbot:** Ushbu teorema isboti [9]da keltirilgan kabi isbotlanadi.

**Natija 1.** Agar  $\frac{(p-1)(k(p-2)+\alpha_{3-i}-m_i+1)}{k(p-2)(k(p-2)+\alpha_i+\alpha_{3-i})+\alpha_i\alpha_{3-i}-(m_i-1)(m_{3-i}-1)} > 0$  tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, u

holda (1)-(2) masalaning umumlashgan yechimi  $|x| \rightarrow a^{\frac{p-1}{p}} \tau^{\frac{1}{p}}$  da quyidagi

$$u_{iA}(x,t) \approx c_i (T+t)^{n_i} \left( a - \left( |x| \tau^{\frac{1}{p}} \right)^{\frac{p}{p-1}} \right)^{\frac{(p-1)(k(p-2)+\alpha_{3-i}-m_i+1)}{k(p-2)(k(p-2)+\alpha_i+\alpha_{3-i})+\alpha_i\alpha_{3-i}-(m_i-1)(m_{3-i}-1)}} (1+o(1))$$

asimptotikalarga ega, bu yerda  $c_i$  ( $i=1,2$ ) aniqlangan o‘zgarmaslar.

**Tez diffuziya ( $\gamma_i < 0$ ). Yechimning globallik shartlari.**

Faraz qilaylik (11) sistema quyidagi shartlarni qanoatlantirsin.

$$f_i'(0) = 0, f_i(\infty) = 0$$

Bu yerda  $f_i(\xi) = A_i (a + \xi^\gamma)_+^{\gamma_i}$  ga teng.

**Teorema 3. (Globallik shartlari).** Faraz qilaylik  $\gamma_i < 0$ ,

$$\gamma_{i+2} A_i^{\alpha_i+k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} |\gamma_i|^{p-2} = -\frac{1}{p},$$

$$\psi_i \left( A_i^{\beta_i-1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1-\beta_i} \right) - \frac{\gamma_i}{p \gamma_{i+2}} \geq 0,$$

$$u_i(t,0) \geq u_{i-}(t,0), x \in R \quad (i=1,2),$$

munosabatlar o‘rinli bo‘lsin. U holda (1)-(2) masala uchun  $Q$  sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o‘rinli bo‘ladi.

$$u_i(t,x) \geq u_{i-}(t,x) = (T+t)^{n_i} \bar{f}_i(\xi), (i=1,2)$$

Teorema 3 ning isboti, teorema 1 kabi isbotlanadi.

**Teorema 4.** Faraz qilaylik  $\gamma_i < 0$  bo‘lsin. U holda (11) masalaning cheksizlikda so‘nuvchi yechimlari uchun  $\xi \rightarrow \infty$  da quyidagi asimptotikalar

$$f_i(\xi) = c_i (a + \xi^\gamma)^{\gamma_i} (1+o(1)), i=1,2$$

o‘rinli bo‘ladi, bu yerda  $c_i$  ( $i=1,2$ ) quyida ko‘rsatilgan nochiqliq algebraik tenglamalar sistemasining yechimi

$$a_{i1} c_i^{k(p-2)+1} c_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} \gamma_i^{p-1} + a_{i2} \gamma_i c_i^{1-\alpha_i} + a_{i4} c_i^{1-\alpha_i} = 0$$

**Isbot:** (11), (20) masala yechimlarining asimptotikalarini o‘rganishimiz uchun (11)-avtomodel tenglamalar sistemasining cheksizlikda so‘nuvchi yechimlarini quyidagi ko‘rinishda axtaramiz.

$$f_i(\xi) = \bar{f}_i(\xi) \cdot y_i(\eta), \quad \eta = \ln(a + \xi^\gamma), (i=1,2)$$

Bu yerda  $\bar{f}_i(\xi) = (a + \xi^\gamma)^{\gamma_i}$ ,  $a > 0$ ,  $y_i(\eta)$  ( $i=1,2$ ) qidirilayotgan funksiyalar.

(18) ni (11)-sistemaga olib borib qo‘yamiz, natijada  $y_i(\eta)$  ga nisbatan quyidagi sistemaga ega bo‘lamiz.

$$\frac{dL_i y}{d\eta} + a_{i1}(\eta) \cdot L_i y + y^{-\alpha_i}(\eta) \cdot \left( \frac{dy(\eta)}{d\eta} + \gamma_i \cdot y(\eta) \right) \cdot a_{i2}(\eta) + y^{\beta_i - \alpha_i}(\eta) \cdot a_{i3}(\eta) - y^{1 - \alpha_i}(\eta) \cdot a_{i4}(\eta) = 0$$

Bu yerda, 
$$a_{i1}(\eta) = \gamma_{2+i} - \frac{e^\eta}{\gamma(a - e^\eta)}, \quad a_{i2}(\eta) = \frac{1}{p \cdot \gamma^{p-1}},$$

$$a_{i3}(\eta) = \frac{\psi_i e^{(1+\gamma_i\beta_i-\gamma_i)\eta}}{\gamma^p (a - e^\eta)}, \quad a_{i4}(\eta) = \frac{\psi_i e^\eta}{\gamma^p (1 - \beta_i)(a - e^\eta)},$$

$L_i(y) = y_{3-i}^{m_i-1} \left| \frac{dy_i^k}{d\eta} + k\gamma_i y_i^k \right|^{p-2} \left( \frac{dy_i}{d\eta} + \gamma_i y_i \right)$ , ( $i=1,2$ ) kabi aniqlangan. Shularga asoslangan holda, bu teoremaning isboti [9] dagi kabi isbotlanadi.

**Natija 2.** Agar  $\frac{(p-1)(k(p-2)+\alpha_{3-i}-m_i+1)}{k(p-2)(k(p-2)+\alpha_i+\alpha_{3-i})+\alpha_i\alpha_{3-i}+(m_i-1)(m_{3-i}-1)} < 0$  tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, u holda (1)-(2) masalaning umumlashgan yechimi  $\xi \rightarrow \infty$  da quyidagi

$$u_{iA}(x, t) \approx c_{i+2} (T + t)^{n_i} \left( a + \xi^{\frac{p}{p-1}} \right)^{\frac{(p-1)(k(p-2)+\alpha_{3-i}-m_i+1)}{k(p-2)(k(p-2)+\alpha_i+\alpha_{3-i})+\alpha_i\alpha_{3-i}+(m_i-1)(m_{3-i}-1)}} (1 + o(1))$$

asimptotikalarga ega, bu yerda  $c_{2+i}$  ( $i=1,2$ ) aniqlangan o‘zgarmaslar.

**Xulosa.** Bu maqolada olingan natijalardan dastlabki yaqinlashish sifatida foydalanish juda katta samara beradi. Bunda jarayon tez yaqinlashadi, sonli yechishda haydash metodidan foydalangan holda masalaning bizga kerak bo‘lgan yechimlarini topishimiz mumkin.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P. Blow-up in Quasilinear Parabolic Equations. Walter de Grueter, Berlin, 1995, 4, P. 535.
2. Friedman A., McLeod J. B. Blow up of solutions of nonlinear degenerate parabolic.
3. Passo, R.D., & Luckhaus, S.. A degenerate diffusion problem not in divergence form. Journal of Differential Equations, 69(1987), 1-14.
4. Aripov M., Matyakubov A.S., Khasanov J.O. and Bobokandov M.M. "Mathematical modeling of double nonlinear problem of reaction diffusion in not divergent form with a source and variable density". J. Phys.: Conf. Ser, 2021, 2131 032043. DOI 10.1088/1742-6596/2131/3/032043
5. Урунбаев Ж.Е. Численное решение задачи кросс диффузии с нелокальными граничными условиями // Universum: технические науки: электрон. научн журнал, 2022. 10(103).
6. Shahlo A. Sadullaeva, Numerical Investigation of Solutions to a Reaction-diffusion System with Variable Density, Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2016, 9(1), 90-101
7. Aripov M.M., and Matyakubov A.S., "Self-similar solutions of a cross-diffusion parabolic system with variable Density: explicit estimates and asymptotic behaviour" Наносистемы: физика, химия, математика, vol.8, no.1, 2017,
8. Xasanov J.O. Investigation of qualitative properties of the non-divergent cross-diffusion problem with source and variable density in two-component media in critical cases // International Scientific Research Journal, 4(5), p.1091-1099 <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/CHABF>

9. Aripov M., Matyakubov A.S., Khasanov J.O. "Explicit estimate and global solution of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form". Ilm sarchashmalari. 2022, №5, 23-32 betlar.
10. Aripov M., Matyakubov A. S., Khasanov J. O. "Global solvability and explicit estimation of solutions of a cross-diffusion parabolic system in non-divergent form with a source and variable density". Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5, №4, pp. 22-31.
11. Khasanov J. O. "Mathematical modeling of processes described by cross-diffusion source and variable density" Hisoblash va amaliy matematika muamolari 2022, № 6(45), 39-47 betlar
12. Aripov M., Matyakubov A.S., Xasanov J.O. "Nodivergent kross-diffuzion parabolik tenglamalar sistemasini sonli modellashtirish", 2022-yil, 5-son (135),84-91 betlar.
13. Aripov M., Matyakubov A.S., Xasanov J.O. To the qualitative properties of self-similar solutions of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form with a source // AIP Conference Proceedings 2781, 020005 (2023).
14. Mamatov A.U., Nurumova A.Y. Modeling of nonequilibrium cross-diffusion systems// J. Phys.: Conf.Ser.(16.12.2022)388,012027)

## BINAR QIDIRUV ALGORITMINING MURAKKABLIGINI BAHOLASH COMPLEXITY ASSESSMENT OF BINARY SEARCH ALGORITHM

**Zair Uzakov,**

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Qarshi filiali. Axborot texnologiyalarining dasturiy ta'minoti kafedrasini professori vazifasini bajaruvchi, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent,

[zair90uzakov@gmail.com](mailto:zair90uzakov@gmail.com)

ORCID 0000- 0001-8459-6072,

UDK 519.6+517.958

**Annotatsiya.** Algoritmning murakkablik darajasini tahlil qilish bo'yicha bilim va ko'nikmalarga ega bo'lish maqsadga muvofiqdir. Bu ko'nikmalar qo'yilgan masalani yechish uchun mavjud algoritmlardan eng samaralisini tanlash va algoritmlarni takomillashtirishga yordam beradi. Ushbu maqolada ko'rib chiqilgan bir o'lchovli massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini topish masalasi, binar qidiruv algoritmining murakkablik darajasini baholash metodologiyasini ishlab chiqish va tavsiflash dolzarb hisoblanadi. Maqolada binar qidiruv algoritmidan foydalanilganda massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini aniqlash uchun bajarilishi zarur bo'lgan amallar sonini hisoblash formulalari keltirib chiqarilgan. Olingan formulalar massivning tegishli elementini aniqlash bo'yicha bajariladigan amallar hajmining massiv elementlari soniga logarifmik bog'liqligini ko'rsatadi. Formulalar xususiy hollar uchun tahlil qilingan, tahlil natijalari nazariy farazlarning amaliy masalalarni yechish bilan mosligini ko'rsatadi. Binar qidiruv algoritmi samaradorligining raqamli xarakteristikasi aniqlangan va tahlil qilingan, binar qidiruv algoritmining asimptotik samaradorligi ko'rsatilgan. Maqola mavzusi bo'yicha nashrlar tahlili o'tkazilgan.

**Kalit so'zlar:** bir o'lchovli massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini qidirish masalasi, binar qidiruv algoritmi.

**Abstract.** It is desirable to have knowledge and skills in analyzing the complexity level of algorithms. These skills help to choose from existing algorithms the most effective one for solving a given problem and to improve algorithms. The problem of searching for an element of a one-dimensional array with a given value, the development and description of a methodology for assessing the complexity of a binary search algorithm, considered in this article, is an urgent task. The article derives the formulas for calculating the number of actions that must be performed to determine an element of array with a given value when using the binary search algorithm. The derived formulas show the logarithmic dependence of the volume of actions to determine an array element on the number of elements of a given array. The formulas are analyzed for specific cases; the results of the analysis show the compatibility of theoretical assumptions with the solution of practical problems. A digital characteristic of the efficiency of a binary search algorithm has been determined and analyzed, the asymptotic efficiency of the binary search algorithm is shown. An analysis of publications on the topic of the article was carried out.

**Keywords:** the problem of searching for an element of a one-dimensional array with a given value, the binary search algorithm.

**Kirish.** Tadqiq etilayotgan obektning berilgan xossaga ega elementini qidirish algoritmlari amaliy masalalarni yechishda ko'p qo'llaniladigan algoritmlardir. Qidiruv

algoritmalaridan biri binar algoritm bo'lib, u berilgan elementlar to'plamini o'rta element yordamida ikki qismga bo'lish usuliga asoslangan. Ushbu tadqiqotning maqsadi va vazifalari binar qidiruv algoritmining murakkabligini baholash metodologiyasini ishlab chiqish va taqdim etish, bir o'lchovli massivning berilgan qiymatga ega elementini aniqlash uchun binar qidiruv algoritmidan foydalanilganda bajariladigan amallar sonini hisoblash imkoniyatini beruvchi formulalarni keltirib chiqarish va tahlil qilish, algoritm samaradorligining raqamli xarakteristikasini aniqlash va uning asimptotik samaradorligini baholashdan iboratdir.

**Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili.** Binar qidiruv algoritmini o'rganish, tavsiflash va amalga oshirish tamoyillarini ishlab chiqishga ko'pgina nashrlar bag'ishlangan, shu jumladan [1-5] ilmiy maqolalar, [6-8] monografiyalar, [9-10] darsliklar, [11-12] o'quv qo'llanmalar. [1-2] maqolalar binar algoritmi tavsiflashga, dasturlashda uni amalga oshirish tamoyillariga bag'ishlangan. [3] maqolada uch elementli to'plamda binar multioperatsiyalarning minimal algebralarini qidirish algoritmini ishlab chiqish masalasi tadqiq etilgan. [4] maqolada ketma-ket qidiruvning va binar qidiruvning murakkabligini o'rganish amalga oshirilgan. Binar qidiruv algoritmi samaradorligining raqamli xarakteristikasi, uning ahamiyati, amaliyotdagi o'rni [5] maqolada yoritilgan. [7] monografiyada algoritmnining ishlash vaqtining o'sish tartibini baholash uchun yetarlicha katta hajmdagi kirish ma'lumotlari ko'rib chiqilgan va shu bilan algoritmnining asimptotik samaradorligi o'rganilgan. [6] monografiyada tadqiq etilayotgan jarayonning xususiyatlarini o'lchash va raqamlar bilan ifodalash imkoniyatlariga, jumladan, qidiruv algoritmlarining samaradorligiga e'tibor qaratilgan va algoritm samaradorligini tahlil etishning asosi qayta ishlanadigan kirish axboroti hajmining oshishi bilan algoritmda bajariladigan asosiy amallar sonining o'sish tartibini tahlil qilish ekanligi qayd etilgan. [8] monografiya muallifi dasturlashda eng keng tarqalgan amallardan biri qidiruv amali ekanligini ta'kidlaydi. Chiziqli qidiruvni izlanayotgan ma'lumotlar haqida qo'shimcha ma'lumot bo'lmagan qidiruv sifatida ta'riflaydi, bu holda aniq yondashuv massiv elementlarini oddiy ketma-ketlikda ko'rib chiqishdan iboratdir. [9] darslikda ma'lumotlarni qayta ishlash algoritmlari bilan bog'liq bir qator tushunchalarning kompyuterli ta'rifi berilgan, jumladan, massiv bir nom ostida birlashtirilgan bir xil turdagi kataklar guruhi sifatida, ma'lumotlar strukturasi sifatida ta'riflangan, massiv elementi – kompyuter xotirasidagi katakdir. [10] oliy o'quv yurtlari uchun darslikda keltirilgan materiallarda ilmiy tadqiqot metodologiyasi, algoritmlarni loyihalash va tahlil qilish masalalari ham o'rin olgan. [12] o'quv qo'llanmada boshqa savollar bilan bir qatorda massivni ikki qismga bo'ladigan elementni tanlash masalasi, massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini qidirish jarayoni o'rganilgan. Ta'kidlanadiki, ushbu elementni ixtiyoriy tanlash mumkin, tanlov algoritmnining to'g'riligiga ta'sir etmaydi. Lekin ushbu elementni tanlash algoritmnining samaradorligiga ta'sir qiladi, optimal yechim massivning o'rta elementini tanlashdir. [11] o'quv qo'llanmada binar qidiruv algoritmi tadqiqot obektini ikki qismga bo'lishga asoslangan algoritm sifatida ko'rib chiqilgan. Aytish mumkinki, binar qidiruv algoritmiga oid deyarli barcha nashrlarda uning asimptotik murakkabligini  $O(n^2)$  sifatida baholash mumkinligi qayd etilgan.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Maqolani yozishda ilmiy tadqiqotning induksiya metodidan foydalanildi. Induksiya metodi - bu kuzatilgan alohida dalillardan prinsiplarni, nazariyaning umumiy qoidalarini aniqlash va qonuniyatlarni o'rnatishga o'tadigan tadqiqot va taqdim etish usulidir. Maqolada xususiy hollar uchun, ya'ni berilgan massivda elementlar soni  $n=1$ ,  $n=2$ ,  $n=3$  va  $n=j$  bo'lgan hollar uchun massivning berilgan qiymatga ega elementini aniqlashda binar algoritmdan foydalanilganda bajariladigan amallar sonining berilgan massiv elementlari soniga ( $n$  ga) bog'liqlik darajasi tadqiq

etilgan, tegishli qonuniyat aniqlangan va bu qonuniyat umumlashtirilib, binar qidiruv algoritmidan foydalanilganda istalgan  $n$  ta elementli massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini aniqlash uchun bajarilishi kerak bo'lgan amallar soni  $N(n)$  ni hisoblash imkoniyatini beruvchi quyidagi formulalar keltirib chiqarilgan:  $n_j = (n_{j-1} - 1) / 2 = (n - (2^j - 1)) / 2^j$ ,  $n_{\text{joxirgi}} = (n_{\text{joxirgi}-1} - 1) / 2 = (n - (2^{\text{joxirgi}} - 1)) / 2^{\text{joxirgi}} = 1$ ,  $\text{joxirgi} = \log_2(n+1) - 1$ ,  $N(n) = 3 * \text{joxirgi} + 1 = 3 * (\log_2(n+1) - 1) + 1 = 3 * \log_2(n+1) - 2$ . Bu yerda  $n_j$  dastlabki massivni va keyin hosil bo'ladigan massiv ostilarini j- marta ikki qismga bo'lganda hosil bo'ladigan chap va o'ng massiv ostilaridagi elementlar sonini bildiradi, massiv yoki massiv ostini oxirgi marta ikki qismga bo'lganda hosil bo'ladigan chap va o'ng massiv ostilarida bittadan element qoladi va shuning uchun  $n_{\text{joxirgi}} = (n_{\text{joxirgi}-1} - 1) / 2 = (n - (2^{\text{joxirgi}} - 1)) / 2^{\text{joxirgi}} = 1$ , bu yerdan  $\text{joxirgi} = \log_2(n+1) - 1$  tenglik kelib chiqadi.

Tadqiq etilayotgan obektning berilgan xossaga ega bo'lgan elementini qidirish algoritmlari ko'p qo'llaniladigan algoritmlardir [1-12]. Qidiruv algoritmlari bir-biridan asosan qidiruv strategiyasida farq qiladi. Ulardan biri binar algoritm bo'lib, u berilgan elementlar to'plamini o'rtadagi element yordamida ikki qismga bo'lish usuliga asoslangan. Binar algoritm elementlari tartiblangan, masalan, o'sish tartibida  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$ , to'plamga qo'llaniladi, kerakli elementni izlash to'plamning o'rta elementidan, o'rta element xossasini izlanayotgan elementning berilgan xossasi bilan solishtirishdan boshlanadi. Qidirilayotgan elementni izlash jarayonini berilgan to'plamning, masalan, massivning o'rta elementidan boshlash optimal yondashuv hisoblanadi [6], chunki bu yondashuv natijasida qidiruvning har bir keyingi bosqichida massiv elementlarining yarmi ishtirok etmaydi, qayta ishlanishi lozim bo'lgan elementlar soni ikki barobar kamayadi, keyingi bosqichlar amallarini bajarish vaqti ham kamayadi. Agar elementni izlash jarayoni massivning o'rta elementi bo'lmagan elementdan boshlansa, qidiruvning keyingi bosqichiga massiv elementlarining yarmidan ko'prog'i qolishi va keyingi bosqichlar amallarini bajarish vaqti ozroq kamayishi mumkin.

Saralangan massivning o'rta elementi qiymatini berilgan kalit qiymat bilan, ya'ni qidiralayotgan elementning qiymati bilan solishtirganda quyidagi uchta holdan biri ro'y berishi mumkin: 1) o'rta elementning qiymati berilgan kalit qiymatga teng; 2) o'rta elementning qiymati kalit qiymatdan kichik; 3) o'rta elementning qiymati kalit qiymatdan katta. Birinchi hol eng yaxshisidir va qidiruv masalasi hal qilinadi: massivning o'rta elementi – qidiralayotgan elementdir. Ikkinchi holda, agar qidiralayotgan element massivda mavjud bo'lsa, u ko'rib chiqilayotgan o'rta elementdan keyin joylashganligi, keyingi qidiruv o'rta elementdan keyin joylashgan massiv ostida (kichik massivda) amalga oshirilishi kerakligi aniq bo'ladi. O'rta elementdan oldin joylashgan ikkinchi massiv osti esa keyingi ko'rib chiqishdan chiqarib tashlanadi, chunki unda qidiralayotgan element mavjud emas. Uchinchi holda, qidiralayotgan element ko'rib chiqilayotgan o'rta elementdan oldin joylashgan bo'lishi mumkin va keyingi qidiruv o'rta elementdan oldin joylashgan massiv ostida amalga oshirilishi kerak.

Algoritmning murakkablik darajasi odatda berilgan ma'lumotlarning qo'yilgan masalaga nisbatan eng yomon holi bo'yicha baholanadi, chunki resurslar, ya'ni algoritmning bajarilish vaqti va masalani yechish uchun ajratiladigan kompyuter xotirasi hajmi boshqa har qanday holda masalani yechish uchun etarli bo'ladi. Ushbu maqolada ko'rib chiqilayotgan masalada berilgan ma'lumotlarning eng yomon holi shundan iboratki, qidiralayotgan element uni o'z ichiga olgan massiv yoki massiv ostini ikkiga bo'lish natijasida hosil bo'ladigan oxirgi massiv ostilaridan birida qolgan yagona element bo'ladi, massiv yoki massiv ostini ikkiga bo'lish natijasida hosil bo'ladigan massiv ostilari har doim toq sondagi elementlardan tashkil topgan. Berilgan massiv toq sondagi elementlardan tashkil topgan holga to'xtalamiz. Bu holda berilgan massivning o'rta

elementi uning aniq elementidir va farazga ko'ra, u qidirilayotgan element emas. O'rta element massivning qolgan qismini 2 ta kichik massivga ajratadi, hosil bo'lgan kichik massivlar, mos ravishda, o'rta elementning chap va o'ng tomonida joylashgan bo'ladi. Qaralayotgan massivni bo'lish natijasida hosil bo'lgan kichik massivlarni quyida massiv ostilari deb ham ataymiz. Chap va o'ng massiv ostilaridagi elementlar soni  $n_1=(n-1)/2=(n-(2^1-1))/2^1$  ga teng, qidirilayotgan element ulardan birida joylashgan bo'ladi. O'rta element qiymatini qidirilayotgan element qiymati bilan taqqoslab, qidirilayotgan element qaysi massiv ostida joylashganligi aniqlanadi.

Endi qidirilayotgan element joylashgan massiv osti ikki qismga bo'linadi. Bu massiv ostilari toq yoki juft sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lishi mumkin. Agar elementlar soni toq bo'lsa, uning o'rta elementi dastlabki massivga o'xshashlik bilan aniqlanadi, uning qiymati qidirilayotgan elementning qiymati bilan taqqoslanadi va bu o'rta element qidirilayotgan element ekanligi yoki yo'qligi aniqlanadi. Agar u qidirilayotgan element bo'lmasa, yangi hosil bo'lgan massiv ostilaridan qaysi biri qidirilayotgan elementni o'z ichiga olganligi aniqlanadi. Yangi hosil bo'lgan massiv ostilarining har biri  $n_2=(n_1-1)/2=(n-(2^2-1))/2^2$  ta elementni o'z ichiga oladi. Qidirilayotgan elementni saqlagan massiv osti toq sondagi elementlardan tashkil topgan degan farazdan kelib chiqamiz. Bu massiv ostini ikkiga bo'lish, yani massiv va tegishli massiv ostini ikkiga bo'lishning uchinchi jarayoni davomida hosil bo'ladigan yangi, yanada kichikroq massiv ostilaridagi elementlar soni  $n_3=(n_2-1)/2=(n-(2^3-1))/2^3$  ga teng bo'ladi va hokazo. Tegishli kichik massiv ostini ikki qismga j-chi bo'linishda hosil bo'ladigan yangi, yanada kichikroq massiv ostilaridagi elementlar soni  $n_j=(n_{j-1}-1)/2=(n-(2^j-1))/2^j$  ga teng bo'ladi.

Berilgan qiymatga ega elementni izlash bo'yicha qo'yilgan masalaga asoslanib va qidirilayotgan element joylashuvining eng yomon holi ko'rib chiqilayotganligidan kelib chiqib, massiv va massiv ostilarining ikki qismga nechanchi bo'linishida har biri faqat birtadan elementni o'z ichiga olgan kichik massiv ostilari hosil bo'lishini, va, binobarin, bu elementlardan biri qidirilayotgan element bo'lishini aniqlaymiz:  $n_{joxirgi}=(n_{joxirgi-1}-1)/2=(n-(2^{joxirgi}-1))/2^{joxirgi}=1$ . Bu yerdan  $joxirgi=\log_2(n+1)-1$  (1) kelib chiqadi.  $n_{joxirgi}$  son kichik massiv ostini ikki qismga oxirgi,  $joxirgi$ -chi bo'lishdan keyin kichik massiv ostilarida qoladigan elementlar soniga, yani 1 ga teng. (1) formula dastlabki, berilgan massiv va keyingi kichik massivlarning ikkita massiv ostilariga bo'linishlar sonining n ga, yani dastlabki massiv elementlari soniga logarifmik bog'liqligini ko'rsatadi.

Massivning berilgan qiymatga ega elementini qidirishda binar algoritmdan foydalanilganda bajariladigan amallar sonining berilgan massiv elementlari soniga bog'liqlik darajasi haqidagi asosiy savolga javob beraylik. Qidirilayotgan elementni saqlagan massiv ostini aniqlashning har bir qadamida quyidagi amallar bajariladi: o'rta element indeksini aniqlash uchun massiv yoki massiv ostining chap va o'ng chegara elementlari indekslarini qo'shish amali va ushbu yig'indini 2 ga bo'lish amali; o'rta elementning qiymatini qidirilayotgan elementning qiymati bilan taqqoslash amali; jami 3 ta amal bajariladi. Massiv ostining ikkita kichikroq massiv ostilariga oxirgi bo'linishidan keyin, natijada har birida birtadan element bo'lgan massiv ostilari hosil bo'lgandan so'ng, ushbu elementlardan birining qiymatini qidirilayotgan element qiymati bilan solishtirish amali bajariladi, bu elementlardan qaysi biri qidirilayotgan element ekanligini aniqlash uchun. Shunday qilib, massivning berilgan qiymatga ega elementini qidirish uchun binar algoritmdan foydalanilganda bajariladigan amallarning  $N(n)$  sonini hisoblash formulasi (1) formula asosida kelib chiqadi:  $N(n)=3*joxirgi+1=3*(\log_2(n+1)-1)+1=3*\log_2(n+1)-2$ , (2) ya'ni berilgan qiymatga ega bo'lgan elementni qidirish uchun binar algoritmdan foydalanilganda bajariladigan amallar soni berilgan massivning elementlari



soniga logarifmik bog'liqlikka ega bo'lib, uni algoritm murakkabligining asimptotik bahosi sifatida quyidagicha yozib olish mumkin:  $N(n) = O(\log n)$ .

Natijalar va muhokama. (2) formulani ayrim xususiy hollarda ko'rib chiqaylik.  $n=1$  bo'lib, int  $A[1]=\{1\}$ ; massiv berilgan bo'lsin. Bu yerda va quyida  $set=1$  qiymatli elementni qidirib topish talab qilinsin. Qidirilayotgan elementni aniqlash uchun berilgan massivni ikkita qismga bo'lish zaruriyati yo'q, bitta taqqoslash amalini bajarish yetarli. (1)-(2) formulalar ham shu natijalarni beradi:  $joxirgi=0$ ,  $N(1)=1$ .  $n=3$  va, masalan, int  $A[3]=\{1,2,3\}$ ; massiv berilgan bo'lsin. Berilgan massiv ustida 3 ta amal bajarilib, uning o'rta elementi  $A[1]=\{2\}$  qidirilayotgan element emasligi aniqlanadi, massiv bir marta ikkita massiv ostiga bo'linadi, bitta taqqoslash amali, jami 4 amal bajarilib, qidirilayotgan element aniqlanadi. (1)-(2) formulalar ham shu natijalarni beradi:  $joxirgi=1$ ,  $N(3)=4$ .  $n=7$  va, masalan, int  $A[7]=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ; massiv berilgan bo'lsin. Faqat bitta, qidirilayotgan elementni saqlaydigan massiv ostini hosil qilish uchun berilgan massiv ustida 2 marta ikkiga bo'lish jarayonini amalga oshirish kerak, qidirilayotgan elementni aniqlash uchun jami  $2*3+1=7$  ta amal bajarilishi kerak. Bunday natijalar (1)-(2) formulalar ham kelib chiqadi:  $joxirgi=2$ ,  $N(3)=7$ .  $n=15$  va, masalan, int  $A[15]=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$ ; massiv berilgan bo'lsin. Bitta, qidirilayotgan elementni saqlaydigan massiv ostini hosil qilish uchun berilgan massiv va hosil bo'ladigan massiv ostilari ustida 3 marta ikkiga bo'lish jarayonini amalga oshirish kerak, qidirilayotgan elementni aniqlash uchun jami  $3*3+1=10$  ta amal bajarish kerak. Bunday natijalar (1)-(2) formulalardan ham olinadi:  $joxirgi=3$ ,  $N(3)=10$ .

1-jadval. Bir o'lchovli massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini aniqlash uchun bajarilishi kerak bo'lgan amallar sonining massiv elementlarining qiymatlarini kalit qiymat bilan ketma-ket taqqoslash algoritmidan va binar qidiruv algoritmidan massiv elementlari soniga bog'liqligi.

N	1	3	7	15	31	63	127	255	511
N(n)	1	4	7	10	13	16	19	22	25
N	1023	2047	4095	8191	16383	32767	65535	131071	262143
N(n)	28	31	34	37	40	43	46	49	52

Masalan, bir o'lchovli massivning elementlari soni 262143 bo'lsa, massiv elementlarining dastlabki joylashuvi eng yomon bo'lgan holda, berilgan kalit qiymatga ega elementni topish uchun massiv elementlarining qiymatlarini ketma-ket kalit qiymat bilan taqqoslash algoritmi 262143 ta, massiv elementlari soniga teng miqdordagi taqqoslash amallarining bajarilishini talab qiladi. Binar qidiruv algoritmidan foydalanganda esa faqat 52 ta amalni bajarish kifoY. Binar qidiruv algoritmi eng samarali algoritmlardan biri hisoblanadi. Shu bilan birga, 1-jadvaldagi ma'lumotlardan ko'rinib turibdiki,  $n \leq 7$  bo'lganda uning samaradorligi birinchi algoritmining samaradorligidan past yoki teng bo'lmoqda.  $n=15$  dan boshlab, binar qidiruv algoritmining samaradorligi namoyon bo'lmoqda va masalaning berilgan ma'lumotlari hajmi ortishi bilan ortmoqda. 1-jadvalda keltirilgan raqamli ma'lumotlar binar qidiruv algoritmining asimptotik samaradorligini ko'rsatadi.

Maqolada bir o'lchovli massivning berilgan qiymatga ega bo'lgan elementini topishga mo'ljallangan binar qidiruv algoritmining murakkabligini tadqiq etish mumkin bo'lgan metodikalardan biri yoritilgan, berilgan qiymatga ega bo'lgan elementni topish uchun bajarilishi kerak bo'lgan amallar sonining massiv elementlari soniga logarifmik bog'liqligini ifodalovchi aniq formulalar keltirib chiqarilgan.  $n=1$ ,  $n=3$ ,  $n=7$ ,  $n=15$  hollar uchun olingan formulalar tahlili va muhokamasi o'tkazilgan, tahlil natijalari nazariy gipotezalarning va amaliy hisoblashlarning mos kelishini ko'rsatmoqda.

Xulosa va takliflar. Maqolada yoritilgan metodikadan va keltirib chiqarilgan

formulalardan amaliy masalalarni binar qidiruv algoritmi yordamida yechish jarayonida foydalanish mumkin. Algoritmarni loyihalash bilan bir qatorda ularning murakkablik darajasini tahlil qilishni ham o'zlashtirish maqsadga muvofiqdir. Algoritmarni tahlil qilish medodikasi va ko'nikmasiga ega bo'lish qo'yilgan masalani yechish uchun mavjud algoritmardan samaralisini tanlab olish va algoritmarni takomillashtirishga yordam berishi mumkin.

### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. <https://algowiki-project.org/ru/> А.В.Чупин. Двойной поиск.
2. <https://otus.ru/journal/binarnyj-poisk-opisanie-i-princip-realizacii-v-programmirovanii/OTUS> JOURNAL. Бинарный поиск: описание и принцип реализации в программировании.
3. Тодиков С.И. Алгоритм поиска минимальных алгебр бинарных мультиопераций ранга 3. Современные информационные технологии и ИТ-образование. - Санкт-Петербург. 2020. Т.166. №4.
4. Параллел С.Шуйкова И.А. Лекция 3. Бинарный поиск. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». Факультет компьютерных наук. Летняя школа по компьютерным наукам. 2016. Август.
5. Uzakov Z. Binar qidiruv algoritmi samaradorligining raqamli xarakteristikasi. O'zbekiston respublikasi raqamli texnologiyalar vazirligi Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Qarshi filiali. "Fan va ta'limda innovatsion texnika va pedagogik texnologiyalarning rivojlanish istiqbollari" mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy anjumani ma'ruzalari to'plami. – Qarshi, 2024-yil 10-11-may. 10-14-betlar.
6. Левитин, Ананий В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 576 с.: ил. – Парал. тит. англ.
7. Кормен, Томас Х. и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд.: Пер. с англ. - М.: ООО "И. Д. Вильямс", 2013. – 1328 с.: ил.
8. Н.Вирт. Алгоритмы и структуры данных. - М.: Мир, 1989, 360 стр.
9. Зайниддинов Х.Н., Писеский Й.В., Курбонов Н.М., Маллаев О.У., Сатторов А.Б. Основы алгоритмизации и программирования (C++) И часть: (учебник для вузов). – Т.: «Нихолпринт» ОК, 2021, - 476 с.
10. To'rayev N.T., Azizov I. Matematik mantiq va diskret matematika. II jild. Darslik. – Toshkent: Tafakkur-bo'stoni, 2011.- 288-bet.
11. Nazirov Sh.A., Qobulov R.V., Babajanov M.R. C C++ tili. Informatika fanidan o'quv qo'llanma // TATU. 489 b. Toshkent, 2012.
12. Лойко В.И. Структуры и алгоритмы обработки данных. Учебное пособие для вузов. – Краснодар: Куб ГАУ. 2004. 201 с., ил.

## О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СТЕЙНА-ТИХОМИРОВА В ТЕОРИИ ВЕТВЯЩИХСЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Тухтаев Эркин Эгамбердиевич

Каршинский государственный университет, преподаватель

[tukhtaev\\_erkin@mail.ru](mailto:tukhtaev_erkin@mail.ru)

ORCID: 0000-0003-2646-2994

УДК 519.218.2

**Аннотация.** Ветвящиеся случайные процессы Гальтона-Ватсона имеют множество практических приложений. При изучении структурной и асимптотической структуры этих процессов из математического аппарата широко используются производящие функции, характеристические функции и замены Лапласа. В этой работе мы показываем применение одного конкретного метода, предложенного Чарльзом Стейном для доказательства предельных теорем. Изучая скорость сходимости в центральной предельной теореме для стационарных величин, удовлетворяющих смешанному условию Розенблата, К. Штейн использовал некоторое дифференциальное тождество для разности подходящих функций распределения. Позднее его метод был модифицирован А. Тихомировым с точки зрения характеристических функций. В настоящее время этот метод называется методом Штейна-Тихомирова (С-Т) и широко используется в области предельных теорем.

**Ключевые слова:** случайная величина, функция распределения, производящая функция, характеристическая функция, медленно меняющаяся функция, предельная теорема

**ABOUT THE APPLICATION OF THE STEIN-TIKHOMIROV METHOD IN THE  
THEORY OF BRANCHING RANDOM PROCESSES**

**Abstract.** Galton-Watson branching random processes have many practical applications. When studying the structural and asymptotic structure of these processes, generating functions, characteristic functions, and Laplace substitutions from mathematical apparatus are widely used. In this paper we show the application of a certain method proposed by Charles Stein for proving limit theorems. Studying the speed of convergence in the central limit theorem for stationary quantities satisfying Rosenblat's mixed condition, C. Stein used a certain differential identity for the difference between the corresponding distribution functions. Later, this method of his was modified by A. Tikhomirov in terms of characteristic functions. Currently, this method is called the Stein-Tikhomirov (S-T) method and is widely used in the field of limit theorems.

**Keywords:** random variable, distribution function, generating function, characteristic function, slowly varying function, limit theorem

**Введение.** Мы рассматриваем обычный ветвящийся случайный процесс Гальтона-Ватсона (Г-В). Общее описание обычного процесса Г-В заключается в следующем. Имеется популяция однотипных частиц, которые могут производить частицы того же типа. Множество частиц в начальный момент времени мы называем нулевое поколение. Их «дети», которые производятся случайным законом размножения, образуют первое поколение и т.д. Каждая частица претерпевает превращение по случайному закону не зависимо от предысторий остальных частиц и от численности существующих в данный момент времени частиц. Обозначим через  $Z_n$  численность популяции в момент времени  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $\mathbb{N}_0 = \{0\} \cup \{\mathbb{N} = 1, 2, \dots\}$ . Если не оговаривается противное, то мы всегда будем предполагать  $\mathbf{P} Z_0 = 1 = 1$ .

На самом деле, процесс Г-В  $Z_n, n \in \mathbb{N}_0$  образует однородную во времени цепь Маркова с множеством неотрицательных целочисленных возможных состояний и переходными вероятностями

$$P_{ij} := \mathbf{P} Z_{n+1} = j | Z_n = i = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_i=j} p_{k_1} \cdot p_{k_2} \cdot \dots \cdot p_{k_i}, \quad (1)$$

для любых  $i \in \mathbb{N}$ ,  $j, n \in \mathbb{N}_0$ , где  $p_k = P_{1k}$  и  $\sum_{k \in \mathbb{N}_0} p_k = 1$ . И наоборот, любая цепь, удовлетворяющая свойству (1) представляет собой процесс Г-В с законом превращения  $p_k, k \in \mathbb{N}_0$ . Из вышеизложенного вытекает, что заданием распределения  $p_k$  полностью определяется процесс  $Z_n, n \in \mathbb{N}_0$ , а величина  $Z_n$  представима в виде следующей суммы случайного числа случайных величин:

$$Z_{n+1} = \xi_{n1} + \xi_{n2} + \dots + \xi_{nZ_n}, \quad n \in \mathbb{N}_0, \quad (2)$$

где величины  $\xi_{nk}$  независимы и имеют общий закон распределения  $\mathbf{P} \xi_{11} = k = p_k$ . Они интерпретируются как числа потомков  $k$ -й частиц в  $n$ -м поколении; см. [7, сс.1–2], [19, с.19]. С этого места мы предположим, что  $p_k \neq 1$  и  $p_0 + p_1 < 1$ .

В исследованиях свойств процесса Г-В важным инструментом является вероятностная производящая функция (ПФ) и ее итерации. Пусть

$$F(s) = \sum_{k \in \mathbb{N}_0} p_k s^k, \quad 0 \leq s < 1.$$

Почти очевидно, что если математическое ожидание  $\sum_{k \in \mathbb{N}} k p_k$  конечное, то число  $A := F'(s \uparrow 1) = \mathbf{E} \xi_{11}$  обозначает среднее число непосредственных потомков одной частицы за одно поколение в рассматриваемом процессе Г-В. Мы обозначим для любого  $k \in \mathbb{N}_0$

$$P_{ij}(n) := \mathbf{P}_i \{ Z_n = j \} = \mathbf{P} \{ Z_{n+k} = j \mid Z_k = i \},$$

переходную вероятность от состояния  $i \in \mathbb{N}$  в состояние  $j \in \mathbb{N}$  за  $n$  шагов нашего Марковского процесса Г-В. Используя уравнение Колмогорова-Чепмена легко проверить, что ПФ

$$\mathbf{E}_i s^{Z_n} := \sum_{j \in \mathbb{N}_0} P_{ij}(n) s^j = [F_n(s)]^i,$$

где ПФ  $F_n(s) = \mathbf{E}_1 s^{Z_n}$  задается  $n$ -кратной итерацией  $F(s)$ , то есть справедливы соотношения

$$F_{n+m}(s) = F_n(F_m(s)) = F_m(F_n(s)); \quad (3)$$

см. [5], [7].

Равенство (3) позволяет вычислять числовые характеристики величины  $Z_n$  для любого  $n$  и играет важную роль в исследовании асимптотических поведений траектории процесса Г-В. Непосредственным дифференцированием (3), получим  $\mathbf{E} Z_n = A^n$  и дисперсию

$$\mathbf{D} Z_n = \begin{cases} \frac{\sigma^2 A^{n-1} (A^n - 1)}{A - 1}, & A \neq 1, \\ \sigma^2 n, & A = 1, \end{cases}$$

где  $\sigma^2 = F''(1) + A - A^2$ . Последние выражения для  $\mathbf{E} Z_n$  и  $\mathbf{D} Z_n$  позволяют подразделить на три класса процессов, в зависимости от значения параметра  $A$ . Процесс Г-В называется докритическим, критическим и надкритическим, если  $A < 1$ ,  $A = 1$  и  $A > 1$ , соответственно. В связи с этим параметра  $A$  иногда называют регулирующим.

В этой работе мы демонстрируем возможность применения одного известного метода доказательства предельных теорем, идея которого была предложена Ч.Стейном [10] в 1972 году. Исследуя скорость сходимости в центральной предельной теореме в случае стационарных величин, удовлетворяющих условию перемешивания по Розенблатту, Ч.Стейн воспользовался некоторым дифференциальным тождеством для разности соответствующих функций распределения. В последующем его метод был модифицирован А.Тихомировым [1] в терминах характеристических функций. В настоящее время этот метод называется методом Стейна-Тихомирова (С-Т) и, приобретает большую популярность в области предельных теорем.

**Анализ литературы по теме.** Упрощенный вариант метода С-Т, в случае

нормальной аппроксимации, был предложен Ш.Формановым [2]. В дальнейшем стало ясно, что идеи метода С-Т можно использовать и в других случаях сходимости. Например, в работах [3] и [4] эти идеи удачно использованы в доказательствах предельных теорем теории ветвящихся процессов. Там же некоторые известные классические теоремы передоказаны с использованием приведенных соображений. В случае экспоненциального приближения в теории процессов Г-В и марковских ветвящихся процессов идеи метода С-Т использованы в работах [13], [14], [15], [16] и [17].

**Методология исследования.** Суть метода С-Т может быть объяснена следующим соображением. Пусть требуется доказать предельную теорему для функций распределений

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_n(s) = G(s) \quad (4)$$

в смысле слабой сходимости. Введем характеристические функции

$$\psi_n(\theta) = \int_{\mathbb{R}} e^{i\theta s} dG_n(s) \quad \text{и} \quad \psi(\theta) = \int_{\mathbb{R}} e^{i\theta s} dG(s)$$

и, пусть  $\psi(\theta)$  является решением некоторого дифференциального уравнения. Если  $\psi_n(\theta)$  асимптотически удовлетворяют этому уравнению, то справедливо утверждение предельной теоремы (4).

В случае экспоненциальной аппроксимации идея метода С-Т проясняется в следующей лемме. Следуя Форманову [2], введем класс преобразований Лапласа (ПЛ)

$$\Gamma := \left\{ \varphi(\theta) : \left| \varphi'(0) \right| = \frac{1}{\alpha}, \quad \theta \in \mathbb{R}_+ \right\}.$$

В классе  $\Gamma$  введем оператор

$$\mathbb{T}[\varphi(\theta)] := \varphi'(\theta) + \frac{1}{\alpha} \varphi^2(\theta). \quad (5)$$

Легко убедимся, что оператор  $\mathbb{T}[*]$  является аннулирующим для ПЛ

$\varphi_\alpha(\theta) := \int_{\mathbb{R}_+} e^{-\theta x} d\Gamma_\alpha(x)$ , экспоненциального закона  $\Gamma_\alpha(x) = 1 - e^{-\alpha x}$ , то есть

$$\mathbb{T}[\varphi_\alpha(\theta)] \equiv 0. \quad (6)$$

**Лемма 1.** Пусть  $P_n(x), n \in \mathbb{N}$  – семейство функций распределений и соответствующие ПЛ

$$\varphi_n(\theta) = \int_{\mathbb{R}_+} e^{-\theta x} dP_n(x) \in \Gamma.$$

Для того чтобы при  $n \rightarrow \infty$  выполнялась сходимость

$$\sup_x |P_n(x) - \Gamma_\alpha(x)| \longrightarrow 0, \quad (7)$$

необходимо и достаточно, чтобы при  $n \rightarrow \infty$

$$\sup_{\theta \leq \Theta} |\mathbb{T} \varphi_n(\theta)| \longrightarrow 0, \quad (8)$$

при любом  $\Theta > 0$ .

**Доказательство.** Рассуждение по части необходимости условия (8)

основано на свойствах ПЛ. Действительно, из (5) и (6) следует, что

$$\begin{aligned} \left| \mathbb{T}[\varphi_n(\theta)] \right| &= \left| \mathbb{T}[\varphi_n(\theta)] - \mathbb{T}[\varphi_\alpha(\theta)] \right| \\ &\leq \left| \varphi'_n(\theta) - \varphi'_\alpha(\theta) \right| + \frac{1}{\alpha} \left| \varphi_n^2(\theta) - \varphi_\alpha^2(\theta) \right|. \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку функция распределения и ПЛ являются ограниченными, то дифференцирование и интегрирование по частям нам дает

$$\begin{aligned} \left| \varphi'_n(\theta) - \varphi'_\alpha(\theta) \right| &= \left| \int_{\mathbb{R}_+} x e^{-\theta x} d P_n(x) - \Gamma_\alpha(x) \right| \\ &= \left| \int_{\mathbb{R}_+} [P_n(x) - \Gamma_\alpha(x)] (1 - \theta x) e^{-\theta x} dx \right| \\ &\leq C_1 \cdot \sup_x |P_n(x) - \Gamma_\alpha(x)|, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $C_1 = C_1(\theta)$  – положительная константа для  $\theta \leq \Theta$  при любом  $\Theta > 0$ . С другой стороны

$$\left| \varphi_n^2(\theta) - \varphi_\alpha^2(\theta) \right| \leq 2 \left| \varphi_n(\theta) - \varphi_\alpha(\theta) \right|. \quad (11)$$

В силу соотношений (9)–(11), из (10) получим (8).

Чтобы доказать достаточность условия (8), рассмотрим (5) как дифференциальное уравнение с начальным условием  $\varphi(0) = 1$  и после некоторых преобразований, имеем

$$\left| \varphi_n(\theta) - \varphi_\alpha(\theta) \right| = \varphi_n(\theta) \varphi_\alpha(\theta) \int_0^\theta \frac{\mathbb{T}[\varphi_n(\theta)]}{\varphi_n^2(\theta)} d\theta. \quad (12)$$

Отсюда убедимся в справедливости неравенства

$$\sup_{\theta \leq \Theta} \left| \varphi_n(\theta) - \varphi_\alpha(\theta) \right| \leq C_2 \cdot \Theta \cdot \sup_{\theta \leq \Theta} \left| \mathbb{T}[\varphi_n(\theta)] \right|,$$

для любого  $\theta \leq \Theta$ , здесь  $C_2 = C_2(\theta)$  – положительная константа. Последнее неравенство, в силу теоремы непрерывности, доказывает достаточность условия (8) для сходимости (7).

Лемма доказана.  $\square$

**Результаты и обсуждение.** Рассмотрим критический процесс Г-В с ПФ  $F(s) = \sum_{k \in \mathbb{N}_0} p_k s^k$  распределения одной частицы и конечной дисперсией. Пусть  $R_n(s) := 1 - F_n(s)$ . Из классической теории процессов Г-В известно, что если  $2B := F''(1) < \infty$ , то в этом случае, имеет место асимптотическое разложение

$$R_n(s) = \frac{1-s}{(1-s)Bn+1} 1 + o(1) \quad (13)$$

при  $n \rightarrow \infty$ , для всех  $0 \leq s < 1$ ; см. напр., [7, с.19].

Идеи метода С-Т можно распространить и на случай, когда ПФ  $F(s)$  допускает для  $0 \leq s < 1$  представление

$$F(s) = s + (1-s)^{1+\nu} \mathcal{L}\left(\frac{1}{1-s}\right) \quad \mathfrak{R}_\nu$$

где  $0 < \nu \leq 1$  и  $\mathcal{L}(x)$  – ММ-функция на бесконечности.

Из основной леммы [20] получаем следующее соотношение:

$$\mathbf{P}\{\mathcal{H} > n\} = R_n(0) = \frac{\mathcal{N}(n)}{(\nu n)^{1/\nu}}, \quad (14)$$

где функция  $\mathcal{N}(x)$  – ММ-функция на бесконечности и удовлетворяет при  $n \rightarrow \infty$

$$\text{условию } \mathcal{N}(n) \cdot \mathcal{L}^{1/\nu}\left(\frac{(\nu n)^{1/\nu}}{\mathcal{N}(n)}\right) \longrightarrow 1.$$

Приведем дифференциальный аналог основной леммы.

**Лемма 2.** Пусть выполнено условие  $\mathfrak{R}_\nu$ . Тогда при  $s \uparrow 1$  справедливо следующее соотношение:

$$R'_n(s) = -\left(\frac{R_n(s)}{1-s}\right)^{1+\nu} \frac{\mathcal{L} 1/R_n(s)}{\mathcal{L}_1 1/(1-s)}, \quad (15)$$

где  $\mathcal{L}_1(n)/\mathcal{L}(n) \rightarrow 1$  при  $n \rightarrow \infty$ .

**Лемма 3.** Если  $A=1$  и конечен второй момент  $2B := F''(1)$ , то справедливо асимптотическое представление

$$R'_n(s) = \frac{\hbar(s)B}{s-F(s)} R_n^2(s) 1 + o(1), \quad (16)$$

при  $n \rightarrow \infty$ , где  $F'(s) \leq \hbar(s) \leq 1$  и  $R_n(s)$  имеет разложение (13).

Ниже мы видим, что применение метода С-Т в сочетании с дифференциальным аналогом Основной Леммы теории критических процессов удачно используется в доказательстве предельных теорем.

Запишем следующий «локальный» вариант Леммы 2.

**Лемма 4.** Если  $A=1$  и конечен второй момент  $F''(1)$ , то при  $s \uparrow 1$  справедливо следующее асимптотическое представление:

$$R'_n(s) \sim -\left(\frac{R_n(s)}{1-s}\right)^2, \quad n \rightarrow \infty. \quad (17)$$

Комбинируя разложений (13) и (17), убедимся в том, что при  $s \uparrow 1$  справедливо соотношение

$$R'_n(s) \sim -\mathcal{V}_n^{(i)}(s)^2, \quad n \rightarrow \infty, \quad (18)$$

где  $\mathcal{V}_n^{(i)}(s) = \sum_{j \in \mathbb{N}} P_{ij}(n) s^j$  и  $P_{ij}(n) = \mathbf{P}_i \{Z_n = j | \mathcal{H} > n\}$ .

Рассмотрим условное распределение

$$G_n(x) := \mathbf{P}_i \{q_n Z_n < x | \mathcal{H} > n\},$$

где  $q_n = \mathbf{P} \{ \mathcal{H} > n \}$ . Введем соответствующее ПЛ

$$\psi_n(\theta) := \int_{\mathbb{R}_+} e^{-\theta s} dG_n(s) = \mathcal{V}_n^{(i)} \theta_n,$$

здесь  $\theta_n = \exp\{-\theta q_n\}$ . Из определения  $\mathcal{V}_n^{(i)}(s)$  и соотношений

$$\mathcal{V}_n^{(i)}(s) \sim 1 - \frac{R_n(s)}{R_n(0)} = \frac{P_{11}(n)}{R_n(0)} \cdot \mathcal{M}_n(s), \quad n \rightarrow \infty$$

и (18) следует, что

$$\psi_n'(\theta) \sim -\mathcal{V}_n^2 \theta_n \sim -\psi_n^2(\theta). \quad (19)$$

при  $n \rightarrow \infty$ . Поскольку ПЛ экспоненциального закона является решением уравнения  $\psi'(\theta) + \psi^2(\theta) = 0$  с начальным условием  $\psi(0) = 1$ , то согласно Лемме 1 наличие соотношения (19) достаточно для сходимости  $G_n(x) \rightarrow 1 - e^{-x}$ . Это утверждение известно под названием Теорема Яглома; см. [6].

Пусть  $\mathcal{H} = \min n : Z_n = 0$ . Если условие  $\mathfrak{R}_\nu$  выполнено, справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть для ПФ  $F(s)$  числа потомков процесса Г-В выполнено условие  $\mathfrak{R}_\nu$ . Тогда условное распределение

$$G_n(x) = \mathbf{P}_i \{q_n Z_n < x | \mathcal{H} > n\}$$

слабо сходится к невырожденному закону  $G(x)$  с ПЛ

$$\Psi(\theta) = 1 - \frac{\theta}{1 + \theta^\nu} \quad (20)$$

Эта теорема для случая  $F(1-s) - (1-s) \in \mathfrak{R}_\nu^{1+\nu}$  установлена в работе [9]. Приводимое ниже доказательство значительно проще, чем доказательство автора [9].

**Доказательство Теоремы 1.** Рассмотрим ПЛ

$$\Psi_n(\theta) := \int_{\mathbb{R}_+} e^{-\theta s} dG_n(s) = 1 - \frac{1 - F_n^i \theta_n}{1 - F_n^i(0)}, \quad \theta \in \mathbb{R}_+, \quad (21)$$

при  $n \rightarrow \infty$ , где  $\theta_n = \exp\{-\theta q_n\}$ . Поскольку  $1 - F_n^i(s) \sim iR_n(s)$ , то

$$\Psi_n(\theta) \sim 1 - \frac{R_n \theta_n}{q_n} \quad (22)$$

и, дифференцируя по  $\theta$ , из (21) находим

$$\Psi_n'(\theta) \sim \theta_n R_n' \theta_n. \quad (23)$$



Здесь воспользуемся утверждением Леммы 2. Поскольку  $1 - \theta_n \sim \theta q_n$ , то в силу (14),  $\mathcal{L}_1 1/R_n(\theta_n) \sim \mathcal{L} 1/(1 - \theta_n)$  и  $\hbar \theta_n \rightarrow 1$ , при  $n \rightarrow \infty$ . Поэтому

$$R'_n \theta_n \sim - \left( \frac{R_n \theta_n}{1 - \theta_n} \right)^{1+\nu}, \quad (24)$$

при  $n \rightarrow \infty$ . Из соотношений (21)–(24) находим, что при  $n \rightarrow \infty$

$$\Psi'_n(\theta) \sim - \left( \frac{R_n \theta_n}{\theta q_n} \right)^{1+\nu} = - \left( \frac{1 - \Psi_n(\theta)}{\theta} \right)^{1+\nu}. \quad (25)$$

Мы обнаружили, что ПЛ распределения  $G_n(x)$  асимптотически удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Psi'(\theta) = - \left( \frac{1 - \Psi(\theta)}{\theta} \right)^{1+\nu},$$

решением которого, как нетрудно видеть, является

$$\Psi(\theta) = 1 - \frac{1}{C + \theta^{-\nu} 1/\nu}.$$

Здесь, в силу свойства  $\lim_{\theta \rightarrow \infty} \Psi(\theta) = 0$  находим  $C = 1$ . Тогда согласно идею метода С-Т соотношение (25) достаточно для сходимости  $\Psi_n(\theta)$  к выражению вида (20).

Теорема доказана.  $\square$

**Выводы и предложения.** Заметим, что эта теорема обобщает теорему Яглома. Действительно, если  $\nu = 1$ , то нетрудно видеть  $\mathcal{L}(n) \rightarrow F''(1)/2$  при  $n \rightarrow \infty$  и тогда правая часть в ПЛ (21) принимает вид  $1 + \theta^{-1}$ , что известно, соответствует стандартному экспоненциальному закону. Этот факт еще раз подтверждает, что применение теории правильно меняющейся функций позволяет нам глубже исследовать структуру и предельные свойства ветвящихся процессов.

#### Список использованной литературы:

1. Тихомирова А.Н. О скорости сходимости в центральной предельной теореме для слабо зависимых величин. - Теория вер. и прим., 25(7), 1980, 800–818.
2. Форманов Ш.К. Метод Стейна-Тихомирова и неклассическая центральная предельная теорема. - Мат. заметки, 71(7), 2002, 604–610.
3. Форманов Ш.К., Имомов А.А. Условные предельные теоремы для ветвящихся процессов при условии не вырождения «в далеком будущем». - Тезисы докл. конф. по теор. вероят. и мат. стат., Ташкент, 2000, 10–12 Мая, 55–56.
4. Форманов Ш.К., Абу Альгасем Альсинуси. О применении метода Стейна к доказательству предельных теорем теории ветвящихся процессов. - Узбекский мат. журнал, 2, 1994, 54–58.
5. Харрис Т. Теория ветвящихся случайных процессов. - Москва, 1966.
6. Яглом А.М. Некоторые предельные теоремы теории ветвящихся процессов. - ДАН СССР, 56(8), 1947, 795–798.
7. Athreya K.B., Ney P.E. Branching processes. - Dover, Mineola, NY., 2004.
8. Lamperti J., Ney P.E. Conditioned branching processes and their limiting diffusions. - Theory Prob. and Appl., 13, 1968, 126–137.
9. Seneta E. The stationary distribution of a branching process allowing immigration: A remark on the

- critical case. - Jour. Roy. Stat. Soc., B30(4), 1968, 176–179.
10. Stein Ch. A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables. - Proc. Sixth Berkley Symp. Math. Statistics. and Prob., II, 1972, 583–602.
11. Steffensen J.F. Deux problèmes du calcul des probabilités. - Ann. Inst. H. Poincaré, 3, 1932, 319–344.
12. Steffensen J.F. Om standsynligheden for at afkommet uddør. - Matematisk Tidsskrift, B1, 1930, 19–23.
13. Имомов А.А. Метод Стейна-Тихомирова в теории критических ветвящихся процессов Гальтона-Ватсона. - Матер. V Межд. Ферганской конф., 2005, Май, Фергана, 110–114.
14. Имомов А.А. Дифференциальный аналог основной леммы теории марковских ветвящихся процессов и его применения. - Матер. конф. Сираждиновские чтения, Ташкент, 2004, 47–54.
15. Imomov A.A. Locally-differential analogue of the basic lemma of the Galton-Watson processes and the Q-processes. - Abst. of III Intern. Conf. PCI'2010, Baku, Azerbaijan, 182–186.
16. Imomov A.A., Azimov Dj.B. On one criterion of convergence to exponential law. - Abst. of III Intern. Conf. PCI'2010, Baku, 180–182.
17. Imomov A.A. A differential analog of the main lemma of the theory of Markov branching processes and its applications. - Ukrainian Math. Jour., 57(5), 2005, Springer, 307–315.
18. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. - Москва, Наука, 1971.
19. Jagers P., Sagitov S. General branching processes in discrete time as random trees. - Bernoulli, 14(7), 2008, 949–962.
20. Imomov A. A., Tukhtaev E. E. On application of slowly varying functions with remainder in the theory of Galton-Watson branching process. - Jour. Siber. Fed. Univ. Math. Phys. 12(1), 2019, pp. 51–57.

## ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ ВОЛНЫ СДВИГА НА ЖЕСТКОМ ШАРЕ В НЕОГРАНИЧЕННОМ УПРУГОМ ПРОСТРАНСТВЕ

**Шукуров А.М.**

Каршинский государственный университет, профессор

[shukurovamon@yandex.ru](mailto:shukurovamon@yandex.ru),

ORCID: 0000-0002-5555-9149

**Мусурмонова М.О.**

Каршинский государственный университет, докторант

[mmo\\_2704@mail.ru](mailto:mmo_2704@mail.ru),

ORCID: 0000-0001-6246-5012

UDK: 519.63+539.3

**Аннотация.** Задачи о распространении и дифракции нестационарных волн в пористо-упругих средах имеют большое теоретическое и практическое значение в таких областях науки и техники, как геофизика, геология, сейсморазведка полезных ископаемых, сейсмостойкость сооружений и многие другие. В работе рассматривается задача о дифракции нестационарной плоской поперечной волны сдвига на неподвижном жестком шаре в насыщенном пористо-упругом пространстве. Для решения задачи применялось интегральное преобразование Лапласа по безразмерному времени и метод неполного разделения переменных. В пространстве изображений получены формулы для коэффициентов рядов компонент вектора перемещения и тензора напряжений. Переход к оригиналам осуществляется с помощью теории вычетов. Проведены численные эксперименты, результаты которых представлены в виде графиков. Полученные результаты работы могут быть использованы в области геофизики, сейсмологии и проектных организаций при строительстве сооружений, а также при проектировании подземных резервуаров.

**Ключевые слова:** дифракция, поперечная волна, жесткий шар, полиномы Гегенбауэра, преобразование Лапласа, вычеты, нестационарная волна, упругая среда, напряжение, перемещение.

## DIFFRACTION OF A PLANE TRANSVERSE SHEAR WAVE BY A RIGID SPHERE IN UNBOUNDED ELASTIC SPACE

**Annotation.** The problems of propagation and diffraction of unsteady waves in porous-elastic media are of great theoretical and practical importance in such fields of science and technology as geophysics, geology, seismic exploration of minerals, seismic resistance of structures and many others. The work deals with the problem of diffraction of non-stationary shear waves on a stationary rigid ball in a saturated porous-elastic space. To solve the problem, the Laplace integral transform over dimensionless time and the method of incomplete separation of variables were used. In the image space, formulas are obtained

for the coefficients of the component series of the displacement vector and the stress tensor. The transition to the originals is carried out using deduction theory. Numerical experiments were carried out, the results of which are presented in the form of graphs. The obtained results of the work can be used in the field of geophysics, seismology and design organizations in the construction of structures, as well as in the design of underground.

**Key words:** diffraction, transverse wave, rigid ball, Gegenbauer polynomials, Laplace transform, deductions, transient wave, elastic medium, stress, displacement.

**Введение.** Задачи, относящиеся к проблемам математического моделирования и исследования нестационарных волновых процессов в сплошных средах, а также взаимодействия деформируемых тел с окружающей средой, являются актуальными и представляют практический и теоретический интерес. Актуальность проблем волновой динамики механики сплошных сред обусловлена развитием различных областей техники, созданием новых конструкций, работающих при динамических нагрузках, а также проблемами геофизики, сейсмологии и других прикладных наук.

В настоящее время существует большое количество научных работ, посвященных исследованию распространения и дифракции волн в сплошных средах. Дифракция стационарной плоской упругой волны сдвига на цилиндрических полостях в изотропном полупространстве рассмотрена в [1]. Краевая задача сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно амплитудных коэффициентов рассеянных волн. В первой части работы [2] изучено распространение в упругом сферическом слое волн типа  $SH$ , порождаемых вращательным воздействием. Точное решение задачи преобразуется к сумме интерференционных волн, каждая из которых представляется интегралом типа Фурье. Во второй части [3] изучено нестационарное поле смещений, возникающее в результате интерференции волн  $SH$ , отраженных от границ упругого сферического слоя. Выясняются условия, при которых распространение интерференционной волны в сферическом слое происходит так же, как в слое плоскопараллельными границами.

В работе [6] рассмотрена задача о дифракции на неподвижной сфере плоской сдвиговой волны кручения ( $SH$ -волна) в бесконечной упругой среде. Точное решение задачи найдено в виде интеграла свертки. С помощью преобразования Ватсона дана физическая интерпретация составляющих дифракционного поля. Статья [10] посвящена изучению нестационарного отражения и преломления волны кручения на двухслойной упругой сфере. Задача решена методами преобразования Фурье и преобразования Зоммерфельда-Ватсона. Числовые результаты получены в окрестности волновых фронтов. В работе [13] методом преобразования Ватсона решается задача о дифракции плоских поперечных волн сферой и находится коротковолновая асимптотика для смещений в рассеянных волнах в различных областях упругого пространства. Распространение нестационарных поперечных волн в сферическом слое пористо-упругой среды, ограниченной концентрическими сферическими поверхностями рассмотрено в [14]. Получены формулы для компонент напряженно-деформируемого состояния среды.

В работе [15] рассмотрена задача о нестационарных колебаниях сферы в жесткой цилиндрической полости, заполненной со сжимаемой жидкостью. Получена бесконечная система алгебраических уравнений, коэффициенты которой имеют вид несобственных интегралов от цилиндрических функций. Для получения решения бесконечной системы использован метод редукции. Приведены количественные результаты. В [16] изучена осесимметричная задача о распространении нестационарных волн от сферической полости в акустическом плоском слое. В пространстве

изображений Лапласа задача сведена к решению бесконечного матричного уравнения, решение которого, построено в виде бесконечного ряда по экспонентам.

Данная работа посвящена изучению задачи о дифракции нестационарной поперечной плоской волны сдвига на жестком шаре в упругом изотропном пространстве, а также разработке алгоритм решения задачи и исследованию нестационарных поперечных волновых процессов в упругом пространстве при дифракции нестационарной поперечной плоской волны сдвига на жестком шаре.

**Методология исследования.** Пусть в линейно упругом изотропном пространстве расположен жесткий шар радиуса  $r_1$ . Движение среды рассматривается в сферической системе координат  $(r, \theta, \vartheta)$  с началом в центре жесткого шара.

В начальный момент времени  $\tau = 0$  лобовой точке поверхности шара касается фронта нестационарной плоской поперечной волны сдвига ( $S$ -волны) с заданным потенциалом  $\psi_s$ , что образует вращательное движение среды вокруг оси  $Ox$ , проходящей через центр жесткого шара [4, 12]

$$\psi_s(r, \theta, \tau) = g[\tau + \eta(r \cos \theta - r_1)]H[\tau + \eta(r \cos \theta - r_1)] \quad (1)$$

где  $g(t)$  - произвольная функция изменения потенциала набегающей волны по времени;  $H(t)$  - единичная функция Хевисайда.

В этом случае только одна компонента  $w_\vartheta$  вектора перемещения отлично от нуля и её связь с потенциалом, а также связи ненулевых компонент тензора напряжения с перемещением определяются соотношениями [12]

$$\begin{aligned} w_\vartheta &= \partial\psi/\partial r + \psi/r, \quad v_{r\vartheta} = (1 - \kappa)(\partial w_\vartheta/\partial r - w_\vartheta/r) / 2, \\ v_{\theta\vartheta} &= (1 - \kappa)(\partial w_\vartheta/\partial r - w_\vartheta \operatorname{ctg} \theta) / 2 / r \end{aligned} \quad (2)$$

На поверхности жесткого шара перемещение равно нулю

$$(w_\vartheta + w_{\vartheta s})|_{r=r_1} = 0, \quad (3)$$

где  $w_{\vartheta s}$  - компонента перемещения, определяемая потенциалом  $\psi_s$ ; индексом « $S$ » отмечены компоненты напряженно-деформированного состояния в набегающей волне.

С учётом осевой симметрии задачи движение среды относительно упругого потенциала  $\psi$  описываются волновым уравнением

$$\eta^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = \Delta \psi - \psi / r^2 / \sin^2 \theta \quad (4)$$

и начальные условия – однородные

$$\psi|_{\tau=0} = \partial\psi/\partial\tau|_{\tau=0} = 0. \quad (5)$$

На бесконечности отсутствует возмущение

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \psi = 0. \quad (6)$$

Начально-краевая задача (3) - (6) решается с применением интегрального преобразования Лапласа по времени  $\tau$  и методом неполного разделения

переменных. В пространстве изображений потенциал  $\psi^L$ , компонента  $w_{9n}^L$  вектора смещения и  $v_{r9n}^L$  тензора напряжения представим в виде бесконечных рядов по полиномам Гегенбауэра  $C_{n-1}^{3/2}(\cos\theta)$  [8, 11], а представление бесконечного ряда для компоненты  $v_{09n}^L$  тензора напряжения имеет вид

$$v_{09n}^L = \sum_{n=1}^{\infty} v_{09n}^{(1)L}(r, s) P_n(\cos\theta) + \cos\theta \sum_{n=1}^{\infty} v_{09n}^{(2)L}(r, s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\theta),$$

$$v_{09n}^{(1)} = -n(n+1)(1-\kappa)w_{9n}^L / 2 / r, \quad v_{09n}^{(2)} = (1-\kappa)w_{9n}^L / r,$$

где  $P_n(\cos\theta)$  - полиномы Лежандра [5, 8].  $L$  означает трансформанту преобразования Лапласа,  $s$  - параметр преобразования [7].

Тогда постановка начально-краевой задачи (3)-(6) относительно коэффициентов рядов имеет следующий вид:

$$\eta^2 s^2 \psi_n^L = \Delta_n \psi_n^L, \quad \Delta_n = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) / r^2 - n(n+1) / r^2 \quad (7)$$

$$\left( w_{9n}^L + w_{9sn}^L \right) \Big|_{r=r_1} = 0 \quad (8)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \psi_n^L = 0.$$

(9)

С учётом условия отсутствия возмущения на бесконечности (9), решение уравнения (7) представим в следующем виде [4]:

$$\psi_n^L(r, s) = A_n^L(s) K_{n+1/2}(r\eta s) / \sqrt{r}$$

Далее, с учётом выражений  $K_{n+1/2}(x)$  - модифицированных функций Бесселя второго рода через элементарные [5, 11], приходим к выражению

$$\psi_n^L(r, s) = r^{-n-1} (\eta s)^{-n} R_{n0}(r\eta s) A_n^L(s) e^{-r\eta s}, \quad (10)$$

где  $A_n^L(s)$  - произвольные неизвестные функции параметра  $s$  [12].

Тогда, в силу зависимостей (2), найдём следующие выражения коэффициентов компонент перемещения и тензора напряжения для окружающей среды:

$$w_{9n}^L(r, s) = -r^{-n-2} (\eta s)^{-n} R_{n3}(r\eta s) A_n^L(s) e^{-r\eta s}, \quad (11)$$

$$v_{r9n}^L(r, s) = (1-\kappa) r^{-n-3} (\eta s)^{-n} R_{n4}(r\eta s) A_n^L(s) e^{-r\eta s} / 2, \quad (12)$$

$$v_{09n}^{(1)} = n(n+1)(1-\kappa) r^{-n-3} (\eta s)^{-n} R_{n3}(r\eta s) A_n^L(s) e^{-r\eta s} / 2,$$

$$v_{09n}^{(2)} = -(1-\kappa) r^{-n-3} (\eta s)^{-n} R_{n3}(r\eta s) A_n^L(s) e^{-r\eta s},$$

$$R_{n3}(s) = R_{n1}(s) - R_{n0}(s), \quad R_{n4}(s) = R_{n2}(s) - R_{n0}(s),$$

где  $R_{ni}(s)$  - полиномы параметра  $s$  [12],  $i = 0, 2$ .

Далее, производя в (1) преобразование Лапласа по времени и используя теоремы сложения для функций Бесселя [4, 11], найдём выражение для

изображений коэффициентов разложения потенциала  $\Psi_s$  в ряд по полиномам Гегенбауэра  $C_{n-1}^{3/2}(\cos \theta)$  [8, 11]:

$$\Psi_{sn}^L(r, s) = r^{-n-3} G_n(s) U_{n+1,0}(r\eta s), \quad (13)$$

$$G_n(s) = (-1)^{n+1} (2n+3) (\eta s)^{-n-3} e^{-\eta s} g^L(s) / 2.$$

При получении (13) использована связь функций Бесселя полуцелого индекса с элементарными функциями [5, 11].

Тогда используя связи потенциала с компонентами перемещения и напряжения (2), получим выражения для коэффициентов  $w_{\theta ns}^L(r, s)$ ,  $v_{r\theta sn}^L(r, s)$ :

$$w_{\theta ns}^L(r, s) = -r^{-n-4} G_n(s) U_{n+1,1}(r\eta s), \quad (14)$$

$$v_{r\theta sn}^L(r, s) = (1-\kappa) r^{-n-5} G_n(s) [U_{n+1,2}(r\eta s) + 2U_{n+1,1}(r\eta s)] / 2, \quad (15)$$

$$U_{n+1,\nu}(s) = [R_{n+1,\nu}(-s)e^s - R_{n+1,\nu}(s)e^{-s}], \quad \nu = 0..2.$$

Удовлетворяя граничным условиям (8), найдём неизвестные функции  $A_n^L(s)$  и в результате получим формулы для компонент перемещения и напряжения в пространстве изображений Лапласа

$$w_{\theta n}^L(r, s) = -r^{-n-2} \Lambda_n(s) R_{n3}(r\eta s) e^{-r\eta s},$$

$$v_{r\theta n}^L(r, s) = r^{-n-3} (1-\kappa) \Lambda_n(s) R_{n4}(r\eta s) e^{-r\eta s},$$

$$v_{\theta\theta n}^{(1)} = r^{-n-3} n(n+1) (1-\kappa) \Lambda_n(s) R_{n3}(r\eta s) e^{-r\eta s} / 2,$$

$$v_{\theta\theta n}^{(2)} = -r^{-n-3} (1-\kappa) \Lambda_n(s) R_{n3}(r\eta s) e^{-r\eta s},$$

$$\Lambda_n(s) = -r_1^{-2} G_n(s) U_{n+1,1}(r_1\eta s) / R_{n3}(r_1\eta s),$$

Коэффициенты рядов искомым функций являются рациональными функциями параметра преобразования Лапласа  $s$ , что позволяет найти оригиналы с помощью теории вычетов [7, 9].

**Результаты и обсуждения.** Для примера рассматривается дифракция нестационарных поперечных волн сдвига на неподвижном жестком шаре в пространстве известкового шпата с параметрами  $E = 0.89 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu = 0.243$ ,  $\rho = 2850$  кг/м<sup>3</sup>, которому соответствуют следующие безразмерные параметры:  $\eta = 1$ ,  $\kappa = 321$ ,  $r_1 = 1.0$ . Результаты численных экспериментов представлены в виде графиков изменения компонент  $v_{r\theta}$ ,  $v_{\theta\theta}$  тензора напряжения и  $w_{\theta}$  перемещения по безразмерному времени  $\tau$ . В качестве закона изменения заданной нагрузки по времени выбиралась функция Хевисайда  $g(\tau) = q_0 H(\tau)$ ,  $q_0 = 1$ . Числовые результаты получены с учётом семи членов рядов по полиномам Гегенбауэра.

На рис. 1 представлены графики изменения тангенциального  $v_{r\theta}$  напряжения по времени в точках:  $r = 1$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 1, на поверхности шара),  $r = 1.4$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 2) и  $r = 1.8$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 3). На рис. 2 приведены графики изменения касательного  $w_{\theta}$  перемещения по времени в точках:  $r = 1$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 1),  $r = 1.4$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 2) и  $r = 1.8$ ,  $\theta = \pi/4$  (кривая 3).

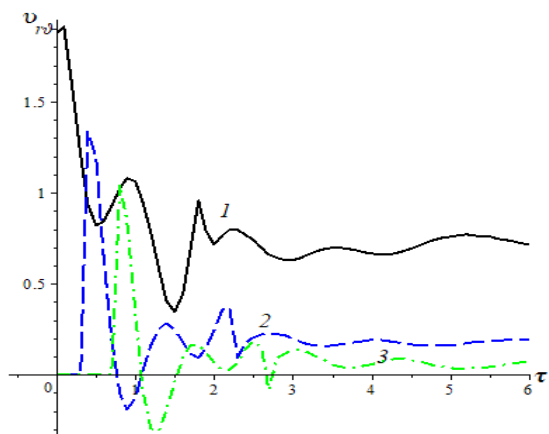


Рис. 1.

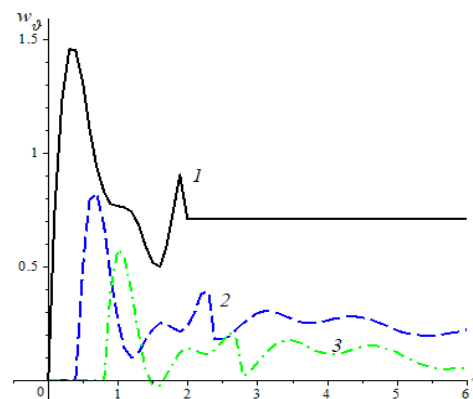


Рис. 2

Графики изменения компонент  $v_{r\theta}$  тензора напряжения и  $w_{\theta}$  перемещения по безразмерному времени  $\tau$  показывают, что с приходом волны появляется скачок. С увеличением расстояния  $r = 1.0, 1.4, 1.8$  уменьшаются скачки. Численные результаты показывают, что, отраженные от жесткого шара волны оказывают влияние на напряженно-деформированное состояние среды.

**Заключение:** Разработан алгоритм решения задачи о дифракции нестационарных поперечных волн сдвига на сферическом включении в пористо-упругом пространстве, насыщенном жидкостью. Получены формулы для компонент напряженно-деформируемого состояния среды. Полученные результаты работы могут быть использованы в области геофизики, сейсмологии, а также при проектировании подземных резервуаров.

#### Список использованной литературы:

1. Бераха Р. Дифракция сдвиговой волны на цилиндрических полостях в изотропном упругом полупространстве // Акустический журнал. - 1974. Т. 20, №5. – С. 779-782.
2. Бульдывев В.С., Янсон З.А. Распространение интерференционных волн  $SH$  в упругом сферическом слое, ч. 1 // Известия АН СССР, Сер. геофиз. – 1962.- №12. – С. 1764 – 1771.
3. Бульдывев В.С., Янсон З.А. Распространение интерференционных волн  $SH$  в упругом сферическом слое, ч. 2 // Известия АН СССР, Сер. геофиз. – 1963.- №1. – С. 76 – 89.
4. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарная аэрогидро-упругость тел сферической формы. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1990. – 264 с.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физ.-матгиз, 1962. – 1108 с.
6. Грилицкий Д.В., Поддубняк А.П. Рассеяние нестационарной волны кручения на жесткой неподвижной сфере в упругой среде // Известия АН СССР, МТТ. – 1980. - №5. – С. 86 – 92.
7. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и  $Z$  – преобразования. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
8. Кузнецов Д.С. Специальные функции. – М.: Высшая школа, 1985. – 423 с.
9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 688 с.
10. Поддубняк А.П. Нестационарное отражение и преломление волны кручения на двухслойной упругой сфере // Матем. Методы и физ.-мех. поля, - 1984. - № 19.- С.82-86.
11. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. Под ред. М.Абрамовица, И.Стиган. – М.: Наука, – 1979. – 832 с.

12. Шукуров О. Туташ мухитларда ностационар тўлқин жараёнлари. – Қарши: Насаф нашриёти, 2011. – 128 б.

13. Яворская И.М. Коротковолновая асимптотика дифракционного поля на сфере при падении плоских поперечных волн// Прикладная математика и механика. – 1965. – т. 29, вып.6. – С. 1029-1034.

14. Jo‘rayev G‘.U., Musurmonova M.O. Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitning sferik qatlamida nostassionar ko‘ndalang to‘lqinlar jarayoni// QarDU xabarlari. - 2021. -№4. – 8 - 13 b.

15. Kubenko V.D., and Dzyuba V.V. Acoustic field in a rigid cylindrical vessel excited by a sphere oscillating according to a given law, *Applied mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine*, 2000, Vol. 36, N 6, pp. 88–98.

16. Saliyev A.A., Tarlakovskii D.V., and Shukurov A.M. The propagation of non-stationary waves from a spherical cavity in an acoustic layer, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.72 No.4, 2008, pp. 410-416.

### MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATION OF A PLATE FLOWED ON ONE SIDE BY A GAS FLOW

**B. Khudayarov** – prof., Department of Higher mathematics  
“Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers” National  
Research University, Tashkent, Uzbekistan  
ORCID 0000000228768447;  
[b.khudayarov@tiame.uz](mailto:b.khudayarov@tiame.uz)

**F. Turaev** – Department Head of Higher mathematics  
“Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers” National  
Research University, Tashkent, Uzbekistan  
ORCID 0000-0003-2415-6897 ;  
[f.turayev@tiame.uz](mailto:f.turayev@tiame.uz)

**O. Gulamov** – ass. Prof., Department of Higher mathematics  
“Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers” National  
Research University, Tashkent, Uzbekistan  
ORCID 0009000228767654;  
[o.gulamov@tiame.uz](mailto:o.gulamov@tiame.uz)

**S. Shamsiddinov** – Department Head,  
Andijan State University, Andijan,, Uzbekistan  
[s.shamsitdinov@mail.ru](mailto:s.shamsitdinov@mail.ru)  
ORCID 000900770106264;  
UDC 539.

**Abstract.** Flutter problems for plates moving in a supersonic gas flow are considered in the article. Mathematical models are given in a two-dimensional formulation; the Karman theory of large strains of plates and the aerodynamic theory of A. A. Ilyushin are used. When the physical and mechanical properties of the material of the object under study are actually taken into account, the mathematical model of the problems presents partial integro-differential equations with the corresponding initial and boundary conditions. The influence of the viscoelastic properties of the plate material is studied. It was determined that an account for the viscoelastic properties of the plate material leads to a decrease in the critical flutter speed.

**Keywords:** plate, supersonic gas flow, flutter, critical speed, mathematical model, integro-differential equation, aerodynamic theory

**Annotatsiya.** Maqolada tovushdan tez gaz oqimida harakatlanuvchi plastinkalar uchun tebranish muammolari ko‘rib chiqiladi. Matematik modellar ikki o‘lchovli formulada berilgan; plastinkalarning katta shtammlarining Karman nazariyasi va A.A. Ilyushinning aerodinamik nazariyasi qo‘llaniladi. O‘rganilayotgan obekt materialining fizik-mexanik xossalari haqiqatda hisobga olinsa, masalalarning matematik modeli mos keladigan boshlang‘ich va chegaraviy shartlarga ega qisman integrodifferensial



tenglamalarni taqdim etadi. Plastinka materialining viskoelastik xususiyatlarining taʼsiri oʻrganiladi. Plastinka materialining viskoelastik xususiyatlarini hisobga olish kritik chayqalish tezligining pasayishiga olib kelishi aniqlandi.

**Kalit soʻzlar:** plastinka, tovushdan tez gaz oqimi, tebranish, kritik tezlik, matematik model, integrodifferensial tenglama, aerodinamik nazariya

**Introduction.** The basis for studying the strain processes of composite materials is the hereditary theory of viscoelasticity, the specific application of which depends on the parameters of the materials, the shape of the product, and the range of variations in ambient conditions. At that, significant difficulties in obtaining “good” models arise in connection with an account for the properties of viscoelasticity. It should be noted that the use of traditional materials in aircraft construction made it possible to apply mathematical models (that could now be called simplified ones), which do not take into account the properties of viscoelasticity to the full extent.

Mathematical models of problems of hereditarily deformable systems in the most general form are complex systems of integro-differential equations (IDE) in partial derivatives, obtained on the basis of integral models of the stress-strain relationship with weakly singular hereditary kernels.

It is known that for the first time the simplest model of the stress-strain relationship for a viscoelastic body was built in a differential form [1]. Differential models of the stress-strain relationship can be expressed in integral form, with the creep kernel being a linear combination of a finite number of exponential functions. The use of differential models of stress and strain in the study of dynamic problems of the mechanics of a deformable rigid body leads to a certain inaccuracy, especially at the initial time [2].

To describe the strain processes of viscoelastic materials, a wide range of models of the hereditary theory of viscoelasticity were used. In [3], a brief review of the history of the development of models is given, taking into account internal friction and the time factor.

It is now recognized that the Boltzmann-Volterra hereditary theory with weakly singular hereditary kernels, with a high degree of adequacy, describes the integral model of the stress-strain relationship in viscoelastic bodies [4]. The Boltzmann-Volterra model with Abel-type singular hereditary kernels is in good agreement with experiments and accurately accounts for the time factor related to strain creep and stress relaxation.

At present, the problem of considering the hereditary effects of deformable materials is of great theoretical and applied interest. Its solution is an effective application of the theory of viscoelasticity to real processes. Therefore, the methods and problems of the theory of hereditary elasticity attract much attention from researchers. There are a significant number of publications devoted to solving problems of calculating the characteristics of viscoelastic thin-walled structures [5].

V.I. Matyash [6] presented the first mathematical descriptions of the problems under consideration based on integral models in the field of viscoelastic plates. The plate flutter was studied using the averaging method.

The influence of the ratio of the coefficients of internal and external viscous friction on the equilibrium stability of a compressed elongated panel in a supersonic gas flow was studied in [7]. The Voigt model describes internal friction in the panel material.

V.D. Potapov in [8], when studying the stability of integro-differential equations, used the Lyapunov exponent method.

From the above review, we can conclude that the development of adequate models that describe the viscoelastic properties of the material of structures is a rather complex and relevant research problem, directly solved in this work along with the construction of

the corresponding mathematical models.

**Models and methods.** Let us consider the problem of vibrations of a flexible hereditarily deformable rectangular plate moving in a gas at a high supersonic speed. A plate with sides  $a$  and  $b$  is flown past on one side by a gas flow. We assume that the flow direction is parallel to side  $a$ . We assume that the plate is compressed in the same direction by constant forces  $\square_0$ . We take that the deflections are small compared to the thickness of the plate, and we solve the problem in a linear statement. Taking a linear expression for the aerodynamic pressure and not taking damping into account, we obtain the equation of motion for a plate with the following finite ratio:

$$D(1 - R^*)\nabla^4 W - \sigma_0 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = q \quad (1)$$

where  $q$  is the excess pressure, that considers the forces of inertia and aerodynamic loads, determined according to the Ilyushin theory:

$$q = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - B \frac{\partial W}{\partial t} + BV \frac{\partial W}{\partial x} \quad (2)$$

in an expanded form

$$\begin{aligned} \frac{D}{h}(1 - R^*) \left[ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right] - \frac{\sigma_0}{h} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \\ - \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{B}{h} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{BV}{h} \frac{\partial W}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

Here  $B = \frac{\chi p_\infty}{V_\infty}$ ,  $B_1 = \frac{\chi(\chi+1)p_\infty}{4V_\infty^2}$ ,  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  is the bending stiffness;  $\chi$  is the exponent of the polytropic gas;  $p_\infty, V_\infty$  are the pressure and speed of sound at infinity, respectively;  $\square$  - is the density of the material;  $h$  is the plate thickness;  $V$  is the flow velocity on the plate surface.

We consider the case of hinge-supported edges and solve problems in a linear formulation. The corresponding boundary conditions have the following form:

$$W=0; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 \quad \text{for } x=0, a \quad (4)$$

$$W=0; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad \text{for } y=0, b$$

The expression approximating the deflection is taken in the following form

$$W(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^L W_{nm} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \quad (5)$$

where  $W_{nm} = W_{nm}(t)$  are the sought-for functions of time; substituting (5) into equation (3) and applying the Bubnov-Galerkin procedure, we reduce the problem under consideration to solving the following IDE system:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho b^4}{E h^2 \pi^2} \ddot{W}_{kl} + \frac{\pi^2}{12(1-\mu^2)} \left[ \left( \frac{k}{\lambda} \right)^2 + l^2 \right]^2 (1-R^*) W_{kl} - \frac{k^2}{E \lambda^4} \left( \frac{a}{h} \right)^2 \sigma_0 W_{kl} + \\ & + \frac{2p_\infty \chi}{E \lambda^4 \pi^2} \left( \frac{a}{h} \right)^3 M^* \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N [1 - (-1)^{k+n}] \frac{kn}{k^2 - n^2} W_{nl} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

In the case of hinged fastening of the plate edges, relative to the unknowns  $W_{kl}=W_{kl}(t)$  we have a system of equations (6). Introducing the following dimensionless quantities into (6)

$$f = \frac{W}{h}, \quad t_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho a^2}} t, \quad \sigma_0^* = \frac{\sigma_0 a^2 h}{\pi^2 D}, \quad q^* = \frac{p_\infty \chi M^* a^3}{\pi^4 D}, \quad k_1 = \frac{h}{a},$$

we obtain:

$$\begin{aligned} & \frac{3(1-\mu^2)}{\pi^4 k_1^2} \ddot{f}_{kl} + \frac{(k^2 + l^2 \lambda^2)}{4} (1-R^*) f_{kl} - \sigma_0^* k^2 f_{kl} + \\ & + \frac{q^*}{2} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^\infty (1 - (-1)^{k+n}) \frac{kn}{k^2 - n^2} f_{nl} = 0. \quad (k=1, \dots, N; \quad l=1) \\ & n \neq k. \quad (k=1, \dots, N; \quad l=1) \end{aligned} \quad (7)$$

We seek solutions of the resulting system in the following form

$$f_{kl} = f_{kl} \exp(i\theta t_1), \quad (8)$$

which, for sufficiently small  $q^*$  have the character of damped oscillations. At a certain critical value of the reduced flow velocity  $q^* = q_f^*$  the real part of the characteristic exponent vanishes, and at  $q^* > q_f^*$  its real part becomes positive. In this case, the solution is unstable and the point  $q^* = q_f^*$  corresponds to the flutter boundary.

Substituting (8) into (7) we obtain the following system of equations

$$\begin{aligned} & \left( \frac{(k^2 + l^2 \lambda^2)}{4} (1-R_{C2} + iR_{S2}) - \sigma_0^* k^2 - \Omega^2 \right) f_{kl} + \\ & + q^* \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^\infty (1 - (-1)^{k+n}) \frac{kn}{k^2 - n^2} f_{nl} = 0. \quad (k=1, \dots, N; \quad l=1). \\ & n \neq k. \quad (k=1, \dots, N; \quad l=1). \end{aligned}$$

Here

$$\Omega^2 = \frac{3(1-\mu^2)}{\pi^4 k_1^2} \theta = \frac{\omega^2}{\omega_1^2}; \quad \omega_1^2 = \frac{4\pi^4 D}{a^4 \rho h} - \text{is the frequency of the 1st mode of vibration of the plate.}$$

### 3. Numerical results

The determinant of the first two equations is equated to zero

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{(1+\lambda^2)^2}{4} (1-R_{c2} + iR_{s2}) - \sigma_0^* - \Omega^2 & -\frac{2}{3} q^* \\ \frac{2}{3} q^* & \frac{(4+\lambda^2)^2}{4} (1-R_{c2} + iR_{s2}) - 4\sigma_0^* - \Omega^2 \end{array} \right| = 0.$$

The real value of  $\Omega$  corresponding to the stability threshold holds for

$$q^* = \frac{3}{2} \sqrt{(\Omega^2 + \sigma_0^* - \lambda_{11}^2 (1 - R_{C2})) (\lambda_{21}^2 (1 - R_{C2}) - 4\sigma_0^* - \Omega^2) + R_{S2}^2 \lambda_{11}^2 \lambda_{21}^2},$$

where  $\lambda_{kl} = (k^2 + l^2 \lambda^2) / 2$ .

In the case of a square plate, we obtain

$$q^* = \frac{3}{2} \sqrt{(\Omega^2 + \sigma_0^* - 1 + R_{C2}) \left( \frac{25}{4} (1 - R_{C2}) - 4\sigma_0^* - \Omega^2 \right) + \frac{25}{4} R_{S2}^2}.$$

The calculation results are presented in Table 1.

Table 1

The dependence of the critical flutter speed on the physico-mechanical and geometric parameters of the plate

A	$\square$	$k_1$	$\square$	$\sigma_0^*$	$\square^2$	$q_f^*$
0.0					3.6	3.9400
0.005	0.05	1/180	1	0	3.53	3.7885
0.05					2.45	2.6542
0.1					1.77	1.8020
0.01	0.03	1/180	1	0	3.49	2.7208
	0.05				3.43	3.6423
	0.08				3.40	3.6345
0.05	0.05	1/180	1.2	0	3.09	3.4709
			1.5		4.43	5.0322
			1.7		5.71	6.2765
0.05	0.05	1/50	1	0	3.50	3.8347
		1/100			3.18	3.5259
		1/250			1.72	1.7485
0.05	0.05	1/180	1	0.01	2.42	2.6248
				0.1	2.14	2.3536
				0.3	1.53	1.6650

**4. Discussion of results.** Table 1 shows the dimensionless critical flow rates  $q_f^*$  depending on the physical, mechanical and geometrical characteristics of the plate. Analysis of the results obtained shows that an increase in A (0; 0.005; 0.05; 0.1) and  $\sigma_0^*$  reduces the squared frequency  $\square^2$  and the corresponding value of  $q_f^*$ . The critical velocity for an elastic plate is 3.94, and for a viscoelastic plate, it is 1.8. The difference between them is 54.39%. For A=0, the obtained results coincide with the results given in [9, 10]. The influence of the value of  $\square$  is insignificant.

Next, the influence of the relative thickness parameter  $k_1$  (the ratio of the thickness  $h$  to the side  $a$  of the plate) on the critical flutter speed is studied. As seen from Table 1, the critical speed  $q_f^*$  for parameter  $k_1 = 1/50$  is 3.8347, and for  $k_1 = 1/250$ ,  $q_f^*$  is 1.7485. These results

differ by 54.5%.

The effect of constant compressive forces on the critical flutter speed was studied. The following values were taken for calculation:  $A=0.01$ ;  $\eta=0.05$ ;  $\nu=1$ . The influence of parameter  $\sigma_0^*$  is characterized by the following results: for  $\sigma_0^*=0.01$ ; 0.1 and 0.3, the values of  $q_f^*$  are 2.6248, 2.3536 and 1.6650, respectively. It can be seen that an increase in compressive forces led to a decrease in the critical flutter speed.

The influence of parameter  $\lambda$  on the value of the critical flutter speed was studied. With an increase in  $\lambda$ , an increase in the critical speed occurs, which is explained by the fact that with an increase in  $\lambda$ , the size of the plate decreases perpendicular to the flow direction and, consequently, the relative rigidity of the system increases.

### 5. Conclusions.

On the basis of the software package developed, practically important problems of flutter of a plate were solved and studied, taking into account the viscoelastic properties of the material. The critical flutter speed was determined in a wide range of changes in various parameters of the plates. It was shown that the viscosity parameter  $A$  affects not only the vibrations of viscoelastic systems but also the critical flutter speed. It was determined that an account for the viscoelastic properties of the plate material leads to a decrease in the critical flutter speed by 40–60% .

### References:

- 1.Rabotnov Y.N. Elements of hereditary mechanics of rigid bodies. – M.: Nauka, 1977. – 383 p.
- 2.Badalov F.B., Khudayarov B.A., Abdurkarimov A. Study of the influence of the hereditary kernel on the solution of linear and nonlinear dynamic problems of hereditarily deformable systems // Problems of mechanical engineering and reliability of machines. The Russian Academy of Sciences. - 2007. - No. 4. – P. 107–110.
- 3.Badalov F.B., Suyarov A.M., Tailakov N.N. The current state and the problem of algorithmization of the mechanics of hereditarily deformable systems // Collection of scientific papers "Issues of computational and applied mechanics". - Issue. 109. - Tashkent, 2001. - P. 33-42.
- 4.Ilyushin A.A., Pobedrya B.E. Fundamentals of the mathematical theory of thermoviscoelasticity. – M.: Nauka, 1970. – 280 p.
- 5.Khudayarov, B.A. “Numerical Analysis of Nonlinear Flutter of Viscoelastic Plates,” *INTERNATIONAL APPLIED MECHANICS*, vol.41, no.5 (2005) 538-542.
- 6.Matyash V.I. On the dynamic stability of a hinge-supported elastic-viscous rod. // Mechanics of polymers. - 1971. - No. 2. – P. 293–300.
- 7.Grishko A.A., Petrovsky A.V., Radin V.P. On the effect of internal friction on the stability of a panel in a supersonic gas flow. // News of AS. Mechanics of a rigid body. - 1998. - No. 1. - P. 173-181.
- 8.Potapov V.D. Investigation of the dynamic stability of viscoelastic systems using Lyapunov exponents. // News of AS. Mechanics of a rigid body. - 2000. - No. 6. – P. 82–90.
- 9.B.A. Khudayarov, F.Zh. Turaev, Mathematical Simulation of Nonlinear Oscillations of Viscoelastic Pipelines Conveying Fluid, Applied Mathematical Modelling. 66 (2019) 662-679. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.10.008>
- 10.B.A. Khudayarov, T. Zh. Turayev, Nonlinear supersonic flutter for the viscoelastic orthotropic cylindrical shells in supersonic flow, Aerospace Science and Technology. 84 (2019) 120-130.

**MATHEMATICAL MODELING OF THE BIOLOGICAL POPULATION  
PROCESS UNDER THE INFLUENCE OF CONVECTIVE TRANSFER AND  
ABSORPTION**

**Aripov M.M.**

National University of Uzbekistan, Professor

**Sayfullayeva M.Z.**

Tashkent University of Information Technologies, PhD

**Kabiljanova F.A.**

National University of Uzbekistan, assistant professor

[mirsaidaripov@mail.ru](mailto:mirsaidaripov@mail.ru),

ORCID 0000-0001-5207-8852)

[maftuha87@mail.ru](mailto:maftuha87@mail.ru)

ORCID 0009-00084337-1692),

[kabiljanovafiruza@mail.ru](mailto:kabiljanovafiruza@mail.ru)

ORCID 0000-0003-2864-1371

UDK:519.957

**Abstract.** In this paper, we discuss one problem in a nonlinear environment under the influence of convective transfer, nonlinear absorption, and variable density of biological population processes described by the divergent-mode parabolic dual nonlinearity equation. In problems of a nonlinear biological population, due to the distortions of the parabolic equations that represent them, a special approach to the numerical solution is required. An exact analytical solution was found for it, the analysis of which allows us to identify a number of characteristic features of the processes of the biological population in non-linear media. The following nonlinear effects were established: the inertial effect of the final velocity of population propagation, spatial localization.

**Keywords:** biological population, convective transfer, extinctions, localization, parabolic equation, effects.

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada ikki karra nochiqli divergent holiday parabolik tenglama bilan tasvirlangan biologik populyatsiya jarayonlarining konvektiv ko'chish, nochiqli yutilish va o'zgaruvchan zichlik ta'siri ostida nochiqli muhitdagi masala muhokama qilingan. Nochiqli biologik populyatsiya masalalarida ularni ifodalovchi parabolik tenglamalarning buziluvchanligi sababli, sonli yechishga alohida yondashuvni talab qiladi. Buning uchun aniq analitik echim topiladi, uning tahlili nochiqli muhitda biologik populyatsiya jarayonlarining bir qator xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi. Yechimlarning quyidagi nochiqli effektlari aniqlangan: populyatsiya tarqalishi tezligining chekliligi, kuchli yutilishi ta'sirida fazoviy lokallashish.

**Kalit so'zlar:** biologik populyatsiya, konvektiv ko'chish, lokalizatsiya, yo'q bo'lib ketish, parabolik tenglama, effektlar.

**Introduction.** Consider the following problem about the effect of instantaneous concentrated population growth in an incompressible non-linear medium with a coefficient of double non-linearity of the biological population and its gradient in the presence of volumetric extinction, the power of which depends on time and convective transfer, the speed of which depends on time. Such a transient biological population process is described by the following Cauchy problem

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u) + \operatorname{div}(v(t)u) + c(t)u - b(t)u^q, \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad (t > 0, x \in R^N) \quad (2)$$

Here  $k, m \geq 1, p \geq 2$  – given numerical parameters,  $u = u(t, x) \geq 0$  population density at the moment  $t > 0$  at point  $x \in R^N$ ,  $v(t)$  – convective transfer (migration) rate,  $c(t)$  – is the coefficient of linear population growth, and  $b(t)u^q$  – population extinction.

The mathematical model in question also describes the change in one or more properties of the bio ecological system under study over time and region. In the simplest case, it is represented as a dependence  $u = u(t, x)$ , where  $u$ - vector of monitored characteristics (one of which may be population density),  $x$  - vector spatial coordinate system,  $t$  - time. The meaning of the studied characteristics can be different. So, the population density of separate unit populations can take only exact values.

**Research methodology.** Equations describing biological population processes also describe energy transfer processes in high temperature environments. When studying energy transfer processes in high-temperature environments, a number of their special properties should be taken into account. For example, the dependence of heat capacity and coefficient of thermal conductivity on temperature, it is necessary to take into account the contribution of volumetric radiation to the energy balance, exo and endothermic ionization processes, the course of chemical reactions, combustion, etc. Along with this, convective heat exchange and its influence on the evolution of the studied process can also be taken into account. The intensive development of the theory of nonlinear transfer was stimulated by research in the field of plasma physics [1]. In papers [2], [3] properties of solutions, following degenerate and singular parabolic equations in non-divergent form are investigated

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^m \nabla (|\nabla u|^{p-2} \nabla u)$$

Then, obtaining an automodel solution, they showed asymptotic behavior of solutions for long time. Cases of slow and fast diffusion are investigated, and the results of numerical experiments of the Cauchy problem are given. Fundamental results were obtained and a number of nonlinear effects were discovered that determine the properties of inertia and localization of thermal processes [4]. Various properties of Cauchy problem solution for (1), (2) are given in [5] - [7]. In particular, the paper [8] analyzes the case of variable diffusion with migration flows depending on the uneven distribution of populations and resources. Based on the direct method, the effect of migration on the formation of population distributions was studied, scenarios of local displacement and coexistence of species were studied. Zhou et al proved the conditions for the existence of solutions [9].

Studying nonlinear inertial effects in the unsteady process of energy transfer in an incompressible medium, the thermal conductivity coefficient of which depends on temperature and temperature gradient in a power-wise manner, a number of accurate solutions to problems for quasilinear parabolic equations describing the evolution of thermal structures in such a model medium with volumetric sources were found. In particular, in [10], these effects are studied when considering the process of heat transfer in an incompressible medium, the coefficient of thermal conductivity of which depends on temperature and temperature gradient in a power-wise manner:

$$k = k(u, \text{grad } u) = k_0 u^\sigma |\text{grad } u|^\alpha, \quad k_0 = \text{const} > 0.$$

Such a generalized power model of a nonlinear medium can be used not only in the theory of thermal conductivity, but also to describe diffusion-type transport processes of various physical nature, fluid and gas filtration.

Martinson K.B. [11] having considered equation

$$u_t = \operatorname{div}(u^\sigma | \operatorname{grad} u |^\alpha \operatorname{grad} u) + f(u, Du, t, x), \quad (x, t) \in R^N \times (0, +\infty), \quad N = 1, 2, 3.$$

in case  $f = f(u, t) = -\Pi t^\beta u^\nu$ , where  $\Pi > 0$  - absorption parameter and  $\beta \geq 0$ ,  $0 < \nu < 1$  at  $\nu = (1 - \sigma)(1 + \alpha)^{-1}$ ,  $0 < \sigma < 1$ ,  $\nu < 1$ , i.e. for the special case of problem (1) - (2), when  $k=1$ ,  $v(t)=0$ ,  $c(t)=0$  obtained the following exact solution

$$u(r, t) = a(t) [\varphi(t) - r^{(\alpha+2)/(\alpha+1)}]_+^{(\alpha+1)/(\alpha+\sigma)}, \quad r = \left( \sum_1^N x_i^2 \right)^{1/2}$$

where the notation  $[\xi]_+ = \begin{cases} \xi & \text{при } \xi > 0, \\ 0 & \text{при } \xi \leq 0 \end{cases}$  is used, which means the final propagation

speed of the perturbation in the nonlinear medium under consideration. The position of the front separating the heated area from the area where  $u=0$  is determined at any given time by

$$r = r_0(t) = [\varphi(t)]^{(\alpha+1)/(\alpha+2)}$$

$$a(t) = a_0 t^{-1/(\alpha+\sigma)}, \quad a_0 = \left\{ \left( \frac{\alpha+2}{\alpha+\sigma} \right)^{\alpha+1} [n(\alpha+\sigma) + \alpha+2] \right\}^{-1/(\alpha+\sigma)}, \quad \varphi(t) = Ct^{\delta_1} - Pt^{\delta_2}$$

$$\text{Here } P = \Pi \left( \frac{\alpha+2}{\delta_1(a+1)} \right)^{(\alpha+2)/(\alpha+1)} \left( \frac{\delta_2}{\delta_1} - 1 \right)^{-1}, \quad \delta_2 = (\beta+1) + (\alpha+1)^{-1}, \quad \delta_2 > \delta_1$$

a value of  $C > 0$  - is determined from the integral condition

$$a_0 C^{1/(a+\sigma)\delta_1} M(N) \int_0^1 \xi^{N-1} [1 - \xi^{(\alpha+2)/(\alpha+1)}]^{(\alpha+1)/(\alpha+\sigma)} d\xi = Q,$$

$$\text{where } M(N) = \begin{cases} 2 & \text{by } N = 1, \\ 2\pi & \text{by } N = 2, \\ 4\pi & \text{by } N = 3. \end{cases}$$

$$\text{Therefore } C = Q^{(a+\sigma)\delta_1} \left\{ a_0 M(N) \frac{\alpha+1}{a+\sigma} B \left[ \frac{N(\alpha+1)}{a+2}, 1 + \frac{\alpha+1}{a+\sigma} \right] \right\}^{-(a+\sigma)\delta_1}.$$

Where is the B –beta of the Euler function.

Analyzing this solution, he established the following properties of the solution: the inertial effect of the final velocity of propagation of thermal perturbations, spatial localization of heat.

**Results and discussions.** Now consider the properties of the mathematical model (1)-(2) and by constructing an exact solution, we establish the following properties of the solution: the inertial effect of the final velocity of population propagation, spatial localization. In order to show this, consider the class of radially symmetric solutions of equation (1) obtained as follows

$$u(t, x) = \bar{u}(t) w(\tau(t), |\xi| = r), \quad \bar{u}(t) = \exp \left( \int_0^t c(y) dy \right),$$

$$\xi = \int_0^t v(y) dy - x, \quad |\xi| = \left( \sum_1^N \left( \int_0^t v(y) dy \right) - x_i \right)^{1/2}, \quad x \in R^N, \quad \tau(t) = \int_0^t [\bar{u}(y)]^{k(p-2)+m-1} dy$$



(3)

Then, after simple calculations and moving to a new variable in time, equation (1) takes the following form

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = \nabla(w^{m-1} |\nabla w_{\xi}^k|^{p-2} \nabla_{\xi} w) - b_1(\tau) w^q, \quad (t > 0, x \in R^N), \quad (4)$$

$$u(0, x) = w(0, x) = u_0(x) \geq 0,$$

where  $b_1(\tau) = g^{-1}(\tau)$ ,  $g(t) = b(t)[\bar{u}(t)]^{-(k(p-2)+m)}$ .

Taking into account the result of work [11], we will search for the solution to problem (3) in the form of a finite, by a spatial variable, function

$$w(\tau, r) = a_1(\tau)(f_1(\tau) - r^{\gamma})_{+}^{\gamma_1}, \quad (5)$$

$$\gamma = p / (p - 1), \gamma_1 = (p - 1) / (k(p - 2) + m - 1), k(p - 2) + m - 1 \neq 0$$

where  $a_1(\tau)$  and  $f_1(\tau)$  is the function to be determined and at  $(n)_{+}$  is  $(n)_{+} = \max(0, n)$ .

Solution (5) takes into account the finite velocity of propagation of perturbations in the considered nonlinear medium and describes the distribution of the population occupying the spherical region of finite sizes in space. The position of the front separating the heated area from the area where  $w = 0$  is determined at any given time by  $r = r_0(t) = [f(\tau)]^{(p-1)/p}$ .

Calculating the derived functions  $w(t, r)$  we have

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = \frac{da_1}{d\tau} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1} + \gamma_1 a_1(\tau) \frac{df_1}{d\tau} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1 - 1} \quad (6)$$

$$(r^{N-1} w^{m-1} \left| \frac{\partial w^k}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial r}) = -(\gamma k \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 a_1^{(p-2)k+m} r^N (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{(k\gamma_1 - 1)(p-2) + (m-1)\gamma_1 + \gamma_1 - 1} =$$

$$-(\gamma k \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 a_1^{(p-2)k+m} r^N (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{(k(p-2)+m)\gamma_1 - p + 1}$$

If we choose in (6)  $\gamma_1$  as

$$(k(p-2) + m)\gamma_1 - (p-1) = \gamma_1, \text{ t.e. } \gamma_1 = \frac{(p-1)}{(k(p-2) + m - 1)}.$$

$$r^{1-N} \frac{\partial}{\partial r} (r^{N-1} w^{m-1} \left| \frac{\partial w^k}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial r}) = -(k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 N a_1^{k(p-2)+m} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1} -$$

$$-[(k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 a_1^{k(p-2)+m-1}] (k(p-2) + m)\gamma_1 - (p-1) r^{\gamma} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1 - 1}$$

Calculating

$$r^{1-N} \frac{\partial}{\partial r} (r^{N-1} w^{m-1} \left| \frac{\partial w^k}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial r}) = -(k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 N a_1^{k(p-2)+m} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1} + \quad (7)$$

$$+ [(k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 (k(p-2) + m)\gamma_1 - (p-1) a_1^{k(p-2)+m-1}] r^{\gamma} [f_1(\tau) - r^{\gamma}]^{\gamma_1 - 1}$$

expression (7) can be rewritten as follows:

$$r^{1-N} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{N-1} w^{m-1} \left| \frac{\partial w^k}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - b_1(\tau) w^q = -(k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 N a_1^{k(p-2)+m} (f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1} +$$

$$+ [((k \gamma \gamma_1)^{p-2} \gamma \gamma_1 (k(p-2) + m)\gamma_1 - (p-1) a_1^{k(p-2)+m-1}) r^{\gamma} - b_1(\tau) a_1^q] [(f_1(\tau) - r^{\gamma})^{\gamma_1 - 1}] \quad (8)$$

if  $\gamma_1 q = \gamma_1 - 1$ .

Then, substituting the computed expressions into problem (4), we get the following:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \tau} &= \frac{da_1}{d\tau} (f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1} + \gamma_1 a_1(\tau) \frac{df_1}{d\tau} (f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1-1} = \\ &= -(k\gamma\gamma_1)^{p-2} \gamma\gamma_1 N a_1^{k(p-2)+m} (f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1} + [(k\gamma\gamma_1)^{p-2} \gamma\gamma_1 a_1^{k(p-2)+m-1} r^\gamma - \\ &\quad - b_1(\tau) a_1^q] [(f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1-1}] \end{aligned}$$

From here we have

$$\begin{aligned} \left[ \frac{da_1}{d\tau} + (k\gamma\gamma_1)^{p-2} (\gamma\gamma_1 + N) a_1^{k(p-2)+m} \right] (f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1} + [\gamma\gamma_1 a_1(\tau) \frac{df_1}{d\tau} - \\ - [(k\gamma\gamma_1)^{p-2} \gamma\gamma_1 a_1^{k(p-2)+m-1}] r^\gamma - b_1(\tau) a_1^q] [(f_1(\tau) - r^\gamma)^{\gamma_1-1}] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Now, to define functions  $a_1(\tau)$  and  $f_1(\tau)$  we get a system of nonlinear differential equations

$$\begin{aligned} \gamma\gamma_1 a_1(\tau) \frac{df_1}{d\tau} - b_1(\tau) a_1^q &= (\gamma\gamma_1)^p a_1^{k(p-2)+m} f_1(\tau) \\ \frac{da_1}{d\tau} + (k\gamma\gamma_1)^{p-2} [(\gamma\gamma_1 + N)] a_1^{k(p-2)+m} &= 0, \quad \gamma\gamma_1 = \frac{p}{k(p-2) + m - 1} \\ \gamma\gamma_1 a_1(\tau) \frac{df_1}{dt} - (\gamma\gamma_1)^p a_1^{k(p-2)+m} f_1(\tau) &= b_1(\tau) a_1^q \end{aligned} \quad (10)$$

The first equation (10) has the following general solution

$$\begin{aligned} a_1(\tau) &= [c + 1 - (k(p-2) + m)(\gamma\gamma_1)^{p-1} [(\gamma\gamma_1 + N)\tau]]^{-\frac{1}{k(p-2)+m-1}} = \\ &= \left[ c + \left( \frac{p}{k(p-2) + m} \right)^{p-1} (p + (k(p-2) + m)N\tau) \right]^{-\frac{1}{k(p-2)+m}} \end{aligned} \quad (11)$$

where  $c$  - is the integration constant.

In order to integrate the second equation of system (10), we rewrite it as follows

$$\frac{df_1}{d\tau} - b_2(\tau) f_1(\tau) = b_3(\tau) \quad (12)$$

Then, taking into account (9) of (10) we have

$$\begin{aligned} b_2(\tau) &= \left[ c + \left( \frac{p}{k(p-2) + m} \right)^{p-1} (p + (k(p-2) + m)N\tau) \right]^{-1}, \\ b_3(\tau) &= b_1(\tau) [a_1(\tau)]^{q-1} \\ b_2(\tau) &= \left[ \left( \frac{kp}{k(p-2) + m} \right)^{p-2} (p + (k(p-2) + m)N\tau) \right]^{-1} \end{aligned}$$

Therefore, the solution tending to  $\infty$  at  $\tau \rightarrow 0$  is

$$a_1(\tau) = \left[ \left( \frac{kp}{k(p-2) + m} \right)^{p-2} (p + (k(p-2) + m)N) \right] \tau^{-1/(k(p-2)+m-1)}$$

Equation (12) is a first-order linear equation. It is integrable. Its general solution is:

$$\sum_1^N \left( \int_0^t v(y) dy - x_i \right)^{1/2} = [f_1(\tau)]^{(p-1)/p}, \int_0^\tau v(y) dy < \infty, f_1(\tau) < \infty, \forall \tau > 0 \quad (13)$$

Thus, the final solution of the desired problem on the effect of instantaneous concentrated population growth in a non-linear environment with extinction is found in the form (5), where functions  $a_1(\tau)$  and  $f_1(\tau)$  are defined by expressions (11) and (13). An exact solution to the biological population problem was found, taking into account convective transfer at a variable rate, and its effect on the evolution of the population process was revealed. The found solution is also suitable for heat transfer processes in a nonlinear medium with convective transfer. Using this solution, we analyze the nature of the movement of the population distribution front and its features.

**Theorem 1.** Let in problem (4)  $p-1 > 0$ ,  $k(p-2) + m-1 > 0$

$$q = \frac{p - [k(p-2) + m-1]}{p-1}, u_0(x) \leq z(0, x), x \in R^N.$$

Then, to solve problem (1) - (2), a score of  $u(t, x) \leq z(\tau, r)$  occurs in region  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$ . And there is a phenomenon of a finite rate of population spread.

Here

$$z(\tau, r) = a_1(\tau)(f_1(\tau) - r^\gamma)_+^{\gamma_1},$$

$$\gamma = p / (p-1), \gamma_1 = (p-1) / (k(p-2) + m-1), (k(p-2) + m-1) \neq 0$$

$n_+ = \max(0, n)$ , and functions  $a_1(\tau)$ ,  $f_1(\tau)$  are defined above.

**Theorem 2.** If the following conditions are met in task (4)

$$p-1 > 0, k(p-2) + m-1 > 0, q = \frac{p - [k(p-2) + m-1]}{p-1},$$

$$u_0(x) \leq w(0, \xi), \xi \in R_+, 0 < f(t) < \infty, t > 0,$$

then the next evaluation in area  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$  is appropriate for task (4)

$$u(t, x) \leq w(t, \xi).$$

And there is a spatial localization phenomenon of the solution, where

$$w(t, \xi) = a_1(\tau)(f_1(\tau) - \xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \gamma = p / (p-1), \gamma_1 = (p-1) / (k(p-2) + n + m - 1)$$

Here, functions  $a_1(\tau)$ ,  $f_1(\tau)$  are defined above.

**Fast diffusion case:**  $k(p-2) + m-1 < 0$

**Theorem 3.** Let in problem (1) - (2)

$$q = \frac{p - [k(p-2) + m-1]}{p-1}, u_0(x) \leq z(0, x), x \in R^N. \text{ Then, to solve problem (1) -}$$

(2), there is a score  $u(t, x) \leq z(\tau, r)$ ,  $r \in R$ ,  $t > 0$ , where

$$z(\tau_1, r) = a_1(\tau)(f_1(\tau) - r^\gamma)_+^{\gamma_1}, \gamma = p / (p-1), \gamma_1 = (p-1) / (k(p-2) + m-1).$$

### Numerical modeling of the nonlinear diffusion process

From problem (4) we obtain the following one-dimensional nonlinear equation of the biological population with initial and boundary conditions

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - b(\tau)u^q \quad (14)$$

$$u(0, x) = \psi(x) \geq 0, \quad 0 \leq x \leq b$$

$$\begin{cases} u(\tau, 0) = \phi_1(\tau) > 0 \\ u(\tau, b) = \phi_2(\tau) = 0 \end{cases}, \quad t \in [0, T]$$

For problem (14), construct a spatial grid  $x$  with steps  $h$

$\bar{\omega}_h = \{x_i, ih, h > 0, i = 0, 1, \dots, n_1, hn_1 = b\}$ . And time grid with  $\tau$

$\bar{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, \tau > 0, j = 0, 1, \dots, m_1, \tau m_1 = T\}$  replace task (14) with an implicit two-layer difference scheme and get a difference problem with an error  $(h^2 + \tau)$

$$\begin{cases} \frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{a_{i+1}(y^j)(y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}) - a_i(y^j)(y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}) - (y_i^j)^q}{h^2} \\ \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \quad j = 0, 1, \dots, m_1 - 1 \\ y_i^0 = u_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n_1 \\ y_0^j = \phi_1(\tau_j), \quad j = 1, 2, \dots, m_1 \\ y_n^j = \phi_2(\tau_j), \quad j = 1, 2, \dots, m_1 \end{cases} \quad (15)$$

Where  $a_{i+1}$  and  $a_i$  is a nonlinear term of problem (14). In our case,  $a_{i+1}$  and  $a_i$  are the coefficients of population change. To compute  $a_{i+1}$  and  $a_i$ ,

$$a_{i+1}(y^j) = \frac{1}{2} \left[ (y_i^j)^{m-1} \left| \frac{(y_{i+1}^j)^k - (y_i^j)^k}{h} \right|^{p-2} + (y_{i+1}^j)^{m-1} \left| \frac{(y_i^j)^k - (y_{i-1}^j)^k}{h} \right|^{p-2} \right]$$

$$a_i(y^j) = \frac{1}{2} \left[ (y_{i-1}^j)^{m-1} \left| \frac{(y_i^j)^k - (y_{i-1}^j)^k}{h} \right|^{p-2} + (y_i^j)^{m-1} \left| \frac{(y_{i-1}^j)^k - (y_{i-2}^j)^k}{h} \right|^{p-2} \right] \quad (16)$$

If the function  $u(x, t)$  is sufficiently smooth, then more accurate values of the terminal ordinates can be obtained using Milne formulas:

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_0 \approx \frac{-y_2 + 4y_1 - 3y_0}{2h} \quad \text{or} \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_n \approx \frac{3y_n - 4y_{n-1} + y_{n-2}}{2h} \quad (17)$$

The system of algebraic equations (15) is nonlinear with respect to  $y^{j+1}$ .

To solve the system of nonlinear equations (15), the iterative method is applied and we obtain the following system of algebraic equations

$$\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{(y_{i+1,j})^n}{h^2} \left[ a_{i+1} \binom{s}{y^j} \binom{s+1}{y_{i+1}^j - y_i^j} - a_i \binom{s}{y^j} \binom{s+1}{y_i^j - y_{i-1}^j} \right] - (y_i^j)^q \quad (18)$$

where  $s = 0, 1, 2, \dots$  initial and boundary conditions are unchanged, where  $s$  is the number of iterations.

The system of algebraic equations (18) is linear with respect to  $y^{j+1}$ . The initial iteration for  $y_i^{s+1}$  is taken from the previous time step  $y_i^0 = y_i^j$ . Iterative counting sets the accuracy to  $\varepsilon$  iterations and continues until the following conditions are met

$$\max_{0 \leq i \leq n} \left| y_i^{s+1} - y_i^s \right| < \varepsilon .$$

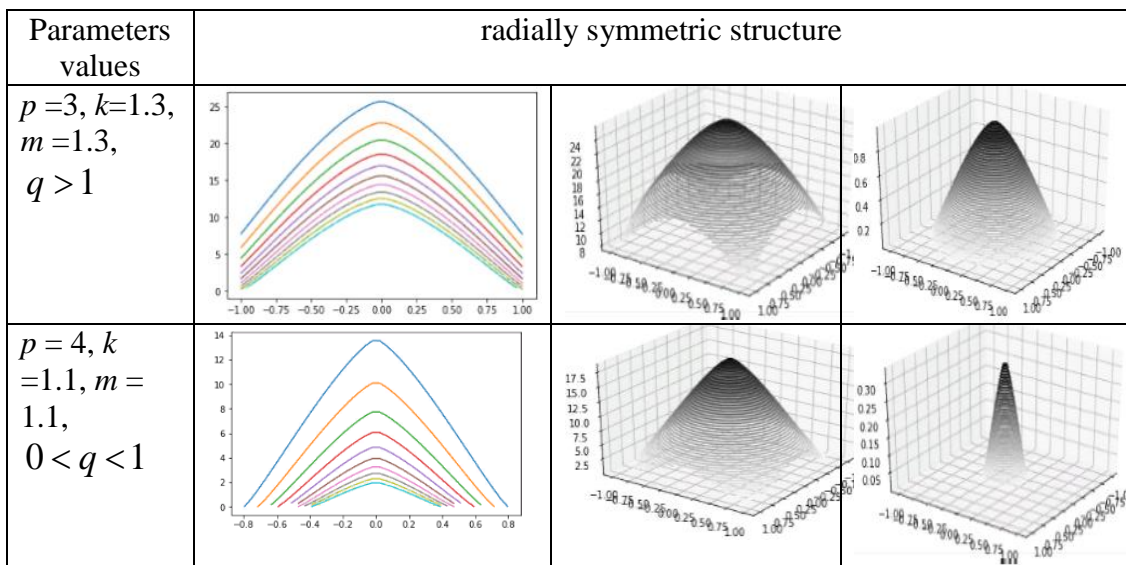


Fig.1. shows the plots of population changes at different values of the volume extinction parameters. The dominant factor in the biological population is the dynamics of population change, the growth wave is replaced by an extinction wave, the population begins to decrease over time. At a finite point in time, the graph shrinks to a point and the population ceases to exist.

**Conclusion/Recommendations.** The work establishes the processes of the biological population and reveals the phenomena of the finite rate of population distribution, spatial localization under the influence of precise strong extinction, the existence of a global solution of the Fujita-type for problems described by a parabolic equation with double nonlinearity. Using the Fujita-type global solvability splitting algorithm, the problem under consideration is established, covering all the early results of other authors. The results of numerical experiments have shown that the use of estimates of solutions and a free boundary is well suited for constructing an iterative process that rapidly converges to solving the problem under consideration, taking into account nonlinear effects.

### References:

1. Aripov M. Abdullaeva Z., On the bottom of the exact solution of a nonlinear problem with absorption or a source. Bulletin of the TATU, №4 2016, 107-113.
2. Wang M., Wei Y. Blow-up properties for a degenerate parabolic system with nonlinear localized sources // J. Math. Anal. Appl. 343 ,2008, p.621- 635.
3. Raimbekov J.R. The Properties of the Solutions for Cauchy Problem of Nonlinear Parabolic Equations in Non-Divergent Form with Density // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2015, 8(2), p.192-200.
4. Aripov M., Sadullayeva Sh., To properties of solutions to reaction diffusion equation with double nonlinearity with distributed parameters”, Jour. of Siberian Fed. Univer. Math. & Phys. 6, 2013, pp. 157-167.
5. Aripov M., Sayfullayeva M. Problems of the biological population in a non-divergent form, Ilm sarchashmalari 8, 2020, pp.14–19
6. Aripov M., Sayfullayeva M. and Kabiljanova F., Exact solution of a double nonlinear problem of biological population with absorption and with migration, in 2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT) (IEEE, 2021) pp. 1–4
7. Aripov M., Sayfullayeva M., Kabiljanova F., Bobokandov M., About one exact solution to the nonlinear problem of a biological population with absorption in a heterogeneous medium, AIP Conf. Proc. 3085, 020031, 2024.
8. Budyansky A.V., Tsibulin V.G., Modeling of spatio-temporal migration of closely related populations, Computer studies and modeling, 2011, Volume 3, №4, pp.477-488.
9. Zhou WS, Wu ZQ: Some results on a class of degenerate parabolic equations not in divergence form. Nonlinear Anal. 60, 2005, pp. 863-886
10. Wang J: Behaviors of solutions to a class of nonlinear degenerate parabolic equations not in divergence form. Appl. Math. Lett. 24, 2011, pp.191-195
11. Martinson L.K., Nonlinear effects in the process of evolution of thermal structures, // J. mathem. and mathem. physical., 1984, vol.24, № 3, pp.462–467.

## THE CAUCHY PROBLEM FOR A DOUBLE NONLINEAR PARABOLIC EQUATION WITH VARIABLE DENSITY AND NONLINEAR SOURCE

**Begulov Utkir**

National University of Uzbekistan, PhD student

**Khaydarov Abdugappar**

National University of Uzbekistan, dotcent

**M.I.Davronova**

Karshi State University, a student of applied mathematics

[begulov0108@gmail.com](mailto:begulov0108@gmail.com)

ORCID: 0009-0007-5819-1697

UDC 517.956.4, 519.633.2

**Abstract.** The Cauchy problem is considered for the heat equation with double nonlinearity, with variable density and in the presence of a nonlinear source. Such equations degenerate into first-order equations. Therefore, the Cauchy problem usually does not have a classical solution. Therefore, we have to consider a generalized (weak) solution that satisfies the equation in the sense of distributions. Using the methods of standard equations and nonlinear splitting, self-similar solutions to the equation were constructed. A theorem on the global solvability of the problem for small initial data is proven. To prove this, an upper solution is constructed for certain parameter values. The asymptotic behavior of a weak solution with compact support is obtained. A condition is obtained regarding the parameters of the environment under which the self-similar solution is asymptotic.

**Keywords:** weak solution, self-similar solution, self-similar equation, global solvability, asymptotic behavior, mathematical model.

### Introduction.

In the domain  $Q = \{(t, x) | t > t_0 > 0, x \in R\}$ , let us consider the Cauchy problem for the double nonlinearity parabolic equation

$$Au \equiv -\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( u^\sigma \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho(x) u^\beta = 0, (t, x) \in Q \quad (1)$$

$$u|_{t=t_0} = u_0(x) \geq 0, x \in R \quad (2)$$

considering initial data that is neither trivial or negative. Where  $\sigma > 0, p \geq 2, \beta \geq 1$  are the given parameters,  $\rho(x) = e^{\alpha x}$ .

The equation (1) is degenerated to an equation of the first order in the domain where  $u=0$  or  $\nabla u=0$ . Therefore, we will investigate the weak solution, because in this case there might be no solutions to (1) in the classical sense.

Before the numerical investigation and visualization of processes describing by the equation (1) it is necessary to study different qualitative properties such as finite velocity of perturbation, localization of solutions, asymptotic behavior of solutions and free boundary (fronts), depending on the numerical parameters of the equation (1).

### Research Methodology.

In [4] given an asymptotic analysis of the behavior of blow-up solutions of the following equation

$$\rho(x)u_t = (u^m)_{xx} \text{ in } Q = R \times R_+,$$

where

$$\rho(x) = |x|^{-\alpha}, e^{-x^2}, e^{-x}.$$

In [2,5] authors considered a nonlinear parabolic equation with a source and an inhomogeneous density of the following form:

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left( u^{m-1} |Du|^{p-2} Du \right) + u^\beta,$$

and

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left( u^{m-1} |Du|^{p-2} Du \right) + \rho(x) u^\beta,$$

where

$$\rho(x) = |x|^{-n} \text{ or } \rho(x) = (1+|x|)^{-n}, n \geq 0.$$

They found conditions which the solution of the Cauchy problem explodes in a finite time at critical parameters  $\beta_* = m + p - 2 + p/N$ ,

$$n^* = \begin{cases} \frac{N(m+p-3)+p}{m+p-2} & \text{where } p < N, \\ p & \text{where } p \geq N. \end{cases}$$

Authors of the work [6] established asymptotics of the solutions and gave global solvability for the following problem

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \left| \frac{\partial u^m}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u^m}{\partial x} \right), (x, t) \in R_+ \times (0, +\infty),$$

$$u(0, x) = u_0(x), x \in R^N.$$

In [7], authors study the global solvability and unsolvability conditions of a nonlinear filtration problem with nonlinear boundary flux and establish the critical global existence exponent and critical Fujita exponent of nonlinear filtration problem in

inhomogeneous medium. An asymptotic representation of the solution with a compact support is obtained, which made it possible to carry out a numerical experiment.

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho(x) u^\beta, \quad (x, t) \in R_+ \times (0, +\infty),$$

with nonlinear boundary flux

$$-\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} (0, t) = u^q(0, t), t > 0$$

and  $u(0, x) = u_0(x) \geq 0, x \in R_+$ .

where  $p > 2, \beta, q > 0, \rho(x) = x^{-n}, n \in R, u_0(x)$  – is a bounded, continuous, nonnegative and nontrivial initial data.

In [8], The properties of solutions of self-similar and approximately self-similar system of the reaction-diffusion with double nonlinearity are investigated. The influence of numerical parameters to an evolution of the studied process is established. The existence of finite and quenching solutions is proved and their asymptotic behavior at the infinity is described. The condition of global solvability to the Cauchy problem, generalizing the results of other authors, is found. Knerr -Kersner type estimate for free boundary is obtained.

$$Au \equiv -\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} + L(n, m, p)u + \varepsilon \gamma(t) \rho(x) u^\beta = 0, \\ u(0, x) = u_0(x), x \in R^N.$$

where  $L(n, m, p)u = \nabla \left( |x^n| u^{m-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \right), \beta \geq 1, n, p, m$  -are the given numerical parameters,  $\nabla(\cdot) = grad_x(\cdot), 0 < \gamma(t) \in C(0, \infty), \varepsilon = \pm 1, \rho(x) = |x|^{\delta-2}$ .

Furthermore, in [9], nonlinear diffusion, filtration, heat dissipation processes as part of the research of new properties of expressive mathematical models, the exponential in environments with visual density and in cases where there is absorption of heat prevalence has been analyzed. The exponential density effect is calculated so that the automodel solution is found and the front received an assessment for.

In [11], the properties of self-similar solutions of the Cauchy problem for the equation with double nonlinear exponential effects are studied. The existence conditions of Fujita-type global solutions are defined. Also, the conditions for having a lower solution for the equation were found.

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^\sigma \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (t, x) \in Q,$$

and

$$u(t, x)|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, x \in R,$$

where  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}, p \geq 2, \sigma \in R_+, \rho(x) = e^x$ .

In the case  $\sigma + p - 2 > 0$ , it is shown that there exist the solutions  $u(t, x)$ , which possess the property of the finite velocity of the propagation of perturbation. It means that for every  $t > 0$  there exists such a continuous function  $l(t)$ , that  $u(t, x) \equiv 0$  as  $|x| \geq l(t)$  (in the linear case when  $\sigma = 0, p = 2$  it is trivial). The surface  $|x| = l(t)$  is called a front of



perturbation or a free boundary. The solution of the equation (1) satisfying  $l(\infty) < +\infty$ , and  $u(t, x) \equiv 0$  for  $|x| \geq l(t)$  is called a localized solution.

In this paper it is studied the properties of solutions of (1) such as the finite speed of propagation of the perturbation, the localization of bounded and unbounded solutions.

The main terms of the asymptotic of self-similar equations, the behavior of the front (the free boundary), depending on the parameters, the condition of the global solvability of the Cauchy problem for the equation (1) are established. We use the method of nonlinear splitting for the construction of approximately self-similar equation for nonlinear reaction-diffusion equation [1]. Based on these results, numerical calculations and visualization the process for the one-dimensional case is done.

### Results and Discussions.

#### 1. Construction of a self-similar system of equations

For construction of a self-similar and an approximately self-similar equation for (1) solution of  $u(t, x)$  of equation (1) is searched in the form

$$u(t, x) = \bar{u}(t)w(\tau(t), r(x)) \quad (3)$$

where

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} c_1 t^{\frac{1}{1-\beta}}, & \beta \neq 1, c_1 = (\beta - 1)^{\frac{1}{1-\beta}} \\ c_2 e^{-t}, & \beta = 1, c_2 = \text{const} > 0 \end{cases}$$

and function  $\tau, r$  will be chosen below.

Substituting (3) in equation (1) reduces it to the following equation

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = r^{1-p} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{p-1} w^\sigma \left| \frac{\partial w}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{c_3}{\tau} (w^\beta + w) \quad (4)$$

where the functions  $\tau, r$  are chosen as

$$\tau(t) = \int_0^t \bar{u}^{\sigma+p-2}(\eta) d\eta = \begin{cases} D_1 t^\alpha, & \alpha \neq 0 \\ D_2 \ln t, & \alpha = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha = 1 + \frac{\sigma + p - 2}{1 - \beta}, D_2 = c_1^{\sigma+p-2}, D_1 = \frac{D_2}{\alpha}, r(x) = \frac{p}{\alpha} e^{\frac{\alpha x}{p}}, c_3 = \frac{1}{\beta + 1 - (\sigma + p)}.$$

The self-similar equation shown below was created using the nonlinear splitting method described in [4]

$$w(\tau, r) = f(\xi), \xi = r\tau^{-\frac{1}{p}} \quad (6)$$

It is easy to see the function  $f$  satisfy the equation (6) and will form following equation

$$\xi^{1-p} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{p-1} f^\sigma \left| \frac{df}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + c_3 (f^\beta + f) = 0 \quad (7)$$

And we write the Fujita's condition [10] for the equation (6) as following

$$\frac{1}{\beta + 1 - (\sigma + p)} < 1$$

According to the original problem statement, we will be looking for a non-trivial non-negative solution of the equation (6) that fulfills the following condition:

$$f'(0) = 0, f(d) = 0, 0 < d < \infty \quad (8)$$

The properties of a global solvability for weak solutions of the equation (1) were proved a comparison principle [3]. For this goal, a new equation was constructed using standard equation method as in [4,12]:

$$u_+(t, x) = \bar{u}(t) \bar{f}(\xi) \quad (9)$$

$$\bar{f}(\xi) = A(a - \xi^{\gamma_1})_+^{\gamma_2} \quad (10)$$

where

$$\gamma_1 = \frac{p}{p-1}, \gamma_2 = \frac{p-1}{\sigma + p - 2}, A = \left( \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} \left( \frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{p-1}} \right)^{\gamma_2}, a = \text{const} \geq 0, (d)_+ = \max(d, 0)$$

**Theorem 1.** Let  $u(t, x)$  be a weak solution of the problem (1)–(2)  $u_0(x) \leq u_+(0, x)$ , where  $\gamma_2 > 0$ ,  $c_3 < 1$ ,  $c_3(Aa^{\gamma_2})^{\beta_2-1} \leq 1 - c_3$ . Then for weak solution  $u(t, x)$  of the problem (1)–(2) the estimate

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) \text{ in } Q.$$

**Proof.** The proof of the Theorem 1 is based on the comparison theorem for solutions (see [3]). Hence, comparing solution methods it is taken the function  $u_+(t, x)$ . Substituting (9) in (7) the following inequality can be obtained:

$$\xi^{1-p} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{p-1} f^\sigma \left| \frac{df}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + c_3(f^\beta + f) \leq 0 \quad (11)$$

We rewrite the inequality  $c_3 < 1$  as  $\frac{1}{\beta + 1 - (\sigma + p)} < 1$  or  $\beta > \beta_*$ , here  $\beta_* = \sigma + p$ .

If the specific form (10) is given for the function  $\bar{f}(x)$ , inequality (11) can be rewritten as follows:

$$(a - \xi^{\gamma_1}) [c_3 \bar{f}^{\beta-1} + c_3 - 1] \leq 0$$

because the term  $(a - \xi^{\gamma_1})$  is nonnegative, this inequality can be written as follows:

$$c_3 \bar{f}^{\beta-1} + c_3 - 1 \leq 0$$

It is easy to check that  $A^{\beta-1} (a - \xi^{\gamma_1})^{\gamma_2(\beta-1)} \leq A^{\beta-1} a^{\gamma_2(\beta-1)}$ . Then, according to the hypothesis of Theorem 1 and comparison principle, it will be:

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) \text{ in } Q, \text{ if } u_+(0, x) \geq u_0(x), x \in R.$$

## 2. Asymptotic behavior of the self-similar solutions

Next the asymptotic behavior of the self-similar solutions of the equation (7) is studied.

**Theorem 2.** Let  $\gamma_2(1 - \beta) \leq 1$  then a finite solution of the problem (1)–(2) has an asymptotic representation  $f(\xi) = \bar{f}(\xi)(1 + o(1))$ .

**Proof.** We will search a solution the equation (7) in the following form

$$f(\xi) = \bar{f}(\xi)y(\eta) \quad (12)$$

where  $\eta = -\ln\left(a - \xi^{\frac{p}{p-1}}\right)$  and  $y(\eta)$  should be determined. Now let us investigate the

asymptotic behavior of solution of the equation (7) at  $\xi_1 = \xi \rightarrow a^{\frac{p-1}{p}}$ . It is to check that substituting (12) into (7) for  $y(\eta)$  we obtain the following equation for  $y(\eta)$ :

$$\frac{d}{d\eta}(Ly) + b_0(\eta)Ly + b_1(\eta)\left(\frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y\right) + b_2(\eta)y + b_3(\eta)y^\beta = 0 \quad (13)$$

where

$$b_0(\eta) = \frac{p}{\gamma_1} \frac{e^{-\eta}}{a - e^{-\eta}} - \gamma_2, \quad b_1(\eta) = \frac{\gamma_1^{1-p} A^{\frac{1-p}{\gamma_2}}}{p}, \quad b_2(\eta) = c_3 A^{\frac{1-p}{\gamma_2}} \gamma_1^{-p} \frac{e^{-\eta}}{a - e^{-\eta}},$$

$$b_3(\eta) = c_3 A^{\beta - \sigma - p + 1} \gamma_1^{-p} \frac{e^{(\gamma_2(1-\beta)-1)\eta}}{a - e^{-\eta}}, \quad Ly = y^\sigma \left| \frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y \right|^{p-2} \left( \frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y \right).$$

We write (13) as

$$\frac{d}{d\eta}(Ly) = -b_0(\eta)Ly - b_1(\eta)\left(\frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y\right) - b_2(\eta)y - b_3(\eta)y^\beta \quad (14)$$

and it is obvious that  $\lim_{\eta \rightarrow +\infty} \frac{e^{-\eta}}{a - e^{-\eta}} = 0$  and  $\lim_{\eta \rightarrow +\infty} y' = 0$ . By assumption,  $f(\xi) = \bar{f}(\xi)y(\eta)$  and the function  $Ly$  defined in (13) has a limit as

$$\eta \rightarrow +\infty: b_0 = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} b_0(\eta) = -\gamma_2, \quad b_1 = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} b_1(\eta) = \frac{\gamma_1^{1-p} A^{\frac{1-p}{\gamma_2}}}{p}, \quad b_2 = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} b_2(\eta) = 0, \quad \text{and}$$

$$b_3 = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} b_3(\eta) = \begin{cases} 0, & \gamma_2(1-\beta) < 1, \\ c_3 \gamma_1^{-p} A^{\beta - \sigma - p + 1} a^{-1}, & \gamma_2(1-\beta) = 1, \\ \infty, & \gamma_2(1-\beta) > 1. \end{cases}$$

$$\lim_{\eta \rightarrow +\infty} Ly = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} y^\sigma \left| \frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y \right|^{p-2} \left( \frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y \right) = -\gamma_2^{p-1} y_0^{\sigma+p-1} + o(1).$$

By (14), the derivative of  $Ly$  has a limit as  $\eta \rightarrow +\infty$ , and this limit is equal to zero.

Consequently, the following condition is necessary:

$$\lim_{\eta \rightarrow +\infty} \left[ b_0(\eta)g(\eta) + b_1(\eta)\left(\frac{dy}{d\eta} - \gamma_2 y\right) + b_2(\eta)y + b_3(\eta)y^\beta \right] = 0.$$

Then from (13)–(14) we obtain the algebraic equation

$$\gamma_2^p y_0^{\sigma+p-2} + b_3(\eta)y_0^{\beta-1} - \frac{\gamma_1^{1-p} \gamma_2}{p} A^{\frac{1-p}{\gamma_2}} = 0 \quad (15)$$

From these expressions, it is easy to see that the equation (15) has a solution  $y(\eta)$  with a finite non-zero limit, at  $\eta \rightarrow \infty$ . Then the compactly support solution of the problem (7)-(8) has an asymptotic of the form (12) at  $\xi_1 = \xi \rightarrow a^{\frac{1}{\gamma_1}}$ .

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} y(\eta) = y_0 = \frac{1}{A} \left[ \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} \left( \frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{p-1}} \right]^{\gamma_2}$$

The proof of the Theorem 2 is completed.

**3. Numerical analysis of solutions.**

In the numerical solution for (1)-(2) problem, it is essential to choose an initial approximation that keeps its nonlinearity features. Iterative processes were constructed using Picard, Newton and special methods. Since we have an asymptotic solution (12), we can use the numerical data of the asymptotic solution for the initial approximation. Here are some examples from numerical experiments. The initial approximation was taken in the form:

**Table 1.**

<p>Fig.1 <math>p = 2.5, \sigma = 2.1, \beta = 2.</math></p>	<p>Fig.2 <math>p = 2.5, \sigma = 1.5, \beta = 2.5</math></p>
<p>Fig.3 <math>p = 2.8, \sigma = 2.1, \beta = 2.8</math></p>	<p>Fig.4 <math>p = 2.8, \sigma = 1.0, \beta = 2.8</math></p>

**Conclusion.** It has been studied in the article for the nonlinear modeling of processes including diffusion, filtration, and exponential inhomogeneous density heat dissipation among others that a finite speed of perturbation can have an impact. By utilizing a self-similar analysis of the solution, an asymptotically weak solution was found. It is shown that the coefficients of the main terms of the asymptotic solution fulfill the algebraic equation.

**References:**

1. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P. Blow-Up in Quasilinear Parabolic Equations. Berlin New York: 19, Walter de Gruyter;1995: 535.

2. Martynenko A.V., Tedeev A.F., Shramenko V.N. Cauchy problem for a degenerate parabolic equation with inhomogeneous density and source in class slowly tending to zero initial functions. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Seriya Matematicheskaya*. 2012;76(3):139–156. (In Russ.)
3. Aripov M.M., Sadullaeva Sh.A. Computer simulation of nonlinear diffusion processes. Tashkent : National University of Uzbekistan Press; 2020: 670.
4. Galaktionov V.A., King J.R. On the behaviour of blow-up interfaces for an inhomogeneous filtration equation. *Journal of Applied Mathematics*. 1996;57(1):53–77.
5. Martynenko A.V., Tedeev A.F. Cauchy Problem for a quasilinear parabolic equation with source and inhomogeneous density. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2007;47(2):238–248. (In Russ.)
6. Aripov M.M., Rakhmonov Z.R. Asymptotics of self-similar solutions of a nonlinear polytropic filtration problem with a nonlinear boundary condition. *Computational Mathematics and Mathematical Physics* 2013;18(4):50–55. (In Russ.)
7. Rakhmonov Z.R., Tillaev A.I. On the behavior of the solution of a nonlinear polytropic filtration problem with a source and multiple nonlinearities. *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*. 2018; 9 (3):323–329. (In Russ.)
8. Aripov M.M., Sadullaeva Sh.A. To Properties of Solutions to Reaction-diffusion Equation with Double Nonlinearity with Distributed Parameters. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2013; 6(2):157–167. (In Russ.)
9. Xaydarov A.T., Begulov U.U. Eksponensial uzgaruvchan zichlikli chiziqsiz muhitda issiqlik tarqalish jarayonini matematik modellashtirish. *O'zMU xabarlarlari*. 2023;(1/1 Aniq fanlar)246–53.
10. Andreucci D., Tedeev A.F. Sharp estimates and finite speed of propagation for a Neumann problem in domains narrowing at infinity. *Advances in Differential Equations*. 2000;5(7–9):833–860.
11. Khaydarov A.T., Begulov U.U. Mathematical modeling of the double nonlinear exponential inhomogeneous density heat dissipation. *ACTA NUUZ*. 2024;(2/1 Exact sciences):34–42.
12. Khaydarov A.T., Begulov U.U. The Cauchy problem for a double nonlinear parabolic equation with variable density and nonlinear source. “Amaliy matematikaning zamonaviy muammolari va istiqbollari”. *Qarshi*. 2024;24-25-may: 33–35.

## IXTIYORIY VAZIYATLI O'YIN MASALASINI YECHISH ALGORITMI

**Mamatov Akmal Ravshanovich**

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, dotsent  
fizika-matematika fanlari nomzodi, katta ilmiy xodim

[akmm1964@rambler.ru](mailto:akmm1964@rambler.ru)

ORCID 0000-0002-0610-7015

UDK 519.6:519.83

**Annotatsiya.** Maqolada ikki o'yinchidan iborat o'yin masalasi ko'rib chiqilgan. O'yinda dastlab birinchi o'yinchi o'z strategiyasini, so'ngra bu strategiyani bilgan holda ikkinchi o'yinchi o'z strategiyasini tanlaydi. Ikkinchi o'yinchining strategiyalar to'plami birinchi o'yinchi strategiyasiga bog'liq. Birinchi o'yinchining maqsadi ikkinchi o'yinchining strategiyalar to'plamini bo'sh to'plamga aylantiradigan strategiyani tanlashi, bunday strategiya topilmagan holda qavariq va bo'lakli chizikli funksiyani maksimallashtirishdan iborat. Ikkinchi o'yinchining maqsadi strategiyalar to'plami bo'sh bo'lmagan holda chizikli funksiyani minimallashtirishdan iborat. Qaralayotgan masala bu masala uchun birinchi faza masalasini yechish va/yoki maxsus chizikli maksimum masalasiga ikkilanma masala maqsad funksiyasining maxsus strategiyalar sinfidagi maksimal qiymatini aniqlash orqali yechiladi. Qaralayotgan masalani yechish algoritmi hamda algoritmi illyustratsiya qiladigan misollar keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** o'yin masalasi, maksimum masalasi, tayanch, algoritmi.

## ALGORITHM FOR SOLVING ONE GAME PROBLEM WITH CONNECTED VARIABLES

**Abstract.** The game problem of two players is considered. The two players alternately choose their strategies from their respective sets. First, the first player chooses his strategy, then, knowing the strategy of the first player, the second player chooses his strategy. The set of strategies of the second player depends on the strategy of the first player. The goal of the first player is to choose a strategy such that the set of strategies of the second player is empty, if this cannot be done by choosing a strategy, then to maximize a convex and piecewise linear function (the minimum function of the strategy of the second player). The goal

of the second player is, if the set of strategies is non-empty, to minimize the linear function. The problem under consideration is solved by solving the first phase problem for this problem and/or determining the maximum value of the objective function of the binary problem in a special class of strategies for a special linear maximin problem. The algorithm for solving of this problem under consideration is given, as well as examples illustrating the operation of the algorithm.

**Keywords:** game problem, players, dual problem, support, algorithm.

**Kirish. Adabiyotlar sharhi.**

$X = \{x | f_* \leq x \leq f^*\}$  va  $Y(x) = \{y | g_* \leq y \leq g^*, Ax + By = b\}$   
 $(x = x(J), f_* = f_*(J), f^* = f^*(J) \in \mathbb{R}^n, y = y(K_1), g_* = g_*(K_1), g^* = g^*(K_1) \in \mathbb{R}^l,$   
 $b \in \mathbb{R}^m, A = A(I, J) \in \mathbb{R}^{m \times n}, B = B(I, K) \in \mathbb{R}^{m \times l}, rank B = m < l,$   
 $I = \{1, 2, \dots, m\}, J = \{1, 2, \dots, n\}, K_1 = \{1, 2, \dots, l\})$  to'plamlarda quyidagi o'zgaruvchilari bog'langan o'yin masalalarini qarash mumkin: qulay vaziyatli o'yin [1,2]; ixtiyoriy vaziyatli o'yin [3, 4].  $X = \{x | f_* \leq x \leq f^*, Y(x) \neq \emptyset\}$  ko'rinishda bo'lganda taqiqlangan vaziyatli o'yin masalasini qarash mumkin [5-7].

Chiziqli programmalashning ikki sathli passiv masalasi [8-12] quyi va yuqori sath maqsad funksiyalari bir xil bo'lganda o'zgaruvchilari bog'langan (chiziqli maksimum (minimum) masalasi) o'yin masalasi bo'ladi.

[8], [11] ishlarda chiziqli programmalashning ikki sathli passiv masalasi o'zgaruvchilari bog'langan o'yin masalasiga keltirilgan.

[4-12] ishlarda o'zgaruvchilari bog'langan o'yin masalalarini, chiziqli programmalashning ikki sathli passiv masalasini yechishning turli algoritmlari ishlab chiqilgan. Bu algoritmlarning barchasi u yoki bu ma'noda birma-bir qarab chiqish g'oyasiga asoslangan.

[4] ishda birma-bir qarab chiqish obyektini sifatida ichki masalaning tayanchi [13] olingan ixtiyoriy vaziyatli o'yin [3] masalasi uchun algoritmi ishlab chiqilgan. [14] ishda bu algoritmi takomillashtirilgan. [15] ishda ixtiyoriy vaziyatli o'yin masalasi [4] uchun birinchi faza masalasi kiritilib, bu masalani yechish algoritmi ishlab chiqilgan.

Ushbu ishda ixtiyoriy vaziyatli o'yin masalasini [4] yechish uchun [4,14,15] ishlar algoritmlaridan foydalanib yangi algoritmi ishlab chiqilgan.

**Masalaning qo'yilishi.** Ikki o'yinchi ketma-ket, dastlab birinchi o'yinchi  $x$  vektorni

$$X = \{x | f_* \leq x \leq f^*\}$$

to'plamdan, so'ngra  $x$  vektorni bilgan holda ikkinchi o'yinchi  $y$  vektorni

$$Y(x) = \{y | g_* \leq y \leq g^*, Ax + By = b\}$$

$$(x, f_*, f^* \in \mathbb{R}^n; y, g_*, g^* \in \mathbb{R}^l; b \in \mathbb{R}^m; A \in \mathbb{R}^{m \times n}; B \in \mathbb{R}^{m \times l}, rank B = m < l)$$

to'plamdan tanlaydi. Birinchi o'yinchining maqsadi

$$f(x) = \min_{y \in Y(x)} \psi(x, y), x \in X,$$

$$\psi(x, y) = \begin{cases} c'x + d'y, x \in X, y \in Y(x); \\ +\infty, x \in X, Y(x) = \emptyset \end{cases} c \in \mathbb{R}^n; d \in \mathbb{R}^l$$

funksiyaga maksimal qiymat beradigan  $\hat{x} \in X$  vektorni tanlashdan iborat, ikkinchi o'yinchining maqsadi esa

$$d'y, y \in Y(x),$$

funksiyaga maksimal qiymat beradigan  $\hat{y} \in Y(x)$  vektorni tanlashda iborat.

Boshqacha aytganda, maksimum masalasiga ega bo'lamiz [3,4]:

$$f(x) = \min_{y \in Y(x)} \psi(x, y) \rightarrow \max_{x \in X} \quad (1)$$

$x \in X$  vektor birinchi o'yinchining strategiyasi,  $y \in Y(x)$  vektor ikkinchi o'yinchining strategiyasi (ikkinchi o'yinchining  $x$  - strategiyasi) deyiladi.

Birinchi o'yinchining  $\hat{x}$  strategiyasi optimal deyiladi, agar  $\varphi(x) \leq \varphi(\hat{x})$  tengsizlik ixtiyoriy  $x \in X$  uchun o'rinli bo'lsa.

**Tadqiqot metodologiyasi.** (1) masalani tadqiq etishda chiziqli programmalash

masalasini yechishning adaptiv usuli [13], ikkilanmalik nazariyasi, yo'naltirilgan birma-bir qarab chiqish usullaridan foydalanamiz.

(1) masalani tadqiq etish va uni yechish algoritmini ishlab chiqish umumiy holda bu masalaning ko'pekstremalligi bilan bog'liq.

[4] ishdagi algoritm shartli ravishda ikki qismdan iborat. Algoritmning birinchi qismida birinchi o'yinchining ixtiyoriy  $x \in X$  strategiyasida ikkinchi o'yinchining strategiyalar to'plami  $Y(x) \neq \emptyset$  ekanligi xulosa qilinadi yoki birinchi o'yinchining shunday  $x^0 \in X$  strategiyasi aniqlanadiki, unga mos keluvchi ikkinchi o'yinchining strategiyalar to'plami  $Y(x^0) = \emptyset$ . Boshqacha aytganda algoritmning birinchi qismida quyidagi

$$\forall x \in X, Y(x) \neq \emptyset? \text{ yoki } \exists \bar{x} \in X, Y(\bar{x}) = \emptyset? \quad (2)$$

masala yechiladi.

(2) masalani yechish maqsadida quyidagi

$$F(x) = \min_{\bar{y} \in \bar{Y}(x)} (\bar{c}'x + \bar{d}'\bar{y}) \rightarrow \max_{x \in X} \quad (3)$$

$$\bar{Y}(x) = \{\bar{y} \mid Ax + B\bar{y} = b, \bar{g}_* \leq \bar{y} \leq \bar{g}^*\}.$$

masala qaraladi. Bu yerda

$$\gamma_i = \max_{f_* \leq x \leq f^*, g_* \leq y \leq g^*} |A(i, J)x(J) + B(i, K_1)y(K_1) - b(i)|, i = \overline{1, m};$$

$$\bar{B} = (B \mid -E \mid E), \bar{g}_* = (\bar{g}_{*k}, k = \overline{1, l + 2 * m}), \bar{g}^* = (\bar{g}_k^*, k = \overline{1, l + 2 * m}),$$

$$\bar{g}_{*k} = g_{*k}, k = \overline{1, l}, \bar{g}_{*k} = 0, k = \overline{l + 1, l + 2 * m};$$

$$\bar{g}_k^* = g_k^*, k = \overline{1, l}; \bar{g}_{l+k}^* = \gamma_k, k = \overline{1, m}, \bar{g}_{l+m+k}^* = \gamma_k, k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

$$\bar{d} = (\bar{d}_k, k = \overline{1, l + 2 * m}), \bar{d}_k = 0, k = \overline{1, l}, \bar{d}_k = 1, k = \overline{l + 1, l + 2 * m};$$

$$\bar{c} = (\bar{c}_j, j \in J), \bar{c}_j = 0, j \in J; \bar{y} \in \mathbb{R}^{l+2m}.$$

(2) masalani yechish quyidagi

$$\psi(\mu, \sigma, \tau) = \min_{(\lambda, \nu) \in \Lambda(\mu, \sigma, \tau)} (b'\mu + \bar{g}'_* \sigma - \bar{g}'^* \tau + f^* \lambda - f_* \nu) \rightarrow \max_{(\mu, \sigma, \tau) \in \bar{M}} \quad (5)$$

$$\bar{M} = \{(\mu, \sigma, \tau) \mid \bar{B}'\mu - \tau + \sigma = \bar{d}; s \geq 0, t \geq 0\},$$

$$\bar{\Lambda}(\mu, \sigma, \tau) = \{(\lambda, \nu) \mid A'\mu - \nu + \lambda = \bar{c}; v \geq 0, \lambda \geq 0\},$$

masala maqsad funksiyasining (3) masala ichki masalasining tayanchlari [13] yordamida aniqlanadigan maxsus strategiyalar sinfida musbat qiymati mavjudligini yoki bu masala optimal qiymati nolga tengligini aniqlashga keltirilgan.

(2) masala bilan bir qatorda quyidagi

$$F(x) = \min_{(y, \xi, \eta) \in \Omega(x)} (e'\xi + e'\eta) \rightarrow \max_{x \in X} \quad (6)$$

$$\Omega(x) = \{(y, \xi, \eta) \mid Ax + By - \xi + \eta = b, g_* \leq y \leq g^*, \xi \geq 0, \eta \geq 0\},$$

$$e' = (1, 1, \dots, 1)$$

maksimin masalasini qaraymiz.

**Лемма [15].** Birinchi o'yinchining ixtiyoriy  $x \in X$  strategiyasida ikkinchi o'yinchining strategiyalar to'plami  $Y(x)$  bo'sh bo'lmisligi uchun (6) masalaning yechimi

$(x^0, y^0, \xi^0, \eta^0)$  da  $\xi^0, \eta^0$  koordinatalari nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

(5) masala (3) masalaga ikkilanma masala deyiladi.

$x$  – (6) masala birinchi o'yinchisi strategiyasi bo'lsin.

$$K_{op} = K_{op}(x) = K_{op1} \cup K_{op2} \cup K_{op3}, K_{op1} \subset K_1, K_{op2} \subseteq K_2, K_{op3} \subseteq K_3$$

$$|K_{op}| = m, K_2 = \{l+1, l+2, \dots, l+m\}, K_3 = \{l+m+1, l+m+2, \dots, l+2m\} \quad (6)$$

masala ichki masalasining taynchi [13] deyiladi, agarda  $\det \bar{B}(I, K_{op}) \neq 0$  bo'lsa.

[15] ishda (2) masala (1) masalaning birinchi faza masalasi deb atalgan. (2) masalani yechishda (5) masala o'rniga quyidagi

$$\psi(\mu, s, t) = \min_{(\lambda, v) \in \Lambda(\mu, s, t)} (b' \mu + g'_* s - g^{*'} t + f^{*'} \lambda - f'_* v) \rightarrow \max_{(\mu, s, t) \in M'} \quad (7)$$

$$M = \{(\mu, s, t) \mid B' \mu - t + s = 0; s \geq 0, t \geq 0, -e \leq \mu \leq e\},$$

$$\Lambda(\mu, s, t) = \{(\lambda, v) \mid A' \mu - v + \lambda = 0; v \geq 0, \lambda \geq 0\},$$

masala qaralgan va bu masalani yechish algoritmi asoslangan. [15] ishda (2) masalaning (7) masala yordamida yechish algoritmi (5) masala yordamida yechish algoritmiga qaraganda samarali ekanligi (2) masala parametrlari tasodifiy sonlar datchigi yordamida shakllantirilgan masalalarni yechib taqqoslash natijasida xulosa qilingan. Demak, (1) masalani [6] ishdagi algoritm bilan yechilganda algoritmning (2) masalani yechishga taalluqli qismida [15] ishdagi algoritmdan foydalanish samara beradi degan xulosaga kelish mumkin.

(7) masala (6) masala uchun ikkilanma masala deyiladi.

$(\mu, s, t) \in M$  – vektorga (7) masala birinchi o'yinchisi strategiyasi,

$(\lambda, v) \in \Lambda(\mu, s, t)$  vektorga esa ikkinchi o'yinchining  $(\mu, s, t)$  strategiyasi deyiladi.

$K_{op}$  tayanch yordamida (7) masala o'yinchilari strategiyalari  $(\mu, s, t), (\lambda, v)$  ni quyidagicha

$$\mu'(I) = \bar{d}'(K_{op})[\bar{B}(I, K_{op})]^{-1}, \Delta'(\bar{K}) = \mu'(I)\bar{B}(I, \bar{K}) - \bar{d}'(\bar{K}),$$

$$\bar{K} = \{1, 2, \dots, l+2m\}$$

$$\nabla'(J) = \mu'(I)A(I, J) - \bar{c}'(J),$$

$$t_k = \Delta_k, s_k = 0 \quad \text{если} \quad \Delta_k \geq 0;$$

$$t_k = 0, s_k = -\Delta_k \quad \text{если} \quad \Delta_k < 0, k \in K_1; \quad (8)$$

$$v_j = \nabla_j, \lambda_j = 0 \quad \text{если} \quad \nabla_j \geq 0;$$

$$v_j = 0, \lambda_j = -\nabla_j \quad \text{если} \quad \nabla_j < 0; j \in J.$$

quramiz.

(8) orqali qurilgan (7) masala o'yinchilari strategiyalari  $(\mu, s, t), (\lambda, v)$  quyidagi

$$b' \mu + g'_* s - g^{*'} t = \max_{(\mu, s, t) \in M} (b' \mu + g'_* s - g^{*'} t),$$

$$f^{*'} \lambda - f'_* v = \min_{(\lambda, v) \in \Lambda(\mu, s, t)} (f^{*'} \lambda - f'_* v).$$

ekstremal xususiyatlarga ega bo'ladi.

**Natijalar va muhokama.** Yuqoridagi (1) masalani [6] ishdagi algoritm bilan



yechilganda algoritmning (2) masalani yechishga taalluqli qismida [15] ishdagi algoritmdan foydalanish samara beradi degan xulosaga asoslangan (1) masalani yechish algoritmini keltiramiz.

$$K_{op}^1 = \{1, 2, \dots, m\}, K_{op}^2 = \{1, 2, \dots, m-1, m+1\}, \dots, K_{op}^q = \{l+m+1, l+m+2, \dots, l+2m\}, q = C_{l+2m}^m = [(l+2m)!]/[m!(l+m)!],$$

bilan (7) masala ichki masalasining leksikografik tartibdagi [16] mumkin bo'lgan tayanchlarini belgilaymiz.

**1-qadam.**  $z := 1, z^0 := z, K_{op}^o := K_{op}^z, f := -\infty$  deb olamiz (4) ga asosan  $\bar{B} = (B : -E : E)$  matritsani quramiz.

**2-qadam.** Agar  $K_{op}^z \subset K_1$  yoki  $K_{op}^z$  elementlari ichida shunday  $k \in K_2, q \in K_3$  elementlari bo'lib,  $k+m=q$  bo'lsa, 6-qadamga o'tamiz.

**3-qadam.**  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z)$  ni hisoblaymiz. Agarda  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z) = 0$  bo'lsa, 6-qadamga o'tamiz.

**4-qadam.**  $\mu'(I) = \bar{d}'(K_{op}^z)[\bar{B}(I, K_{op}^z)]^{-1}$  vektorni quramiz. Agar  $|\mu_{i_*}| > 1$  bo'ladigan  $i_* \in I$  mavjud bo'lsa 6-qadamga o'tamiz.

**5-qadam.** (8) formulaga asosan  $(\mu, s, t), (\lambda, v)$  vektorlarni quramiz va hisoblaymiz

$$F = b'\mu + g'_*s - g^{*t}t + f^{*t}\lambda - f'_*v.$$

Agar  $F > 0$  bo'lsa,  $\bar{x}$  vektorni quramiz:

$$\nabla_j > 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_{*j}; \quad \nabla_j < 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_j^*;$$

$$\nabla_j = 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_{*j} \vee f_j^*, j \in J.$$

$z^o := z, K_{op}^o := K_{op}^z, x^o := \bar{x}, f := +\infty$  deb olib, 11-qadamga o'tamiz.

**6-qadam.**  $z < q$  bo'lsa  $z := z + 1$  deb olamiz va 2-qadamga o'tamiz.

**7-qadam.**  $q = C_l^m, K_{op}^1 = \{1, 2, \dots, m\}, K_{op}^2 = \{1, 2, \dots, m-1, m+1\}, \dots, K_{op}^q = \{l-m+1, l-m+2, \dots, l\}, z := 1, z^0 := z, K_{op}^o := K_{op}^z, \bar{c} := c, \bar{d} := d, \bar{B} := B, \bar{K} := K, f := -\infty$  deb olamiz.

**8-qadam.**  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z)$  ni hisoblaymiz. Agarda  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z) = 0$  bo'lsa, 10-qadamga o'tamiz.

**9-qadam.**  $K_{op}^z$  tayanchda (8) formulaga asosan  $(\mu, s, t), (\lambda, v)$  vektorlarni quramiz va hisoblaymiz

$$F = b'\mu + g'_*s - g^{*t}t + f^{*t}\lambda - f'_*v.$$

Agar  $F \leq f$  bo'lsa, 10-qadamga o'tamiz. Aks holda  $\bar{x}$  vektorni quramiz:

$$\nabla_j > 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_{*j}; \quad \nabla_j < 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_j^*;$$

$$\nabla_j = 0 \text{ bo'lganda } \bar{x}_j = f_{*j} \vee f_j^*, j \in J.$$

$z^o := z, K_{op}^o := K_{op}^z, x^o := \bar{x}, f := F$  deb olib, 10-qadamga o'tamiz.

**10-qadam.**  $z < q$  bo'lsa  $z := z + 1$  deb olamiz va 8-qadamga o'tamiz.

**11-qadam.** (1) masalani yechish jarayonini to'xtatamiz:  $x^o$  — birinchi o'yinchi optimal strategiyasi,  $f = \varphi(x^o)$  — (1) masala maqsad funksiyasining  $x^o$  dagi qiymati.

**1-misol [15].** (1) masalani quyidagi

$$n =, m = 2, l = 5, f'_* = (-5; -30; 0), f^{*t} = (3; 25; 40),$$

$$g'_* = (-109; -6; -101; -10; -3), g^{*t} = (44; 6; 298; 10; 15),$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b' = (5; 4),$$

$$I = \{1, 2\}, J = \{1, 2, 3\}, K_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

parametrlarda qaraymiz.

$$K_{op}^1 = \{1, 2\}, K_{op}^2 = \{1, 3\}, \dots, K_{op}^{36} = \{8, 9\},$$

$$K_2 = \{6, 7\}, K_3 = \{8, 9\}, \bar{K} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Keltirilgan algoritmdan foydalanamiz.

$$1\text{-qadam } 1. z: = 1, z^0: = z, K_{op}^o: = \{1, 2\}, f: = -\infty,$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2\text{-qadam. } K_{op}^1 = \{1, 2\} \subset K_1. 6\text{-qadam. } z: = 2. 2\text{-qadam. } K_{op}^2 = \{1, 3\} \subset K_1.$$

$$6\text{-qadam. } z: = 3. 2\text{-qadam. } K_{op}^3 = \{1, 4\} \subset K_1. 6\text{-qadam. } z: = 4. 2\text{-qadam.}$$

$$K_{op}^4 = \{1, 5\} \subset K_1. 6\text{-qadam. } z: = 5. 2\text{-qadam. } K_{op}^5 = \{1, 6\}. 3\text{-qadam. } \det \bar{B}(I, K_{op}^5) = 4.$$

$$4\text{-qadam. } \mu' = (-1; 1, 5) \dots 6\text{-qadam. } z: = 36.$$

$$2\text{-qadam. } K_{op}^{36} = \{8, 9\}. 3\text{-qadam. } \det \bar{B}(I, K_{op}^{36}) = 1. 4\text{-qadam. } \mu' = (1; 1)$$

$$5\text{-qadam. } F = -1475. 6\text{-qadam. } z: = 37. 7\text{-qadam.}$$

$$q: = 10, z: = 1, z^0: = z, K_{op}^1 = \{1, 2\}, K_{op}^2 = \{1, 3\}, \dots, K_{op}^{10} = \{4, 5\}, K_{op}^o: = \{1, 2\}, f: = -\infty.$$

$$8\text{-qadam. } \det \bar{B}(I, K_{op}^1) = 0. 10\text{-qadam. } z: = 2. 8\text{-qadam. } \det \bar{B}(I, K_{op}^2) = -2.$$

$$9\text{-qadam. } f = 147, x^0 = (3; -30; 0). 10\text{-qadam. } z: = 3. 8\text{-qadam.}$$

$$\det \bar{B}(I, K_{op}^3) = 0. 10\text{-qadam. } z: = 4. \dots 10\text{-qadam. } z: = 10. 8\text{-qadam. } \det \bar{B}(I, K_{op}^{10}) = 1. -$$

$$\text{qadam. } F = 141. 10\text{-qadam. } z: = 11. 11\text{-qadam. } f = 147, x^0 = (3; -30; 0).$$

Demak,  $x^0 = (3; -30; 0)$  – birinchi o'yinchi optimal strategiyasi,  $\varphi(x^0) = 147$ .

(7) masala ichki masalasining mumkin bo'lgan 36 tayanchidan 24 tasida  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z)$  ni hisoblashga, bu 24 tadan esa 13 martasida (6) masala maqsad funksiyasi qiymatini hisoblashga to'g'ri keldi.

**2-misol [15].** (1) masalani 1-misoldagi parametrlardan faqat  $f^{*'} = (3; 25; 50)$

bo'lganda, qolganlari o'zgarishsiz holda qaraymiz, ya'ni

$$f_*' = (-5; -30; 0), f^{*'} = (3; 25; 50),$$

$$g_*' = (-109; -6; -101; -10; -3), g^{*'} = (44; 6; 298; 10; 15),$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b' = (5; 4),$$

$$I = \{1, 2\}, J = \{1, 2, 3\}, K_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

parametrlarda qaraymiz.

$$K_{op}^1 = \{1, 2\}, K_{op}^2 = \{1, 3\}, \dots, K_{op}^{36} = \{8, 9\},$$

$$K_2 = \{6, 7\}, K_3 = \{8, 9\}, \bar{K} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Keltirilgan algoritmdan foydalanamiz.

$$1\text{-qadam } 1. z: = 1, z^0: = z, K_{op}^o: = \{1, 2\}, f: = -\infty,$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2\text{-qadam. } K_{op}^1 = \{1, 2\} \subset K_1. 6\text{-qadam. } z: = 2. 2\text{-qadam. } K_{op}^2 = \{1, 3\} \subset K_1.$$

6-qadam.  $z := 3$ . 2-qadam.  $K_{op}^3 = \{1,4\} \subset K_1$ . 6-qadam.  $z := 4$ . 2-qadam.

$K_{op}^4 = \{1,5\} \subset K_1$ . 6-qadam.  $z := 5$ . 2-qadam.  $K_{op}^5 = \{1,6\}$ . 3-qadam.  $\det \bar{B}(I, K_{op}^5) = 4$ .

4-qadam.  $\mu' = (-1; 1,5)$ . 6-qadam.  $z := 6$ . 2-qadam.

$K_{op}^6 = \{1,7\}$ . 3-qadam.  $\det \bar{B}(I, K_{op}^6) = -6$ . 4-qadam.  $\mu' = (0.66667; -1)$

5-qadam.  $F = 10.667, x^0 = (-5; 25; 50), k_1 = 0, f := +\infty$ .

11-qadam.  $f := +\infty, x^0 = (-5; 25; 50)$ .

Demak,  $x^0 = (-5; 25; 50)$  – birinchi o‘yinchi optimal strategiyasi,  $\varphi(x^0) = +\infty$ .

(7) masala ichki masalasining mumkin bo‘lgan 36 tayanchidan 2 tasida  $\det \bar{B}(I, K_{op}^z)$  ni hisoblashga, bu 2 tadan esa 1 martasida (6) masala maqsad funksiyasi qiymatini hisoblashga to‘g‘ri keldi.

**Xulosa.** Ishda ixtiyoriy vaziyatli ikki o‘yinchi iborat o‘yin masalasini yechishning [4] ishdagiga qaraganda, yordamchi masalaga yangi ikkilanma masalani yechishga asoslangan matematik hisoblashlari ancha kam bo‘ladigan algoritmlar keltirilgan.

Bu algoritmdan taqiqlangan vaziyatli o‘yin masalasi [5-7] hamda chiziqli programmalashning ikki sathli passiv masalasini [8-12] yechish algoritmini ishlab chiqishda foydalanish mumkin.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Маматов А.Р. Об одной игровой задаче со связанными переменными // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. 1993, № 7, с.13-16.

2. Маматов А. Р. Необходимые условия оптимальности «высокого порядка» в линейной максиминной задаче со связанными переменными // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50, № 6. С. 963–968.

3. Иванилов Й. П. Двойственные полуигры // Известия АН СССР. Серия: техническая кибернетика. 1972. № 4. С. 3-9.

4. Маматов А. Р. Алгоритм решения одной игры двух лиц с передачей информации // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46, № 10. С. 1784–1789.

5. Азизов И. Алгоритм вычисления  $\epsilon$  - оптимального решения линейной максиминной задачи со связанными переменными // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1986. № 1. С. 14–18.

6. Falk J. E. Linear maxmin problem // Math. Program. 1973. Vol. 5, N 2. P.169–188.

7. Маматов А. Р. Алгоритм решения линейной максиминной задачи со связанными переменными // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45, № 6. С. 1044–1047.

8. Федоров В. В. Численные методы максимина.– М.: Наука,1979.-280 с.

9. Liu June, Hong Yunfei, Zheng Yue. A New Variant of Penalty Method for Weak Linear Bilevel Programming Problems // Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2018, vol.23, No.4, 328-332.

10. LIU June, HONG Yunfei, ZHENG Yue. Branch and Bound-Based Algorithm for the Weak Linear Bilevel Programming Problems // Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2018, vol.23, no.6, pp. 480-486.

11. Y. Zheng, Z. Wan, K. Sun, T. Zhang An exact penalty method for weak linear bilevel programming problem // Journal of Applied Mathematics and Computing. 2013. N 3. P. 41–49. <https://doi.org/10.1007/s12190-012-0620-6>

12. Zheng Y., Fang D., Wan Z. A solution approach to the weak linear bilevel programming problems // Optimization. 2016. N 7. P. 1437–1449. <https://doi.org/10.1080/02331934.2016.1154553>

13. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Тятюшкин А. И. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 1. Линейные задачи.- Минск : Университетское, 1984. -214 с.

14. Маматов А.Р. Алгоритм решения одной игровой задачи со связанными переменными // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2023. – № 2(47). – С. 150-159.

15. Mamatov A. R. Algorithm for Solving the Problem of the First Phase in a Game Problem with Arbitrary Situations // The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2024, vol. 48, pp. 3–20. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2024.48.3>

16. Липский В. Комбинаторика для программистов. - Москва: Мир, 1988. -200 с.

## KOMPYUTER TARJIMASI UCHUN OLMOSH SO‘Z TURKUMINING O‘ZBEK - INGLIZ YO‘NALISHIDAGI TAHLILI VA MATEMATIK MODELLARI

**Hakimov Muftah Xamidovich**

O‘zbekiston Milliy universiteti professori t.f.n

[muftah@mail.ru](mailto:muftah@mail.ru)

ORCID 0000-0001-6937-800X

**Bekova Vazira G‘opirjon qizi**

O‘zbekiston Milliy universiteti tayanch doktoranti (PhD)

[vazira.bekova16@gmail.com](mailto:vazira.bekova16@gmail.com)

ORCID 0009000865181312.

UDK 519.766.2

**Annotatsiya.** Maqolada sifatli mashina tarjimasini yaratish uchun bugungi kunga qadar amalga oshirilgan ishlar tahlil qilingan. Mashina tarjimasida mazmunan to‘g‘ri tarjima kelib chiqish yo‘nalishlari, muammolari va ularni hal qilish usullari bayon etilgan. O‘zbek tilidagi olmosh so‘z turkumiga oid 6 ta olmosh turiga qurilgan matematik modellardan foydalanib olmoshlar qurildi. O‘zbek tilidagi olmoshlar ingliz tiliga tarjima qilingan. Ikki til bo‘yicha o‘zaro mos kelgan olmoshlarning har biriga yangi matematik modellar qurilgan. Maqolada kompyuter tarjimasini jarayonida olmosh so‘z turkumiga tegishli so‘zlarning sintaktik aloqaga kirishganda olmosh turli so‘z turkumi bo‘yicha guruhlarga mansublanishi, o‘zbek va ingliz tillari uchun grammatik kategoriyalarning modellashtirilishida rasmiylashtirish muhim ahamiyatga ega ekanligi yoritilgan. Ikki til bo‘yicha qurilgan yangi matematik modellar olmosh so‘z turkumining har bir turiga oid alohida jadvallarda namuna sifatida keltirildi. Maqola matnida qurilgan yangi matematik modellar bo‘yicha izohlar keltirilgan.

**Kalit so‘zlar:** tabiiy til, kiruvchi matn, chiquvchi matn, mashina tarjimasini, ingliz tili, o‘zbek tili, olmoshlar, matematik model, so‘zlarning matematik modeli.

## ANALYSIS AND MATHEMATICAL MODELS OF UZBEKI - ENGLISH PRONOUNS FOR COMPUTER TRANSLATION

**Abstract:** the article analyzes the work carried out to create high-quality machine translation. The article describes the directions, problems, and methods of solving semantically accurate translation in machine translation. In this article, mathematical models of 6 types of pronouns related to the Uzbek pronouns were built and translated into English based on this. New mathematical models were constructed for each pair of corresponding pronouns in both languages. The article highlights the importance of formalization in modeling grammatical categories for Uzbek and English when pronouns engage in syntactic relationships during computer translation. New mathematical models for each type of pronoun are presented as examples in separate tables. The article provides explanations of the newly constructed mathematical models.

**Keywords:** natural language, incoming text, outgoing text, machine translation, English language, Uzbek language, pronouns, mathematical model, mathematical model of words.

**Kirish.** Tarjima faoliyatining bugungi bosqichida innovatsion texnologiyalardan foydalanish muammosi alohida ahamiyatga ega. Bularga asosan axborot texnologiyalari kiradi. Inson miyasining ishlash mexanizmlarini hisoblash mashinasiga o‘rgata olsak, zamonaviy tizimlarni boshqarish orqali zamonaviy sifatli va ilmiy terminlarga asoslangan mashina tarjimasini yaratish imkoniyati paydo bo‘ladi. Tarjimani modellashtirish tamoyillari hamda ilmiy-texnikaviy ma`lumotlarga doir dolzarb muammolarni hal etishda tillararo tarjima moslashuvidagi ikki komponentli tarjima modeli, tilning statik tavsifi hamda dinamik tarjima jarayoni aks etishi va tahrirlash sifatini oshirishda inson resursidan foydalanish zaruriyatining borligini ta`kidlagan rus olimi Марчук Y. mashina tarjimasini tavsiflangan tarjima modellarini tushuntiruvchi kuch, shuningdek, til mohiyatini ayni paytda tekshirish imkoniyatini ko‘rsatuvchi, taklif etilgan ijodiy mulohazalarning

samaradorligini oshiruvchi vosita sifatida baholagan [1]. Har bir tabiiy til (TL) matematik jihatdan tuzilmagan va rasmiylashtirilmagan komponentlardan tashkil topgan murakkab tizimdir. Biroq TL bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, tuzilmagan va rasmiylashtirilmagan TL ni chiziqli uslubiyat yordamida tuzilgan va rasmiylashtirilgan shaklga keltirish mumkin. So'z tarkibini aniqlash so'zlar va jumlar turlariga ko'ra mantiqiy-lingvistik modellarni qurish va shu mantiqiy-lingvistik modellar orqali TL rasmiylashtirish uchun yoritilgan kengayuvchi kirish tilidan [2] foydalanib, matematik modellar quriladi. Ushbu uslubiyatni tilni rasmiylashtirish darajasining sifati deb aniqlashimiz mumkin [2]. TL ni qayta ishlashda grammatik tahlil muayyan bosqichlarga ega bo'ladi. Grammatikaning morfologiya va sintaksis bo'limlariga tegishli barcha matematik qurilmalar, jumladan, so'z turkumlarining matematik modellarini tuzish, ya'ni kompyuterning so'zlar tahlilida tildagi barcha me'yoriy vaziyatlar qamrab olinishi maqsadga muvofiq. Ingliz va o'zbek tillaridagi so'z yasovchi qo'shimchalarni statistik jihatdan hisobga olish va ularning semantik bazasini yaratish dasturiy ta'minotni aniq shakllantirishga yordam beradi. Kompyuter uchun qo'shimchalarni alohida bazalar tarzida ajratish, modellarini aniqlash tahlil jarayonida muhim [3]. Har bir TL murakkab tizim bo'lib, tuzilmagan va rasmiylashtirilmagan matematik qismlardan iborat. Biroq TL bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, TL ning tuzilishi va rasmiylashtirilishi emas, uni chiziqli uslubiyat – so'zning tuzilishini aniqlash, so'z turlari bo'yicha mantiqiy-lingvistik va matematik modellarni qurish yordamida rasmiylashtirilgan turga olib kelish mumkin [4]. TL tuzilgan jumalarni tahlil qilishda asosiy e'tibor uning qismlari o'rtasidagi sintaktik va semantik aloqalarga qaratiladi, bunda semantik asoslar hal qiluvchi vazifani bajaradi [5]. Jumalarni tahlil qilish va sintez qilishda, masalan, rus tilidan, ularning mantiqiy-lingvistik va matematik modellariga muvofiq foydalanish mumkin [6]. TL ni qayta ishlash jarayonining har qanday qismi kelajakda o'zgarishlarga duch kelishi mumkin, va bu ko'p tilli kompyuter tarjimoni uchun dasturiy ta'minot muhitini ishlab chiqish uchun o'z talablarini qo'yadi [7]. O'zbek tili agglutinatив guruhga, ingliz tili esa analitik guruhga tegishli. Shu sababli, asosiy grammatik qarama-qarshiliklar kuzatilishi mumkin. Mashina tarjimasida morfologik tahlil so'z tarkibiy qismlarini ajratish va o'rganilayotgan tilning grammatik qoidalarini aniqlash juda zarur hisoblanadi [8]. Morfologik tahlil jarayonida tokenlarning qo'shimchalarga asoslangan ma'nolarini hisobga olgan holda grammatik ma'lumot olish amalga oshiriladi. Mashinali tarjima jarayonida semantik qoidalar so'z turkumini aniqlashda ahamiyatli. Masalan, so'zning joy nomini ifodalashi aniqlansa, uning olmosh so'z turkumiga mansub ekanligi to'g'risida xulosa qilish mumkin [9]. So'zlar lug'aviy ma'nolari, morfologik belgilari va gapda bajaradigan sintaktik vazifalariga ko'ra o'zaro farqlanuvchi turli guruhlarni tashkil etadi. So'zlarning lug'aviy va grammatik jihatdan farqlanishiga ko'ra bunday guruhlarga bo'linishi so'z turkumlari deyiladi [10]. Mashinali tarjimaning A tilidan B tiliga yuqori texnologiyasi A(G) va B(G) grammatikalari o'rtasida 65-80% doirasida bir ma'nolilikni o'rnatishdan iborat [11]. Morfologik tahlil mashina tarjimasining dastlabki bosqichlari sanalib, tokenlashtirish -> lemmalash -> stemmingga bo'linadi [12]. Tokenizator so'zlarni chapdan o'ngga qarab tekshiradi. Natijada u yoki bu so'zning qaysi so'z turkumiga tegishliligi aniqlanadi. Tarjimon dasturimiz inglizcha-o'zbekcha yo'nalishda olib borilganligi bois dastlab ingliz tilining o'ziga xos barcha xossalari o'zbek tilining xossalari bilan qiyoslanadi. Monografiyada [13] olmosh so'z turkumining affiksatsiya qoidalari bo'yicha so'zlar va gaplarning mantiqiy-lingvistik modellar asosida 16 xil matematik modellar qurilgan. Monografiyada [13] keltirilgan matematik modellar olmosh so'z turkumi uchun umumiy holda qurilgan matematik modellardir. Bu tadqiqot ishimizda ana shu matematik modellardan foydalangan holda,

ingliz tilidagi olmosh soʻz turkumining turlari oʻrganildi va oʻzbek tilidagi olmosh soʻz turkumiga qiyoslab tahlil amalga oshirildi. Quyida ikki til boʻyicha olmosh soʻz turkumining har bir turiga yangi matematik modellar qurilgan.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Ushbu ishda oʻzbek va ingliz tillaridagi olmosh soʻz turkumi tahlil qilindi, oʻzbek tilida 50 ta, ingliz tilida 60 ta olmosh turi bor. Shulardan, ikki til boʻyicha oʻzaro mos kelgan olmoshlar 16 tani tashkil qiladi. Oʻzbek tili va ingliz tili ikki oilaga mansub. Shu nuqtayi nazardan kelib chiqib, quydagilarni taʼkidlashimiz mumkin. Oʻzbek tilida olmosh soʻz turkumlari uchun qurilgan matematik modellar orqali biz oʻzbek tilida negizi olmoshdan iborat ana shu olmoshlarga soʻz yasovchi va soʻz oʻzgartiruvchi qoʻshimchalarni qoʻshish orqali 281 ta soʻz yasay oldik. Oʻzbek tilidagi 145 ta negizi olmoshlardan iborat, soʻz yasovchi va soʻz oʻzgartiruvchi qoʻshimchalar orqali yasalgan soʻzlar ingliz tiliga mos kelmadi. Oʻzbek tilidan ingliz tiliga tarjima qilganimizda 136 ta soʻzlar ingliz tiliga 90 foiz maʼno jihatidan mos keladi.

Tahlil natijalari ikki til oʻrtasida tarjima sifatiga sezirali darajada taʼsir qiladi.

Quyida keltirilgan belgilashlar jadvallarni ixchamlashtirish uchun olindi. Matndagi hamma belgilashlar [13] asosida yaratildi: S(MM) – soʻzning matematik modeli, kengayuvchi kirish tiliga qoʻshimcha sifatida kiritiladi. EVX – kiruvchi matn; EVIX – chiquvchi matn.

Oʻzbek tilidagi olmosh soʻz turkumi uchun qurilgan yangi matematik modellar quyida keltirilgan. Keltirilgan matematik modellar asosida oʻzbek tilida 281 ta soʻz qurishimiz mumkin. Oʻzbek tilidagi soʻzlar ingliz tiliga tarjima qilindi. Ikki til boʻyicha tarjima maʼnosi semantik jihatdan mos kelgan soʻzlardan, olmosh soʻz turkumining har bir turi boʻyicha oʻzbek tilidan ingliz tiliga tarjimasi oʻzaro mos kelgan soʻzlarning yangi matematik modellari 1 ÷ 6- jadvallarda keltirilgan.

**Natijalar va muhokama.** Kishilik olmoshining 1- matematik modeli  

$$\$_{[i,1/6]}M1_{[i]} \oplus \downarrow X \oplus \downarrow \$_{[j,1/5]}X3_{[j]}$$

$$\oplus \downarrow \$_{[k,1/16]}U(A_{[k]})$$

Kishilik olmoshining turlanishi boʻyicha namuna. 1- jadval

Oʻzbek tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
Bizlargadir	$M1(M1(X), M1(X3), M1(U)) = \$_{[i,1-6]}M1_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1(X_{[j]}) \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[i]]}M1(X3_{[i1]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1(U_{[j1]})$	It is for us	$M1(M1, G3, Y)$ $= \$_{[i,1-6]}M1_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}G3_{[j]}$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[i]]}Y_{[i1]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1_{[j1]}$
Bizlardanmi		Is it from us	$M1(M1, G3, E, M1)$ $= \$_{[i,1-6]}M1_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}G3_{[j]}$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[i]]}E_{[i1]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1_{[j1]}$
Bizlardangina		Only from us	$M1(D, E, M1) = \$_{[i,1-6]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}E_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[i]]}M1_{[i1]}$
Sizlardagina		Only you	$M1(M4, D, M1) = \$_{[i,1-6]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1_{[j]}$
Sizlarning-ku		yours	$M1(M1, M1(X)) = \$_{[i,1-6]}M1_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1(X_{[j]})$
Ulargami?		To them	$M1(D, M1) = \$_{[i,1-6]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1_{[j]}$
Bizlardan kim?		$M1(M1(X), M1(X3), M4)$ $= \$_{[i,1-6]}M1_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M1(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[i]]}M1(X3_{[i1]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[j]]}M4_{[j1]}$	Who among us

1- matematik model asosida oʻzbek tilida tuzilgan soʻzlarni ingliz tiliga tarjima

qilganimizda semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. Ikki til bo'yicha mos kelgan so'z olmoshlarining yangi matematik modeli 1- jadvalda keltirilgan.

O'zlik olmoshining 2- matematik modeli  $\$_{[i,1/5]}M2 \oplus \downarrow X \oplus \downarrow \$_{[i,1/10]}X2_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1/5]}X3_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[k,1/6]}U_{[k]}$

O'zlik olmoshining turlanishi bo'yicha namuna.

2- jadval

O'zbek Tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
O'zlarimizgami	$M2(M2, M2(X), M2(X2M), M2(U))$ $= \$_{[i,1-5]}M2_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X2M_{[j]})$	To ourselves	$M6(D, M3) = \$_{[i,1-26]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(D_{[j]})$
O'zlarinigiz da-ku	$\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X3_{[j]}) \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(U_{[j]})$	In yourselves	$M6(D, M3) = \$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(S_{[j]})$
O'zlarida	$M2(M2, M2(X), M2(X2E), M2(X3))$ $= \$_{[i,1-5]}M2_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X2E_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X3_{[j]})$	In themselves	$M6(D, M1, M1(S)) = \$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M1_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M1(S_{[j]})$
O'zlaridanc hi	$M2(M2, M2(X), M2(X2M), M2(U))$ $= \$_{[i,1-5]}M2_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X2M_{[j]}) \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X3_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(U_{[j]})$	From themselves	
O'zlarinigiz kim	$M2(M2, M2(X), M2(X2M), M4)$ $= \$_{[i,1-5]}M2_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M2(X2M_{[j]}) \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4_{[j]}$	Who are you?	$M6(M4, G3, M1) = \$_{[i,1-26]}M4_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}G3_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]}M1_{[i]}$

2- matematik model asosida o'zbek tilida 60 ta so'zni yaratish mumkin. O'zbek tilidagi 60 ta so'zni ingliz tiliga tarjima qilganimizda 5 ta so'z semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. Ikki til bo'yicha mos kelgan so'z olmoshlarining yangi matematik modeli 2- jadvalda keltirilgan.

Ko'rsatish olmoshining 3- matematik modeli.  $\$_{[i,1/7]}M3_{[i]} \oplus \downarrow X \oplus \downarrow \$_{[j,1/5]}X3_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[k,1/16]}U_{[k]}$

Ko'rsatish olmoshini turlanishi bo'yicha namuna

3- jadval

O'zbek tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
Bulgami ?	$M3(M1(X), M1(X3), M1(U))$ $= \$_{[i,1-28]}M3_{[i]}$	To these	$M3(D, M3) = \$_{[i,1-28]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M3_{[j]}$
Bulardanmi i?	$\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M1(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]}M1(X3_{[i]})$	Of these?	
Bularnigina	$\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M1(U_{[j]})$	Only these?	
O'shalardan-ku		Of those	
Bulardan kim?	$M3(M1(X), M1(X3), M4) = \$_{[i,1-28]}M3_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M1(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]}M1(X3_{[i]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]}M4_{[i]}$	Who of these	$M3(M4, D, M3) = \$_{[i,1-6]}M4_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}D_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]}M3_{[i]}$

Yuqorida keltirilgan 3- matematik model asosida o'zbek tilida 72 ta so'zni yaratish mumkin. O'zbek tilidagi 72 ta so'zni ingliz tiliga tarjima qilganimizda 28 ta so'z semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. O'zbek tilidan ingliz tiliga tarjimasi bo'yicha mos kelgan 5 ta so'z olmoshlarining yangi matematik modeli namuna sifatida 3- jadvalda

keltirilgan.

So‘roq olmoshining 4- matematik modeli  $\$_{[i,1/10]}M4_{[i]} \oplus \downarrow X \oplus \downarrow \$_{[j, 1/5]}X3_{[j]}$   
 So‘roq olmoshining turlanishi bo‘yicha namuna **4- jadval**

O‘zbek tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
Kimlar ga?	$M4(M4, M4(X), M1(X3)) = \$_{[i,1-15]}M4_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i1,1-h[]]}M4(X3_{[i1]})$	To whom?	$M4(D, M3) = \$_{[i,1-15]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M3_{[j]}$
Kimlar dan?	$M4(M4, M4(X), M1(X3)) = \$_{[i,1-15]}M4_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i1,1-h[]]}M4(X3_{[i1]})$	From whom?	$M4(D, M4) = \$_{[i,1-15]}T_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4_{[j]}$
Kimlar ni?	$M4(M4, M4(X), M1(X3)) = \$_{[i,1-15]}M4_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4(X_{[j]})$ $\oplus \downarrow \$_{[i1,1-h[]]}M4(X3_{[i1]})$	Whom?	$M4(M4) = \$_{[i,1-15]}M4_{[i]}$
Kimlar ning?		Whose?	
Qaysilar ni?		Which ones?	
Qanday larni?		What ones?	
Qachon larni?		When?	
Qaysilar ga?		To which?	$M4(D, M3) = \$_{[i,1-15]}D_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4_{[j]}$
Qaysilar dan?		Of which?	
Qaysilar da?		In which?	$M4(D, M3) = \$_{[i,1-15]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M3_{[j]}$

Yuqorida keltirilgan 4- matematik model asosida o‘zbek tilida 39 ta so‘zni yaratish mumkin. O‘zbek tilidagi 39 ta so‘zni ingliz tiliga tarjima qilganimizda 26 ta so‘z semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. Ikki til bo‘yicha mos kelgan so‘z olmoshlarining 10 tasining yangi matematik modeli 4- jadvalda keltirilgan.

Quyidagi 5- matematik model asosida o‘zbek tilida 33 ta so‘zni yaratish mumkin. O‘zbek tilidagi 33 ta so‘zni ingliz tiliga tarjima qilganimizda 10 ta so‘z semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. Ikki til bo‘yicha mos kelgan 10 ta so‘z olmoshlarining har biriga yangi matematik modellar qurildi. Namuna sifatida 5- jadvalda keltirilgan yangi matematik modellar yuqorida aytilgan gaplarimizning isboti sifatida keltirilgan. Xuddi shu matematik modelning inkor olmoshi uchun qurilgan matematik modeli bo‘yicha amaliy tahlil natijalari yuqorida keltirilgan ketma-ketlik asosida amalga oshirilgan.

Belgilash olmoshining 5- matematik modeli  $\$_{[i,1/10]}M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j, 1/5]}X3_{[j]}$   
 Belgilash olmoshini turlanishi bo‘yicha namuna

**5- jadval**

O‘zbek tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
Barini	$M5(M5, M5(X3)) = \$_{[i,1-15]}M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M4(X3_{[j]})$	Everything	$M5(M5, M5(S)) = \$_{[i,1-26]}M5_{[i]}$ $\oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M5(S_{[j]})$
Bariga		To everything	$M5(D, M5, M5(S)) = \$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}$
Barida		In everything	$M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M5(S_{[j]})$
Barining		Everything	$M5(M5, M(S)) = \$_{[i,1-26]}M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M5(S_{[j]})$
Baridan		From everything	$M5(D, M5, M5(S)) = \$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}$ $M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}M5(S_{[j]})$



Barchaga		To all	
Barchada		In all	
Barchadan		Of all	$M5(D,M5)=\$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]} M5_{[j]}$
Barcha ning		Everyone`s	$M5(D,M5,M5(S))=\$_{[i,1-26]}M5_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]}$ $M5(S_{[j]}) \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]} M5(S_{[i]})$
Butunda		All over	

Inkor olmoshining 6- matematik modeli  $\$_{[i,1/8]}M6_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1/5]} X3_{[j]}$

Inkor olmoshini turlanishi bo'yicha namuna

6- jadval

O'zbek tilida	S(MM)	Ingliz tilida	S(MM)
Hech kimga	$M5(M6,M6(X3))=\$_{[i,1-15]}M6_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]} M6(X3_{[j]})$	To no one	$M6(D,M6)=\$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]} M6_{[j]}$
Hech kimdan		From nobody	
Hech qayerdan		From nowhere	
Hech kimda		No one	$M6(M6)=\$_{[i,1-26]} M6_{[i]}$
Hech kimni		Nobody	
Hech qayerda		Nowhere	
Hech qachonda		Never	
Hech narsani		nothing	
Hech kimning		Nobody`s	$M6(M6,M6(S))=\$_{[i,1-26]}M6_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]} M6(S_{[j]})$
Hech narsada		In nothing	$M6(D,M6)=\$_{[i,1-26]}D_{[i]} \oplus \downarrow \$_{[j,1-h[]]} M6_{[j]} \oplus \downarrow \$_{[i,1-h[]]} M6(S_{[i]})$
Hech narsadan		From nothing	
Hech narsaning		Of nothing	
Hech nimada		In nothing	
Hech nimadan		From nothing	

Yuqorida keltirilgan 6- matematik model asosida o'zbek tilida 27 ta so'zni yaratish mumkin. O'zbek tilidagi 27 ta so'zni ingliz tiliga tarjima qilganimizda 14 ta so'z semantik jihatdan deyarli 90 foiz mos keladi. Ikki til bo'yicha mos kelgan so'z olmoshlarining har biriga yangi matematik modelari qurildi. Yuqoridagi 6- jadvalda namuna sifatida keltirilgan.

**Xulosa.** O'zbek – ingliz tarjimasini bo'yicha qurilgan yuqorida keltirilgan yangi matematik modellar asosida quyidagi xulosaga kelamiz.

Ikki til bo'yicha mashina tarjimasini yaratish jarayonida EVX dagi matn EVIX matn tarjimasini bilan qanchalik bir-biriga yaqin ma'no berishini oldindan xulosa qilishimiz mumkin. Mashina tarjimasida so'zlarning sintaktik va semantik tahlili asosiy masalalardan biri hisoblanadi. So'zlarda so'z yasovchi va so'z o'zgartiruvchi qo'shimchalar ikki tilda bir xil qo'llanilmaydi. Ikki til bo'yicha o'zaro mos kelgan affiksatsiya usuli orqali yasalgan so'zlarda o'zbek tilidan ingliz tiliga mazmun jihatidan to'g'ri tarjima kelib chiqadi. Agar berilgan EVX dagi matnda uchragan so'z yasovchi va so'z o'zgartiruvchi qo'shimchalar EVIX dagi so'z yasovchi va so'z o'zgartiruvchi qo'shimchalarga mos kelmasa, mazmunan ikki til bo'yicha ma'nosi mos kelmagan mavhum ma'no ega matn tarjimasini kelib chiqadi. Mashina tartimasini yaratishda aynan shu jihatlarni e'tiborga olgan holda yangi matematik modellarni qurishimiz lozim.

Qurilgan yangi matematik model mashina tarjimasida EVX dagi matnda uchragan har bir so'z yasovchi va so'z o'zgartiruvchi qo'shimchalarni EVIX dagi matn tarjimasini uchun mosini tanlab olingan holdagina sifatli mashina tarjimasini yaratishimiz mumkin.

### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Марчук Э.Н. Модели перевода. Модели перевода: учеб. пособие для студ. учреждений высш. проф. образования Э. Н. Марчук. — М.: Издательский центр «Академия», 2010. —176 с.
2. Хакимов М.Х. Расширяемый входной язык математического моделирования естественного языка для многоязычной ситуации машинного перевода. - ЎЗМУ хабарлари, № 1, 2009, с.75-80.
3. Abduraxmonova N. Инглизча матнларни ўзбек тилига таржима қилиш дастурининг лингвистик

та`миноти (сода гаплар мисолида). Avtoreferat Toshkent – 2018, 49 b.

4. Khakimov M. Processing of the Uzbek Language by Technology the Multilanguage Modeled Computer Interpreter. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology/Vol. 6, Issue 3, March 2019, p. 8265-8270.

5. Абдурахмонова Н., Хакимов М.Х. Семантические базы английского языка для многоязычной ситуации компьютерного перевода // Труды научной конф. «Проблемы современной математики» (22-23 апреля 2011). Карши: Изд-во КарГУ, 2010. с. 311–314.

6. Хакимов М.Х. Модели обработки русского языка по технологии многоязыкового моделируемого компьютерного переводчика. Изд-во «Научные публикации», «Достижения науки и образования», №3(44), 2019. с. 4-12.

7. Хакимов М.Х., Кадиров Б. Алгоритмы вывода предложений английского языка для среды многоязыкового компьютерного переводчика. Проблемы науки № 4 (52), Россия, 2020, с. 9-20

8. Abdurakhmonova N., Tuliyeu U. Morphological Analysis By Finite State Transducer For Uzbek-English Machine Translation. Хорижий филологиуа №3, 2018. p 7.

9. Axmedova X., Abjalova M. Algorithm Based On Linguistic Models In Machine Translation Between English And Uzbek. GSJ: Volume 8, Issue 12, December 2020, Online: ISSN 2320-9186.

10. Rahimov S., Umurqulov B. Hozirgi o‘zbek adabiy tili. Toshkent: O‘qituvchi, 2003. 220 b.

11. Хакимов М.Х. Моделируемая технология машинного перевода // Компьютерная обработка тюрских языков. Первая международная конференция: Труды – Астана: ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2013, с. 272-279.

12. Abdurakhmonova N. Representation morphological analysis in machine translation Ўзбекистонда хорижий тиллар илмий методик электрон журнал № 2, 2017. п 13

13. Хакимов М.Х. Технология многоязыкового моделируемого компьютерного переводчика. Монография ЛАР ЛАМБЕРТ. Асадемик Публишинг, Рига, 2019, 174 с.

## МЕТОДЫ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ К-ЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ В КЛАССЕ ДИЗЬЮНКТИВНЫХ НОРМАЛЬНЫХ ФОРМ

**Байжуманов Абдусаттар Абдукаирович**

к.ф.-м.н., доц. Южно Казахстанского государственного педагогического университета,

Казахстан, г. Шымкент

[absattar52@mail.ru](mailto:absattar52@mail.ru)

ORCID: 0000-0002-4315-4734

**Бердимуродов Мансур Алишеревич**

PhD, старший преподаватель кафедры «Современные информационные и коммуникационные технологии» Международной исламской академии Узбекистана, г. Ташкент

[mansur\\_alisherovich@mail.ru](mailto:mansur_alisherovich@mail.ru)

ORCID: 0000-0002-3031-5009

**Кудайбергенов Адилбай Абатбаевич**

PhD, доц., докторант, Национальный университет Узбекистана, г. Ташкент

[q\\_adilbay@karsu.uz](mailto:q_adilbay@karsu.uz); [qudaybergenov\\_a@nuu.uz](mailto:qudaybergenov_a@nuu.uz)

ORCID: 0000-0002-2630-5182

УДК 519.711.3

**Аннотация.** Исследования, посвященные корректировке результатов эвристических методов на основе прогнозирования, распознавания, классификации, определения абсолютного экстремума многомерной функции, актуальны и широко используются в таких областях, как медицина, геология, гидрология, менеджмент, вычислительной технике. В связи с этим, важно построение оптимальных корректоров эвристических алгоритмов на основе контрольных материалов. Поэтому проверка полноты классов  $k$ -значных логических функций и разработка методов и алгоритмов минимизации функций в классе канонических нормальных форм, оценка количества монотонных функций  $k$ -значной логики, построение минимальных базисов специальных классов корректирующих функций для корректировки некорректных алгоритмов остается одной из важных задач вычислительной и дискретной математики.

В работе рассматривается представление  $k$ -значных логических функций в классе дизьюнктивных нормальных форм. Исследуются различные классы монотонных функций  $k$ -значной логики. Доказываются теоремы о совпадении сокращенных и кратчайших дизьюнктивных нормальных форм  $k$ -значных функций. Для определенного класса  $k$ -значных монотонных функций доказывается оценка числа функций из этого класса. Доказываются критерии поглощения

элементарных конъюнкций окрестностью первого порядка дизъюнктивных нормальных форм  $k$ -значных функций.

**Ключевые слова:** функции  $k$ -значной логики, дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), конъюнктивная нормальная форма (КНФ), элементарная конъюнкция (ЭК), классы монотонных функций, минимизация, алгоритмы.

### METHODS FOR MINIMIZING FUNCTIONS OF $K$ -VALUED LOGIC IN THE CLASS OF DISJUNCTIVE NORMAL FORMS

**Abstract.** In the world, research devoted to correcting the results of heuristic methods based on forecasting, recognition, classification, and determination of the absolute extremum of a multidimensional function is relevant and widely used in such fields as medicine, geology, hydrology, management, and computing. In this regard, it is important to build optimal correctors of heuristic algorithms based on control materials. Therefore, checking the completeness of classes of  $k$ -valued logical functions and developing methods and algorithms for minimizing functions in the class of canonical normal forms, estimating the number of monotone functions of  $k$ -valued logic, building minimal bases of special classes of corrective functions to correct incorrect algorithms remains one of the important tasks of computational and discrete mathematics.

The paper considers the representation of  $k$ -valued logical functions in the class of disjunctive normal forms. Various classes of monotone functions of  $k$ -valued logic are investigated. Theorems on the coincidence of abbreviated and shortest disjunctive normal forms of  $k$ -valued functions are proved. For a certain class of  $k$ -valued monotone functions, an estimate of the number of functions from this class is proved. The criteria for the absorption of elementary conjunctions by a first-order neighborhood of disjunctive normal forms of  $k$ -valued functions are proved.

**Keywords:** functions of  $k$ -valued logic, disjunctive normal form (DNF), conjunctive normal form (CNF), elementary conjunction (EC), classes of monotone functions, minimization, algorithms.

**Введение.** В настоящее время в мире проводится много научных исследований, направленных на расширение интеграции науки и промышленности, в частности развитие теории  $k$ -значных логических функций для коррекции результатов эвристических алгоритмов. При этом важную роль играет построение формул в классе канонических нормальных форм, кодирование элементарных конъюнкций и применение для них правил склеивания, поглощения и идемпотентности, проверка полноты систем корректирующих функций. Следовательно, разработка эффективных численных вычислительных методов и алгоритмов построения корректирующих функций на основе  $k$ -значной логики для повышения точности результатов эвристических методов считается целевым научным исследованием [8-11].

Методы  $k$ -значных логик вообще необходимы для исследования ряда важных задач из самых различных областей: биологии, медицины, военного дела, автоматизации, управления, планирования экспериментов и т.д., т.е. всюду, где существенны не только количественные соотношения между величинами, характеризующими рассматриваемые процессы, но и связывающие их логические зависимости. Многозначную логическую функцию можно представить в виде дизъюнкции (многоместной функции «или»)  $K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_m$ , где каждый член является конъюнкцией (многоместной функцией «и») тех или иных переменных из совокупности, взятых с отрицанием или без него.  $k$ -значная функция дает описание функционирования управляющей системы, а реализующая ее формула, в частности дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), дает описание схемы этой системы, так что членам и буквам ДНФ отвечают узлы и элементы схемы. Как правило,  $k$ -значная функция имеет много существенно различных ДНФ. В математической логике они рассматриваются с качественной стороны. С развитием кибернетики члены и буквы ДНФ стали отражать затраты оборудования в схемах и это привлекло внимание к количественной стороне. Поэтому одной из задач  $k$ -значных логик, диктуемых

практикой, является задача минимизации многозначных функций. Результаты исследований некоторых направлений в этой области, в частности минимизации в определенных системах многозначных функций, достаточно широко отображены в литературе. Поэтому сразу же следует отметить, что речь пойдет лишь о минимизации многозначных функций в классе ДНФ.

**Методология исследования.** Рассмотрим множество функций многозначной логики, зависящих от  $n$  переменных, т.е. множество функций, определенных на множестве всех вершин  $n$ -мерной  $k$ -решетки  $E_n^k$  и принимающих значения из множества  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ . При такой интерпретации существует взаимно-однозначное соответствие между функциями многозначной логики, зависящими от  $n$  аргументов, и подмножествами  $N_f \subseteq E_n^k$ . Функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  и подмножество  $N_f \subseteq E_n^k$  соответствуют друг другу в случае

$$f(x) = \begin{cases} \gamma, & \text{if } x \in N_f \\ 0, & \text{if } x \in E_n^k \setminus N_f \end{cases},$$

где  $\gamma \in E_f \subseteq \{0, 1, \dots, k-1\}$ .

Можно считать, что множество  $E_f$  разбивает функцию  $f$  на ряд подфункций

$f_{\gamma_1}(x), \dots, f_{\gamma_m}(x)$  а множество  $N_f$ -на попарно непересекающиеся подмножества  $N_{f_{\gamma_1}}, \dots, N_{f_{\gamma_m}}$ , где  $m = |E_f|$ ,

$$f_{\gamma_i}(x) = \begin{cases} \gamma_i, & \text{if } f(x) = \gamma_i \\ 0, & \text{if } f(x) \neq \gamma_i \end{cases}$$

$$N_{f_i} = \left\{ \alpha : (\alpha \in E_n^k) \wedge (f(\alpha) = \gamma_i), (i = \overline{1, m}) \right\}$$

Легко заметить, что

$$f(\alpha) = \max_{\gamma_i} \{f_{\gamma_1}(\alpha), \dots, f_{\gamma_m}(\alpha)\} \quad (1)$$

Функцию  $f_{\gamma}(x)$  принимающую только два значения (0 и  $\gamma$ ), будем называть квазибулевской, а представление функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  в виде (1)-квазибулевым представлением многозначной логической функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ .

Введем функцию

$$J_M(x) = \begin{cases} k-1, & \text{if } x \in M \\ 0, & \text{if } x \notin M \end{cases}, \text{ где } M \subseteq E_k = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}.$$

Элементарной конъюнкцией (ЭК) назовем выражение

$$\mathfrak{A} = \min [J_{M_1}(x_1), \dots, J_{M_n}(x_n), \gamma], \text{ где } \emptyset \neq M_j \subseteq E_k, (j = \overline{1, n}).$$

Далее для краткости формулы  $\max[\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_m]$  будут условно обозначаться как

$\mathfrak{A}_1 \vee \dots \vee \mathfrak{A}_m = \bigvee_{i=1}^m \mathfrak{A}_i$ : если  $\mathfrak{A}_i$  есть аналог ЭК, то указанная формула будет называться дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ).

Областью истинности ЭК  $\mathfrak{A}$  назовем область  $N_{\mathfrak{A}}$ , в которой  $\mathfrak{A}$  принимает значение  $\gamma$ . Легко видеть, что область  $N_{\mathfrak{A}} = \prod_{j=1}^n M_j$  есть подрешетка (подмножество множества  $E_n^k$ ) решетки  $E_n^k$ . При таком геометрическом рассмотрении ЭК соответствует подрешетка  $N_{\mathfrak{A}}$ , решетки  $E_n^k$ .

Рангом ЭК  $\mathfrak{A}$  назовем число  $r(\mathfrak{A}) = \sum_{j=1}^n (k - |M_j|) = kn - \sum_{j=1}^n |M_j|$ .

Формулу,  $\mathfrak{M} = \bigvee_{i=1}^t \mathfrak{A}_i$  где все  $\mathfrak{A}_i, (i = \overline{1, t})$  - ЭК, назовем дизъюнктивной нормальной формой.

Заметим, что каждой функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  многозначной логики соответствует непустой класс ДНФ, реализующих данную функцию. Множество всех интервалов, соответствующих ЭК определенной ДНФ из этого класса, определяет покрытие  $N_f$  подрешетками решетки  $E_n^k$ . Отсюда следует, что подмножества  $M \subseteq E_n^k$  можно задавать при помощи ДНФ.

Пусть  $I = \{N_{\mathfrak{A}}\}$ , есть некоторое подмножество подрешеток из  $E_n^k$

Подрешетку  $N_B \in I$  назовем максимальной относительно  $M$ , если не существует в  $I$  подрешетки  $N_{\mathfrak{A}}$ , такой, что  $N_{\mathfrak{A}} \neq N_B$  и  $N_{\mathfrak{A}} \supseteq N_B$ .

Для представления функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  в виде ДНФ мы рассматривали ее квазибулевское представление:  $f = f_{\gamma_1} \vee \dots \vee f_{\gamma_m}$  причем  $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_m$ .

Заметим, что для одной и той же функции  $f(x)$  может существовать несколько эквивалентных квазибулевских представлений. В самом деле,

$$f = f_{\gamma_1} \vee \dots \vee f_{\gamma_m} = f^* = f_{\gamma_1}^* \vee \dots \vee f_{\gamma_m}^*,$$

где  $N_{f_{\gamma_i}^*} = N_{f_{\gamma_i}} \cup Q_i$ ,  $Q_i \subseteq \bigcup_{j>i} N_{\gamma_j}$ ,  $(i = \overline{1, m})$ .

Мы рассмотрим только одно «максимальное» представление

$$f' = f_{\gamma_1}' \vee \dots \vee f_{\gamma_m}' \text{ где } N_{f_{\gamma_i}'} = \bigcup_{j=1}^n N_{f_{\gamma_j}}, (i = \overline{1, m}).$$

Выделим все максимальные подрешетки  $N_{B_j^i}, (i = \overline{1, m})$  содержащиеся в  $N_{f_{\gamma_i}'}$  имеющие непустое пересечение с  $N_{f_{\gamma_i}'}$  и такие, что значение  $B_j^i$  равно  $\gamma_i$  в  $N_{B_j^i}, (i = \overline{1, m})$ .

ДНФ  $\mathfrak{M} = \bigvee_{i=1}^m \bigvee_{j=1}^{I_i} B_j^i$  назовем сокращенной дизъюнктивной нормальной формой функции  $f(x)$ .

Покрытие множества  $N_f$  максимальными подрешетками назовем неприводимым, если после удаления любой из входящих в него подрешеток оно перестает быть покрытием.

ДНФ реализующая функцию  $f$ , называется тупиковой если ей соответствует неприводимое покрытие множества  $N_f$ .

Рассмотрим функцию  $F(x_1, \dots, x_n)$  многозначной логики, заданную на  $M \subseteq E_n^k : F(x) = \gamma_j$ , если  $x \in M_j, (j = \overline{1, m})$ ,  $m < k, \gamma_j \in E_k, M = \bigcup_{i=0}^m M_i$  и  $M_i \cap M_j = \emptyset$  при  $(i \neq j, i, j = \overline{0, m})$ .

Причем  $\gamma_1 < \dots < \gamma_m, \gamma_0 = 0$ .

Таким образом,  $F(x_1, \dots, x_n)$  определена заданием попарно непересекающихся множеств  $M_0, \dots, M_m$ . Функция  $F(x)$  задано вообще говоря, не на всем множестве  $E_n^k$ . Существуют различные до определения в классе функций  $F(x)$ , многозначной логики, не эквивалентные между собой.

Нашей задачей является нахождение простейших, в некотором смысле, до определений.

Для  $F(x)$  выделим все максимальные интервалы  $N_{B_j^i}$ ,  $(i = \overline{1, m}, j = \overline{0, I_i})$

содержащиеся в  $E_n^k \setminus \bigcup_{v=0}^{i-1} M_v$ , имеющие непустое пересечение с  $M_i$  такие, что значение  $B_j^i$  равно  $\gamma_i$ .

ДНФ  $\mathfrak{M} = \bigvee_{i=1}^m \bigvee_{j=1}^{I_i} B_j^i$  назовем сокращенной нормальной формой для  $F(x)$ .

Нетрудно видеть, что ДНФ  $\eta_{\Sigma TF}$  однозначно определяется функцией  $F$ .

Укажем теперь точки, в которых при изменении значений функции  $F$  (переход к  $F'$ ) меняются значения  $\eta_{\Sigma TF}$  (переход к  $\eta_{\Sigma TF'}$ ).

**Обсуждения и результаты. Монотонные функции k-значной логики.** На множестве  $\varepsilon_k$  рассмотрим некоторый порядок. Для двух наборов  $\mathfrak{Z} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  и  $\tilde{\mathfrak{B}} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  выполняется отношение предшествования  $\mathfrak{Z} \leq \tilde{\mathfrak{B}}$ , если  $\alpha_i \leq \beta_i$  по данному порядку для любого  $i = \overline{1, n}$ .

**Определение 1.** Функция  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  k-значной логики называется монотонной по данному порядку, если для любых наборов  $\alpha$  и  $\beta$  таких, что

$(\mathfrak{A} \leq \mathfrak{B})$  имеет место  $f(\alpha) \leq f(\beta)$ .

Если  $0 < 1 < 2 < \dots < k-1$ , то множества функций, монотонной по данному порядку, составляет класс монотонных функций  $k$ -значной логики.

**Теорема 1.** Сокращенная ДНФ монотонной функции  $f_\gamma$   $k$ -значной логики от  $n$  переменных а состоит из ЭК  $K^A$ , причем используются только элементарные формулы вида  $J_{[a,k-1]}(x)$ ,  $0 \leq a \leq k-1$ ;  $b$  является единственной минимальной (кратчайшей) ДНФ функции  $f$ .

**Доказательство.** а) пусть  $K = J_{T_1}(x_1) \cdot J_{T_2}(x_2) \cdot \dots \cdot J_{T_n}(x_n) \cdot \gamma$ , где  $T_j = [a_j, k-1]$ ,  $j \neq i$ ,  $0 \leq a_j \leq k-1$ ,  $T_i = [b_i] \cup [a_i, k-1]$ ,  $b_i \leq a_i$ .

Тогда конъюнкция  $K$ , а значит и функции  $f_\gamma$  принимает значение  $\gamma$  на наборе  $\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n)$ .

Из условия монотонности функции  $f_\gamma$  следует, что для любого набора  $\tilde{b}$  такого, что  $\tilde{b} \geq \bar{a}$ ,  $f_\gamma(\tilde{b}) = \gamma$ , следовательно существует ЭК

$K' = J_{T'_1}(x_1) \cdot J_{T'_2}(x_2) \cdot \dots \cdot J_{T'_n}(x_n) \cdot \gamma$  где  $T'_j = T_j$ ,  $j \neq i$ ,  $T'_i = [b_i, k-1]$ , для которой  $U_K \subset U_{K'} \subseteq U_{f_\gamma}$ , и ЭК  $K$  не является максимальной для  $U_{f_\gamma}$ .

б) по доказанному каждая максимальная ЭК  $K$  функции имеет вид

$$K = J_{[a_1, k-1]}(x_1) \cdot J_{[a_2, k-2]}(x_2) \cdot \dots \cdot J_{[a_n, k-1]}(x_n) \cdot \gamma,$$

$$0 \leq a_j \leq k-1, \quad j = \overline{1, n}.$$

Покажем, что набор  $\tilde{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  является ядровым для функции  $f_\gamma$ , т.е. в сокращенной ДНФ функции  $f_\gamma$  нет ЭК, кроме  $K$ , принимающей значение  $\gamma$  на этом наборе.

Действительно, если бы в сокращенной ДНФ функции  $f_\gamma$  была ЭК  $K'$ , принимающая значения  $\gamma$  на наборе  $\tilde{a}$ , то из условия монотонности функции  $f_\gamma$  следовало бы, что ЭК  $K'$  принимает значение  $\gamma$  на всех наборах  $\tilde{b}$  таких, что  $\tilde{b} \geq \tilde{a}$ , то тогда  $U_K \subseteq U_{K'}$ , что противоречит условию максимальнойности ЭК  $K$ . Теорема доказана.

**Следствие.** Сокращенная ДНФ монотонной функции  $f$   $k$ -значной логики от  $n$  переменных остоит из ЭК  $K^A$  и является единственной минимальной ДНФ функции  $f$ .

**Доказательство.** Монотонная функция  $f$  обладает следующим очевидным свойством: для любых сравнимых наборов  $\tilde{a} \in N_{f_\gamma}$  и  $\tilde{b} \in N_{f_\theta}$  выполняется  $\tilde{b} > \tilde{a}$  при  $\gamma < \theta$ . Следовательно, ЭК  $K$ , входит в сокращенную ДНФ функции  $f_\gamma$  ( $\gamma \in \{\varepsilon_k / 0\}$ ), не содержатся элементарные формулы типа  $J_T(x)$ , где множество  $T$  представляет собой несвязные множеств точек из  $\varepsilon_k$ .

Второе утреждение доказывается методом теоремы 1, причем ядровыми для функции  $f$  будут наборы  $\tilde{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  в ЭК

$$K = J_{[a_1, b_1]}(x_1) \cdot J_{[a_2, b_2]}(x_2) \cdot \dots \cdot J_{[a_n, b_n]}(x_n) \cdot \gamma.$$

Следствие доказано.

Для функций класса  $S$  ЭК состоит из элементарных формул вида  $J_T(x)$ , где  $T \subseteq \{\varepsilon_k / 0\}$ .

Если для монотонных функций  $f$   $k$ -значной логики сокращенная ДНФ является единственным минимальной, то для функций класса  $S$  такое свойство не выполняется, что демонстрирует следующий

Пример.  $k = 3$ ,  $n = 3$ .

Пусть функция  $f(x_1, x_2, x_3)$  принимает значения 1 на наборах  $(0, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (1, 2, 2)$  и 0 в остальных случаях.

Сокращенная ДНФ функции  $f$  имеет вид:

$$D_c(f) = J_1(x_2) \cdot J_1(x_3) \vee J_1(x_1) \cdot J_2(x_2) \cdot J_{[1,2]}(x) \vee J_1(x_1) \cdot J_{[1,2]}(x_2) \cdot J_1(x_3),$$

а минимальная:  $D_m(f) = J_1(x_2) \cdot J_1(x_3) \vee J_1(x_1) \cdot J_{[1,2]}(x_2) \cdot J_1(x_3)$ .

Процесс перехода от сокращенной ДНФ функции  $f$   $k$ -значной логики к тупиковой можно разбить на элементарные шаги, каждый из которых представляет собой удаление из ДНФ  $D$ , полученной на предыдущем шаге, одной ЭК  $K$ . Удаляемая ЭК

такова, что  $U_k \subseteq \bigcup_{j=1}^m U_{K_j}$ , где  $K_j$  – некоторые ЭК из ДНФ  $D$ , отличные от  $K$ .

В [4] описан критерий покрытия интервала суммой других интервалов для функций  $f$   $k$ -значной логики. Для функций  $f$  класса  $S$  данный критерий имеет более простую форму.

ЭК  $K_1$  и  $K_2$  называются ортогональными, если  $K_1 \cdot K_2 = 0$ . Иными словами, конъюнкции  $K_1$  и  $K_2$  ортогональны тогда и только тогда, когда  $U_{K_1} \cap U_{K_2} = \emptyset$ .

Очевидно, что при исследовании поглощения некоторым набором ЭК  $\{K_j\}$ ,  $j = \overline{1, m}$

ЭК  $K$  достаточно рассмотреть лишь те ЭК, которые неортогональны  $K$ . Для проверки ортогональности проще всего воспользоваться следующим свойством: две ЭК ортогональны тогда и только тогда, когда существует переменная  $x_j$ , для которой в элементарных формулах  $J_{T_j^1}(x_1)$  и  $J_{T_j^2}(x_2)$  выполняется  $T_j^1 \cap T_j^2 = \emptyset$ .

ДНФ  $D$ , реализующая функцию  $f$ , поглощает ЭК  $K$ , если  $K(\tilde{x}) \leq D(\tilde{x})$  для любого  $\tilde{x} = \varepsilon_k^n$ .

Итак, пусть  $K = J_{T_1}(x_1) \cdot J_{T_2}(x_2) \cdot \dots \cdot J_{T_t}(x_t) \cdot \gamma$ .

Очевидно, что  $K$  может поглощаться лишь тем набором ЭК  $\{K_j\}$ , которые принимают значения из  $\{0, \gamma\}$ , поэтому рассмотрим процесс поглощения на примере квазибулевской функции  $f_\gamma$ .

По каждой ЭК  $\{K_j\}$ ,  $j = \overline{1, m}$  построим ЭК  $\mathbb{K}_j$ , заменив элементарные формулы  $J_T(x)$ , встречающиеся в  $K_j$  на  $J_{[1, k-1]}(x)$ .

Очевидно, что  $U_{K_j} \subseteq U_{\mathbb{K}_j}$ ,  $U_{\mathbb{K}_j} \cap (U_D / U_{K_j}) = \emptyset$ .

Введем в рассмотрение множество  $\varepsilon_k^{n,t}$  – совокупность всех наборов из  $\varepsilon_k^n$ , у



которых  $t$  первых координат принимают значения из  $\{\varepsilon_k / 0\}$ , а остальные произвольны.

**Теорема 2.** Дизъюнкция  $D = \bigvee_{j=1}^m K_j$  поглощает ЭК  $K$  тогда и только тогда, когда

$$\bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j = \gamma \text{ для любого } \tilde{x} = \varepsilon_k^{n,t}, \text{ т.е. если } \bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j = \varepsilon_k^{n,t}.$$

**Доказательство. Необходимость.** Пусть  $D$  поглощает ЭК  $K$ . Докажем, что при этом  $\bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j = \gamma$  для любого  $\tilde{x} = \varepsilon_k^{n,t}$ . Предположим, что это не так, т.е. существует

набор  $\mathcal{J}$  такой, что  $\bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j(\mathcal{J}) = 0$ . Обозначим через  $x_1, \dots, x_t$  переменные, входящие ни в одну ЭК из  $D$ . Очевидно, что значения остальных переменных не влияют на значение выражения  $\bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j$  [1,3].

Значение функции  $f$  на наборах  $\mathcal{J}$  будем обозначать через  $[f]\mathcal{J}$ . Тогда можно записать

$$\left[ \bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j \right] \{ \mathcal{J} \} \equiv 0 = \quad (2)$$

где  $\{ \mathcal{J} \}$  - множество наборов, у которых  $(x_1, x_2, \dots, x_t)$  координаты принимают всевозможные значения из  $\{\varepsilon_k / 0\}$ , а остальные  $(n-t)$  координат такие, что выполняется (2). Отсюда получаем, что  $[\mathbb{K}_j]\{ \mathcal{J} \} = 0$  для всех  $j = \overline{1, m}$ , поэтому  $[D]\mathcal{J} = 0$ .

Определим значения остальных переменных, входящих в  $K$  ( $K \neq 0$  на  $U_D$ , так как  $K$  неортогональна  $D$ ) так, что  $K$  обращается в  $\gamma$  на этих наборах. Пересечения этих двух наборов определяет значения всех переменных таким образом, что  $D$  принимает значение 0 на этом множестве, а ЭК  $K$  значение  $\gamma$ . Это противоречит условию  $K(\tilde{x}) \leq D(\tilde{x})$  для любого  $\tilde{x} = \varepsilon_k^n$ , следовательно, предположение о том, что

$$\bigvee_{j=1}^m \mathbb{K}_j \neq \gamma \text{ на } \varepsilon_k^{n,k} \text{ ложно, и необходимость условия теоремы доказана.}$$

**Достаточность.** Пусть выполнено условие теоремы, т.е.  $\bigcup_{j=1}^m U_{\mathbb{K}_j} = \varepsilon_k^{n,t}$ . Тогда

$$U_K \subseteq \bigcup_{j=1}^m U_{\mathbb{K}_j}, \text{ но } U_K \cap \left( \bigcup_{j=1}^m U_{\mathbb{K}_j} / \bigcup_{j=1}^m U_{K_j} \right) = \emptyset.$$

Следовательно,  $U_K \subseteq \bigcup_{j=1}^m U_{K_j}$ .

Теорема доказана.

**Выводы и предложения.** В работе предложено представление  $k$ -значных функций в классе дизъюнктивных нормальных форм. Исследованы монотонные функции  $k$ -значной логики. Доказаны теоремы о совпадении сокращенных и кратчайших ДНФ  $k$ -значных функций. Для определенного класса  $k$ -значных монотонных функций вычислено число функций из этого класса. Предложены критерии поглощения элементарных конъюнкций окрестностью первого порядка.

**Список использованной литературы**

1. Kabulov A., Baizhumanov A., Saymanov I. and Berdimurodov M. Effective methods for solving systems of nonlinear equations of the algebra of logic based on disjunctions of complex conjunctions. - *2022 International Conference of Science and Information Technology in Smart Administration (ICSINTESA)*, Denpasar, Bali, Indonesia, 2022, pp. 95-99, doi: 10.1109/ICSINTESA56431.2022.10041680.
2. Berdimurodov M. and Baizhumanov A., Algorithms for minimizing functions of the algebra of logic in the class of disjunctive normal forms and estimating their complexity. - *2022 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)*, Tashkent, Uzbekistan, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICISCT55600.2022.10147007.
3. Яблонский С.В. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики.- М,Наука,1974.
4. Kabulov A., Baizhumanov A., Saymanov I. and Berdimurodov M. Algorithms for Minimizing Disjunctions of Complex Conjunctions Based on First-Order Neighborhood Information for Solving Systems of Boolean Equations. - *2022 International Conference of Science and Information Technology in Smart Administration (ICSINTESA)*, Denpasar, Bali, Indonesia, 2022, pp. 100-104, doi: 10.1109/ICSINTESA56431.2022.10041529.
5. Mendelson E. Introduction to mathematical logic. Fifth edition. – NY.: «Chapman&Hall/CRC», 2010.
6. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах. - М.: «Наука», 1972.
7. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. - М.: «Наука», 2011.
8. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. -М.: «Наука», 2008.
9. Клини С.К. Математическая логика. - М.: «Мир», 1973.
10. Новиков П.С. Элементы математической логики. - М.: «Наука», 1973.
11. Bhattacharya P.B., 1995 etc Basic Abstract Algebra, 2nd edition, Cambridge University Press.

**DIRICHLET BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A MODEL OF INHOMOGENEOUS POROELASTICITY DESCRIBED BY THREE ELASTICITY PARAMETERS****Rakhimov Abror Maxmud o'g'li**

Karshi State University, graduate student

[abrorrakhimov2094@gmail.com](mailto:abrorrakhimov2094@gmail.com)

ORCID: 0009-0006-1890-3111.

UDC: 517.925

**Abstract.** Mathematical modeling of wave processes makes it possible to determine the values of the propagation velocities and absorption coefficients of elastic seismic waves depending on the material composition of the fluid-filled reservoir, its structure and the influence of the environment. A mixed problem is considered for a poroelasticity model described by inhomogeneous equations with three elasticity parameters in a reversible hydrodynamic approximation. Using the Fourier method, a solution to the mixed problem was found and the effect of porosity on the propagation of acoustic waves was shown. As a result, we obtained a formula for solving a mixed problem for a one-dimensional inhomogeneous system of poroelasticity equations, which is described by three elasticity parameters in a reversible hydrodynamic approximation. This solution is unique in the classical sense. The resulting formulas can be used to test numerical methods for solving problems of wave dynamics of poroelasticity.

**Keywords;** porous medium, mixed problem, poroelasticity model, direct problem, slow wave, porosity, Dirichlet boundary value problem.

**Annatsiya.** To'liq jarayonlarini matematik modellashtirish suyuqlik bilan to'ldirilgan rezervuarining moddiy tarkibiga, uning tuzilishiga va atrof-muhit ta'siriga qarab elastik seysmik to'liqlarning tarqalish tezligi va yutilish koeffitsiyentlarining qiymatlarini aniqlash imkonini beradi. Maqolada qaytariladigan gidrodinamik yaqinlashuvda uchta elastiklik parametrlari bilan ifodalangan bir jinsli bo'lmagan g'ovak-elastik muhit modeli uchun aralash masala ko'rib chiqiladi. Fure usulidan foydalanib, aralash masalaning yechimi topildi va g'ovaklikning akustik to'liqlarning tarqalishiga ta'siri ko'rsatildi. Natijada, biz bir o'lchovli g'ovak-elastik muhit tenglamalar sistemasi uchun aralash masalani yechish formulasini oldik, bu esa teskari gidrodinamik yaqinlashishda uchta elastiklik parametri bilan tavsiflanadi. Ushbu yechim klassik ma'noda yagonadir. Olingan formulalar g'ovak-elastiklikning to'liq

dinamikasi masalalarini yechishning sonli usullarida foydalanilish mumkin.

**Kalit soʻzlar:** gʻovak muhit, aralash masala, gʻovak-elastiklik modeli, teskari masala, gʻovaklik, Fure metodi, Dirixlining chegaraviy masalasi.

**Introduction.** For applied problems of the theory of elastic wave propagation it is often required to take into account the medium porosity, fluid saturation of the medium, and the hydrodynamic background. Similar questions arise in seismology (see [1]–[3] and the references therein). The nonlinear mathematical model for a fluid-saturated porous elastically deformable medium constructed in [4] is based on three main principles: the conservation laws, the Galileo principle of relativity, and the consistency of the equations of saturating fluid motion with thermodynamic equilibrium

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0, \quad \mathbf{j} = \rho_s \mathbf{u}_1 + \rho_l \mathbf{u}_2 \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \frac{S}{\rho} \mathbf{j} \right) &= 0, \quad \rho = \rho_l + \rho_s, \\ \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \mathbf{u}_2) &= 0, \\ \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} + g_{kj} \partial_i u_{1j} + g_{ij} \partial_k u_{1j} + u_{1j} \partial_j g_{ik} &= 0, \\ \frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{Q} &= 0, \quad \rho_s = \operatorname{const} \sqrt{\det(g_{ik})}, \\ \frac{\partial j_i}{\partial t} + \partial_k (\rho_s u_{1i} u_{1k} + \rho_s u_{2i} u_{2k} + p \delta_{ik} + h_{ij} g_{jk}) &= 0, \\ Q_k &= \left( \hat{\mu} + \frac{u_2^2}{2} + \frac{TS}{\rho} \right) j_k + \rho_s (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) u_{1k} + u_{1i} h_{km} g_{mi}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} + (\mathbf{u}_2, \nabla) \mathbf{u}_2 &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\rho_s}{2\rho} \nabla (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)^2 - \frac{h_{ik}}{2\rho} \nabla g_{ik}. \end{aligned}$$

Here,  $u_1$  is the velocity of the elastic porous medium,  $u_2$  is the velocity of the saturating liquid,  $\rho = \rho_l + \rho_s$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_l$  are the density of the continuum, the partial density of the porous body, the partial density of the liquid, respectively,  $g_{ik}$  is the metric elastic strain tensor,  $h_{ik}$  is the stress tensor,  $e$  and  $S$  are the energy and entropy of unit volume,  $\mu$  is the chemical potential,  $T$  is the temperature,  $p$  is the pressure, and  $j_0$  is the relative momentum. In this case, the first law of thermodynamics is satisfied by the system under consideration

$$de_0 = TdS + \mu d\rho + (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2, dj_0) + \frac{1}{2} h_{ik} dg_{ik}.$$

**Research methodology.** Consider the process of wave propagation in a porous medium in a reversible approximation, described by the 1D inhomogeneous system of equations

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = F_1, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = F_2, \quad (2.2)$$

where the partial densities  $\rho_s = \rho_s^f (1 - d_0)$  and  $\rho_l = \rho_l^f d_0$ ,  $\rho_s^f$  and  $\rho_l^f$  – are the physical

densities of the elastic porous body and liquid respectively,  $d_0$  – is the porosity,

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_s} + \left( \rho\alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho^2} \right) \rho_s - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho}, \\ a_{12} &= \left( \rho^2\alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho^2} - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho_s} \right) \frac{\rho_l}{\rho}, \\ a_{21} &= \left( \rho^2\alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \right) \frac{\rho_l}{\rho} - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho}, \\ a_{22} &= \left( \rho^2\alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \right) \frac{\rho_l}{\rho}, \end{aligned}$$

$\alpha_3, \lambda, \mu$  – are the elastic parameters of the porous medium.

Let us consider the Dirichlet boundary value problem for the system of poroelasticity equations (2.1), (2.2) with the Cauchy data and boundary conditions [8]:

$$u_1|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad \frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{t=0} = \psi_1(x) \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.3)$$

$$u_2|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{t=0} = \psi_2(x) \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.4)$$

$$u_1(0, t) = u_1(l, t) = 0, \quad u_2(0, t) = u_2(l, t) = 0, \quad t \geq 0. \quad (2.5)$$

It is convenient to introduce new functions  $\tilde{u}_1, \tilde{F}_1$  and  $\tilde{u}_2, \tilde{F}_2$  instead of  $u_1, F_1$  and  $u_2, F_2$  by the formula

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \tilde{F}_1 \\ \tilde{F}_2 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

where

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} c_{l_1}^2 - a_{22} & c_{l_2}^2 - a_{22} \\ a_{21} & a_{21} \end{pmatrix} \\ c_{l_1}^2 &= B_* \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*}} \right), \quad c_{l_2}^2 = B_* \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*}} \right), \\ B_* &= \frac{\alpha_3 \rho^2}{2} + \frac{\lambda + 2\mu/3}{2\rho} \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \frac{2}{3}\mu} \frac{\rho}{\rho_s} - 1 \right), \\ b_* &= (\lambda + 2\mu) \left( \frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho} \right) \left[ \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \left( 1 - \frac{\lambda + \frac{2}{3}\mu}{\lambda + 2\mu} \right) + \alpha_3 \rho^2 \right]. \end{aligned}$$

Then the system (2.1), (2.2) is equivalent to the two string equations

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial t^2} - c_{l_1}^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x^2} = \tilde{F}_1, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial t^2} - c_{l_2}^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial x^2} = \tilde{F}_2. \quad (2.8)$$

By the formula (2.6), we obtain the following boundary value problem for  $\tilde{u}_1$  and  $\tilde{u}_2$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x^2} = \tilde{F}_1, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ \tilde{u}_1|_{t=0} = \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \varphi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \left. \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \tilde{u}_1(0, t) = \tilde{u}_1(l, t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right. , \quad (2.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial x^2} = \tilde{F}_2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ \tilde{u}_2|_{t=0} = \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \varphi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \varphi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \left. \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \psi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \tilde{u}_2(0, t) = \tilde{u}_2(l, t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right. . \quad (2.10)$$

The solution of (2.9) and (2.10) can be constructed by superposing the unique solution of homogeneous boundary value problems corresponding to (2.9) and (2.10), with the unique solution of the problems

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} = \tilde{F}_1, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ v_1|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq l \\ \left. \frac{\partial v_1}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq l \\ v_1(0, t) = v_1(l, t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right. , \quad (2.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} = \tilde{F}_2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ v_2|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq l \\ \left. \frac{\partial v_2}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq l \\ v_2(0, t) = v_2(l, t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right. . \quad (2.12)$$

The problem (2.11) can be solved by reducing it to the Cauchy problem for the inhomogeneous wave equation, by odd reflection of  $\tilde{F}_1(x, t)$  with respect to  $x = 0$  and  $x = l$ .

Another approach is to expand  $\tilde{F}_1(x, t)$  in the Fourier sine series

$$\tilde{F}_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_{1n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad 0 < x < l,$$

where

$$F_{1n}(t) = \frac{2}{l} \int_0^l \tilde{F}_1(x, t) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2.13)$$

Let us try to find a solution  $v_1(x, t)$  of the form

$$v_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_{1n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (2.14)$$

where

$$v_{1n}(0) = v'_{1n}(0) = 0. \quad (2.15)$$

Formally, substituting (2.14) into the wave equation, we get

$$v''_{1n}(t) + \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} \right)^2 v_{1n}(t) = F_{1n}(t).$$

The last linear second-order ordinary differential equation with initial conditions (2.15) has the unique solution

$$v_{1n}(t) = \frac{l}{n\pi c_{l_1}} \int_0^t F_{1n}(\tau) \sin \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} (t - \tau) \right) d\tau. \quad (2.16)$$

The solution of (2.11) is (2.14), where  $F_{1n}(t)$  and  $v_{1n}(t)$  are determined by (2.13) and (2.16).

It is known that the unique solutions of homogenous case of the problems (2.9) and (2.10) are expressed corresponding by the formulas [8]

$$m_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l},$$

$$m_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

where

$$A_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \frac{1}{c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n=1, 2, \dots, \quad (2.17)$$

$$B_n = \frac{2}{n\pi c_{l_1}} \int_0^l \left( \frac{1}{c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \psi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n=1, 2, \dots, \quad (2.18)$$

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \frac{1}{c_{l_2}^2 - c_{l_1}^2} \varphi_1 + \frac{c_{l_2}^2 - a_{22}}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n=1, 2, \dots, \quad (2.19)$$

$$D_n = \frac{2}{n\pi c_{l_2}} \int_0^l \left( \frac{1}{c_{l_2}^2 - c_{l_1}^2} \psi_1 + \frac{c_{l_2}^2 - a_{22}}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \psi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n=1, 2, \dots, \quad (2.20)$$

According to the above statement, the solution of problem (2.11) is represented by the following formula

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1(x, t) &= v_1(x, t) + m_1(x, t) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} v_{1n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

By the same way we find the following solution of the problem (2.12)

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(x,t) &= v_2(x,t) + m_2(x,t) = \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} v_{2n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (2.22)$$

where

$$v_{2n}(t) = \frac{l}{n\pi c_{l_2}} \int_0^t F_{2n}(\tau) \sin \left( \frac{n\pi c_{l_2}}{l} (t-\tau) \right) d\tau, \quad (2.23)$$

$$F_{2n}(t) = \frac{2}{l} \int_0^l \tilde{F}_2(x,t) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2.24)$$

Returning to  $u_1$  and  $u_2$ , we obtain the general solution to the equations (2.1), (2.2) with (2.4), (2.5) and (2.6) conditions

$$\begin{aligned} u_1(x,t) &= (c_{l_1}^2 - a_{22}) \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{v}_{1n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \right) + \\ & (c_{l_2}^2 - a_{22}) \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{v}_{2n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} u_2(x,t) &= a_{21} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{v}_{1n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \right) + \\ & a_{21} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{v}_{2n}(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

where

$$\hat{v}_{1n}(t) = \frac{l}{n\pi c_{l_1}} \int_0^t \hat{F}_{1n}(\tau) \sin \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} (t-\tau) \right) d\tau, \quad (2.27)$$

$$\hat{F}_{1n}(t) = \frac{2}{l(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \int_0^l \left( F_1(x,t) + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{21}} F_2(x,t) \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\hat{v}_{2n}(t) = \frac{l}{n\pi c_{l_2}} \int_0^t \hat{F}_{2n}(\tau) \sin \left( \frac{n\pi c_{l_2}}{l} (t-\tau) \right) d\tau, \quad (2.28)$$

$$\hat{F}_{2n}(t) = \frac{2}{l(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \int_0^l \left( \frac{c_{l_1}^2 - a_{22}}{a_{21}} F_2(x,t) - F_1(x,t) \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n \in \mathbb{N}$$

**Results. Theorem 1.** Let  $\varphi_1(x), \varphi_2(x) \in C^2[0, l]$ ,  $\varphi_1''(x), \varphi_2''(x)$  are piecewise continuous  $\psi_1(x), \psi_2(x) \in C[0, l]$ ,  $\psi_1'(x), \psi_2'(x)$  are piecewise continuous, and

$$\varphi_1(0) = \varphi_1''(0) = \varphi_1(l) = \varphi_1''(l) = 0 \quad (2.24)$$

$$\psi_1(0) = \psi_1(l) = 0$$

$$\varphi_2(0) = \varphi_2''(0) = \varphi_2(l) = \varphi_2''(l) = 0 \quad (2.25)$$

$$\psi_2(0) = \psi_2(l) = 0$$

Then the functions (2.25) and (2.26), where the coefficients  $A_n, B_n, C_n, D_n, \hat{v}_{1n}(t)$  and  $\hat{v}_{2n}(t)$  are determined by (2.17), (2.18), (2.19), (2.20), (2.27), and (2.28) are the unique

solutions of the problems (2.1) and (2.2) with conditions (2.3), (2.4) and (2.5).

**Conclusion.** Thus, we have obtained a formula for solving the Mixed problem for a one-dimensional inhomogeneous system of poroelasticity equations, which is described by three elasticity parameters in a reversible hydrodynamic approximation. This solution is unique in the classical sense. The resulting formulas can be used to test numerical methods for solving problems of wave dynamics of poroelasticity.

#### References:

1. A. S. Alekseev et al., "Direct and inverse dynamic problems for the system of equations of the continuum theory of filtration" [in Russian], *Sib. Zh. Ind. Mat.* 7, No. 1, 3–8 (2004).
2. Kh. Kh. Imomnazarov, "Numerical modeling of some problems in the theory of filtration for porous media" [in Russian], *Sib. Zh. Ind. Mat.* 4, No. 2, 154–165 (2001).
3. Kh. Kh. Imomnazarov and A. E. Kholmurodov, *Modeling and Study of Direct and Inverse Dynamic Problems of Poroelasticity* [in Russian], Mirzo Ulugbek National University of Uzbekistan, Tashkent (2017).
4. V. N. Dorovskii, "Continuum filtration theory" [in Russian], *Geolog. Geofiz.* No. 7, 39–45 (1989).
5. V. N. Dorovskii, Y. V. Perepechko, and E. I. Romenskii, "Wave processes in saturated porous elastically deformable media," *Combust. Explosion, Shock Waves* 29, No. 1, 93–103 (1993).
6. Stepan A. Tersian Ioannis P. Stavroulakis. *PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS (Second Edition) An Introduction with Mathematica and MAPLE*. Copyright © 2004 by World Scientific Publishing Co. Re. Ltd. 319p.
7. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. *Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum*. New York: Nova Science Publishers Inc., 1995. 192p.
8. Rakhimov A.M. Mixed problem for a poroelasticity model described by homogeneous equations with three elasticity parameters. *QarDU Xabarlarlari* 2024. 3-son pp.

### MIXED PROBLEM FOR A POROELASTICITY MODEL DESCRIBED BY HOMOGENEOUS EQUATIONS WITH THREE ELASTICITY PARAMETERS

**Rakhimov Abror Maxmud o'g'li**

Karshi State University, graduate student

[abrorrakhimov2094@gmail.com](mailto:abrorrakhimov2094@gmail.com)

ORCID: 0009-0006-1890-3111.

UDC: 517.925

**Abstract.** We consider the mixed problem for poroelasticity model described by homogeneous equations with three elasticity parameters in a reversible hydrodynamic approximation. We find a solution to the mixed problem by the Fourier method and show the influence of porosity on the acoustic wave propagation.

In geophysics, the kinetic parameters of rocks carry information about the structure, composition and conditions of occurrence of rocks; they also contain information about the lithology of rocks and the nature of their boundaries, fracturing, porosity, the presence of various types of faults and local inclusions, as well as the composition and phase state of fluids-fillers of the pore space of reservoirs. Mathematical modeling of wave processes makes it possible to determine the values of the propagation velocities and absorption coefficients of elastic seismic waves depending on the material composition of the fluid-filled reservoir, its structure and the influence of the environment.

The revealed features of the attenuation of seismic waves in fractured-porous media with the simultaneous manifestation of multiple electro seismic effects cannot be reconciled with the simplest models of the ideal theory of elasticity and Frenkel-Biot-type media.

In [7], a mathematical model of the propagation of nonlinear waves in a porous elastically deformable medium saturated with liquid is proposed.

**Keywords.** porous medium, mixed problem, poroelasticity model, direct problem, slow wave, porosity.

**Annotatsiya.** Maqolada qaytariladigan gidrodinamik yaqinlashuvda uchta elastiklik parametrlari bilan ifodalangan g'ovak elastik muhit modeli uchun aralash masala ko'rib chiqiladi. Fure usulidan foydalanib, aralash masalaning yechimi topildi va g'ovaklikning akustik to'lqinlarning tarqalishiga ta'siri ko'rsatildi.



Geofizikada tog' jinslarining kinetik parametrlari tog' jinslarining tuzilishi, tarkibi va paydo bo'lish sharoitlari to'g'risidagi ma'lumotlarni o'z ichiga oladi, shuningdek, tog' jinslarining litologiyasi va ularning chegaralarining tabiati, yorilishi, g'ovakligi, har xil turdagi yoriqlar mavjudligi va tog' jinslari to'g'risidagi ma'lumotlarni, suv omborlari g'ovak bo'shlig'ini to'ldiruvchi suyuqliklarning tarkibi va fazaviy holatini o'z ichiga oladi. To'liq jarayonlarini matematik modellashtirish suyuqlik bilan to'ldirilgan rezervuarining moddiy tarkibiga, uning tuzilishiga va atrof-muhit ta'siriga qarab elastik seysmik to'liqlarning tarqalish tezligi va yutilish koeffitsiyentlarining qiymatlarini aniqlash imkonini beradi.

Ko'p elektroseysmik ta'sirlarning bir vaqtning o'zida namoyon bo'lishi bilan singan-g'ovakli muhitda seysmik to'liqlar susayishining aniqlangan xususiyatlarini ideal elastiklik nazariyasi va Frenkel-Biot tipidagi muhitning eng oddiy modellari bilan moslashtirib bo'lmaydi.

[7] da suyuqlik bilan to'yingan g'ovak elastik deformatsiyalanuvchi muhitda chiziqli bo'lmagan to'liqlar tarqalishining matematik modeli keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** g'ovak muhit, aralash masala, g'ovak elastiklik modeli, teskari masala, g'ovaklik

**Introduction.** For applied problems of the theory of elastic wave propagation it is often required to take into account the medium porosity, fluid saturation of the medium, and the hydrodynamic background. Similar questions arise in seismology (see [1]–[3] and the references therein). The nonlinear mathematical model for a fluid-saturated porous elastically deformable medium constructed in [4] is based on three main principles: the conservation laws, the Galileo principle of relativity, and the consistency of the equations of saturating fluid motion with thermodynamic equilibrium

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0, \quad \mathbf{j} = \rho_s \mathbf{u}_1 + \rho_l \mathbf{u}_2 \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \frac{S}{\rho} \mathbf{j} \right) &= 0, \quad \rho = \rho_l + \rho_s, \\ \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \mathbf{u}_2) &= 0, \\ \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} + g_{kj} \partial_j u_{1j} + g_{ij} \partial_k u_{1j} + u_{1j} \partial_j g_{ik} &= 0, \\ \frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{Q} &= 0, \quad \rho_s = \operatorname{const} \sqrt{\det(g_{ik})}, \\ \frac{\partial j_i}{\partial t} + \partial_k \left( \rho_s u_{1i} u_{1k} + \rho_s u_{2i} u_{2k} + p \delta_{ik} + h_{ij} g_{jk} \right) &= 0, \\ Q_k &= \left( \hat{\mu} + \frac{u_2^2}{2} + \frac{TS}{\rho} \right) j_k + \rho_s (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) u_{1k} + u_{1i} h_{km} g_{mi}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} + (\mathbf{u}_2, \nabla) \mathbf{u}_2 &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\rho_s}{2\rho} \nabla (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)^2 - \frac{h_{ik}}{2\rho} \nabla g_{ik}. \end{aligned}$$

Here,  $u_1$  is the velocity of the elastic porous medium,  $u_2$  is the velocity of the saturating liquid,  $\rho = \rho_l + \rho_s$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_l$  are the density of the continuum, the partial density of the porous body, the partial density of the liquid, respectively,  $g_{ik}$  is the metric elastic strain tensor,  $h_{ik}$  is the stress tensor,  $e$  and  $S$  are the energy and entropy of unit volume,  $\mu$  is the chemical potential,  $T$  is the temperature,  $p$  is the pressure, and  $j_0$  is the relative momentum. In this case, the first law of thermodynamics is satisfied by the system under consideration

$$de_0 = TdS + \mu d\rho + (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2, dj_0) + \frac{1}{2} h_{ik} dg_{ik}.$$

### Research Methodology

Consider the process of wave propagation in a porous medium in a reversible approximation, described by the 1D homogeneous system of equations

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad (2.2)$$

where the partial densities  $\rho_s = \rho_s^f (1 - d_0)$  and  $\rho_l = \rho_l^f d_0$ ,  $\rho_s^f$  and  $\rho_l^f$  – are the physical densities of the elastic porous body and liquid respectively,  $d_0$  – is the porosity,

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_s} + \left( \rho \alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho^2} \right) \rho_s - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho}, \\ a_{12} &= \left( \rho^2 \alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho^2} - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho_s} \right) \frac{\rho_l}{\rho}, \\ a_{21} &= \left( \rho^2 \alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \right) \frac{\rho_l}{\rho} - \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho}, \\ a_{22} &= \left( \rho^2 \alpha_3 + \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \right) \frac{\rho_l}{\rho}, \end{aligned}$$

$\alpha_3$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  – are the elastic parameters of the porous medium [12, 13].

We consider the mixed problem for the system (2.1), (2.2) with the Cauchy data and boundary conditions:

$$u_1|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi_1(x) \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.3)$$

$$u_2|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi_2(x) \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.4)$$

$$u_1(0, t) = u_1(l, t) = 0, \quad u_2(0, t) = u_2(l, t) = 0, \quad t \geq 0. \quad (2.5)$$

It is convenient to introduce new functions  $\tilde{u}_1$  and  $\tilde{u}_2$  instead of  $u_1$  and  $u_2$  by the formula

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} c_{l_1}^2 - a_{22} & c_{l_2}^2 - a_{22} \\ a_{21} & a_{21} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

where  $c_{l_1}^2$  and  $c_{l_2}^2$  are the velocities for the fast and slow longitudinal waves [5]:

$$c_{l_1}^2 = B_* \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*^2}} \right), \quad c_{l_2}^2 = B_* \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*^2}} \right),$$

$$B_* = \frac{\alpha_3 \rho^2}{2} + \frac{\lambda + 2\mu/3}{2\rho} \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \frac{2}{3}\mu} \frac{\rho}{\rho_s} - 1 \right),$$

$$b_* = (\lambda + 2\mu) \left( \frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho} \right) \left[ \frac{\lambda + 2\mu/3}{\rho} \left( 1 - \frac{\lambda + \frac{2}{3}\mu}{\lambda + 2\mu} \right) + \alpha_3 \rho^2 \right].$$

Then the system (2.1), (2.2) is equivalent to the two string equations

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x^2} = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial x^2} = 0. \quad (2.8)$$

By the formula (2.6), we obtain the following Dirichlet boundary value problem for  $\tilde{u}_1$  and  $\tilde{u}_2$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ \tilde{u}_1|_{t=0} = \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \varphi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \tilde{u}_1(0, t) = \tilde{u}_1(l, t) = 0, \quad t > 0 \\ \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ \tilde{u}_2|_{t=0} = \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \varphi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \varphi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \psi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2, \quad 0 \leq x \leq l \\ \tilde{u}_2(0, t) = \tilde{u}_2(l, t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Now we consider the (2,9) problem which describes the motion of the vibrating string.

Our goal is to find the solution of (2.9) using the Fourier method.

A separable solution is a solution of the form  $\tilde{u}_1 = X(x)T(t)$

to the problem

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ \tilde{u}_1(0, t) = \tilde{u}_1(l, t) = 0, \quad t > 0. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Putting the form into the wave equation, we get

$$X(x)T''(t) = c_l^2 X''(x)T(t)$$

or

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{c_l^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = -\lambda. \quad (2.12)$$

By the boundary conditions  $\tilde{u}_1(0,t) = X(0)T(t) = 0$ ,  $\tilde{u}_1(l,t) = X(l)T(t) = 0$  it follows  $X(0) = X(l) = 0$ . So  $X(x)$  satisfies the problem

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, & 0 < x < l \\ X(0) = X(l) = 0 \end{cases}. \quad (2.13)$$

Solving (2.13) we find the nontrivial solutions

$$X_n(x) = a_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

corresponding

$$\lambda = \lambda_n = -\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

Plugging (2.15) into (2.12), we obtain the ordinary differential equation

$$T''(t) + \left(\frac{n\pi c_l}{l}\right)^2 T(t) = 0$$

with general solution

$$T_n(t) = b_n \cos \frac{n\pi c_l}{l} t + c_n \sin \frac{n\pi c_l}{l} t, \quad n = 1, 2, \dots$$

Therefore functions of the form

$$\tilde{u}_1(x,t)_n = \left( A_n \cos \frac{n\pi c_l}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_l}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n = 1, 2, \dots$$

known as normal modes of vibration, are solutions of the problem (2.11). In order to find a solution of (2,9) we take a superposition of  $\tilde{u}_1(x,t)_n$ . Namely, we are looking for a solution of the form

$$\tilde{u}_1(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_l}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_l}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.16)$$

Formally the last function satisfies the initial conditions if

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1(x,0) &= \frac{1}{c_l^2 - c_l^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_l^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \left. \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial t} \right|_{t=0} &= \frac{1}{c_l^2 - c_l^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_l^2 - c_{l_2}^2)} \psi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left( \frac{n\pi c_l}{l} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned}$$

Using the Fourier-sine series for  $\frac{1}{c_l^2 - c_{l_2}^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_l^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2$  and

$\frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2$  we obtain that

$$A_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \varphi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.17)$$

$$B_n = \frac{2}{n\pi c_1} \int_0^l \left( \frac{1}{c_1^2 - c_2^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_2^2}{a_{22}(c_1^2 - c_2^2)} \psi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

By the same way we solve (2.10) problem and have following solution

$$\tilde{u}_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_2}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_2}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.19)$$

where

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \varphi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_2^2 - c_1^2)} \varphi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2.20)$$

$$D_n = \frac{2}{n\pi c_2} \int_0^l \left( \frac{1}{c_2^2 - c_1^2} \psi_1 + \frac{c_2^2 - a_{22}}{a_{22}(c_2^2 - c_1^2)} \psi_2 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

Returning to  $u_1$  and  $u_2$ , we obtain the general solution to the system (2.1), (2.2)

$$u_1(x, t) = (c_1^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_1}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_1}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \quad (2.22)$$

$$(c_2^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_2}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_2}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$$u_2(x, t) = a_{21} \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi c_1}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_1}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \quad (2.23)$$

$$a_{21} \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n \cos \frac{n\pi c_2}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_2}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

**Theorem 1.** Let  $f(x)$  be a continuous function on  $I_l = [-l, l]$ ,  $f(-l) = f(l)$  and  $f'(x)$  be piecewise continuous on  $I_l$ . Then the Fourier series off converges uniformly to  $f(x)$  on  $I_l$  [6].

### Results and Discussions

**Theorem 2.** Let  $\varphi_1(x), \varphi_2(x) \in C^2[0, l]$ ,  $\varphi_1'''(x), \varphi_2'''(x)$  are piecewise continuous  $\psi_1(x), \psi_2(x) \in C[0, l]$ ,  $\psi_1'(x), \psi_2'(x)$  are piecewise continuous, and

$$\varphi_1(0) = \varphi_1''(0) = \varphi_1(l) = \varphi_1''(l) = 0 \quad (2.24)$$

$$\psi_1(0) = \psi_1(l) = 0$$

$$\varphi_2(0) = \varphi_2''(0) = \varphi_2(l) = \varphi_2''(l) = 0 \quad (2.25)$$

$$\psi_2(0) = \psi_2(l) = 0$$

Then the functions (2.22) and (2.23), where the coefficients  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$  and  $D_n$  are determined by (2.17), (2.18), (2.20) and (2.21), are the unique solutions of the problems (2.1) and (2.2) with conditions (2.3), (2.4) and (2.5).

Proof. The main tool to justify differentiation of the series (2.22) and (2.23), is Theorem 1. We show that (2.22) and the series

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = (a_{22} - c_{l_1}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \quad (2.26)$$

$$(a_{22} - c_{l_2}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l},$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = (a_{22} - c_{l_1}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} \right)^2 \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} +$$

$$(a_{22} - c_{l_2}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi c_{l_2}}{l} \right)^2 \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

are uniformly convergent in  $(0, l) \times (0, \infty)$ .

Since

$$\left| (a_{22} - c_{l_1}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} \right)^2 \left( A_n \cos \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t + B_n \sin \frac{n\pi c_{l_1}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \right. \\ \left. (a_{22} - c_{l_2}^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n\pi c_{l_2}}{l} \right)^2 \left( C_n \cos \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t + D_n \sin \frac{n\pi c_{l_2}}{l} t \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \right| \leq \\ \left( \frac{n\pi c_{l_1}}{l} \right)^2 (|A_n| + |B_n| + |C_n| + |D_n|)$$

it suffices to show that the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (|A_n| + |B_n| + |C_n| + |D_n|) \quad (2.27)$$

is convergent.

Let we define  $\frac{1}{c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2} \varphi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2$ ,  $\frac{1}{c_{l_2}^2 - c_{l_1}^2} \varphi_1 + \frac{c_{l_2}^2 - a_{22}}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \varphi_2$ ,  $\frac{1}{c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2} \psi_1 + \frac{a_{22} - c_{l_2}^2}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \psi_2$  and  $\frac{1}{c_{l_2}^2 - c_{l_1}^2} \psi_1 + \frac{c_{l_2}^2 - a_{22}}{a_{22}(c_{l_1}^2 - c_{l_2}^2)} \psi_2$  with  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  and  $f_4(x)$  corresponding and take the Fourier sine series of functions  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  and the Fourier cosine series of  $f_1'''(x)$ ,  $f_2'''(x)$  for  $x \in [0, l]$

$$f_1(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad f_1'''(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} A_n''' \cos \frac{n\pi x}{l}, \quad (2.28)$$

$$f_2(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad f_2'''(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} C_n''' \cos \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.29)$$

Similarly for the Fourier sine series of  $f_3(x)$  and  $f_4(x)$

$$f_3(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{n\pi c_{l_1}}{l} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad f_3''(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} B_n'' \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (2.30)$$

$$f_4(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{n\pi c_{l_2}}{l} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad f_4''(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} D_n'' \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.31)$$

Integrating by parts (2.17), (2.18), (2.20) and (2.21) using conditions (2.24) and (2.25), we have

$$A_n = -\left(\frac{l}{n\pi}\right)^3 A_n''', \quad C_n = -\left(\frac{l}{n\pi}\right)^3 C_n''', \quad (2.32)$$

$$B_n = \frac{1}{c_{l_1}} \left(\frac{l}{n\pi}\right)^3 B_n'', \quad D_n = \frac{1}{c_{l_2}} \left(\frac{l}{n\pi}\right)^3 D_n''. \quad (2.33)$$

By the Bessel inequality [6], we obtain

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n''')^2 \leq \frac{2}{l} \int_0^l (f_1'''(x))^2 dx, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (C_n''')^2 \leq \frac{2}{l} \int_0^l (f_2'''(x))^2 dx$$

and

$$\sum_{n=1}^{\infty} (B_n'')^2 \leq \frac{2}{l} \int_0^l (f_3''(x))^2 dx, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (D_n'')^2 \leq \frac{2}{l} \int_0^l (f_4''(x))^2 dx.$$

Then the series (2.27) is convergent, because by (2.32) and (2.33)

$$\begin{aligned} n^2 (|A_n| + |B_n| + |C_n| + |D_n|) &= \left(\frac{l}{\pi}\right)^3 \frac{1}{n} \left( |A_n''| + \frac{1}{c_{l_1}} |B_n''| + |C_n''| + \frac{1}{c_{l_2}} |D_n''| \right) \leq \\ &\frac{1}{2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^3 \left( \frac{1}{n^2} + \left( |A_n''| + \frac{1}{c_{l_1}} |B_n''| + |C_n''| + \frac{1}{c_{l_2}} |D_n''| \right)^2 \right) \leq \\ &\frac{1}{2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^3 \left( \frac{1}{n^2} + 2 \left( |A_n''| + \frac{1}{c_{l_1}} |B_n''| \right)^2 + 2 \left( |C_n''| + \frac{1}{c_{l_2}} |D_n''| \right)^2 \right) \leq \\ &\frac{1}{2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^3 \left( \frac{1}{n^2} + 4 \left( |A_n''|^2 + \frac{1}{c_{l_1}} |B_n''|^2 + |C_n''|^2 + \frac{1}{c_{l_2}} |D_n''|^2 \right) \right). \end{aligned}$$

By the convergence of the series (2.27) it follows also that the series (2.28), (2.29), (2.30) and (2.31) are uniformly convergent in  $[0, l]$  and the initial conditions

$$u_1(x, 0) = \varphi_1(x) = (c_{l_1}^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{l} + (c_{l_2}^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad x \in [0, l],$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \psi_1(x) = (c_{l_1}^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi c_{l_1}}{l} B_n \sin \frac{n\pi x}{l} + (c_{l_2}^2 - a_{22}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi c_{l_2}}{l} D_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad x \in [0, l].$$

It is shown that (2.23) and its second order partial derivatives are uniformly convergent same as above.

The uniqueness of the solution follows by the energy method [6].

**Conclusion.** Thus, we have obtained a formula for solving the Mixed problem for a one-dimensional homogeneous system of poroelasticity equations, which is described by three elasticity parameters in a reversible hydrodynamic approximation. This solution is unique in the classical sense. The resulting formulas can be used to test numerical methods for solving problems of wave dynamics of poroelasticity.

**References:**

1. A. S. Alekseev et al., "Direct and inverse dynamic problems for the system of equations of the continuum theory of filtration" [in Russian], *Sib. Zh. Ind. Mat.* 7, No. 1, 3–8 (2004).
2. Kh. Kh. Imomnazarov, "Numerical modeling of some problems in the theory of filtration for porous media" [in Russian], *Sib. Zh. Ind. Mat.* 4, No. 2, 154–165 (2001).
3. Kh. Kh. Imomnazarov and A. E. Kholmurodov, *Modeling and Study of Direct and Inverse Dynamic Problems of Poroelasticity* [in Russian], Mirzo Ulugbek National University of Uzbekistan, Tashkent (2017).
4. V. N. Dorovskii, "Continuum filtration theory" [in Russian], *Geolog. Geofiz.* No. 7, 39–45 (1989).
5. V. N. Dorovskii, Y. V. Perepechko, and E. I. Romenskii, "Wave processes in saturated porous elastically deformable media," *Combust. Explosion, Shock Waves* 29, No. 1, 93–103 (1993).
6. Stepan A. Tersian Ioannis P. Stavroulakis. *PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS (Second Edition) An Introduction with Mathematica and MAPLE*. Copyright © 2004 by World Scientific Publishing Co. Re. Ltd. 319p.
7. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. *Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum*. New York: Nova Science Publishers Inc., 1995. 192p.



## QAYTA ISHLANGAN ATSETILEN QURUMINING ADSORBSIYA IZOTERMALARI

**Xudoynazarov Fozilbek Sayfulloh o'g'li**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Yangiyer filiali, PhD

[fozilbek\\_xs@mail.ru](mailto:fozilbek_xs@mail.ru)

ORCID 0009-0000-5715-3786

UDK 661.666.461.2

**Annotatsiyaa:** "Navoiyazot" AJ da metan pirolizidan atsetilen olish jarayonida hosil bo'ladigan ikkilamchi mahsulot – qurumni kislotali va ishqoriy ishlov berish, termik qayta ishlash natijasida uning tarkibidagi eruvchan tuz va oksidlardan tozalash hamda olingan mahsulot rezina sanoatida, adsorbent va to'ldiruvchi sifatida qurulish materiallari ishlab chiqarishda pigment sifatida foydalanishga tavsiya etiladi. Qurumning amalda ishlatilish xossalariidan biri adsorbent sifatida qo'llanilishi hisoblanadi. Shuning uchun qurum namunalarini adsorbtsion xossalariini o'rganish amaliy ahamiyat kasb etadi. Qurum namunalarining adsorbtsiya izotermalari Mak-Ben-Bakra qurilmasi yordamida o'rganildi.

Dastlabka qurumga nisbatan sifati yaxshilangan qurumda suv bug'i adsorbtsiyasi o'rganildi. BET tenglamasi asosida olingan natijalarda adsorbentlarning monoqavat sig'imi ( $\alpha_m$ ), solishtirma yuzalari (S), to'yinish adsorbtsiyasi ( $\alpha_s$ ), mikrog'ovaklar va  $W_0$ , mezog'ovaklar hajmi ortib boradi.

**Kalit so'zlar:** Dastlabki qurum, qayta ishlangan qurum, benzol bug'i, suv bug'i, xlorid kislotasi, BET (Brunauer, Emmet, Teller) tenglamasi, monoqavat sig'imi.

**Abstract:** In JSC "Navoiyazot", the secondary product formed in the process of obtaining from methane pyrolysis is black carbon acid and working work, thermal return is recommended to be used at the workplace as a pigment in the production of building materials in the rubber industry, as an adsorbent and as a filler, to purify the soluble salt and oxides contained in it. One of the features of the performance of Carbon Black practice is its application as an adsorbent. Therefore, the study of the adsorption properties of carbon black samples acquires practical conditions. The adsorption isotherms of carbon black samples were recovered in aid of the Mak-Ben-Bakra construction.

Initially Carbon Black was studied for the adsorption of water vapor in a better institution of relative quality. In the data obtained on the basis of the betting equation, the volume of adsorbents is increased by the volume of the monocavate sigim ( $\alpha_m$ ), the solution Surface (s), the payment adsorption (as), microgovacs and  $W_0$ , mesogovacs

**Keywords:** originally carbon black, worked back carbon black, benzene couples, water couples, hydrochloric acid, BET (Brunauer, Emmet, Teller) equation, monocavate capacity.

**Kirish.** Hozirgi kunda rivojlangan bir qator mamlakatlarda tabiiy gaz, neft mahsulotlarini qo'shimchalardan tozalash va quritish ishlatiladigan sorbentlarni olish bo'yicha ko'plab ilmiy tadqiqot ishlari amalga oshirilmoqda. Xususan, samarali sorbentlar olishda, ularni adsorbtsion va faol xususiyatlari, struktura g'ovaklarining tuzilishi, faol markazlari soni, kuchi va tabiatini aniqlashda bir qancha metod bilan birgalikda adsorbtsion mikrokalorimetrik qurilma orqali olingan natijalar asosida ko'plab ilmiy va amaliy yangiliklarga erishilmoqda.

Qurum kimyoviy tarkibi uni ishlab chiqarish sharoitlariga va uglevodorod xomashyosi turiga qarab sezilarli darajada farq qilishi mumkin [1; 6 b.]. Qurum tarkibida ugleroddan tashqari uglerod bilan birikmalar hosil qilgan vodorod, kislorod, oltingugurt ham mavjud. Uglerod 89 dan 99% gacha, vodorod 0,5 %, kislorod 10% , oltingugurt 1,1% gacha uchraydi. Qurum juda yuqori zichlikga ega. Qurumning haqiqiy zichligi  $2000 \text{ kg/m}^3$  gacha bo'ladi. Qurum polidispers material bo'lganligi uchun, bir xil markadagi qurum tarkibida turli o'lchamdagi zarrachalar mavjud bo'ladi. Shuning uchun elektron mikroskop yordamida qurum zarralarining o'lchamlari aniqlangan. O'lchangan zarrachalar soni va ularning katta-kichikligiga qarab ularning o'rtacha diametri topilgan. Ushbu zarrachalarning diametri qurum rangini eng muhim xususiyatlaridan biridir [2; 256 b.]. Qurum zarrachalari ugleroddan tashqari vodorodning kichik miqdorini o'zida saqlaydi, ular uglerodning alohida atomlari bilan mustahkam bog'langan. Qurumdagi vodorod miqdori 0,3-1,0% ni tashkil etadi. Demak, uglerodning o'rtacha har bir o'n beshinchi atomi vodorodning bitta atomi bilan bog'langan. Vodorod qurum zarrachasining skeletiga kiradi va u yerda uning hajmida bir xil taqsimlanadi. Kislorod o'zining kimyoviy kuchlari bilan uglerodning tashqi atomlariga bog'langan [3; 101-

103 b.]. Past haroratda hosil bo'lgan qurum zarralari tuzilishi va xususiyatlari bilan yuqori haroratda hosil bo'lgan qurum zarrachalaridan farq qiladi [4; 1528 b.].

Qurum tarkibidagi faol markazli funksional guruhlarini almashtirish natijasida turli xil spetsifik bo'lgan formasini tanlab olish mumkin. Shuning uchun ham bunday tipdagi qurumning asosan adsorbsion va katalitik xususiyatlarini o'rganishga bo'lgan qiziqish keskin oshmoqda. Bunda kichik o'lchamli uglerod atomlari qurumdagi uzun va ingichka ko'rinishdagi kanallarni va ularning kesishmalarida o'zaro bir-biriga tutashishi oqibatida tarmoqlangan zanjirli uglerodlar miqdorining oshishiga sabab bo'lib, natijada mikroq'ovaklar sonining yuqori bo'lishiga olib keladi [5; 15-66 b.].

Qurum alohida kristallitlar to'plami hisoblanib, 3-5 parallel olti burchakli qatlamlardan iborat zarrachadir. Uning tuzilishida parallel qatlamlar bir-biriga nisbatan xaotik ravishda siljiydi va kristallitlarga tartibsiz uch o'lchovli tuzilish beradi. Bunda ular kristalli panjara deyilib, ikki o'lchovli sintez qilingan yoki turbostatik, ya'ni bu yerda qatlamlar vertikal o'q atrofida ma'lum bir burchak ostida joylashtirilgan bo'ladi [6; 12 b.].

Ma'lumki [7; 3308 b.], uglerod nanotrubkalari suyuq va gazsimon moddalarni yutadi. Tashqi bosim ta'sirida yoki kapillyar kuchlar tufayli kirib boradigan modda nanotrubkalar ichiga joylashishi mumkin. Masalan [8; 1969 b.], sirt tarangligi 200 mn/m dan past bo'lgan suyuqliklar yutiladi.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Qurum zarralari kimyoviy jihatdan turli xil morfologiyalarga ega bo'lgan suyultirilgan agregatlar va aglomeratlarni hosil etadi. Qurumning asosiy xarakteristikalarini hajmi (birlamchi zarracha kattaligi), tuzilishi (zarracha kattaligi va shakli), g'ovakligi va sirt kimyosi hisoblanadi [9; 39-42 b.]. Uning [10; 157-161 b.] g'ovaklik xususiyatlari va ion almashinish guruhlarini tarkibida katta farq qiluvchi aktivlangan karbondidratlar, sinflar – FASE, SKD-515, BAU-A, asos va kislotaga bo'yoqlarining adsorbsiyasi o'rganilgan. Grafitlangan termik qurum, bir xil qutbsiz sirtga ega bo'lmagan uglerod adsorbenti ham taqqoslash uchun o'rganilgan.

F.Stecli va D.Clearylar mikroq'ovakli uglerod adsorbentlari va uglerod bo'lmagan namunalarda fenol adsorbsiyasi mexanizmini tavsiflashgan [11; 1968-1972 b.]. Bundan fenol adsorbsiyasi mexanizmining benzol adsorbsiya mexanizmiga o'xshash ekanligini ko'rish mumkin. Qurumda organik birikmalarning grafitlangan uglerod adsorbentlari bo'yicha adsorbsiyasi qutbli anizometrik molekularning monolaerlari tomonidan sirt modifikatsiyasidan oldin va keyin gaz xromatografik usuli bilan tekshirilgan hamda termodinamik xarakteristikalarini hisoblab chiqilgan [12; 68-78 b.].

Qurum suyuqlik bilan ta'sirlashishidan ho'llanish issiqligi  $Q$  ajralib chiqadi. Adsorbentlarning sirt yuzasi gidrofillik xususiyatlarini Shottki mikrokalorimetri yordamida suyuqlik sifatida suvni qo'llab aniqlash mumkin. Bunda dastlab adsorbent namunalari sharikli maydalagich yordamida maydalanadi. So'ngra o'lchami 0,25·10<sup>-3</sup> m elakdan o'tkazildi va analitik tarozida 1 gr tortib olinadi. Adsorbent namunalari 150<sup>0</sup>C da qizdirilib, Mak-Ben-Bakranning vakuumli qurilmasida qoldiq bosim 1·10<sup>-3</sup> Pa bo'lguncha 8 soat davomida vakuumlanib termik ishlov berildi. Bunda adsorbentlar tarkibidagi fizik adsorbsiyalangan suv va boshqa gazlar molekulari qizdirilganda chiqib ketadi. Adsorbentlar solingan ampulalar navbat bilan Shottki kalorimetr ichida suyuqlik muhitida sindiriladi hamda ularning ho'llanish issiqligi 20<sup>0</sup>C da aniqlandi. Shottki kalorimetrida ho'llanish issiqligining aniqlik darajasi adsorbent massasi 10<sup>-3</sup> kg bo'lganda ±0,5 kJ/kgga teng. Adsorbent yuzasining to'liq energiyasini quyidagi formula bilan ifodalash mumkin:

$$Q = S(E_1 - E_2)$$

Bu yerda: S-adsorbentning solishtirma yuzasi ;

$E_1$ -adsorbent-havo chegarasining to'liq energiyasi;

$E_2$ -adsorbent-suyuqlik chegarasining to'liq energiyasi

Adsorbent-havo chegarasi energiyasi ( $E_1$ ) doimo adsorbent-suyuqlik chegarasi energiyasi ( $E_2$ ) dan katta bo'ladi, ya'ni  $E_1 > E_2$  yoki  $Q > 0$ . Ho'llanish issiqligi qiymati adsorbent

va suyuqlik molekulari ta'sirlanish kuchiga bog'liq. Adsorbentlar qutbli molekular bilan ta'sirlashganda ho'llanish issiqlik effekti yuqori, qutbsiz molekular bilan o'zaro ta'sirlashganda ho'llanish issiqlik effekti aksincha bo'ladi [13; 85-151 b.].

### Natijalar va muhokama.

Dastlabki va qayta ishlangan atsetilen qurumiga suv bug'i adsorbsiyasi o'rganildi. Natijalaridan shuni ko'rish mumkinki, namuna sirt yuzasida mezog'ovaklar hajmi rivojlanishi kuzatildi.

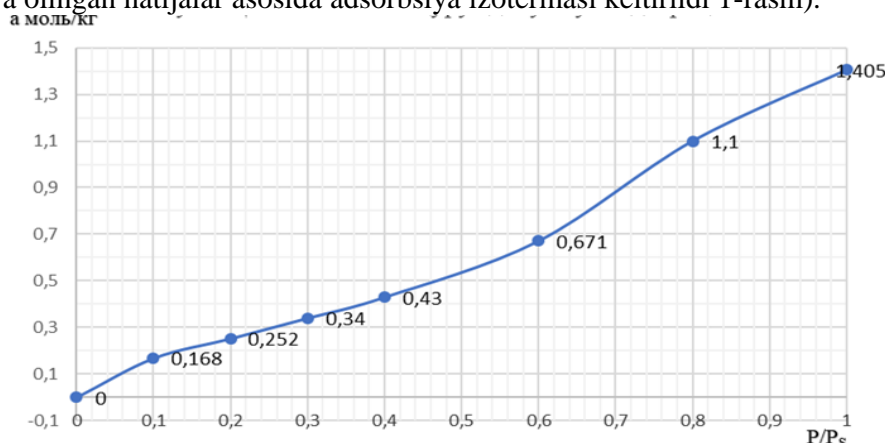
Izoterma chizmalari BET (Brunauer, Emmet, Teller) tenglamasi asosida topildi. Hisob-kitob natijalariga ko'ra adsorbentning monoqavat sig'imi ( $\alpha_m$ ), solishtirma yuzasi (S), to'yinish adsorbsiyasi ( $\alpha_s$ ), mikrog'ovaklar hajmi ( $W_0$ ), mezog'ovaklar ( $W_{me}=V_s-W_0$ ) va to'yinish adsorbsiya hajmlari ( $V_s$ ) aniqlandi. Natijalar 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Qurum namunalarining adsorbsiya izotermalari

№	Qurum namunasi	Monoqavat sig'imi, $\alpha_m$ , mol/kg	Solishtirma yuzasi, S m <sup>2</sup> /g	To'yinish adsorbsiyasi, $\alpha_s$ , mol/kg	Mikrog'ovaklar hajmi $W_0 \cdot 10^3$ , m <sup>3</sup> /kg	Mezog'ovaklar hajmi $W_{me} \cdot 10^3$ , m <sup>3</sup> /kg	To'yinish hajmi $V_s \cdot 10^3$ , m <sup>3</sup> /kg
1	D. Q-1	0,056	12,36	0,869	0,0012	0,001	0,026
2	S.Y.Q-2	0,236	56,86	1,405	0,0735	0,05	0,125

Masalan, dastlabki qurumning solishtirma yuzasi 12,36 m<sup>2</sup>/g teng bo'lsa, sifati yaxshilangan qurumniki esa 56,86 m<sup>2</sup>/g tengdir. Va boshqa adsorbsiya izotermalari ham sifati yaxshilangan qurumda rivojlangani aniqlandi. Qurum namunasida suv bug'i adsorbsiyasi o'rganildi va olingan natijalar asosida adsorbsiya izoterma si keltirildi 1-rasm).

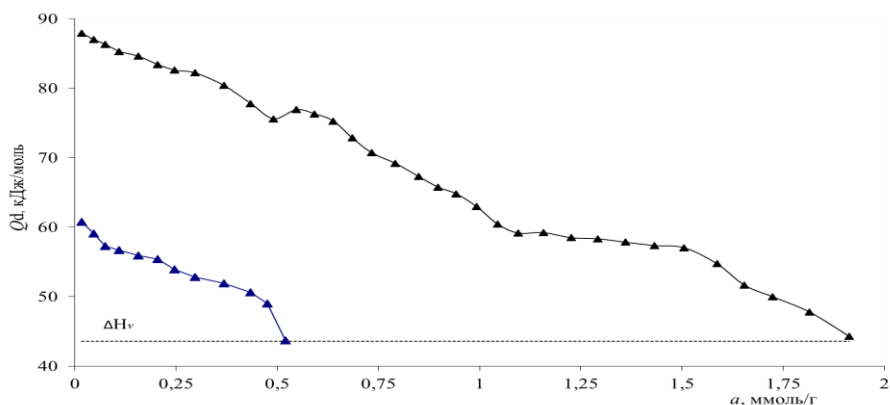


1-rasm. Qayta ishlangan qurumda suv bug'i adsorbsiya izoterma si

303<sup>0</sup>K da qurumda suv adsorbsiyasining differensial issiqligi hisoblandi [10:30]. Ular hammasi bo'lib 6 pog'onadan iborat. Dastlabki qurumda esa bu ko'rsatkich 2 pog'onadan iborat. Har bir pog'onada qurum faol markazlari bilan suv bug'lari o'rtasida stexiometrik moslikni ko'rish mumkin. Kimyoviy analiz natijasida qayta ishlangan qurum tarkibidagi funksional guruhlarning har biriga suv molekularining turli xil nisbatlarda to'g'ri kelishi aniqlandi.

Bu asosan karboksil guruhini kuchli asoslik xossasi bilan izohlanadi. Yuqorida aytib o'tilganidek (2-rasm), adsorbsiya issiqligi grafigida jami 6 ta pog'ona mavjud bo'lib, birinchi pog'onada faol markaz bilan suv molekulari 100% adsorbsiyalanib triakvakomplekslar hosil qiladi.

**2-Rasm.** 303 K da ▲-Qayta ishlangan qurum va ▲- dastlabki qurum namunalarda suv bug'lari adsorbsiyasi differensial issiqligi qiymatlari Qd da keltirilgan. Shtrix chiziqlar 303 K da suv bug'ining kondensatsiya qiymati



**Xulosa va takliflar.** Dastlabki qurumga nisbatan qayta ishlangan qurumda BET tenglamasi asosida olingan natijalarda adsorbentlarning monoqavat sig'imi ( $\alpha_m$ ), solishtirma yuzalari ( $S$ ), to'yinish adsorbsiyasi ( $\alpha_s$ ), mikro'ovaklar va  $W_0$ , mezog'ovaklar hajmi ortib borishi aniqlandi.

Suv adsorbsiyasi molekulyar mexanizmlari, adsorbsiya-energiya xususiyatlari o'rtasidagi o'zaro bog'liqliklar aniqlandi. Faol markazlardagi guruhlar hisobiga qayta ishlangan qurumda suv adsorbsiyasi dastlabki qurumga nisbatan deyarli to'rt barobar ko'p borgan.

Adsorbent moddalar ko'plab xususiyatlarga ega, shu jumladan, gazni saqlash, gazni ajratish va tozalash bilan bog'liq bo'lgan vazifalarni bajaradi va atrof-muhit muvozanatini buzilishini oldini olishga yordam beradi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ж. С. Шашок, Е. П. Усс, А. В. Исследование влияния различных марок технического углерода на технические свойства резин. // Труды БГТУ № 4. 2016 г. - 6 с.
2. Ивановский В. И. Технический углерод. Процессы и аппараты. // Учебное пособие. Издание второе. Переработанное и дополненное. – Омск: «Типография БЛАНКОМ», 2019. - 256 с.
3. Юсупов Д., Рахманбердиев Г.Р., Тиркашев И., Юсупов Э.Д. Технология обеззараживания ацетиленовой сажи. // Кимё, кимёвий технология ва экологий. ТДТУ, ТошКТИ. Илмий ишлар тўплами. 1995. – С. 101-103
4. Николенко Й.М., Зиатдинов А.М. Синтез и исследование нанографитов с химически модифицированными краями. // ЖНХ. 2012. Т. 57. № 11. - 1528 с.
5. Якубов Й. Й. Термодинамика формирования ион-молекулярных комплексов в саже ХЗСМ-5. Изв. // Дисс. док., 2021. – С. 15-66.
6. Шаймухаметова Г. Ф. Адсорбция органических соединений на углеродных адсорбентах и их модифицированных образках. // Изв. Дисс. Канд., 2016. - 12 с.
7. Wang Q.H. Field emission from nanotube bundle emitters at low fields. Q.H. Wang T.D. Corrigan, J.Y. Dai [et. al.]. // Applied Physics Letters. 1997. V. 70. – 3308 p.
8. Collins P.O. A simple and robust electron beam source from carbon nanotubes // P.O. Collins, A. Zettl. Applied Physics Letters. 1996. V. 69. - 1969 p.
9. Шорникова, Н.В. Максимова, В.В. Авдеев Связующие для полимерных композиционных материалов. Учебное пособие для студентов по специальности. // Композиционные наноматериалы. Москва 2010. – С. 39-42.
10. Т.Д. Хохлова, Ле Тхи Хиен. Адсорбция красителей на активных углях и графитированной термической саже. // Вестник Московского ун-та. Сер. 2. Химий. 2007. Т. 48. № 3. – С. 157-161.
11. Ф. Стекли, Д. Юги-Клири. Механизм адсорбции фенола углями. // Известия Академии наук. Сер. химическая. 2001. № 11. – С. 1968-1972.
12. С.И. Кудряшов, М.И. Павлов, К.А. Копитин, [и др.]. Адсорбция органических соединений на графитированных сажах, модифицированных монослоями полярных анизометричных молекул. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. – 2010. Вип. 1 (31). – С. 68-78.
13. Эшметов И.Д., Пайғамов Р.А., Акбаров Х.И. Сирт юзаси ходисалари ва адсорбций.// Университет, 2020, – Б. 85-151.

## GLITSIRRIZIN KISLOTASI DIMER SHAKLLARINI YARIM EMPIRIK PM6 HISOBLASH USULIDA MODELLASHTIRISH

R.S. Esanov<sup>1,6</sup>, A.G. Yeshimbetov<sup>2</sup>, D.U. Tulyaganov<sup>3</sup>,  
A.D. Matchanov<sup>4</sup>, M.B. Gafurov<sup>5</sup>

<sup>1</sup>O‘zR FA akad. O.S. Sodiqov nomidagi Bioorganik kimyo instituti 100125  
ORCID: 0000-0002-5741-2570  
[esanovrahmat2836@gmail.com](mailto:esanovrahmat2836@gmail.com)

<sup>2</sup>O‘zR FA akad. O.S. Sodiqov nomidagi Bioorganik kimyo instituti 100125  
ORCID: 0000-0002-9447-9133  
[ealisherg@yahoo.com](mailto:ealisherg@yahoo.com)

<sup>3</sup>Toshkent shahridagi Turin politexnika Universiteti,  
ORCID: 0000-0003-3540-7532  
[tulyaganovdilshat@gmail.com](mailto:tulyaganovdilshat@gmail.com)

<sup>4</sup>O‘zR FA akad. O.S. Sodiqov nomidagi Bioorganik kimyo instituti 100125  
ORCID: 0000-0002-4176-3990  
[olim\\_0172@mail.ru](mailto:olim_0172@mail.ru)

<sup>5</sup>O‘zR FA akad. O.S. Sodiqov nomidagi Bioorganik kimyo instituti 100125  
ORCID: 0000-0002-5489-5968  
[gafurovmahmudjon@mail.ru](mailto:gafurovmahmudjon@mail.ru)

<sup>6</sup>Alfraganus Universiteti  
ORCID: 0000-0002-5741-2570  
[esanovrahmat2836@gmail.com](mailto:esanovrahmat2836@gmail.com)  
UDK 541.57 + 547.596 + 544.15

**Annotatsiya.** Bugungi kunda dorivor xususiyatga ega bo‘lgan moddalarning terapevtik mexanizmlarini aniq tushunish, dorilarning molekularlarga ta’sirilar darajasidagi mexanizmlarini aniqlash biokimyo, tibbiy kimyo va kvant kimyoning eng muhim vazifalaridan biri hisoblanadi, chunki ligand-retseptor komplekslarining bog‘lanish va dissotsilanish jarayonlarini tushunish preparatning ta’sir mexanizmini aniqlash, ta’sirini nazorat qilish usullarini ishlab chiqish imkonini beradi. Dorilarning organizm uchun mumkin bo‘lgan nojo‘ya ta’sirlarni minimallashtirish mexanizmlari yoki terapevtik mexanizmlar bo‘yicha juda ko‘p savollarga aniq javoblar yo‘q hamda bugungi kunga qadar bunday jarayonlarni o‘rganish yuzasidan yetarli darajadagi aniq fikrlar ham yo‘q. Bu sohalarda birikmalarning tuzilishi haqida aniq va to‘liq ma’lumotlar muhim rol o‘ynaydi.

Ushbu maqolada biologik faol va supramolekulyar kimyo sohasida muhim ahamiyat kasb etadigan glitsirrizin kislotasining mumkin bo‘lgan dimer shakllari nazariy jihatdan yarim empirik PM6 usulida o‘rganildi. “bosh – dum” (2ta) va “bosh – bosh” va “dum – dum” (2ta) ko‘rinishidagi, jami to‘rtta dimer shakllar hosil qilinib, ularning fazoviy tuzilishlari va hosil bo‘lish issiqliklari tahlil qilindi. Nazariy hisoblashlar natijasida energetik jihatdan maqbul dimer shakl aniqlandi.

**Kalit so‘zlar:** glitsirrizin kislotasi, dimer shakllar, nazariy hisoblashlar, PM6, hosil bo‘lish issiqligi.

### MODELING OF GLYCYRRHIZIN ACID DIMER FORMS BY SEMI-EMPIRICAL PM6 CALCULATION METHOD

**Abstract.** Today, a clear understanding of the therapeutic mechanisms of substances with medicinal properties is one of the most important tasks of biochemistry, medical chemistry, and quantum chemistry, because understanding the processes of binding and dissociation of ligand-receptor complexes is the key to the drug’s effect. to determine the mechanism, to develop methods of controlling the effect. There are no clear answers to many questions about the mechanisms of minimizing the possible side effects of drugs for the body or therapeutic mechanisms, and to date there are no clear enough ideas on the study of such processes. accurate and complete information about the structure of compounds plays an important role in these areas.

In this article, the possible dimer forms of glycyrrhizic acid, which are biologically active and important in the field of supramolecular chemistry, were theoretically studied by the semi-empirical PM6 method. A total of four dimer forms in the form of "head - tail" (2) and "head - head" and "tail - tail" (2)

were formed, and their spatial structures and heats of formation were analyzed. As a result of theoretical calculations, an energetically optimal dimer form was determined.

**Keywords:** glycyrrhizic acid, dimer forms, theoretical calculations, PM6, heat of formation.

**Kirish.** Keyingi 30-40 yil mobaynida tabiiy birikmalar asosida juda ko'p dori vositalari yaratilgan va qo'llanilib kelinmoqda. Tabiiy biologik faol moddalarni kimyoviy modifikatsiya qilish va ular asosida tibbiyotda virusli kasalliklarni davolash, turli xil etiologiyali immunotanqisliklar uchun yangi dori vositalarini yaratish, qishloq xo'jalik ekinlarini himoya qilish hamda yangi biostimulyatorlar olish hozirgi kunda organik va bioorganik kimyoning dolzarb vazifalaridan hisoblanadi. Jadallik bilan rivojlanib kelayotgan supramolekulyar kimyo sohasi qator dori vositalarini molekulyar kapsulalash usullarining yaratilishiga hamda olingan komplekslarning tuzilishini tadqiq etishga, ularning barqarorligini aniqlash imkoniyatlarini berdi. Yangi dori vositalarini yaratishning istiqbolli yo'llaridan biri – bu suvda qiyin eriydigan dori preparatlarini molekulyar kapsulalash usuli yordamida suvda eruvchan shaklga o'tkazib, biota'sirchanligini keskin oshirishdan iborat. Bu sohada biologik faol triterpen kislotalardan bo'lgan glitsirrizin kislotasi (GK) keng qo'llanilmoqda [1,2,3].

Adabiyotlarda GK va uning monoammoniyli tuzining (GKMAT) qator biologik faol birikmalar (antimikrob preparatlar, shishga qarshi vositalar, antioksidantlar) bilan supramolekulyar komplekslari olinib, ularning suvda eruvchanligi yaxshilangan, pirovard natijada biota'sirchanligi ortgan [1,2,3].

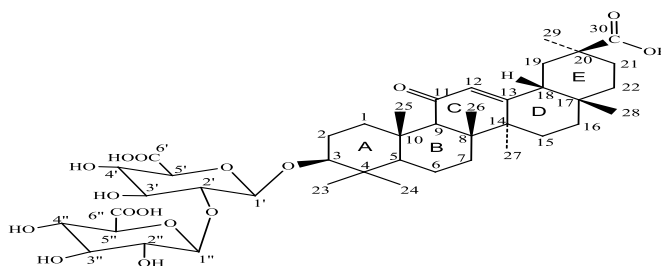
Yaponiyalik olimlar M. Kondo va boshqalar <sup>13</sup>C-YamR usuli yordamida aglikon guruhi va uglevod qismi oxirida joylashgan glyukuron kislotasi karboksil guruhlarining o'zaro ichki molekulyar ta'sirlashuvi hisobiga halqasimon ko'rinish hosil qilishi mumkinligini ko'rsatishgan [4].

Ammo o'zbekistonlik bir guruh olimlar (M.G. Levkovich, N.D. Abdullayev, D.N. Dalimov) nazariy hisob-kitoblar asosida bu halqaning hosil bo'lishi GKning halqa hosil qilmagan holati energiyasidan ancha katta ekanligini hamda halqadagi bo'shliq o'lchami (3.8–4.0 Å) mehmon molekulasining kirishi uchun yetarli emasligini aniqlashgan [5]. Shuningdek, kislota qoldiqlarining karbonil va gidroksil guruhlarining oriyentatsiyasi bir vaqtda ikkita vodorod bog'lari hosil qilishi fazoviy jihatdan noqulay ekanligi ko'rsatilgan.

Yuqoridagi fikrlardan kelib chiqqan holda, ushbu maqolada GKning dimer holatlarini yarim empirik hisoblashlar asosida tahlil qilish maqsad qilib olindi.

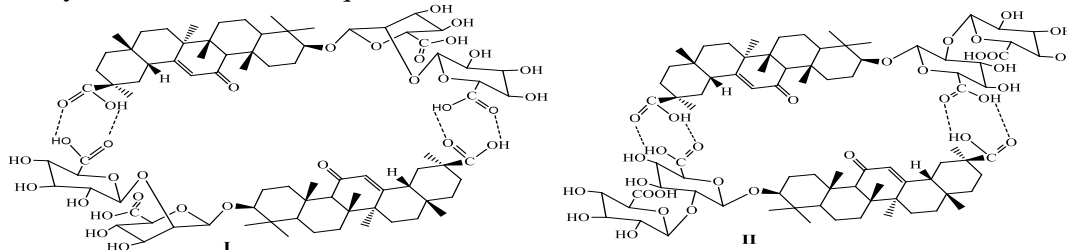
**Tadqiqot metodologiyasi.** GK molekulasining uch o'lchamli geometriyasi ZINC [6] ma'lumotlar bazasidan yuklab olindi. GK molekulasining gipotetik dimer shakllari (modellari) Avogadro dasturida [7] hosil qilindi. Hosil qilingan dimer shakllar uch o'lchamli geometriyalari Mopac-2016 [8] dasturiga kiritilgan PM6 [9] yarim empirik usulida to'liq maqbullashtirildi. Hisoblash natijalari Avogadro dasturida [7] tahlil qilindi.

**Natijalar va muhokama.** O'zR FA Bioorganik kimyo institutida professor D.N. Dolimov boshchiligida GK va GKMAT supramolekulyar komplekslarini olish bo'yicha olib borilgan amaliy tadqiqotlar ushbu molekularning mehmon molekulasiga nisbati 2:1 holatda bo'lishi mumkinligini ko'rsatdi [10]. Masalan, IQ-spektral izlanishlarda 2:1 nisbatdagi kompleksda qo'shbog' sohasida sezilarli o'zgarishlar bo'lishi, ya'ni yutilish chizig'ining 20  $\text{sm}^{-1}$  yuqori chastotali sohaga siljishi aniqlangan [11]. Karboksil guruhlarining yutilish sohasi H-bog' hosil qilganda quyi chastotali sohaga siljishi adabiyotlardan ma'lum. Ammo keton guruhi molekulararo H-bog' hosil qilganda yuqori chastotali sohaga siljishi mumkin [12]. Ushbu holatga muvofiq, GK supramolekulyar komplekslarida  $>\text{C}(11)=\text{O}$  keton guruhi mehmon molekulari bilan H-bog' orqali bog'lanadi deb taxmin qilish mumkin.



1-rasm. GK molekulası tuzılışı

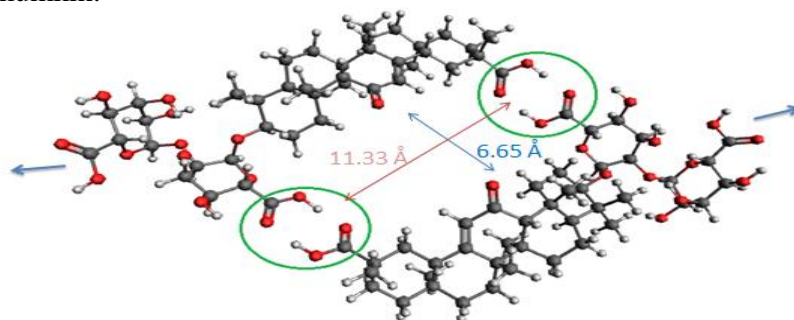
GK molekulası karboksil guruhları o‘zaro dimer hosil qilishda qatnashishi yoki suv molekulari bilan ta‘sirlashishda qatnashishi mumkin. GK molekulası dimer shakllarini tuzishda birinchi navbatda qand qismi C(5'') atomidagi karboksil guruhi va aglikon qismining karboksil guruhi ishtirokida “bosh – dum” ko‘rinishdagi dimer shakl (I, 2-rasm) asosiy ehtimoliy dimer sifatida taklif qilinishi mumkin.



2-rasm. GKning “bosh – dum” ko‘rinishdagi dimer shakllari

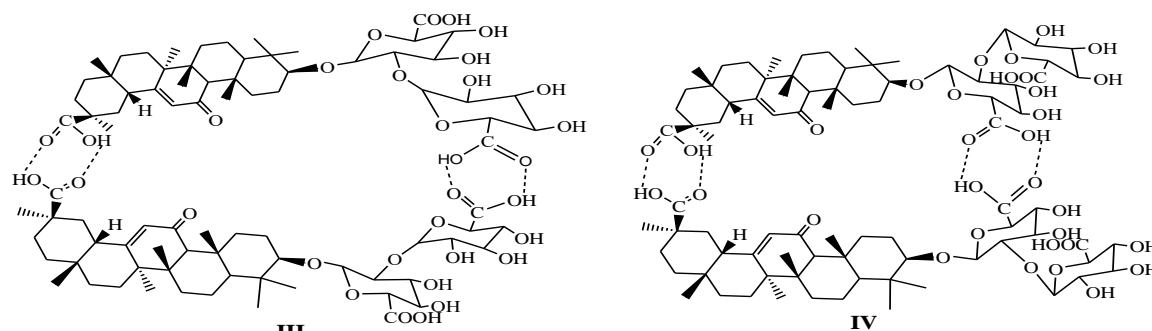
Ammo PM6 usulida ushbu (I) dimer holat to‘liq maqbullashtirilganda C(5') atomidagi karboksil guruhi va aglikon qismidagi  $>C(11)=O$  keton guruhi halqa tekisligiga nisbatan perpendikulyar ( $90^\circ$ ) joylashishi aniqlandi. Bu holatda karbonil yoki karboksil guruhlari ishtirokida H-bog‘ orqali “mehmon” molekulasining bog‘lanishi tashqi sferada yuz beradi. Shu sababli bunday fazoviy tuzilishli GK dimer shakli supramolekulyar komplekslar hosil qila olmaydi.

Keyingi “bosh – dum” ko‘rinishdagi dimer shakl (II), PM6 usulida to‘liq maqbullashtirilganda 6.65 va 11.33 Å uzunlikga ega bo‘shliq hosil bo‘lishi aniqlandi (3-rasm). Ushbu holatda keton guruhlari mehmon molekulalar bilan ichki sferada H-bog‘ hosil qilishi mumkin. II-dimer shakl qand qismi C(5'') atomidagi karboksil guruhi orqali polimer zanjir hosil qilinishi mumkin.

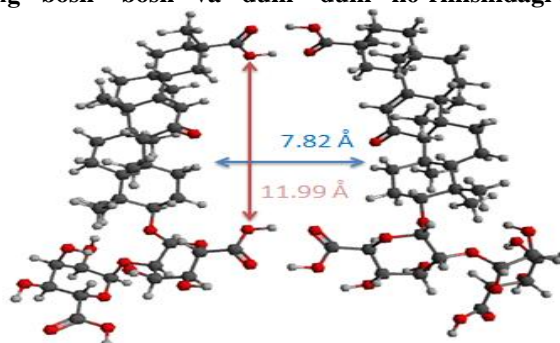


3-rasm. GKning II-dimer shakli

Avogadro [2] dasturida “bosh – bosh” va “dum – dum” ko‘rinishidagi dimer shakllar (III va IV) hosil qilinib (4-rasm), ularning ham uch o‘lchamli geometriyalari PM6 usulida to‘liq maqbullashtirildi. Xuddi I dimer holatdagidek, III dimer holatda C(5'') atomidagi karboksil guruhi va aglikon qismi  $>C(11)=O$  keton guruhi halqa tekisligiga nisbatan perpendikulyar ( $90^\circ$ ) joylashishi aniqlandi. Ushbu holatda ham karbonil yoki karboksil guruhlari ishtirokida H-bog‘ orqali “mehmon” molekulasining bog‘lanishi tashqi sferada yuz berishi mumkin. Ammo IV dimer shakl 7.82 va 11.99 Å o‘lchamli ichki bo‘shliq hosil qiladi va  $>C(11)=O$  keton guruhlari mehmon molekulalar bilan ichki sferada H-bog‘ hosil qilishi mumkin (5-rasm).



4-rasm. GKning “bosh – bosh” va “dum – dum” ko‘rinishidagi dimer shakllari



5-rasm. GKning IV dimer shakli

Tadqiq qilingan nazariy I–IV dimerlarning hosil bo‘lish issiqliklari ( $\Delta H_f$ , kkal/mol) 1-jadvalda keltirilgan. Shuningdek, 1-jadvalda ikkita GK hosil bo‘lish energiyasidan dimer shakllar hosil bo‘lish energiyalarining farqini ko‘rsatuvchi  $\Delta\Delta H_f$  kattalik ham keltirilgan.  $\Delta\Delta H_f$  kattalik monomer shaklga nisbatan dimer shaklning qanchalik darajada maqbulligini ko‘rsatuvchi kattalikdir. I–IV dimerlar uchun PM6 usulida hisoblab topilgan  $\Delta H_f$  va  $\Delta\Delta H_f$  kattaliklar IV dimer shaklning qolganlariga nisbatan energetik jihatdan sezilarli darajada maqbul ekanligini ko‘rsatdi.

Dimer holatlar hosil bo‘lish issiqliklari 1-jadval.

I	II	III	IV
-1521.46	-1521.43	-1522.46	-1528.97
-11.32*	-11.29	-12.32	-18.83

$$*\Delta\Delta H_f = \Delta H_f(\text{dimer}) - 2 \cdot \Delta H_f(\text{GK}),$$

$$\Delta H_f(\text{GK}) = -755.07 \text{ kkal/mol}$$

**Xulosa va takliflar.** Xulosa o‘rnida shuni aytish mumkin, biologik faol triterpen kislotalardan hisoblangan glitsirizin kislotasining mumkin bo‘lgan dimer shakllari nazariy jihatdan yarim empirik PM6 usulida o‘rganildi. Bunda “bosh – dum” (2ta) va “bosh – bosh” hamda “dum – dum” (2ta) ko‘rinishidagi, jami to‘rtta dimer shakllar hosil qilinib, ularning fazoviy tuzilishlari va hosil bo‘lish issiqliklari tahlil qilindi. Bunda nazariy hisoblashlar natijasi energetik jihatdan I–IV dimerlar uchun PM6 usulida hisoblangan  $\Delta H_f$  va  $\Delta\Delta H_f$  kattaliklar ichida IV dimer shaklning qolganlariga nisbatan energetik jihatdan sezilarli darajada maqbul ekanligi aniqlandi. Olingan natijalar GK yangi komplekslarini olishda va komplekslarni kompyuter dasturlarida modellashtirishda qo‘llanilishi mumkin.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Аристанова Т.А., Джиембаев Б.Ж., и др. Матер. Междунар. науч.-практ. конф. «Фармация Казахстана: интеграция науки, образования и производства». – Шимкент (Казахстан). – 2009. – Т. 1. – С.83-86.
2. Медетбеков Б.М., Ордабаева С.К., Аристанова Т.А., Джиембаев Б.Ж. Матер. Междунар. науч.-практ. конф. «Фармация Казахстана: интеграция науки, образования и производства». – Шимкент (Казахстан). – 2009. – Т. 1. – С.125-127.
3. Вавилин В.А., Салахутдинов Н.Ф., и др. Биомед. Хим. –2008. Т. 54(3). – С. 301-313.



4. Kondo M., Minamino H., Okuyama G., Honda K., Nagasawa H., Otani Y. *J.Soc.Cosmet.Chem.* - 1986. - V.37. - P.177-189.
5. M.G.Levkovich, N.D. Abdullaev, D.N. Dalimov., International Workshop on Biotechnology Commercialization and Security. 2003, Tashkent, p.91.
6. T. Sterling, J.J. Irwin. *J. Chem. Inf. Model.* 2015, Vol.55(11).-PP. 2324–2337
7. Hanwell M.D., Curtis D.E., et. al. *J. Cheminform.* 2012, 4, 17.
8. MOPAC2016, James J. P. Stewart, Stewart Computational Chemistry, Colorado Springs, CO, USA, [HTTP://OpenMOPAC.net](http://OpenMOPAC.net)
9. Stewart J. J. P. *J. Mol. Modeling.* -2007. Vol.13, PP.1173-1213.
10. Dalimov D.N., Mirzaahmedov Sh.Y., Tromontano E., and et. al. 7<sup>th</sup> International Symposium on the Chemistry of Natural Compounds. Tashkent. 2007. October 16-18. P.20-21
11. Далимов Д.Н., Юлдашев Х.А., Гафуров М.Б., и др. Труды межд. научно-метод. Конф. «Совершенствование взаимосвязи образования и науки в XXI веке и актуальные проблемы повышения качества подготовки высококвалифицированных специалистов». - Чимкент. 2006. 17-18 март. Т. II. С. 340-343.
12. B. Roy, A. Saha, A. Esterrania, A.K. Nandi. *Soft Matter*, 2010,6, 3337-3345.

## RECEIVING NITROGEN AND PHOSPHORUS IONS IN POLYMERS

**Rakhmankulov Alikul Amirovich**

Karshi Institute of Engineering and Economics

**Khaitaliyev Odiljon Boborajabovich**

Tashkent Scientific Research Institute of Chemical Technology

**Khaidarov Tuymurod Zoyirovich**

Karshi Institute of Engineering and Economics

[tuymurodx@mail.ru](mailto:tuymurodx@mail.ru)

ORCID 0000-0001-8075-6630

ORCID 0000-0003-2459-9815

UDC 541.6:536.4

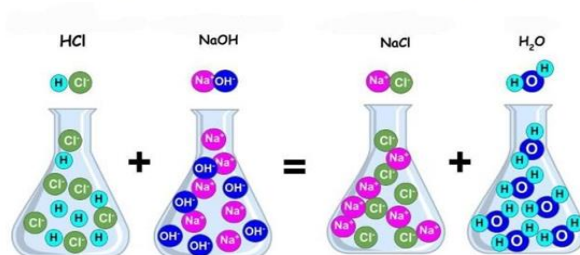
**Abstract:** It is shown that polyacrylamide and ion exchangers containing nitrogen and phosphorus are used in the separation of Fe(III) and Ni(II) ions from them in the sorption state, as well as the presence of acidic or basic characteristic groups. Application of fiber ion exchangers for sorption of various substances from air and cleaning of air from substances of various nature is the most important field of their practical use. Phosphorus, as a key feature of these polymers, favors chemical functionalization and in some cases (bio)degradation, facilitating their use in such therapeutic formulations. The first part of the review details the relevant properties of phosphorus-containing polymers for therapeutic applications and highlights some recent and innovative approaches that provide insight into the state-of-the-art research on phosphorus.

**Keywords:** Polymer, nitrogen, phosphorus, ion, ionites, sorbent, inorganic, cation, element, acid.

**Annotatsiya:** Tarkibida azot va fosfor bo'lgan poliakrilamid va ion almashtirgichlar, ulardan Fe(III) va Ni(II) ionlarini sorbsion holatda ajratishda qo'llanilishi, shuningdek, tarkibida kislotali yoki asosiy xarakterli guruhlar mavjudligi ko'rsatilgan. Havodan turli moddalarni sorbsiyalash va turli tabiatdagi moddalardan havoni tozalash uchun tolali ion almashtirgichlarni qo'llash ulardan amaliy foydalanishning eng muhim sohasidir. Fosfor, bu polimerlarning asosiy xususiyati sifatida, kimyoviy funksionalizatsiyani va ba'zi hollarda (bio) parchalanishni yaxshi ko'radi, bunday terapevtik formulalarda ulardan foydalanishni osonlashishi keltirilgan. Ko'rib chiqishning birinchi qismida fosfor o'z ichiga olgan polimerlarning terapevtik maqsadlarda qo'llanilishiga oid tegishli xususiyatlari batafsil tavsiflangan va fosfor bo'yicha eng zamonaviy tadqiqotlar haqida tushuncha beradigan ba'zi so'nggi va innovatsion metodlar yoritilgan.

**Kalit so'zlar:** Polimer, azot, fosfor, ion, ionitlar, sorbent, noorganik kation element, kislota.

**Introduction:** Ionites, ion exchangers, ion exchange sorbents are polymer or inorganic substances containing ionogenic and (or) complexing groups that can exchange ions when exposed to electrolyte solutions [1].



The chapter is a review covering the most important aspects of fibrous ion exchangers: syntheses, physical chemical properties, equilibria and kinetics of sorption processes, and possible and real fields of their applications. Their properties, methods of preparation, and applications are in many ways different from those of conventional ion exchange resins. Advantages and problems connected with fibrous ion exchangers are considered in the chapter. Sorption of different substances from air and applications of fibrous ion exchangers for air purification from substances of different natures (acid, base, neutral substances, water vapors) is a most important field for their practical use. Fibrous catalysts, color-changing sorbents, and hybrid fibrous sorbents impregnated with nanoparticles of inorganic substances are also described. [1,2].

The effects of covalently bound phosphorus (P-) and nitrogen (N-) bearing groups on the thermal and combustion attributes of polystyrene have been investigated. The necessary chemical modifications were achieved through co- and ter polymerization reactions, in a suitable solvent, under radical initiation conditions. The influence of P-N cooperative interactions on the combustion properties of styrenic polymers was studied. It was found that the thermal stability and combustion characteristics of polystyrene were significantly altered by the presence of nominal amounts of P- and N- containing groups, and, in certain cases, cooperative interactions of these groups were also evident. For instance, the extents of char formation post-degradation of the prepared ter- polymers, as revealed by term gravimetric investigations in an inert atmosphere (nitrogen), were found to be enhanced by more than 20%, as compared to the unmodified polystyrene. The heat release rates and heat release capacities of the ter- polymers, as measured using the pyrolysis combustion flow calorimetric (PCFC) technique, were reduced by almost 50% in comparison to the same parameters obtained for the unmodified counterpart. [3].

Most ionites are practically insoluble solids in amorphous or crystalline form. According to their chemical nature, they are divided into organic, inorganic, mineral-organic, natural and artificial ionites according to their origin. Examples of organic ionites are ion exchange resins, chemically activated coal, peat, cellulose, inorganic ionites are alum inosilicates (zeolites, permutites) and hydroxides, phosphates, cyanides of polyvalent metals. Ionites can absorb positive or negative ions (cations or anions) from a solution of electrolytes (salts, acids, and alkalis) and replace them with equivalent amounts of other ions of the same charge. Ionites are electroneutral due to their counterions under normal conditions. The presence of trapped acidic or basic groups in the composition determines the ionic charge. The movement of counterions determines the ion-exchange property of this ionite. Exchangeable ions are divided into cations and anions, depending on the direction of their charge. Cation ions have active acid groups ( $-\text{SO}_3\text{H}$ ,  $-\text{COOH}$ ) that can exchange hydrogen ions (or other positively charged ions) for metal ions [5,6].

Polymers in which phosphorus is an integral part of the main chain, including polyphosphazenes and polyphosphoesters, have been widely investigated in recent years for their potential in a number of therapeutic applications. Phosphorus, as the central feature of these polymers, endears the chemical functionalization, and in some cases (bio)degradability, to facilitate their use in such therapeutic formulations. Recent advances in the synthetic

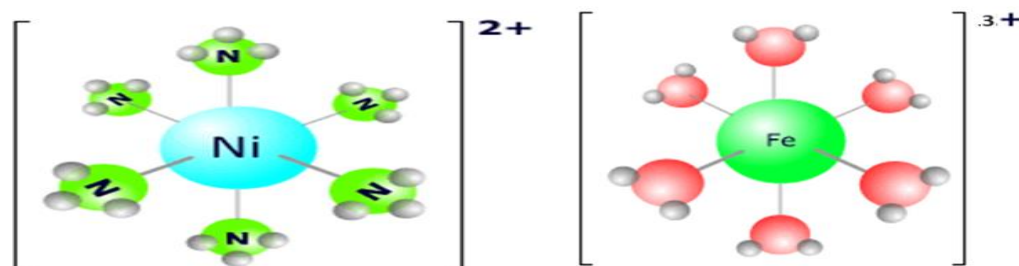
polymer chemistry have allowed for controlled synthesis methods in order to prepare the complex macromolecular structures required, alongside the control and reproducibility desired for such medical applications. While the main polymer families described herein, polyphosphazenes and polyphosphoesters and their analogues, as well as phosphorus-based dendrimers, have hitherto predominantly been investigated in isolation from one another, this review aims to highlight and bring together some of this research. In doing so, the focus is placed on the essential, and often mutual, design features and structure–property relationships that allow the preparation of such functional materials. The first part of the review details the relevant features of phosphorus-containing polymers in respect to their use in therapeutic applications, while the second part highlights some recent and innovative applications, offering insights into the most state-of-the-art research on phosphorus-based polymers in a therapeutic context. [4].

**Research Methodology** Anionites have the main properties. Most of them are high-molecular polymer compounds containing an active basic group ( $\text{—NH}_2$ ,  $\text{—NH—}$ , Ns); they can exchange hydroxyl ions (or other negatively charged ions) for dissolved salt or acid anions. They are used for water softening, extraction of rare metals (gold, uranium, yttrium, etc.) from natural waters, separation and purification of various substances in the food and chemical industries. It is used in analytical chemistry, in ultrapure substances, in the separation of substances such as biologically active substances, proteins, viruses, DNA and RNA, as well as in medicine (purification of blood from toxic substances). Nitrogen and phosphorus ions are important elements in chemistry [5].

Nitrogen ions are anions with N-3 position. The following part of nitrogen ions is carried out in laboratories for professional sampling, for use as genealogical information to trace people.

Phosphorous ions are anions with the P-3 code. They are used in biological processes, for example, in the formation of the main part of the ATP molecule, which is actively processed into proteins [6].

**Results and Discussions** These ions are used in many fields in chemistry, and there are several methods of analysis and synthesis for their use. Ions containing nitrogen and phosphorus grow. Nitrogen (N) and phosphorus (P) are located as two elements in the periodic table. Nitrogen can have an electron configuration of -3, -2, -1, 1, 2, 3. It usually contains N (-3), N(-2), N(1), N(2), N(3) ions. Phosphorus can have an electron structure of -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5. In this case, it may contain P (-3), P(-2), P(-1), P(1), P(2), P(3), P(4), P(5) ions. These ions are used for specific chemical reactions, creating molecules and participating in chemical reactions. For example, nitrogen ions can appear in the form of ammonium, azide, nitrate, nitrite, and phosphorus ions can exist in the form of phosphate, phosphite. To achieve the desired use of these ions, you can use their chemical reactions, syntheses and related periodic tables. There are several ways to obtain nitrogen and phosphorus ions, these ions can be synthesized in a chemical laboratory, isolated from chemical materials, or obtained from natural resources. In order to separate Fe (III) and Ni(II) ions by sorption, first of all, it is necessary to obtain nitrogen (N) and phosphorus (P) ions, and legal sorption, dialysis, electro-dialysis and other methods can be used to obtain these ions [7-10].



To separate Fe(III) and Ni(II) ions by sorption, nitrogen and phosphorus ions can be added to fuel, polymer and other materials. Fe(III) and Ni(II) ions can be separated using separation tools based on this material matrix. Separation of Fe(III) and Ni(II) ions by sorption methods depends on the objective, chemical equipment, matrix materials and separation conditions.

**Conclusion:** In chemical laboratories, many technologies and techniques are available for the study of these species, which help to carry out intensive sorption. You should be familiar with chemical technologists, data, and laboratories before performing these methods to obtain and use nitrogen and phosphorus-bound ions, and Fe(III) and Ni(II) ion sorption experiments.

#### References:

1. Claudia Cobzaru, Vassilis Inglezakis, Chapter Ten - Ion Exchange, Editor(s): Steve Tarleton, Progress in Filtration and Separation, Academic Press, 2015, Pages 425-498, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-384746-1.00010-0>.
2. Kosandrovich Eugeny, Vladimir S.ergeevich Soldatov. Ion Exchange Technology I. 10.1007/978-94-007-1700-8\_9.
3. Alosly Baby, Svetlana Tretsiakova-McNally, Paul Joseph, Malavika Arun. The influence of phosphorus- and nitrogen- containing groups on the thermal stability and combustion characteristics of styrenic polymers// June 2022 Journal of Thermal Analysis and Calorimetry 148(2). 10.1007/s10973-022-11404-6
4. Paul Strasser, Ian Teasdale: Main-Chain Phosphorus-Containing Polymers for Therapeutic Applications. Published online 2020 Apr 8. 10.3390/molecules25071716.
5. Ахророва Раъно Олим Кизи Природные и синтетические иониты. Текст научной статьи по специальности «Наука и образование» 84-86 с.
6. Иониты в химической технологии / Под ред. Б.П. Никольского, П.Г. Романова. Л.: Химия, 1982. 416 с.
7. Тулупов П.Е. Стойкость ионообменных материалов.- М.: Химия, 1984. 231 с.
8. В.П.Васильев. Аналитическая химия. Сборник вопросов, упражнений и задач. -М :Дрофа, 2003-250 с.
9. Growth of carbon nanotubes on catalyst // Universum: химиуа и биологиуа: электрон. научн. журн. Khaidarov T.Z. [и др.]. 2023. 6(108). URL: <https://universum.com/ru/nature/archive/item/15619> (дата обрaшениуа: 15.04.2024).
10. Очистка и выделение углеродных нанотрубок // Универсум: технические науки : электрон. научн. журн. Хайдаров Т.З. [и др.]. 2023. 9(114). УРЛ: [хттпс://7универсум.ком/ру/теч/арчиве/итем/15968](https://7универсум.ком/ру/теч/арчиве/итем/15968) (дата обрaщения: 15.04.2024).

### MINERALLASHGAN MASSADAN FAOLLASHTIRILGAN FOSFORLI O'G'ITLAR OLISH

**B.E. Sultonov**

Namangan davlat universiteti professori, t.f.d.,

**D.S. Xolmatov**

Namangan davlat universiteti dotsenti, (PhD),

**G'Ch. Shodiyev**

Qarshi davlat universiteti Noorganik kimyo kafedra o'qituvchisi

[bse-chemist-68@mail.ru](mailto:bse-chemist-68@mail.ru)

ORCID 0000-0002-7365-529X

UDK.633.8.631.11.

**Annotatsiya.** Maqolada Markaziy Qizilqum (MQ) fosforitlarini yuqori haroratda boyitish saralash bosqichida hosil bo'ladigan fosfat chiqindisi – minerallashgan massadan (MM) ekstraksion fosfat kislotada yordamida faollashtirilgan fosforli o'g'it (FFO') olish bo'yicha olib borilgan tadqiqot natijalari keltirilgan. Ekstraksion fosfat kislotada konsentratsiyalari va miqdorlarini olingan FFO' larni sifat va miqdor ko'rsatkichlariga ta'siri o'rganilgan hamda ularning maqbul konsentratsiyalari va miqdorlari aniqlangan. Maqbul kattaliklarda olingan FFO' quyidagi tarkibga ega (og'ir, %):  $P_2O_{5\text{y.м.м.}}$  – 32,58-33,15;  $P_2O_{5\text{y.з.л.}}$  – 17,26-19,23;  $P_2O_{5\text{с.е.}}$  – 4,49-5,38;  $CaO_{\text{y.м.м.}}$  – 29,12-29,29;  $CaO_{\text{y.з.л.}}$  – 15,66-17,22;  $P_2O_5$  ning suyuq fazaga o'tishi – 0,80-0,92. Bunda holatlarning asosiy sababini EFK konsentratsiyasining ortishi va kislotaning faolligi ortishi bilan tushuntirish mumkin. Ushbu o'g'it namunalariidagi  $P_2O_{5\text{с.е.}}$  larning miqdorlari esa 3,70

va 4,25% ga teng bo'ladi. Bu kattaliklarda  $\text{CaO}_{\text{ymym}}$  va  $\text{CaO}_{\text{y3l}}$  larning qiymatlari esa mos ravishda 29,54 va 29,35% hamda 15,36 va 15,57% ga teng.  $\text{CaO}$  ning nisbiy o'zlashuvchan qiymatlari 18,0- va 21,0%-li EFK asosida olingan FF $\checkmark$  larda mos ravishda 52,00 va 53,05% ga teng b'ylishini keltirilgan natijalardan k'yrish mumkin.

**Kalit so'zlar:** minerallasgan massa, ekstraksion fosfat kislota, kislota konsentratsiyasi, kislota miqdori va faollashtirilgan fosforli o'g'it.

### OBTAINING ACTIVATED PHOSPHORUS FERTILIZERS FROM THE MINERALIZED MASS

**Abstract.** The article presents the results of a study to obtain activated phosphorus fertilizers (AFU) from mineralized mass (MM), which is formed during the sorting of phosphorites of Central Kyzylkums (CK) by high-temperature enrichment using extraction phosphoric acid. The effect of the concentration and amounts of extraction phosphoric acid on the qualitative and quantitative parameters of the obtained APF was studied and their optimal concentrations and amounts were determined. APF obtained in optimal parameters have the following compositions (weight, %):  $\text{P}_2\text{O}_{5\text{t}}$  – 32.58-33.15;  $\text{P}_2\text{O}_{5\text{ac.c.a.}}$  – 17.26-19.23;  $\text{P}_2\text{O}_{5\text{w.s.}}$  – 4.49-5.38;  $\text{CaO}_{\text{t}}$  – 29.12-29.29;  $\text{CaO}_{\text{ac.c.a.}}$  15.66-17.22; the degree of transition of  $\text{P}_2\text{O}_5$  to liquid phase – 0.80-0.92. In this case, the main reason can be explained by increasing the concentration of EFK and increasing the activity of acids.

**Keywords:** mineralized mass, extraction phosphoric acid, acid concentration, amount of acid and activated phosphoric fertilizer.

**Kirish.** Hozirgi vaqtda mamlakatimizda asosiy fosfat xomashyolarining zaxirasi Markaziy Qizilqum (MQ) havzasida joylashgan va bugungi kunda ushbu fosfat xomashyolari (FXA) mamlakatimiz uchun fosforli va fosfor tutgan kompleks o'g'itlar olishda muhim rol o'ynamoqda. Ammo ushbu FXA asosiy komponent bo'lgan  $\text{R}_2\text{O}_5$  bo'yicha past sifatli fosfatlar turiga kiradi. Bundan tashqari ushbu FXA tarkibida katta miqdorda karbonatlar va boshqa keraksiz chiqindi moddalar mavjud bo'lib, bu holat FXA lardan fosforli hamda fosfor tutgan o'g'itlar ishlab chiqarishda qiyin darajadagi texnologik jarayonlarni olib borishni taqozo etadi.

MQ FXA larni fosfat kislotali, ekstraksion fosfat kislota bilan qayta ishlab turli darajadagi fosforli o'g'itlar olish bo'yicha juda ko'plab ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilgan. Ayniqsa ushbu ishlar ichida qo'sh superfosfat olish bo'yicha o'tkazilgan ilmiy-tadqiqot ishlari muhim ahamiyat kasb etadi [1-4]. Olingan natijalar asosida ammosfosfat, qo'sh superfosfat va azot-fosforli o'g'itlar olish texnologik sxemasi va material oqimlari hisoblangan. Qo'sh superfosfat ishlab chiqarishda barabanli quritkich hamda barabanli donadorlash quritkich jihozlari taklif etilgan. Ammosfosfat, qo'sh superfosfat va konsentrlangan azot-fosforli o'g'itlar olishning asosiy texnologik ko'rsatkichlari "Elektrokimyo" AJ qo'shma korxonasi sinovdan o'tkazilgan va tajriba-sinov partiyalari ishlab chiqarilgan. Ushbu ishlarning o'ziga xosligi past sifatli Qizilqum fosforitlardan yuqori ozuqa komponentiga ega bo'lgan fosforli hamda kompleks o'g'itlar olishdir.

S.S. Ortikova va boshqalarning ishlarida [5-9] esa MQ fosforit xomashyolarini termik boyitishning saralash bosqichida hosil bo'ladigan fosfat chiqindisi – minerallasgan massani esa EFK va EFK-sulfat kislota aralashmalari bilan qayta ishlab, faollashtirilgan fosforli va ammosfosfat o'g'itlar olish imkoniyatlari batafsil o'rganilgan.

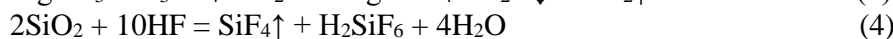
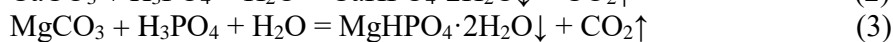
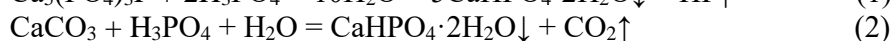
Yuqoridagilardan ko'rinadiki, juda past navli fosfat chiqindilari – MM va FK larni o'g'itlar ishlab chiqarish sohasiga jalb qilish, sodda va iqtisodiy jihatdan arzon texnologiyalar ishlab chiqish bo'yicha ilmiy ishlar olib borilishi kerak. Shu tufayli MQ FXA larini yuqori haroratli boyitish texnologiyasi orqali YUKFK olishda paydo bo'ladigan fosfat chiqindilari – MM va FK larni ekstraksion fosfat kislota asosida faollashtirilgan fosforli o'g'itlar olishning soddalashgan texnologiyasini yaratish zarurati ham mavjud.

Ushbu ishda MQ FXA larini yuqori haroratli boyitish texnologiyasi orqali YUKFK olishda paydo bo'ladigan fosfat chiqindilaridan biri – MMni ekstraksion fosfat kislota (EFK) yordamida qayta ishlash orqali faollashtirilgan fosforli o'g'itlar olish imkoniyatlari o'rganilgan.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Laboratoriya sharoitida tadqiqotlar olib borish uchun quyidagi tarkibga ega bo'lgan minerallashtirgan massadan (MM) foydalanildi:  $P_2O_{5\text{umum.}}$ -14,60%;  $P_2O_5$  o'zli.-3,07%; CaO-43,99%; MgO-1,01%;  $CO_2$ -14,11%;  $Al_2O_3$ -1,04%;  $Fe_2O_3$ -0,89%;  $SO_3$ -1,58%; F-1,30%;  $H_2O$ -1,02%; erimaydigan qoldiq (e.q.)-10,82%; CaO: $P_2O_5$ -3,01. MM ni EFK bilan ta'sirlashtirishda kislotaning 110% me'yor (dikalsiy hosil bo'lishga nisbatan) hamda uning 18,0; 21,0; 24,0 va 27,0% konsentratsiyali eritmalaridan foydalanildi.

MM ni EFK bilan ta'sirlashtirish bo'yicha olib boriladigan laboratoriya tajribalari elektrodvigatel yordamida harakatga keltiriladigan parrakli aralastirgich bilan jihozlangan quvurli shisha reaktorda olib boriladi. Avvaldan o'lgangan MM namunasi reaktorga solinadi, so'ngra asta-sekin o'lgangan miqdordagi EFK qo'shib boriladi. MMning parchalanish jarayonidagi harorat deyarli o'zgarmaydi va 25-30 daqiqa mobaynida boradi.

MM ning EFK bilan ta'sirlashishi natijasida asosan quyidagi kimyoviy reaksiyalar sodir bo'ladi:



Parchalanishdan keyin hosil bo'lgan fosforli o'g'it suspenziyasi vakuumli filtrlash orqali qattiq va suyuq fazalarga ajratiladi. Filtrlashdan hosil bo'lgan nam holdagi faollashtirilgan fosforli o'g'it (FFO') namunalari 80-90oS da quritiladi. Olingan FFO' namunalari va hosil bo'lgan filtratlarning kimyoviy tarkiblari [10-11] larda keltirilgan usullarda tahlil qilinadi.

**Olingan natijalar va ularning muhokamasi.** Olingan natijalar 1-jadvalda keltirilgan. Jadvalda keltirilgan ma'lumotlardan shu narsani ko'rish mumkinki, MM ni EFK bilan ta'sirlashtirishda kislotaning konsentratsiyalarining ortishi FK dagi kabi olingan o'g'itlardagi ozuqa komponentlarining ( $P_2O_{5\text{umum.}}$  va  $CaO_{\text{o'zli}}$ ) miqdorlari sezilarli darajada ortishiga olib keladi. Misol uchun, EFK konsentratsiyasi 15,0 dan 27,0% gacha ortganda  $P_2O_5$  umum. miqdori 32,04 dan 33,67% gacha va  $CaO_{\text{o'zli}}$ .

1-jadval

Faollashtirilgan fosforli o'g'itlarning asosiy tarkibi

Asosiy komponentlar	EFK konsentratsiyalari, %				
	15%-ли ЕФК	18%- ли ЕФК	21%- ли ЕФК	24%- ли ЕФК	27 %- ли ЕФ К
$P_2O_{5\text{umum.}}$	32,04	32,58	33,05	33,46	33,6 7
2-% li limon kislotasi bo'yicha $P_2O_5$ o'zli.	16,34	17,26	18,18	19,09	20,4 4
$P_2O_{5\text{с.е.}}$	4,22	4,49	4,81	5,05	5,32
$\frac{P_2O_{5\text{ўзл.}}}{P_2O_{5\text{umum.}}} \cdot 100\%$	51,00	52,98	55,01	57,05	59,9 9
$CaO_{\text{umum.}}$	29,42	29,29	29,21	29,11	29,0 1
2-% li limon kislotasi bo'yicha $CaO$ o'zli.	15,12	15,66	16,34	16,84	17,6 9
$\frac{CaO_{\text{ўзл.}}}{CaO_{\text{umum.}}} \cdot 100\%$	51,39	53,47	55,90	57,85	60,9 8
Karbonatsizlanish darajasi, %	49,85	52,20	53,87	55,69	57,3 0

Tarkibidagi suvda eruvchan  $P_2O_{5\text{с.е.}}$  ning miqdori ham 4,22 dan 5,32% gacha ortishini

ko'rish mumkin. Olingan o'g'it namunalariidagi  $P_2O_{5o'z}$  va  $CaO_{o'z}$ , o'simlik o'zlashtira oladigan shakllarning nisbiy qiymatlari mos ravishda 51,00 dan 59,99% gacha va 51,39 dan 60,98% gacha ko'tariladi. Minerallashgan massani karbonatsizlanish darajasi 49,85 dan 57,30% gacha ortadi. Bunda holatlarning asosiy sababini EFK konsentratsiyasi ortishi bilan kislotaning faolligi ortishi bilan tushuntirish mumkin. Bundan tashqari olingan o'g'itlar tarkibidagi  $CaO_{umum}$  ni miqdorining ozroq kamayishini (29,42 dan 29,01% gacha) ko'rish mumkin. Bunday holatni EFK konsentratsiyasi ortganda hosil bo'ladigan kalsiy digidrofosfat tuzining ko'proq hosil bo'lishi bilan tushuntirish mumkin. Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek, EFK konsentratsiyalarining barcha qiymatlarini maqbul deb olish mumkin bo'ladi, lekin bugungi kunda sanoat korxonalarida ishlab chiqarilayotgan EFK konsentratsiyalari 18,0-20,0% atrofida bo'lishi hisobga olinsa, uning 18,0-21,0% li eritmalarini maqbul deb olish mumkin bo'ladi.

Keyingi tadqiqotlarda esa faollashtirib olinadigan fosforli o'g'itlardagi asosiy ozuqa komponenti bo'lgan  $P_2O_5$  miqdorini yanada oshirishga qaratildi. Buning uchun minerallashgan massaning EFK bilan parchalash uchun ishlatiladigan miqdori ko'paytirildi, ya'ni uning me'yorlari oshirildi. Buning uchun EFK ning 18,0 va 21,0% li konsentratsiyalari va uning me'yorlari esa 100,0, 110,0, 120,0, 130,0, 140,0 va 150,0% larda olindi. Tajribalarni o'tkazish tartibi yuqoridagi kabi bir xil. Olingan natijalar jamlanmasi 2-jadvalda keltirilgan. Jadvalda keltirilgan natijalaridan shuni ko'rish mumkin, EFK me'yorlarining ortishi olingan o'g'itlarning sifat va miqdor ko'rsatkichlariga sezilarli darajada katta ta'sir ko'rsatadi. Masalan, EFK me'yori 100,0% bo'lganda hamda uning 18,0 va 21,0%-li konsentratsiyalarida olingan FFO' tarkibidagi  $P_2O_{5umum}$  ning miqdorlari mos ravishda 31,25 va 32,21% ga teng bo'ladi. Olingan FFO' tarkibidagi  $P_2O_{5o'z}$  ning qiymatlari esa mos ravishda 15,65 va 16,37% ga teng bo'lib, nisbiy o'zlashuvchan holatiga hisoblanganda ular mos ravishda 50,08 va 50,82% ga tengdir. Ushbu o'g'it namunalariidagi  $P_2O_{5s.e}$  larning miqdorlari esa 3,70 va 4,25% ga teng bo'ladi. Bu kattaliklarda  $CaO_{umum}$  va  $CaO_{o'z}$  larning qiymatlari esa mos ravishda 29,54 va 29,35% hamda 15,36 va 15,57% ga teng.  $CaO$  ning nisbiy o'zlashuvchan qiymatlari 18,0- va 21,0%-li EFK asosida olingan FFO' larda mos ravishda 52,00 va 53,05% ga teng bo'lishini keltirilgan natijalardan ko'rish mumkin. EFK me'yorlarini

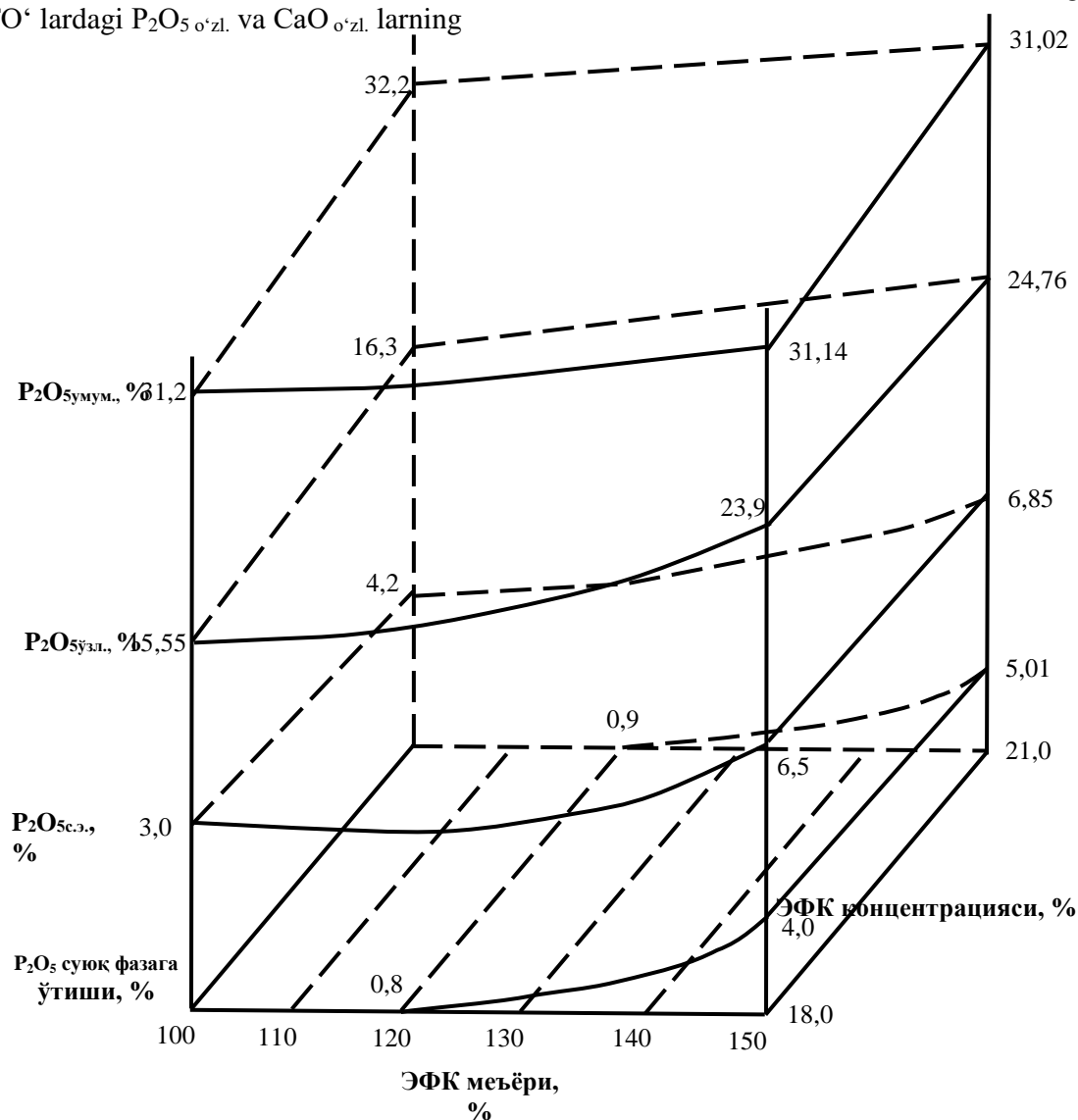
2-jadval

## Faollashtirilgan fosforli o'g'itlarning asosiy tarkibi

Асосий компонентлар.	ЕФК ме'рлари,%											
	100		110		120		130		140		150	
	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К	18% -ли ЕФ К	21% -ли ЕФ К
$P_2O_{5umum}$	31,2 5	32,2 1	32,5 8	33,0 5	32,6 5	33,1 5	32,6 1	32,5 4	32,4 1	32,3 1	31,1 4	31,0 2
2-% ли лим. кис.бўйича $P_2O_{5ўз}$	15,6 5	16,3 7	17,2 6	18,1 8	17,6 2	19,2 3	18,2 6	19,5 4	21,0 8	22,5 7	23,9 4	24,7 6
$P_2O_{5s.e}$	3,70	4,25	4,49	4,81	5,09	5,38	5,65	6,03	6,10	6,43	6,56	6,85
$\frac{P_2O_{5ўз}}{P_2O_{5umum}} \cdot 100\%$	50,0 8	50,8 2	52,9 8	55,0 1	53,9 7	58,0 1	55,9 9	60,0 5	65,0 4	69,8 5	74,9 5	79,8 2
$CaO_{umum}$	29,5 4	29,3 5	29,2 9	29,2 1	29,2 2	29,1 2	29,1 7	29,0 8	28,8 5	28,4 3	27,7 8	26,3 7
2-% ли лим. кис. бўйича $CaO_{ўз}$	15,3 6	15,5 7	15,6 6	16,3 3	16,1 4	17,2 2	16,9 1	18,0 3	19,6 2	20,4 7	21,3 8	21,3 2

$\frac{CaO_{\text{ўзл.}}}{CaO_{\text{умум.}} \cdot 100\%}$	52,0 0	53,0 5	53,4 7	55,9 1	55,2 4	59,1 3	57,9 7	62,0 0	68,0 1	72,0 0	76,9 6	80,8 5
Karbonatsizlani sh darajasi, %	50,8 9	51,9 4	52,2 0	53,8 7	54,3 6	58,5 7	57,0 5	61,2 0	66,5 0	71,0 6	75,9 6	80,0 7
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ning suyuq fazaga o'tishi, %	-	-	-	-	0,80	0,92	1,02	1,64	2,25	2,95	4,04	5,01

ortishi bilan yuqoridagi keltirilgan umumiy qonuniyatlar takrorlanadi. Lekin EFK me'ori 130,0% va undan yuqori qiymatlarida olingan FFO' lardagi P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>umum. ning miqdorlari kamayishi kuzatiladi, buning asosiy sabablaridan biri – bu umumiy fosforning eritmalarga o'tib ketishidir. Ushbu holatni 1-rasmda keltirilgan hajmiy diagrammadan ham ko'rish mumkin. Keltirilgan diagrammadan ko'rinib turibdiki, EFK ning 120% me'orida ikkala konsentratsiyasida ham P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> ning suyuq fazaga o'tishi kuzatiladi. Olingan FFO' namunalariidagi P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>o'zl. va CaO o'zl. larning nisbiy qiymatlari 50% dan kam emas. Umumiy olganda MM asosida FFO' olishda quyidagi kattaliklarni maqbul sharoit deb olish mumkin: EFK konsentratsiyasi – 18,0-21,0% va uning me'yorlari 110,0-120,0%. Ushbu holatda quyidagi tarkibga ega bo'lgan FFO' olinadi (og'ir.,%): P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>umum.-32,58-33,15; P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> o'zl.-17,26-19,23; P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>s.e.- 4,49-5,39; CaOumum.-29,12-29,29; CaOo'zl.-15,66-17,22. Bunda olingan FFO' lardagi P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> o'zl. va CaO o'zl. larning





nisbiy o'zlashuvchanlik qiymatlari mos ravishda 52,98-58,01% va 53,47-59,13% ga teng bo'ladi. Fosforni eritmaga o'tib ketish darajasi, ya'ni uning isrof bo'lishi 0,80-0,92% ga teng bo'ladi, xolos.

**Xulosa.** Markaziy Qizilqum fosforitlarini yuqori haroratda boyitish jarayonlarida hosil bo'lgan fosfat chiqindisi – MM dan EFK yordamida FFO' olish imkoniyatlari o'rganildi. EFK konsentratsiyalari va miqdorlarini olingan o'g'itlarning sifat va miqdor ko'rsatkichlariga ta'siri o'rganildi. Olingan FFO' lar mamlakatimiz qishloq xo'jaligi tomonidan qo'yiladigan talablarga to'liq javob beradi. Ushbu ilmiy-tadqiqot ishi natijalari amaliyotga qo'llansa, MQ fosforitlarini yuqori haroratli boyitishda hosil bo'lgan fosfat chiqindisi – MM ni konsentrlangan fosforli o'g'itlar qayta ishlash imkoniyati paydo bo'ladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Алимов У.К., Намазов Ш.С., Реймов А.М. Нетрадиционный способ переработки фосфоритов Центральных Кизилкумов в стандартные удобрения. //Химическая промышленность, 2014, т. 91. № 8, С. 377-387.

2.Umarbek K. Alimov, Shafoat S. Namazov, Ahmed R. Reymov. Specificities of the recirculating method for Central Kyzylkum phosphorites processing to qualified phosphoric fertilizers //Journal of Chemical Technology and Metallurgy. 50.2.2015 pp.163-170.

3.Алимов У.К., Таджиев С.М., Намазов Ш.С. Кинетические константы фосфорнокислотного разложения фосфоритовой муки из фосфоритов Центральных Кизилкумов // Химическая промышленность сегодня №5 – Москва -2017. С. 30-43.

4.Алимов У.К., Расулов А.А., Намазов Ш.С., Каймакова Д.А. Использование минерализованной массы фосфоритов Центральных Кизилкумов в процессе получения двойного суперфосфата циклическим способом // Химическая промышленность. – Санкт-Петербург, 2017. - т. 94. № 1. - С. 1-10.

5.Алимов У.К., Ортикова С.С., Намазов Ш.С., Реймов А.М., Каймакова Д.А. Рациональный способ решения проблемы переработки забалансовой руды фосфоритов Центральных Кизилкумов на аммофосфатное удобрение // Узбекский химический журнал. - Ташкент, 2015. - № 5. - С.56-60.

6.Ортикова С.С., Алимов У.К., Намазов Ш.С., Сейтназаров А.Р., Беглов Б.М. Фосфорные и азотнофосфорнокальциевые удобрения, получаемые путем фосфорнокислотной переработки забалансовой фосфоритной руды Центральных Кизилкумов // Химическая промышленность сегодня. - Москва, 2016. - №11. - С.13-21.

7.Бадалова О.А., Ортикова С.С., Расулов А.А., Намазов Ш.С., Сейтназаров А.Р., Беглов Б.М. Физико-химические свойства аммофосфата, полученного на основе фосфорнокислотной переработки забалансовой фосфоритной руды Центральных Кизилкумов // Доклады академии наук. - Ташкент, 2016. - №6. - С.53-58.

8.Ортикова С.С., Алимов У.К., Намазов Ш.С., Каймакова Д.А. Односторонние фосфорные удобрения на основе забалансовой руды фосфоритов Центральных Кизилкумов и их водонерастворимая часть // Химическая промышленность. - Санкт-Петербург, 2017. – т.94, №6. - С.309-319.

9.Ortikova S.S., Namazov Sh.S., Seytnazarov A.R., Mirsalimova S.R. Single phosphoric fertilizers based on phosphorus acid activation of the balanced phosphorite ore of Central Kyzylkum // International Journal of Recent Advancement in Engineering & Research. - India, 2018. - Volume 04, Issue 02. - pp. 1-7.

10.ГОСТ 20851.2-75. Удобрения минеральные. Методы определения фосфатов. - М.: ИПК Издательство стандартов, 1997. - 37 с.

11. ГОСТ 24596.4-81. Фосфаты кормовые. Методы определения кальция. - М.: ИПК Издательство стандартов, 2004. - 3 с.

**QO'RG'OSHIN (II) IONINI SORBSION-SPEKTROFOTOMETRIK ANIQLASH****B.R. Normatov**Qarshi davlat universiteti Noorganik kimyo kafedrasida stajiyor tadqiqotchisi  
[normatovb@mail.ru](mailto:normatovb@mail.ru)**O.A. Madatov**O'zMU Kimyo fakulteti Analitik kimyo kafedrasida katta o'qituvchisi.  
[email:o.madatov@mail.ru](mailto:o.madatov@mail.ru)**S.B. Raximov**O'zMU Kimyo fakulteti Analitik kimyo kafedrasida dotsenti.  
[raximov\\_s87@mail.ru](mailto:raximov_s87@mail.ru)**Z.A. Smanova**O'zMU Kimyo fakulteti Analitik kimyo kafedrasida mudiri k.f.d. professor  
[zulayho1670@gmail.com](mailto:zulayho1670@gmail.com)

ORCID ID: 0009-0005-3069-1118

UDK 543.243:546.817

**Annotatsiya:** Qo'rg'oshin (II) ionini sorbsion-spektrofotometrik aniqlash uchun 2,2'-(1,8-Digidroksi-3,6-disulfonaftilen-2,7-bisazo) bisbenzenarson kislotasi, 2,7-Bis(2-aronofenilazo) xromotrop kislotasi (Arsenazo-III) analitik reagent sifatida tavsiya etildi. Qo'rg'oshin (II) ionini 2,2'-(1,8-Digidroksi-3,6-disulfonaftilen-2,7-bisazo) bisbenzenarson kislotasi, 2,7-Bis(2-aronofenilazo) xromotrop kislotasi yordamida aniqlashning maqbul sharoitlari taklif qilindi. Poliakrilonitril tolasini polietilenpoliamin bilan ishlov berilib so'ngra monoxloroasetik kislotasi bilan ketma-ket modifikatsiyalash mahsuloti bo'lgan PPM-1 ga immobilizatsiya qilingan Arsenazo III bilan qo'rg'oshin (II) ionini o'zaro kompleks hosil qilishi o'rganildi. Arsenazo III qo'rg'oshin (II) ionini aniqlashda tanlab tasir etuvchan, yuqori samarali bo'lgan analitik reagent tavsiya etilgan. Dastlab Arsenazo III PPM-1 ga immobilizatsiya qilish xususiyatlari, so'ngra metall ion bilan kompleks hosil qilishining analitik xossalari spektrofotometrik usulda o'rganilgan. Hosil bo'lgan kompleksning tuzilishi turli spektroskopik usullar bilan o'rganildi. Qo'rg'oshin ionini tolaga immobilizatsiya qilingan reagentlar bilan hosil qilgan komplekslarining tuzilishi, mexanizmi nur yutish hamda infraqizil spektroskopik tahlili bilan isbotlandi.

**Kalit so'zlar:** Arsenazo III, immobilizatsiya, molyar so'ndirish koeffitsienti, sorbsion-spektrofotometriya, qo'rg'oshin, Buger-Lambert-Ber qonuni

**SORPSION-SPECTROPHOTOMETRIC DETERMINATION OF LEAD (II) ION**

**Abstract:** 2,2 - ( 1 , 8 - Dihydroxy - 3 , 6 - disulfonaphthylene- 2,7 - bisazo) bisbenzenearsonic acid, 2, 7 - Bis ( 2 - arsonophenylazo) for sorption -spectrophotometric determination of lead (II) ion ) chromotropic acid (Arsenazo-III) was recommended as an analytical reagent. Determination of lead (II) ion using 2,2-(1,8 - Dihydroxy-3,6-disulfonaphthylene- 2,7- bisazo) bisbenzenearsonic acid, 2,7-Bis(2-arsonophenylazo) chromotropic acid acceptable conditions were offered. It was studied that polyacrylonitrile fiber was treated with polyethylene polyamine and then formed a cross-complex of lead (II) ion with Arsenazo III immobilized on PPM-1, a product of sequential modification with monochloroacetic acid. Arsenazo III is a selective, highly efficient analytical reagent for the determination of lead (II) ion. First, the immobilization properties of Arsenazo III to PPM-1, and then the analytical properties of complex formation with metal ions were studied by spectrophotometric method. The structure of the resulting complex was studied by various spectroscopic methods. The structure and mechanism of lead ion complexes with fiber immobilized reagents were proved by light absorption and infrared spectroscopic analysis.

**Keywords:** Arsenazo III, immobilization, molar extinction coefficient, sorption-spectrophotometry, lead, Bouguer-Lambert-Beer law.

**Kirish.** So'nggi yillarda ilm-fan, ishlab chiqarish va sanoat sohasining rivojlanishi, yangi texnologik jarayonlarning ishlab chiqarishga joriy etilishi natijasida insonning atrof-muhitga ta'siri sezilarli darajada ortib bormoqda. Buning natijasida turli xil chiqindilar tarkibidagi qo'rg'oshin ionlari tirik organizmlarga va atrof-muhitga jiddiy xavf tug'dirmoqda. Ushbu metall ionlarning miqdorini oqova suvlarda va yerusti suvlarida tahlilini olib borish ekoanalitiklar oldida turgan asosiy va dolzarb vazifalaridan biri hisoblanadi. Organizmga tushgan qo'rg'oshinning asosiy miqdori qizil qon tanachalarida va suyaklarda (4-50 %)

yig'iladi. Depolardagi qo'rg'oshin ionlari uzoq vaqt (hatto butun hayot davomida) saqlanib, u yerdan qonga o'tib organizm zaharlanishining doimiy xavfini yaratadi.

Qo'rg'oshinning havodagi REChm —0,01 mg/m<sup>3</sup> ni tashkil etadi. Organizmga Pb(CH<sub>3</sub>COO)<sub>2</sub> ning 145 mg/kg miqdorda tushishi o'lim bilan tugaydi. Qo'rg'oshin bilan zaharlanish oqibatida milklarda dog'lar paydo bo'ladi, nerv sistemasi ishdan chiqadi, ichki a'zolarida qattiq og'riq paydo bo'ladi. Kamquvvatlik, bosh aylanishi, hushdan ketish, falajlanish hollari kelib chiqadi. Bu metall ionining CH- guruhlarga bo'lgan moyilligi yuqori bo'lib, u qator fermentlar va oqsillarning shu guruhlari bilan komplekslanib, ular faolligining kamayishiga olib keladi [1]. Shu nuqtayi nazardan tabiiy va chiqindi suvlar og'ir metall ionlarini konsentratsiyasini aniqlash ekologik muammolardan hisoblanadi. Shunday qilib, metallarning miqdorini oldindan aytish, keyinchalik ularni turli usullar bilan konsentratsiyasini aniqlash talab qilinadi [2,3]. Qo'rg'oshin ionlarini aniqlashning ko'plab usullari mavjud bo'lib, ularning ichida sorbsion-spektrofotometrik usullar alohida o'rin tutadi. Qotishmada Pb(II) ni to'g'ridan to'g'ri spektrofotometrik aniqlash, 5-bromo-2-gidroksil-3-metoksibenzaldegid-4-gidroksibenzoilgidrazon yordamida biologik va suv namunalari, turli xil real namunalardagi qo'rg'oshin (II) ni aniqlash uchun tezkor, sezgir va selektiv bo'lgan spektrofotometrik usul ishlab chiqilgan. 5-bromo-2-gidroksi-3-metoksi benzaldegid-fidroksibenzoy gidrazon Pb (II) bilan tampon eritmasida yashil rangli eruvchan kompleks [Pb (II) -5-BGMBGBG] hosil qiladi. Maksimal absorbsiya pH=7,0-9,0 oralig'ida kuzatilgan [3]. Pb (II) va Cu (II) ionlarini aniqlash uchun elektrosintezlangan benzol sulfonik kislotaga qo'shilgan polipirolga asoslangan yangi lyuminestsent sensor ishlab chiqilgan. Zaharli og'ir metallarni aniqlash uchun lyuminestsent sensorlar sifatida o'tkazuvchan organik polimerlar (COPs) tavsiya qilingan. Tavsiya etilgan sorbsion -ftorimetrik sensori suv namunalari zaharli og'ir metall ionlari aniqlash uchun qo'llash mumkin [4,5,7]. Polimer matritsada immobilizatsiyalangan alizarin-3-metilamino-N,N-diasetik kislotaga yordamida marganetsni aniqlashning yangi, yuqori samarali usuli. Mn(II) ioni bilan kompleksining spektroskopik signallari mos ravishda 500 va 580 nm da; Mn(II) ioni uchun analitik usulning aniqlash chegarasi 0,02 µg/ml; ishlatilgan reagentning selektivligi AMADAA/PPP, Ca(II), Mg(II), Cd(II), Zn(II) va Fe(II) ishtirokida Mn(II) ioni uchun juda yuqori bo'lgan [8]. Immobilizatsiyalangan 4,5-dihidroksinaftalin-2,7-disulfonik kislotaga disodiy tuzi digidrat yordamida Cr (VI) ionlarini aniqlashning samarali va tejamkor usuli yuqori selektivlik va sezgirlikka ega yangi analitik reagent qo'llanilgan [9,10].

**Tadqiqot metodologiyasi.** Qo'rg'oshin nitrat tuzining dastlabki eritmasi (6,04·10<sup>-4</sup> M) Pb(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> (DST- 4236-77) Sankt-Peterburg ZAO «UNIXIM») dan 0,2000 g analitik tarozida tortib olinib, 1000 ml standart o'lchov kolbasiga solindi va bidistillangan suv yordamida belgisigacha yetkazildi. Ishchi eritmalarini 3,86·10<sup>-5</sup> M tayyorlash uchun boshlang'ich eritmalar suyultirildi. 2,2' - (1,8-Digidroksi-3,6 - disulfonaftilen - 2,7 - bisazo) bisbenzenarson kislotasi, 2,7 - Bis ( 2 - arsonofenilazo ) xromotrop kislotaga ( ARS -3 ) (HO)<sub>2</sub> C<sub>10</sub>H<sub>2</sub> (SO<sub>3</sub>H)<sub>2</sub> ( N=N C<sub>6</sub>H<sub>4</sub>AsO<sub>3</sub>H<sub>2</sub> )<sub>2</sub> 776,37 g/mol ) ( DST- 1668-00-4 ) ( Arsenazo III ) eritmasini tayyorlash uchun 0,0030 g reagent tortib olinib 1000 ml kolbaga solinib belgisigacha distillangan suv qo'shildi. Eritma 30 sutkagacha barqaror bo'ladi. Tahlil jarayonlari va darajalash egrisini chizish uchun bir turdagi eritmalaridan foydalanildi. Har xil muhitlarni hosil qilishda oldindan tayyorlab qo'yilgan turli pH lardagi atsetatli bufer eritmalaridan foydalanildi.

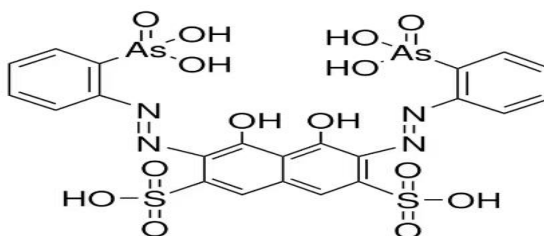
Tolasimon sorbent sifatida gidroksilamin bilan faollashtirilgan poliakrilonitril (PAN) tolasini polietilenpoliamin (PEPA) va monoxlorsirka kislotasi bilan ketma-ket modifikatsiyalash mahsuloti bo'lgan PPM-1 toladan foydalanildi. PPM-1 tolasi PAN tolani eritadigan erituvchilarda erimaydi va boshlang'ich PAN ga nisbatan kislotalar va ishqorlarga barqarorligi bilan ajralib turadi.

Tolasimon sorbent 0,2000 g dan analitik tarozida o'lchab olindi. O'lchab olingan qattiq holatdagi tolasimon sorbent 0,1 M xlorid kislotaning standart eritmasida bir sutka

mobaynida bo'ktirib qo'yildi, so'ngra distillangan suv yordamida pH-7 ga kelguncha yuvildi va maxsus idishlarda saqlandi.

**Olingan natijalar va ularning muhokamasi:** Arsenazo III reagenti bilan Pb (II) ionini kompleks hosil qilishi uchun optimal muhit pH=5-6 oralig'i tanlab olindi. Bu muhitni hosil qilishda atsetatli bufer eritmadan foydalanildi. Komponentlarning qo'shilish ketma-ketligi reagent+bufer+metall da eng katta optiq zichlikka ega bo'ldi. Keyingi jarayonlar shu ketma-ketlikda olib borildi.

**Immobilangan reagentlarni olish usuli:** Bir nechta tolasimon polimer sorbentlar sinab ko'rildi va tanlab olingan tolasimon sorbentning statik almashinish (SAS mg-ekv/g) va dinamik almashinish sig'imlari o'lchandi. Ulardan keyingi ishlarda qattiq tolasimon tashuvchilar sifatida foydalanildi. Dinamik almashinish sig'imini aniqlash maqsadida dastlabki o'lchab olingan sorbentning ma'lum og'irlikdagi namunasi diametri 10 mm bo'lgan maxsus kolonkaga joylashtirildi, undan 1,0 M HCl eritmasi ma'lum tezlikda o'tkazildi, so'ngra tola distillangan suv yordamida pH-7 ga qadar yuvildi va alikvot qism (25 sm<sup>3</sup>) 0,1 M li ishqor eritmasi bilan metil oranj ishtirokida titrlandi.

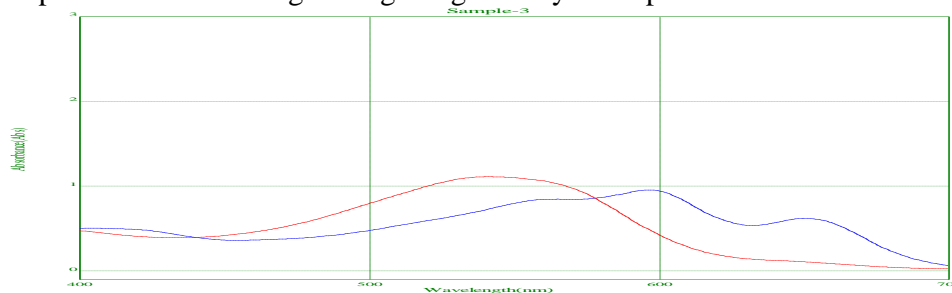


**1-pacm. 2,2'-(1,8-Digidroksi-3,6-disulfonaftilen-2,7-bisazo) bisbenzenarson kislotasi, 2,7-Bis(2-arsenofenilazo) xromotrop kislotaning molekulyar tuzilishi**

**Aniqlash uslubi:** 25 ml li o'lchov kolbalariga  $1 \cdot 10^{-4}$  M li 2,0 ml Arsenazo III ni eritmasi, 5,0 ml bufer eritma, 60 mkg/ml li Pb (II) tuzi eritmasidan 1 ml dan solindi va kolbaning belgisigacha distillangan suv bilan suyultirilib aralashtrildi. Hosil bo'lgan kompleks birikmaning yutilish spektri taqqoslash eritmaga nisbatan qatlam qalinligi  $l=1,0$  sm standart bo'lgan kvarts kyuvetadan foydalanilgan holda spektrofotometr "UV-1800" da o'lchandi. Reagentning yutilish spektri esa solishtirma eritmaga nisbatan o'lchandi. Ushbu keltirilgan yutilish spektrlari bo'yicha Arsenazo III reagenti Pb(II) kompleksining maksimal optik zichlik qiymati nur yutish sohasining  $\lambda_{komp}=610$  nm da joylashgan, Arsenazo III reagentining maksimal optik zichligi nur yutish sohasining pastroq to'lqin uzunligida ya'ni  $\lambda_R=540$  nm da kuzatildi ( $\Delta\lambda=70$  nm). Hosil bo'lgan kompleks birikmaning yuqori optik zichligi qiymatidan foydalanib ( $\lambda=610$  nm to'lqin uzunlikda)  $\epsilon_k$  molyar so'ndirish koeffitsientini ( $\epsilon$ ) topildi.

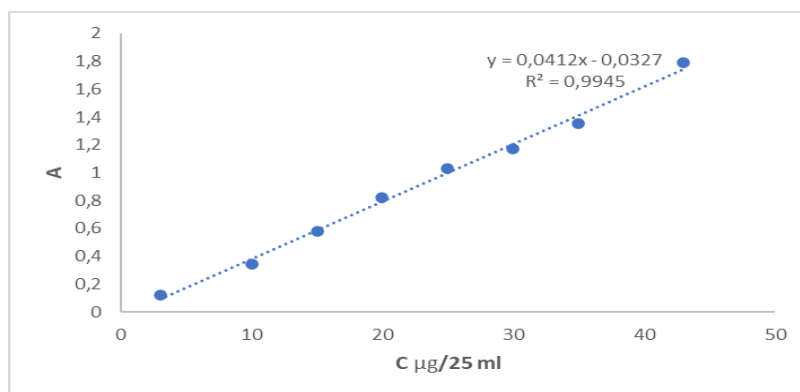
$$\epsilon_k = A/C \cdot l = 22055$$

Kompleks birikma va reagentning olingan nur yutish spektrlari 3- rasmda keltirilgan.



**2-rasm. Arsenazo III reagent va uning qo'rg'oshin (II) ioni bilan kompleksining nur yutish spektrlari.**

Arsenazo III bilan Pb (II) ioni kompleks hosil qilishining Buger-Lambert-Ber qonuniga bo'ysunishi o'rganildi. Olingan natijalar 3-rasmda keltirildi.



3-rasm. Kompleksni Ber qonuniga bo'ysunish grafigi.

Olingan natijadan ko'rinadiki, Buger-Lambert-Ber qonuniga bo'ysunish sohasi 0,12-1,7 mkg/ml oralig'ida kuzatildi, bundan yuqori konsentratsiyada to'g'ri chiziqdan chetlanish yuzaga keladi.

1-jadval

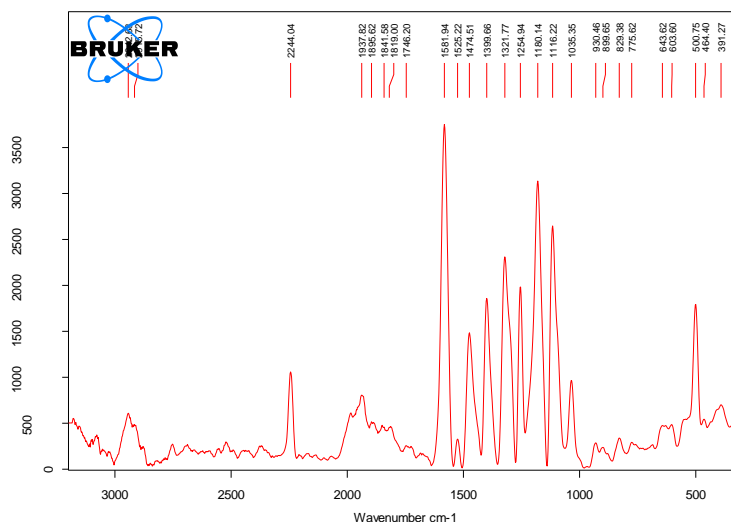
Qo'rg'oshin (II) ionini Arsenazo III reagenti bilan hosil qilgan kompleksining spektral tasnifi ( $l = 1,0$  sm,  $C_{Pb^{2+}} = 60$  mkg)

Kompleks rangi	pH	$\lambda$ , HR nm	$\lambda$ , MeR nm	$\Delta\lambda$	$C_{Pb^{2+}}$ mkg/ml	$\epsilon_k$ , $10^4$	Sendel bo'yicha sezgirlik, mkg/sm <sup>2</sup>
Binafsha	5-6	540	610	70	60	2,2	0,002448

Ishlab chiqilgan usulning Sendel bo'yicha sezgirlik ko'rsatkichi mkg/sm<sup>2</sup> 0,001 birlikda nur yutilishi quyidagicha topildi:

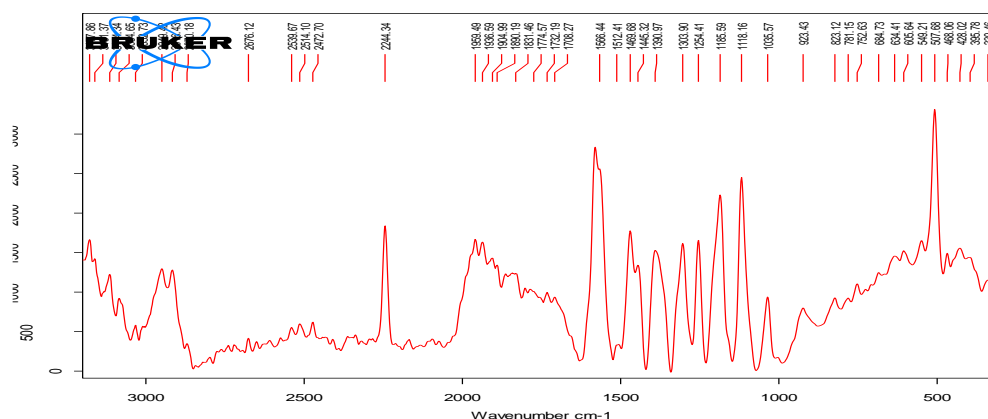
$$S.b.s = \frac{60 \cdot 1,0 \cdot 0,001}{0,98 \cdot 25} = 0,002448 \text{ mkg/sm}^2$$

Yuqorida keltirilgan tahlil natijalardan ko'rinib turibdiki, reaksiya katta kontrastlikka ( $\lambda=70$  nm) va yaxshi sezgirlikka ( $S.b.s = 0,002448$  mkg/sm<sup>2</sup>) ega ekan.



4-rasm. PPM-1 tashuvchiga Arsenazo III reagentning immobilashdan keyingi Roman spektri (Bruker Bravo 3300-300 sm<sup>-1</sup> 2021)

Tadqiqot davomida olingan namuna Roman-spektridagi tebranish chastotalari tegishli: 3100 sm<sup>-1</sup> sohada Ar-H bog'i uchun xos bo'lgan kuchsiz tebranish yutilishlari, 2928 va 2856 sm<sup>-1</sup> sohalarda C-H tebranishlari, 2244sm<sup>-1</sup> sohada CN bog'ining valent tebranishi, 1581-1474 sm<sup>-1</sup> sohada Ar halqa uchun xos bo'lgan tebranish yutilishlari, 1018-1185 sm<sup>-1</sup> sohada SO<sub>3</sub> guruh tebranishi, 500-344 sm<sup>-1</sup> sohalarda As-O tebranishi hisobiga tebranish chastotalari kuzatilishi aniqlandi.



**5-rasm. PPM-1 tashuvchiga immobillangan Arsenazo III reagentining metall ion bilan kompleksining Roman spektri**

Roman spektridagi tebranish chastotalari tegishli:  $3277\text{cm}^{-1}$  sohada O-H guruhlar valent tebranishi,  $3100\text{ cm}^{-1}$  sohada Ar-H bog' i uchun xos bo'lgan kuchsiz tebranish yutilishlari,  $2928$  va  $2856\text{ cm}^{-1}$  sohalarda C-H tebranishlari,  $2244\text{ cm}^{-1}$  sohada CN bog'ining valent tebranishi,  $1566\text{-}1469\text{ cm}^{-1}$  sohalarda Ar halqa uchun xos bo'lgan tebranish yutilishlari,  $1018\text{-}1185\text{ cm}^{-1}$  sohada  $\text{SO}_3$  guruh defarmatsion tebranishi,  $600\text{-}684\text{ cm}^{-1}$  sohalarda Pb-O bog'larning valent tebranishi,  $549\text{ cm}^{-1}$  sohada Pb-O defarmatsion tebranishi va  $507\text{-}340\text{ cm}^{-1}$  sohalarda As-O tebranishi hisobiga tebranish chastotalari kuzatilishi aniqlandi.

**Xulosa.** Qo'rg'oshin (II) ionini sorbsion-spektrofotometrik aniqlash uchun Arsenazo III analitik reagent sifatida tavsiya etildi. Qo'rg'oshin (II) ionini Arsenazo III reagenti bilan kompleks hosil qilishining maqbul sharoitlari topildi. Qo'rg'oshin ionini tolaga immobillangan reagentlar bilan hosil qilgan komplekslarining tuzilishi, mexanizmi nur yutish hamda roman spektroskopik tahlili bilan isbotlandi. Tashuvchi sorbent sifatida tanlab olingan PPM-1 tolasiga reagentni immobillashda Arsenazo III ni  $-\text{SO}_3\text{H}$  guruhi, metall ion bilan kompleks hosil bo'lishida esa  $-\text{OH}$  va  $-\text{N}=\text{N}-$  ishtirok etishi izohlandi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Masharipov S. «Tibbiy kimyo» o'quv qollanmasi -Toshkent 2018.
2. Лурье Й.Й. Справочник по аналитической химии. -М.:Химия. 1989. С. 446-445.
3. Коростилев П.П. Приготовление растворов для химико-аналитических работ. -М.: Наука. -1981. - 202 с.
4. Basargin N.N., Oskotskaya E.R., Karpushina G.I., Senchakov V.G., and Rozovskii Y.G. Preconcentration and Determination of Traces of Heavy Metals with Polymer Chelating Sorbents in the Analysis of Natural and Waste Water // J. Analytical chemistry-2003–Vol. 58 –No. 7. –P. 617-619.
5. Saritha B., Giri A. Sreenivasulu Reddy T. Journal of Chemical and Pharmaceutical Research (2014).
6. Ribeiro J. M.Rodrigues F. J.Tavares C.J. Journal of Alloys and Compounds (2023), 10.1016/j.jallcom.2023.168751
7. Utkir Madatov Samariddin Rakhimov Dilbar Shahidova Zulayho Smanova Basant Lal & Elyor Berdimurodov International Journal of Environmental Analytical Chemistry Article | Published Online: 13 Dec 2022 | Views: 68 | Citations: 3
8. Bunyod Bobojonov Utkir Madatov Xilola Usmanova Smanova Zulayho Ulug'bek Ahmadjonov Muslum Demir & show all International Journal of Environmental Analytical Chemistry Article. Published Online: 16 Jul 2023. Views: 26
9. Лурье Й.Й. Справочник по аналитической химии. -М.:Химий. 1989. С. 446-445.
10. Li Zh., Zhang Y., Wang R., Jiang D. Separation, preconcentration and determination of lead, cadmium and iron using cloud point extraction with flame atomic absorption spectrometry. Journal of Applied Spectroscopy. Volume 89, pages 371-380, (2022) Published: 06 June 2022.

## EKO DIZEL YOQILG'ISIGA DEPRESSOR QO'NDIRMALAR QO'SHISH ORQALI BULUTLANISH VA MUZLASH HARORATINING O'ZGARISHI

**Sirojiddinov I.L.**

Toshkent kimyo-texnologiya ilmiy tadqiqot instituti doktoranti

**Vafoyev O.Sh.**

Toshkent kimyo-texnologiya ilmiy tadqiqot instituti katta ilmiy xodimi,

**Nurqo'lov F.N.**

Toshkent kimyo-texnologiya ilmiy tadqiqot instituti laboratoriya mudiri,

**Jalilov A.T.**

Toshkent kimyo-texnologiya ilmiy tadqiqot instituti direktori.

[ismoil.sirojiddinov@mail.ru](mailto:ismoil.sirojiddinov@mail.ru)

ORCID:0009-0006-2752-4746

UDK62.21474

**Annotatsiya.** Depressor qo'ndirmalar qo'shimchali EKO sinfidagi sovuqda muzlamaydigan dizel yoqilg'isini ishlab chiqarish uchun asos sifatida yoqilg'i ishlab chiqarish uchun gidrotozalangan yozgi va qishki dizel yoqilg'isi hamda gidrotozalangan fraksiyadan iborat ikki komponentli aralashmani qo'llash taklif qilindi. Ushbu komponentlarni aralashtirish bizga muzlash oralig'ini sezilarli darajada kengaytirish va quyilish qismini cho'zish imkonini beradi, shuningdek, n-parafinlarning molekulyar og'irligi bo'yicha taqsimlanishini moslashtiradi. Tadqiqotlar asosida sovuqda saqlash paytida cho'kindi barqarorligi talablariga javob beradigan EKO sinfidagi sovuq iqlim uchun dizel yoqilg'isini ishlab chiqarish uchun optimal qo'shimchalar taklif qilindi. Yozgi yoqilg'ining asosiy aralashmadagi ulushi 15 dan 25 % gacha bo'lishi mumkin, samolyot yoqilg'isi ishlab chiqarish uchun 10 dan 30% og'irlikdagi fraksiyalar ishlatiladi. Kompozitsiyaga arzonroq yozgi dizel yoqilg'isi kiritilishi tufayli qo'shimcha iqtisodiy samaraga erishiladi.

**Kalit so'zlar:** Depressor, komponent, bulutlanish harorati, muzlash harorati, past harorat.

### CHANGE OF CLOUDING AND FREEZING TEMPERATURE BY ADDING DEPRESSOR DEVICES TO ECO DIESEL FUEL

**Abstract.** It was proposed to use a two-component mixture consisting of hydrotreated summer and winter diesel fuel and a hydrotreated fraction for the production of fuel as a basis for the production of ECO class diesel fuel that does not freeze in the cold with the addition of depressor devices. Mixing these components allows us to significantly expand the freezing range and extend the pour point, as well as adjust the molecular weight distribution of n-paraffins. On the basis of research, optimal additives for the production of diesel fuel for cold climates of the ECO class, which meet the requirements of sediment stability during cold storage, were proposed. The share of summer fuel in the main mixture can be from 15 to 25%, fractions from 10 to 30% by weight are used for the production of jet fuel. Additional economic efficiency is achieved due to the inclusion of cheaper summer diesel fuel in the composition.

**Keywords:** Depressor, component, cloud point, freezing point, low temperature.

**Kirish.** Hozirgi vaqtda shimoliy kengliklarning barcha me'yoriy hujjatlariga javob beradigan, shuningdek, iste'molchilar talablariga javob beradigan, sovuqda muzlamaydigan dizel yoqilg'isi bilan ta'minlash muhim ahamiyatga ega. O'zbekistonda sovuqda muzlamaydigan markali dizel yoqilg'isini ishlab chiqarish bo'yicha tadqiqotlarga asoslangan ushbu yoqilg'i, bundan buyon matnda DĖ-A deb nomlanadi [1]. DĖ-A ishlab chiqarishda ishlab chiqarilgan dizel yoqilg'isining umumiy hajmining atigi 2,2% ni tashkil qiladi.

O'zbekiston rahbariyati yoqilg'i-energetika sanoatini modernizatsiya qilishga qaratilgan bir qator qarorlar qabul qildi. Kelajakda neftni qayta ishlashni rivojlantirish neftni qayta ishlash chuqurligi va ishlab chiqarilayotgan neft mahsulotlari sifatini oshirish hisobiga amalga oshiriladi [2].

Hududning yarmidan ko'pi o'rtacha sovuq va O'zbekiston uchun past qattiqlashgan neft mahsulotlarini, ayniqsa DĖ-A bilan ta'minlash masalasi dolzarbdir.

Depressor qo'ndirma qo'shimchalarning vazifasi past haroratlarda yoqilg'ining suyuqligini yaxshilashdir, bunda yoqilg'i tarkibidagi qattiq parafinlar eritmadan ajrala boshlaydi. Ular kerosin mumi kristallarini o'zgartirib, ularni kichraytiradi va ularning

to'planishi va o'sishining oldini oladi, bu esa avtomobilning yonilg'i tizimida cheklovlarga olib kelishi ehtimolini kamaytiradi.

Depressor qo'ndirma qo'shimchasi quyidagi past harorat xususiyatlarini yaxshilaydi: filtrlash qobiliyati chegaralangan harorat va quyish nuqtasi. Zamonaviy qo'shimchalar haqiqiy ish sharoitida dizel yoqilg'isining filtrlash chegarasi harorati va ish faoliyatini samarali optimallashtiradi. Ular kerosin mumi kristallarining hajmini cheklaydi, bu esa dizel dvigatelining yonilg'i tizimlarida yonilg'ining filtrlar va kichik diametrlı liniyalardan oqib o'tishiga imkon beradi. Qo'shimchalari hozirda Yevropada, shuningdek, dunyoning boshqa ko'plab hududlarida qishda keng qo'llaniladi.

Shunday qilib, past haroratli xususiyatlarni yaxshilaydigan qo'shimchalar ish sharoitida dizel yoqilg'isining samarali ishlashini ta'minlaydi. Ammo saqlash sharoitida, tortishish ta'sirida qattiq kerosinlarning mayda qilingan kristallarini bak tubiga cho'ktirish jarayoni sodir bo'lishi mumkin. Bundan tashqari, avtomobil bakining pastki qismida kerosin mumlarini cho'ktirish uning past haroratlarda ishlashiga salbiy ta'sir ko'rsatishi mumkin.

So'nggi o'n yillikda ishlab chiqilgan PCHOOQ (parafin cho'kishining oldini oladi) va KCHOOQ (kerosin cho'kishini kamaytirish orqali suyuqlikni yaxshilaydi) qo'shimchalari eng yangi turdagi qo'shimchalardir. Ular saqlash vaqtlari va avtomobil yonilg'i baklari tubida qattiq mumlarning cho'kishiga qarshi turishga qodir. Bu yerda qo'shimchalaridan foydalanishning sinergiyasini (qo'shma harakat) qayd etish kerak. Sinergiya shundan iboratki, ikkinchisining qo'shilishi kristall hajmini standartga qaraganda ancha katta darajada cheklashi mumkin[3-7].

**Tadqiqot metodologiyasi.** Usullarning mohiyati yoqilg'i namunasini sovutish va bulutlanish nuqtasini, birinchi kristallarning ko'rinishini va uglevodorod kristallarining yo'qolishini aniqlashdan iborat.

Namunalarni tayyorlash ishdan oldin ularni yaxshilab aralashtirishdan iborat. Namuna harorati 18-20<sup>0</sup>C bo'lishi kerak. Keyinchalik namunalar qo'sh devorli quruq probirkalarga quyiladi. Probirkalarning har biri termometr va aralashtirgichli tiqin bilan yopiladi. Termometrning simob rezervuari probirkada pastki qismdan 15 mm masofada va devorlardan teng masofada joylashgan bo'lishi kerak. Eritma kreostatga quyiladi va qurilma ishga tushiriladi. Kreostatdagi harorat xona haroratidan 15-17 <sup>0</sup>C pastga tushganda, namunasi bo'lgan probirka qurilmaga tushiriladi, so'ngra harorat asta-sekin pasayadi.

**Sinovni o'tkazish:** Sovutish vaqtida namuna oraliqda aralashtirgich bilan 20 s doimiy ravishda aralashtiriladi va 15s dam oldiriladi. Termometr kutilayotgan bulutli nuqtaga yaqin haroratni ko'rsatganda, probirka kreostatdan chiqariladi va loyqalikni kuzatish uchun etalon namunaga solishtiriladi. Agar yoqilg'i shaffof standartga nisbatan bulutli bo'lmasa, probirka yana kreostatga tushiriladi. Namuna haroratining har bir keyingi 1 <sup>0</sup>C ga pasayishi bilan u standart bilan solishtirish uchun olinadi. Namunada aralashtirish bilan yo'qolmaydigan ko'rinadigan loyqalik paydo bo'lganda, harorat qayd etiladi. Sinov qilingan yoqilg'ida loyqalik paydo bo'lishi kuzatiladigan harorat ushbu yoqilg'i namunasining bulutli nuqtasi sifatida qabul qilinadi.

Bu usul qo'shimchalarsiz dizel yoqilg'ilarining bulutli nuqtasini aniqlaydi va turli miqdorda qo'shimchalar qo'shilishi bilan sinovlar o'tkazadi.

Neft mahsulotlarining qotib qolishi kerosinli uglevodorodlarning ajralib chiqishi bilan bog'liq bo'lib, ular neft mahsulotida hali suyuq holatda bo'lsa-da, parallel joylashgan zanjirli molekulalar to'dalarini hosil qilishga moyil bo'ladi.

Usulning mohiyati sinovdan o'tgan neft mahsuloti namunasini xona haroratiga qadar qizdirish va keyin uni ma'lum tezlikda kesish harakatsiz qoladigan haroratgacha sovutishdan iborat.

Bulutlanish nuqtasi aniqlangandan so'ng, dizel yoqilg'isi namunalarini yoqilg'ining muzlash nuqtasini aniqlash uchun kreostatda sovutish davom etadi.

ALH-1, ALG-2, STN, SMK, GAL-1, EAL-2 depressor qo'ndirmalarni qo'shish orqali



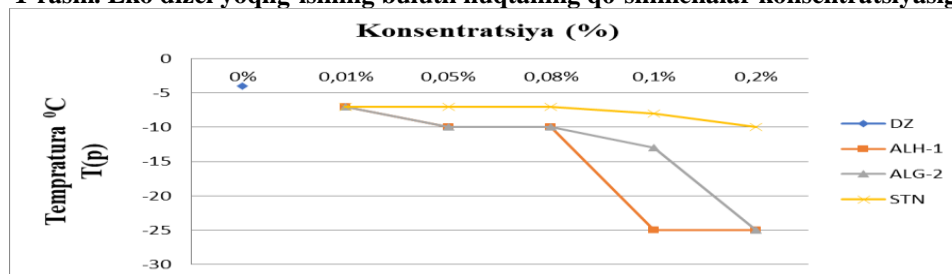
EKO dizel yoqilg'isiga bulutlanish va muzlash haroratining pasayishini amalga oshirildi.

**Natijalar va muhokama.** EKO dizel yoqilg'ilarining bulut, muzlash, filtrlash chegara nuqtasi va suyuqlik haroratining o'zgarishlar dinamikasi 1-6-rasmlarda keltirilgan. EKO dizel yoqilg'ilarining past haroratli xususiyatlarini o'zgartirish maqsadida qo'shilgan qo'shimchalar miqdoriga bog'liqligi va yoqilg'ining uglevodorod tarkibi hamda ushbu qo'shimchani qo'shish samaradorligi o'rtasidagi bog'liqlik ko'rsatilgan.

Bulutlanish nuqtasini aniqlash maqsadida EKO dizel yoqilg'isiga turli xil depressor qo'ndirmalarni qo'shish orqali eng yuqori samaradorlikka ega qo'ndirma aniqlandi. ALH-1, ALG-2, STN, SMK, GAL-1, EAL-2 depressor qo'ndirmalarni samaradorligi yuqorisi ALH-1, ALG-2, GAL-1 qo'ndirmalar ekanligini bulutli nuqtasi  $-9^{\circ}\text{C}$  dan  $-25^{\circ}\text{C}$  gacha o'zgarganligi ko'rsatadi. STN, SMK qo'ndirmalar qo'shilganda EKO dizel yoqilg'isining bulutli nuqtasi o'zgarmaganligini ko'rish mumkin bo'lsa, qo'ndirmalarning past samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatadi.

Bulut nuqtasining qo'shilgan qo'shimchalar miqdoriga bog'liqligi 1,2-rasmda ko'rsatilgan.

**1-rasm. Eko dizel yoqilg'isining bulutli nuqtaning qo'shimchalar konsentratsiyasiga bog'liqligi**

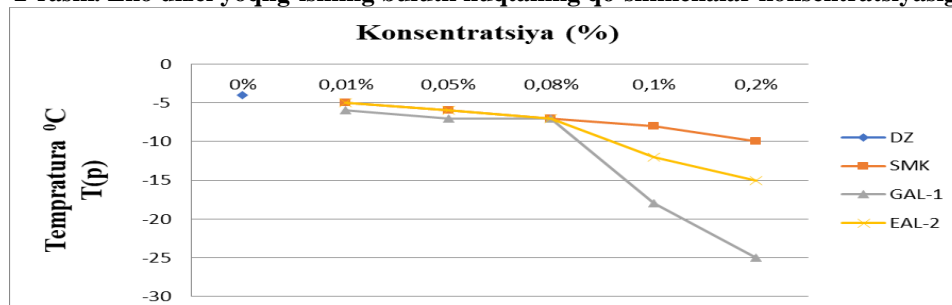


**ALH-1-** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati;

**ALG-2 -** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati;

**STN-** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati.

**2-rasm. Eko dizel yoqilg'isining bulutli nuqtaning qo'shimchalar konsentratsiyasiga bog'liqligi**



**SMK-** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati;

**GAL-1-** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati;

**EAL-2-** namunaning bulutlanish qobiliyatining chegara harorati.

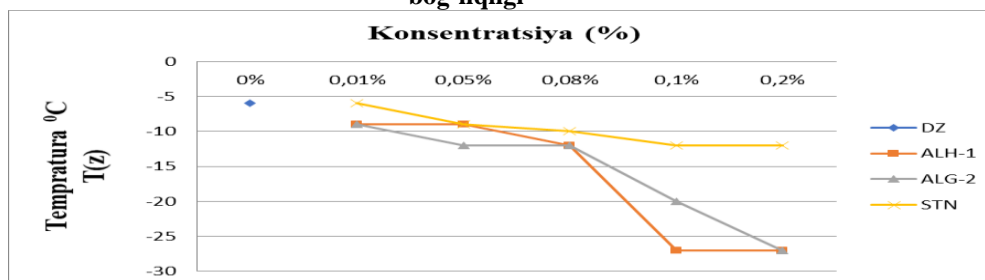
Dizel yoqilg'ilarining past haroratli xususiyatlarini o'zgartirish darajasining qo'shilgan qo'ndirmalar miqdoriga bog'liqligi va yoqilg'ining uglevodorod tarkibi hamda ushbu qo'shimchani qo'shish samaradorligi o'rtasidagi bog'liqlik ko'rsatilgan.

Olingan ma'lumotlarni tahlil qilib aytishimiz mumkinki, depressor qo'ndirma **ALH-1** va **ALG-2** -sonli namunalar qo'shilganda muzlash nuqtasini kamaytirishga eng katta ta'sir ko'rsatdi. **ALH-1** namunaning muzlash nuqtasi  $-9^{\circ}\text{C}$  dan  $-25,5^{\circ}\text{C}$  gacha kamaydi. Eng katta modifikatsiya effekti yoqilg'i hajmining 0,1% qo'shimcha miqdori bilan erishildi. **ALG-2** namunaning muzlash nuqtasi  $-9^{\circ}\text{C}$  dan  $-25,5^{\circ}\text{C}$  gacha kamaydi, modifikatsiya effekti yoqilg'i hajmining 0,2% qo'shimcha miqdori bilan erishildi, bu dizel yoqilg'isining biz tanlagan qo'shimcha bilan muvofiqi haqida gapiradi. O'zgartirilgan past harorat ko'rsatkichlari bo'yicha **ALH-1** dizel yoqilg'isi dizel yoqilg'isining yozgi navlari toifasidan qo'shimchalar orqali qishki toifaga (mo'tadil iqlim sharoitida  $-25,5^{\circ}\text{C}$ ) o'tkazilishi mumkin

bo'ladi. Namunaga qo'shilgan 0,1% qo'shimchani muzlash nuqtasida eng yuqori yaxshilanishga erishildi.

Namuna **STN** uchun bu qo'shimchani muzlash nuqtasining o'zgarishiga sezilarli ta'sir ko'rsatmadi. Bu kuzatish shuni ko'rsatadiki, ushbu qo'shimchani **STN** namunada qo'llash samarasizdir. Muzlash chegarasi haroratining o'zgarishlar dinamikasi 3,4-rasmlarda keltirilgan.

3-rasm. Eko dizel yoqilg'isining muzlash nuqtaning qo'shimchalar konsentratsiyasiga bog'liqligi



**ALH-1**- namunaning muzlash harorati;

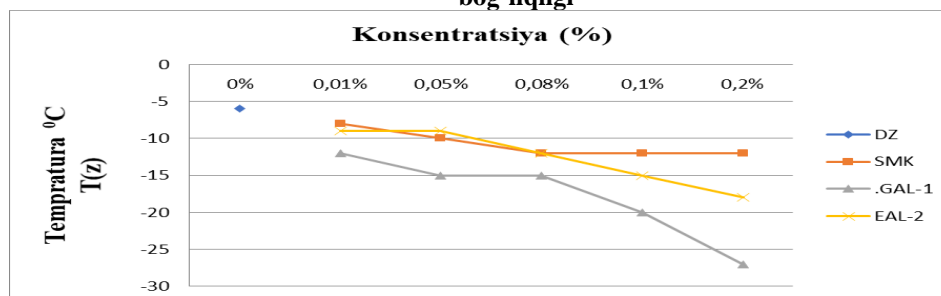
**ALG-2**- namunaning muzlash harorati;

**STN**- namunaning muzlash harorati.

Olingan ma'lumotlarni tahlil qilib aytishimiz mumkinki, depressant qo'shimchasi **EAL-2** va **GAL-1** -sonli namunalardagi muzlash nuqtasini kamaytirishga eng katta ta'sir ko'rsatdi. **EAL-2** namunaning qo'shilishi EKO dizel yoqilg'isining muzlash nuqtasi  $-9^{\circ}\text{C}$  dan  $-15,5^{\circ}\text{C}$  gacha kamaytiradi. Modifikatsiya effekti yoqilg'i hajmining 0,2% qo'shimcha miqdori bilan erishildi. **GAL-1** namunaning muzlash nuqtasi  $-9^{\circ}\text{C}$  dan  $-25,5^{\circ}\text{C}$  gacha kamaydi, eng katta modifikatsiya effekti yoqilg'i hajmining 0,2% qo'shimcha miqdori bilan erishildi, bu dizel yoqilg'isining biz tanlagan qo'shimcha bilan eng yaxshi muvofiqligi haqida ko'rsatma beradi. O'zgartirilgan past harorat ko'rsatkichlari bo'yicha **GAL-1** dizel yoqilg'isi dizel yoqilg'isining yozgi navlari toifasidan, qishki toifaga (mo'tadil iqlim sharoitida  $-25,5^{\circ}\text{C}$ ) o'tkazilishi mumkin. Namunaga qo'shilgan 0,2% qo'shimchani muzlash nuqtasida eng yuqori yaxshilanishga erishildi.

Namuna **SMK** uchun bu qo'shimchani muzlash nuqtasining o'zgarishiga ko'rinadigan ta'sir ko'rsatmadi. Bu kuzatish shuni ko'rsatadiki, ushbu qo'shimchani **SMK** namunada qo'llash samarasizdir.

4-rasm. Eko dizel yoqilg'isining muzlash nuqtaning qo'shimchalar konsentratsiyasiga bog'liqligi



**SMK**- namunaning muzlash harorati;

**GAL-1**- namunaning muzlash harorati;

**EAL-2**- namunaning muzlash harorati.

**Xulosa va takliflar.** Olingan ma'lumotlarni tahlil qilib aytishimiz mumkinki, depressor qo'shimchasi **STN** va **ALG-2** -sonli namunalarda maksimal filtrlash haroratini kamaytirishga eng katta ta'sir ko'rsatdi. PDP namuna uchun filtrlash imkoniyati chegarasi harorati  $-3^{\circ}\text{C}$  dan  $-6^{\circ}\text{C}$  gacha kamaydi. Eng katta modifikatsiya effekti yoqilg'i hajmining 0,2% qo'shimcha miqdori bilan erishildi.

**ALG-2** namuna uchun filtrlash chegarasi harorati  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$  dan  $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$  gacha kamaydi, bu dizel yoqilg'isining biz tanlagan qo'shimcha bilan eng yaxshi muvofiqligi haqida gapiradi. Namunaga qo'shilgan 0,2% qo'shimchani muzlash nuqtasida eng yuqori yaxshilanishga erishildi.

Namuna **ALH-1** uchun bu qo'shimcha filtrlash qobiliyatini cheklovchi haroratning o'zgarishiga kam ta'sir ko'rsatdi. Bu kuzatish shuni ko'rsatadiki, ushbu qo'shimchani **ALH-1** namunada qo'llash samarasizdir.

Namuna **STN, SMK** uchun bu qo'shimcha bulut va muzlash haroratining qobiliyatini cheklovchi haroratning o'zgarishiga kam ta'sir ko'rsatdi. Bu kuzatish shuni ko'rsatadiki, ushbu qo'shimchani **STN, SMK** namunada qo'llash samarasizdir.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Е.В.Носова, В.Н.Сапригина. Экспериментальное исследование качества дизельного топлива. Вестник ИрГТУ- №6 (53) - 2017.- С. 69-70.
2. Бобров Н.Н., Воропай П.И. Применение топлив и смазочных материалов. – М.: Недра, 1998. – 488 с.
3. Заварухина Й.Б., Смирнова Л.А., Башкатова С.Т. - Влияние поверхностной стивности присадок на степен дисперсности и на эксплуатационные свойства топливной дисперсной системы. - Ж. «Химия и технология топлив и масел», 2008, №1,с.20-22.
4. Минибаева Л.К. Присадки к дизельным топливам на основе побочных продуктов нефтехимических производств ОАО «Газпром нефтехим Салават» / Минибаева Л.К., Манзуллина Л.И., Баулин О.А. // 62-ая научно-практической конференция студентов, аспирантов и молодых ученых УГНТУ: тез. докл. конференции. – Уфа. - 2011. – С. 85.
5. Егоркина Й.Б., Башкатова С.Т. - Композиционная многофункциональная присадка «КМ-1», повышающая качество Российских дизельных топлив до Европейского уровня. - Ж. «Технологии нефти и газа», 2012, №1, с. 30.
6. Мухторов Н.Ш., Хамидов Б.Н., Убайдуллаев Б.Х. Механизм действия и синтез депрессорной присадки на основе алкилметакрилатов для дизельного топлива и масел // Научно-технический журнал ФерПИ. 2016, Том 20, №2, с.183-185.
7. Амер М. А. Физико-химические свойства дизельных топлив в условиях подземного хранения. – М.: Нефть и газ, 2008. – 237 с.
8. Носова Е. В., Сапригина В.Н. Экспериментальное исследование качества дизельного топлива. Вестник ИрГТУ- №6 (53) - 2017.- С. 69-70
9. Бобров Н.Н., Воропай П.И. Применение топлив и смазочных материалов. – М.: Недра, 1998. – 488 с.
10. Митусова Т.Н., Калинина М.В. Дизельные и биодизельные топлива. Нефтепереработка и нефтехимия, 2018. - №10. – С.11-14.

**TABIY SHAROITDA EREMURUS M. BIEB. TURKUMI AYRIM TURLARINING MORFOLOGIK XUSUSIYATLARI****Abdullayev Davlatali**

O‘zR FA Toshkent botanika bog‘i kichik ilmiy xodimi

[davlatali.1991@mail.ru](mailto:davlatali.1991@mail.ru)

ORCID 0000-0003-3274-1973

UDK 581.52

**Annotatsiya.** Maqolada *Eremurus* turkumi turlarining yer yuzi bo‘ylab tarqalishi va tan olingan ma‘lumotlar bazasiga kiritilgan turlar soni keltirilgan. O‘zbekiston florasida tarqalgan *Eremurus* turkumi ayrim turlarining O‘zbekiston florasida I tomida Vvedenskiy keltirilgan asosiy morfometrik ko‘rsatkichlari bilan dala tadqiqotlarimiz davomida o‘rganilgan turlarning morfometrik ko‘rsatkichlari qiyosiy tahlil etilgan va namunalar yig‘ilgan, turlarning florada uchrashini aks ettiruvchi GAT xaritalari tayyorlangan. Tadqiqotlarimizda turkumning 11 turi o‘rganilgan bo‘lib, shundan 4 turi O‘zbekiston Respublikasi Qizil kitobiga mansub turlar hisoblanadi. Qizil kitobga mansub turlardan *E. robustus* ni 4 ta populyatsiyasi, *E. aitchisoni*, *E. alberti*, *E. lactiflorus* turlarining 1 tadan populyatsiyalaridan olingan natijalar keltirilgan. Keng tarqalgan turlarni ham 1 tadan 4 tagacha populyatsiyalaridan olingan natijalar bayon etilgan.

**Kalit so‘zlar:** *Eremurus*, flora, botanik-geografik okrug, populyatsiya, Qizil kitob, GAT xarita, GPS koordinata.

**Abstract.** The article presents the distribution of species of the genus *Eremurus* across the globe and the number of species included in the recognized database. The main morphometric indicators of some species of the genus *Eremurus*, widespread in the flora of Uzbekistan, given by Vvedenskiy in volume I of “Flora of Uzbekistan”, were compared with the morphometric indicators of the species studied during our field research, and GAT maps were compiled, reflecting the occurrence of collected species in the flora. In our studies, 11 species of the genus were studied, 4 of which are listed in the Red Book of the Republic of Uzbekistan. 4 populations of *E. robustus*, *E. aitchisoni*, *E. alberti* from species listed in the Red Book. The results obtained on 1 population of the *E. Lactiflorus* species are presented. Also presented are results obtained from 1 to 4 populations of common species.

**Keywords:** *Eremurus*, flora, botanical-geographical region, population, Red Book, GAT map, GPS coordinates.

**Kirish.** Yer yuzida Asphodelaceae Juss. oilasining 40 turkumga mansub 900 dan ortiq turlari tarqalgan [1]. Hozirga qadar IPNI (2024) ma‘lumotlar bazasiga ko‘ra, turkumning 116 taksoni ro‘xatga olingan, oxirgi 20 yil ichida turkumning 5 taksoni kiritilgan [2].

Ilmiy manbalarda dunyo miqyosida *Eremurus* turkumining yer yuzida tarqalishi bo‘icha turlar soni har xil keltiriladi. W. Li et al. (2020) ma‘lumotiga ko‘ra, yer yuzida turkumning 45-50 turi [3], POWO (2024) ma‘lumotlar bazasiga ko‘ra, 59 turi tarqalganligi keltirilgan [4] (1-rasm).



1-rasm. *Eremurus* turkum turlarining yer yuzida tarqalishi [POWO, 2024].

Turkum geografiyasi asosan Markaziy Osiyo, Afg‘oniston, Eron, g‘arbda Qrim va Kavkazda, sharqda Oltoy va Xitoyda, janubi-sharqiy Mo‘g‘listonda, Shimoli-g‘arbiy Hindiston hududlarida tarqalgan [5].

Turkumning Eron florasida 24 turi [6], Shimoli-sharqiy Ruminiyada 4 turi [7], Turkmanistonda 9 turi [8], Kavkazda 4 turi [9], Afg‘onistonda 20 turi [10] tarqalgan.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili: *Eremurus* M. Bieb. – turlari urchuqsimon etli ildizli, ildizpoyali, rivojlanish ritmiga ko‘ra efemeroid hisoblanadi. Turkumning ko‘p vakillari manzarali, ozuqabop [11] uchuvchan va biologik faol moddalar saqlovchi o‘simliklar sifatida o‘rganilgan [12].

O'rta Osiyo – *Eremurus* turkumining kelib chiqishi markazi va turlarining xilma-xilligi eng yuqori bo'lgan hudud hisoblanadi. O'rta Osiyo janubiy tog'lari turkumining kelib chiqishida katta ahamiyatga ega bo'lib, R. V. Kamelin [13] fikriga ko'ra, mahalliy floraning farqli xususiyatlaridan biri sifatida ajralib turadi. “Флора Узбекистана” [14] va “Определитель растений Средней Азии” birinchi jildida [15] A.I. Vvedenskiy keltirgan ma'lumotlarga ko'ra, O'zbekiston hududida *Eremurus* turkumining 20 turi uchrashi qayd etilgan. F.O. Xasanovning (Xasanov, 2016) so'nggi yillardagi ilmiy ishlarida 28 turini [16] hamda K.Sh. Tojibayevning (Tojibayev va boshq., 2014) qo'shimchalari bilan O'zbekiston hududida turkumning 32 turi uchrashi qayd etilgan [17]. O'zbekiston Respublikasining Qizil kitobiga (Qizil kitob, 2019) turkumning 12 turi kiritilgan [18].

#### Tadqiqotning material va metodlari.

Tadqiqotning materiallari 2016-2019-yillarda amalga oshirilgan dala tadqiqotlari davomida yig'ilgan *Eremurus* turkumi turlari ma'lumotlariga asoslangan. Tur tarqalishini aks ettiruvchi GAT xaritalar ArcGIS 10.0 dasturi orqali amalga oshirildi.

Tadqiqotning dolzarbligi – *Eremurus* turkumi Markaziy Osiyo florasida ahamiyatli va muhofaza qilinadigan turlarga boy bo'lib, turkum vakillarini morfologik ko'rstikichlarini tadqiq qilish turlarning sistematik o'rnini aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Tadqiqotning maqsadi – *Eremurus* turkumi ayrim turlarining asosiy morfometrik ko'rsatkichlarini O'zbekiston florasida I tomida keltirilgan ma'lumotlar bilan qiyosiy tahlil qilish.

Tadqiqot obekti - O'zbekiston florasida tarqalgan *Eremurus* turkumining ayrim turlari.

#### Natijalar va muhokama.

Turli populyatsiyalar tekshirilishida “O'zbekiston florasida I tomida keltirilgan o'simliklarning asosiy morfometrik ko'rsatkichlari hisobga olindi (1-jadval) va turlarning sistematik o'rnini A.I. Vvedenskiy ma'lumotlari bo'yicha keltirildi (5: 398-410).

Jadval 1

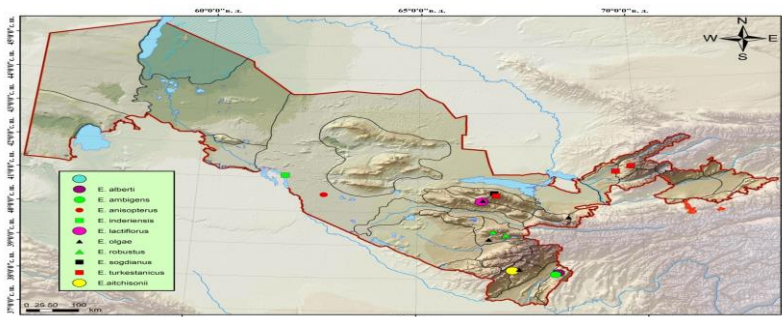
Tabiiy sharoitda *Eremurus* turkumi ayrim turlarining morfologik xususiyatlari (*min-max*)

Turlar	Terilgan joy	Yil	N	Tashqi barg eni, sm	O'simlik balandligi, sm	Shingil uzunligi, sm
<i>E. aitchisonii</i> Baker	Boysun. Qizilnavur N38.240486, YE 67.094156	2016	10	3,4-8	112-165	42-78
	Flora Uzbekistana			3-5-(8)	70-120	20-45
<i>E. alberti</i> Regel	Bobotog'. Chagam N38.161604, E68.10252	2019	16	1,4-2,9	35-91	18-61
	Flora Uzbekistana			(1)-1,5-2	(25)-40-80	(7)-20-50
<i>E. ambigens</i> Vved.	Bobotog'. Arg'amchi qish. N38.112546, E68.035534	2017	20	0,5-1,2	37-72	12-28
	Flora Uzbekistana			0,4-0,7	40-60-(25-80)	6-35
<i>E. anisopterus</i> (K.et K.) Regel	Buxoro-Xorazm yo'li. Xorazm vil. N40.509483, E62.876045	2019	10	0,6-1,4	50-91	25-60
	Flora Uzbekistana			0,4-0,8	25-50-(70)	10-20-(30)
<i>E. inderiensis</i> (M.Bieb.) Regel	Buxoro-Xorazm yo'li. Xorazm vil. N41.068596, E61.974243	2019	10	1.5-1.7	55-95	39-55
	Flora Uzbekistana			0.8-1.5-(0,5-2,5)	50-80-(25-120)	20-40-(8-70)
<i>E. lactiflorus</i> O. Fedtsch.	Nurota, Hayotsoy N40.331377, E66.434497	2016	5	1,7-2,6	42-68	21-33

	Flora Uzbekistana			1,3-2,5- (3,5)	35-70- (100)	15-30-(50)
<i>E. olgae</i> Regel	Nurota. Hayotsoy N40.355668, E66.463203	201 6	16	0,6-1,5	66-96	33-56
	Boysun. Podansoy N 38.265644, E67.247521	201 7	9	0,9- <u>2</u>	65-100	22-55
	Zomin. Boytepa qish. N 39.838806, E 68.373605	201 7	11	0,6- <u>2</u>	54-98	25-58
	Zarafshon tizmasi, Omonqo‘ton N39.184467, E66.581470	201 7	10	1,1-1,6	70-101	31-70
	Flora Uzbekistana			0,5-1- (1,5)	70-100, (50-150)	30-50, (20-80)
<i>E. regelii</i> Vved.	Nurota. Hayotsoy N40.524945, E 66.762759	201 6	10	2.1-4.5	94-135	25-51
	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.213252, E69.491968	201 6	10	4,3- <u>6</u>	132-182	51-82
	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.213893, E69.491614	201 7	18	2-5,2	97-158	27-80
	Flora Uzbekistana			(1,5)- 2,5-5	80-120- (60-180)	30-50-(15- 80)
<i>E. robustus</i> Regel	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.35869686, E69.88513779	201 6	10	6,3-9	152-250	44-119
	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.34761509, E69.89509415	201 7	15	4,1-8	170-220	48-94
	Zarafshon tizmasi, Omonqo‘ton N39.308330, E66.963501	201 7	11	6- <u>11</u>	140-195	35-75
	Zarafshon tizmasi, Langar qishdog‘i N39.413135, E 66.678391	201 8	5	8- <u>12</u>	171-210	78-100
	Flora Uzbekistana			4-8	100-200	35-100
<i>E. sogdianus</i> Franch.	Nurota. Majrumsoy N40.583835, E66.723452	201 6	20	0,9-1,6	76-150	30- <u>93</u>
	Flora Uzbekistana			0,5-0,7 (0,4-1,5)	50-80 (35-150)	30-40 (15-70)
<i>E. turkestanicus</i> Regel	Nurota. Hayotsoy N40.51248271, E66.76399063	201 6	8	1,8-3,3	60-80	24-50
	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.212593, E69.493214	201 6	10	2,8- <u>6</u>	91- <u>168</u>	46- <u>101</u>
	Chotqol tizmasi. Nurek ota N41.365438, E 69.846689	201 7	10	2,1-4	91-121	37-62
	Flora Uzbekistana			2-3-(4,5)	70-100- (120)	30-50

Izoh: “Flora Uzbekistana” da keltirilgan ma`lumotlardan sezilarli darajada farq qiladigan morfometrik ko`rsatkichlar ostiga chizilgan.

O‘zbekiston florasida tarqalgan *Eremurus* turkumi ayrim turlarining morfometrik ko`rsatkichlari o‘rganilgan hududlar 2-rasmda GAT xaritasi berilgan.



**2-rasm. 2016-2019-yillarda amalga oshirilgan dala tadqiqotlari davomida yig'ilgan *Eremurus* turkumi turlari**

O'zbekiston florasida tarqalgan *E. aitchisonii*, *E. alberti*, *E. ambigens*, *E. anisopterus*, *E. anderiensis*, *E. lactiflorus*, *E. sogdianus* turlarini yakka populyatsiyalari, *E. turkestanicus*, *E. regelii* turlarini uchtdan populyatsiyalari, *E. olgae* va *E. robustus* turlarini 4 tadan populyatsiyalarida tadqiqotlar o'tkazildi.

Olingan ma'lumotlar tahliliga ko'ra o'rganilgan turlar asosiy morfometrik ko'rsatkichlari "Flora Uzbekistana" ma'lumotlari bilan farqlar kuzatildi.

Shunday qilib *E. aitchisonii* turida o'simlikning umumiy balandligi 1,4 marta va shingilining uzunligi 1,7 marta ortiq bo'lishi aniqlandi.

*E. alberti* va *E. ambigens* turlarida tashqi barglari kengroq va birinchi turda shingil uzunligi 1,2 marta ortiq aniqlandi.

Asosiy ko'rsatkichlari bo'yicha *E. anisopterus* turida barglari kengroq, shingil va o'simlik balandligi "Flora Uzbekistana" ma'lumotlaridan farq qilganligini ko'rishimiz mumkin.

*E. olgae* turi o'rganilgan bir necha populyatsiyalarida o'simlik balandligi va shingilining uzunligi deyarli bir-biridan farq qilmadi, lekin Boysun va Zomin tog' tizmalarida tarqalgan populyatsiyalarda tashqi barglari keng bo'lishi aniqlandi.

*E. regelii* turining Chotqol tizmasidan o'rganilgan populyatsiyasida tashqi barglari kengroq ekanligi va boshqa populyatsiyalarda sezilarli farqlar yo'qligi kuzatildi.

Zarafshon tizmasining Taxtakaracha dovoni va Langar qishlog'ining yuqori qismida o'sayotgan *E. robustus* populyatsiyalari tashqi barglarining kengligi 1,4-1,5 barobar kengroq bo'lgan o'simliklar aniqlandi.

**Xulosa.** Shunday qilib *E. alberti*, *E. ambigens*, *E. anisopterus*, *E. olgae*, *E. regelii*, *E. robustus*, *E. turkestanicus* turlarida tashqi barglarining keng bo'lishi, *E. aitchisonii*, *E. turkestanicus* turlarida o'simlik umumiy balandligi va *E. aitchisonii*, *E. alberti*, *E. anisopterus*, *E. turkestanicus* turlarida shingil uzunligi bilan "Flora O'zbekiston" da keltirilgan ma'lumotlarga nisbatan farqlar aniqlandi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Christenhusz, M.J.M., Byng, J.W. The number of known plants species in the world and its annual increase // *Phytotaxa*. 2016. 261 (3): 201–217.
2. IPNI (2024). International Plant Names Index. Published on the Internet <http://www.ipni.org>, The Royal Botanic Gardens, Kew, Harvard University Herbaria & Libraries and Australian National Herbarium.
3. Li W., Tojibaev K.SH/, Hisoriev H., Shomurodov K.F., Luo M., Feng Y., Ma K. Mapping Asia Plants: Current status of floristic information for Central Asian flora // *Global Ecology Conservation*. 202024: e01220. 1-10.
4. POWO (2023). "Plants of the World Online. Facilitated by the Royal Botanic Gardens, Kew. Published on the Internet; .Retrieved 12 August 2023.
5. Овчинников П.Н. Ширияш- Эремурус М.Б // *Флора Таджикской ССР*. Т. 2.-Москва-Ленинград: АН СССР, 1963. – С. 186-212.
6. Wendelbo P. Liliaceae I Asphodeloideae: *Eremurus* In: Rechinger, K.H. (Ed.) *Flora Iranica*. 151-156.
7. Bahrim C., Garcia-Breijo F. J., Apostol M., Asanica A. C., Teliban G. C., Munteanu N., ... & Draghia, L. Study of some foxtail lilies species (*Eremurus* M. Bieb.) grown in the North-East of Romania // *Romanian Biotechnological Letters*, 2021. 26(2), 2489-2498.

8. Федченко Б.А., Попов М.Г., Борисова А.Г., Райкова, Рожевис Р.Й. Флора Туркмении. том 1, вип 2. Ленинград 1932. – С. 250-257.
9. Тахтаджян А.Л. Конспект флоры Кавказа. Том 2 / Ред. СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2006. 116-117 с.
10. Рябова Т.И. Эремурус Биэб. –Эремурус, или ширяш// Декоративные травянистые растения для открытого грунта. - Т. 2. - Ленинград: Наука, 1977. - С. 51-83.
12. Karaman K., Polat B., Ozturk I., Sagdic O., Ozdemir C. Volatile compounds and bioactivity of *Eremurus spectabilis* (ciris), a Turkish wild edible vegetable//Journal of medicinal food. – 2011.- Т. 14. - № 10. P . 1238-1243.
13. Камелин Р.В. Флорогенетический анализ естественной флоры горной Средней Азии. – Ленинград: Наука, 1973. – 356 с.
14. Введенский А.И. Эремурус М.Б. - Ширяш// Флора Узбекистана. Т. 1.- Ташкент: АН Уз ССР, 1941. – С. 398-410
15. Введенский А.И., Ковалевская С.С. Род Эремурус М. Биэб.– Ширяч// Определитель растений Средней Азии. – Т. III. - Ташкент: Фан, 1971. С. 14-27.
16. Хасанов Ф.О. Список обработанных семейств. В: Естественная флора сосудистых растений Узбекистана (Хвошевидные (Эқуисетопахйта) - Однодольные (Моносотйледонес). Отчет о НИР по проекту Ф5-ФА-0-64792. - 2016. - Ташкент. 26 с.
17. Tojibaev K., Beshko N., Karimov F., Batoshov A., Turginov O., Azimova D. (2014). The data base of the flora of Uzbekistan // Journal of Arid Land Studies. 24: 157-160.
18. O‘zbekiston Respublikasining Qizil kitobi. I jild. – Toshkent: Cnino ENK, 2019. - 360 с.

### **SURXONDARYO VILOYATI FLORASIDA TARQALGAN AVENA L. (POACEAE) TURKUMI TURLARINIG UMUMIY TAHLILI**

**Ibragimov Akram Javliyevich**

Termiz davlat universiteti Botanika kafedrasida dotsenti,

**Abdimo‘minova Maftuna Alisher qizi**

Termiz davlat universiteti magistranti

[akram\\_i@bk.ru](mailto:akram_i@bk.ru)

ORCID 0009-0001-5639-3267

UDK 581.582.57•2(575•15)

**Annotatsiya.** *Avena* L. turkumi Tog‘li O‘rta Osiyo va Eron-Turon florasida alohida o‘rinlardan birini egallaydi. *Avena* L. turkum turlari *Poaceae* Barnhart. oilasiga kiruvchi turkumlaridan biri bo‘lib, Surxondaryo viloyati florasida alohida o‘ziga xos o‘rinni egallaydi. Ushbu oilaga mansub turlar xalq xo‘jaligida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, yem-xashak, chorva mollari uchun to‘yimli ozuqa va ekologik maqsadlarda, qishloq xo‘jaligining turli tarmoqlarida ishlatiladi. Mamlakatimizda *Avena* L. turlari keng tarqalgan bo‘lib, adabiyotlarni o‘rganish va dala tadqiqotlari natijasiga ko‘ra O‘zbekistonda *Avena* L. turkumining 6 ta turi o‘sadi. Ushbu maqolada *Poaceae* oilasiga mansub *Avena* L. turkumi turlarining Surxondaryo viloyati hududida tarqalishi, ushbu turlarning morfologiyasi, taksanomik tasnifi, populyatsiyasining hozirgi kundagi ahvoli, tarqalish areallari va ahamiyati haqida ma‘lumotlar berilgan.

**Kalit so‘zlar:** *Avena* L., flora, areal, ekologiya, fenologiya, populyatsiya, oila, turkum, tur, tog‘, adir, endem, yaylov.

### **GENERAL ANALYSIS OF AVENA L. (POACEAE) SPECIES DISTRIBUTED IN THE FLORA OF SURKHONDARYO REGION**

**Abstract.** The genus *Avena* L. occupies one of the special places in the flora of mountainous Central Asia and Iran-Turonia. *Avena* L. Species *Poaceae* Barnhart. It is one of the genera belonging to the family, and occupies a unique place in the flora of Surkhondaryo region. *Poaceae* Barnhart. The species belonging to this family are important in the national economy and are used as fodder, nutritious feed for livestock, and for ecological purposes, in various branches of agriculture. *Avena* L. species are widespread in our country, and according to the results of literature and field research, 6 species of *Avena* L. group grow in Uzbekistan. This article provides information on the distribution of *Avena* L. species belonging to the *Poaceae* family in Surkhondaryo region, morphology, taxonomic classification, current population status, distribution areas, and importance of these species.

**Keywords:** *Avena* L., flora, area, ecology, phenology, population, family, genus, species, mountain, hill, endemic, pasture.

**Kirish.** Mamlakatimiz turli sohalarda boy va o‘ziga xos tabiatga ega, yil fasllari

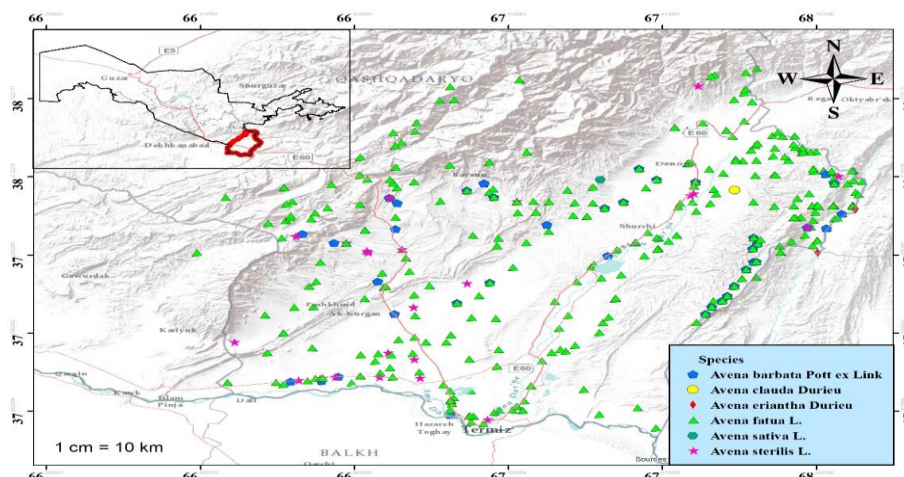


to'liq ifodalanadigan betakror hududlar qatoriga kirishi ayni haqiqatdir. Shuni ta'kidlash lozimki, Surxondaryo viloyati mamlakatimizning betakror, o'ziga xos geografik o'rni, tabiiy sharoitiga ega bo'lgan mintaqasi hisoblanadi. Surxondaryo viloyatining geografik o'rniga bog'liq bo'lgan o'ziga xos tabiiy geografik xususiyatlari ham mavjud, jumladan, viloyat O'zbekistonning eng janubida joylashgan. U o'z ichiga Surxon-Sherobod vodiysi va uning atrofini o'rab turgan tog'larni oladi. Viloyatning tabiati, o'simliklar dunyosi, xilma-xil landshaftlari O'zbekiston milliy boyligining bir qismidir.

Surxondaryo viloyati hududi Boysun, Bobotog', Ko'hitang, Sangardak-To'palang, Surxon-Sherobod botanik-geografik rayonlarni o'z ichiga oladi. Ushbu hududning taksonomik xilma-xillikning yuqoriligi, kamyob, endem hamda relik turlarga boyligi bilan ajralib turadi. Viloyat hududi o'simliklarini o'rganish bo'yicha ko'plab tadqiqotlar olib borilgan bo'lib, ushbu tadqiqotlar hozirgi kungacha davom ettirilmoqda.

**Mavzuga oid adabiyotlar tahlili.** Surxondaryo viloyati hududining o'simliklar qoplami va floristik tarkibi bir qancha botanik olimlar tomonidan o'rganilgan. Ushbu hududda S.A. Nevskiy [1], R.V. Kamelin [2], K.Sh. Tojibayev [3], F.O. Xasanov [4] va A.J. Ibragimovlar [5], O.T.Turginov [6] tomonidan tadqiqotlar olib borilgan va gerbariy namunalari olib kelingan. Mazkur gerbariy ma'lumotlari tarqoq holatda bo'lib, tadqiqot hududi florasida to'g'risida yaxlit ma'lumot bermaydi. Bu esa mazkur hududda aniq maqsadga yo'naltirilgan tadqiqotlar olib borishga zarurat ortishi hamda ishning dolzarb ekanligidan dalolat beradi. *Poaceae* Barnhart oilasi Tog'li O'rta Osiyo va Eron-Turon floralarda yetakchi o'rinlardan birini egallaydi hamda mazkur floralarning turlarga boyligi jihatidan o'zaro bog'lab turadi. *Poaceae* oilasi boshqa oila a'zolaridan o'ziga xos o'simliklar dunyosiga ega ekanligi bilan ajralib turadi. Shunday qilib, yuqorida keltirib o'tilgan ma'lumotlar natijasi shuni ko'rsatadiki, ushbu oilaga mansub bo'lgan turlarning yangi populyatsiyalarini o'rganish bugungi kunning dolzarb muammolaridan biridir. *Avena* L. turkumi turlarining Surxondaryo viloyati hududida tarqalishi, ushbu turlarning morfologik tasnifi, populyatsiyasining hozirgi kundagi ahvoli, tarqalish areallari va ahamiyatini o'rganish, bugungi kunda Surxondaryo florasini o'rganishni hamda ushbu hududda o'sayotgan o'simliklarning kadastrini ishlab chiqishda juda katta ahamiyat kasb etadi.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Mazkur tadqiqot Botanika institutining "O'zbekiston florasining polimorf o'simliklar oilalarini taksonomik reviziyasi" (FZ-20200929321) loyihasi va Janubi-g'arbiy Hisor, Hisor-Darvoz va Panjoldi okruglari florasining to'r tizimli xaritalash (Surxondaryo viloyati qismi) davlat dasturi doirasida bajarildi. Ma'lumotlarning manbasi TASH fondida saqlanayotgan *Avena* L. turkum turlariga tegishli bo'lgan gerbariy namunalari hamda dala tadqiqotlari davomida to'plangan namunalar hisoblanadi. Mazkur tadqiqot ishi davomida hududda tarqalgan *Avena* L turkum turlari sistematikasi va tarqalishiga oid mavjud adabiy ma'lumotlar [11,13] ko'rib chiqildi. Dala tadqiqotlari davomida to'plangan gerbariy namunalari aniqlashda hamda turning morfologik belgilarini aniqlashda "Флора Узбекистана" [11] va "Определитель растений среднии Азии" dan foydalanildi [13]. Turning qabul qilingan nomi va mualliflari, ilk adabiyot manbasi hamda sinonimlar ro'yxati The World Flora Online [16] va IPNI [17] platformalari asosida keltirildi. O'rganilgan namunalarning geografik koordinatalari Google Earth bo'yicha aniqlandi. Turlarning GAT xaritalari ArcGIS version 10.6.1 dasturidan foydalanilgan holda tayyorlandi.



1-rasm. Surxondaryo viloyatida *Avena* L. turkumi turlarining tarqalish xaritasi

**Tahlil va natijalar.** Hozirgi kunda yer yuzida *Poaceae* oilasining 829 turkumga oid 12 366 ta turi uchrashi aniqlangan. *Avena* L. turkumining yer yuzida 27 ta turi tarqalgan bo'lib, ushbu turkumning O'rta Osiyoda 10 dan ortiq, O'zbekistonda esa 6 ta turi tarqalgan. Oxirgi yillarda olib borilgan ilmiy tadqiqotlar va Markaziy gerbariy (TASH) fondida saqlanayotgan namunalarni tahlil qilish natijasida Surxondaryoda turkumning 6 ta turi ham uchrashi ma'lum bo'ldi.

**1. *Avena barbata* Pott ex Link -Soqolli suli.** *Avena barbata* Pott, ex Link in Schrad. Journ. Bot. 2(1799) 315.— B. Fedtsch. *Раст. Турк.* (1915) 107.— Drob. in *Опр. раст. окр. Ташк.* 1(1923) 28.— Roshev. in *Фл. Туркм.* 1 (1932) 104, fig. 48 e.— Nevski in *Sched. HFAM.* 21 (1934) n 503 a, in clave.— Roshev. in *Fl. URSS.* 2(1934) 262, tab. 19, fig. 10 - 11, - Drob. in *Fl. Uzbek.* 1(1941) 210.

**Tavsifi.** Balandligi 30 - 100 sm gacha bo'lgan bir yoki bir nechta tik poya hosil qiluvchi, bir yillik o'simlik. Yashil tupsiz yoki kamdan kam hollarda qizg'ish, tupli bo'ladi. Poyasi silliq, barglari tekis, 5 mm gacha kenglikda, uzunligi 1-2 mm bo'ladi. Barglarning qobig'i tuksiz yoki tukli. Barg tilchasining uzunligi 1-2 mm. Barglari tekis, kengligi 5 mm gacha. yoki jingalak, tuksiz yoki tukli. Ko'p sonli 2 gulli shoxlari bo'lgan boshqochalari, kamdan kam hollarda har bir shoxda bitta 3-(-4) gulli boshqochalar hosil qiladi. Ancha ochiq, uzunligi 25 sm gacha bo'lgan gulpoyasi mavjud. Har bir gulpoya ostidan bo'g'in bilan tutashgan. Bo'g'imlar orqa tarafida o'rtasigacha naysimon, kamdan kam holatda tuksiz, cho'qqisiga qarab naysimon, uzunligi 4 mm gacha bo'lgan ikkita ingichka poyada tugaydi. Changchilari deyarli bir xil, uzunligi 25-30 mm. Orqa tarafdagi pastki gul tarozilari uzunlikning o'rtasiga qadar tukli, ba'zan tuksiz bo'ladi.

**Fenologiyasi.** Aprel-may oylarida gullab, meva beradi.

**Ekologiyasi.** Quruq tog' etaklarida, yaylovlarda begona o'tlar sifatida o'sadi.

**Tarqalishi.** Boysun, Bobotog', Ko'hitang, Surxon-Sherobod botanik geografik rayonlarida tarqalgan.

**Ahamiyati.** Yem-xashak o'simlik hisoblanadi. Urug'i ba'zan yovvoyi tabiatdan oziq-ovqat sifatida mahalliy foydalanish uchun yig'ib olinadi, lekin odatda boshqa don ekinlari bilan begona o't sifatida o'sadi.

**2. *Avena fatua* L.-Bo'sh suli.** *Avena fatua* L.-Sp. pi. (1753) 80, - B. Fedtsch. *Раст. Турк.* (1915) 107, - Drob. in *Опр. раст. окр. Ташк.* 1 (1923) 28. - Roshev. in *Фл. Туркм.* 1(1932) 106, fig. 48 e. - Roshev. in *Fl. URSS.* 2(1934) 267, tab. 20, fig. 2-5,- Nevski in *Sched. HFAM.* 21 (1934) n 503 a, in clave, excl. syn. *A. septentrionalis* et *A. fatua* ssp. *septentrionalis*. -Drob. in *Fl. Uzbek.* 1(1941) 212,p.

**Tavsifi.** Bo'yi - 80-120 sm uzunlikda bo'lib, poyasi tik va ko'tarilgan bir yillik o'simlik. Pastki barglari tagida kipriklar bo'lib, uzunligi 3-4 mm bo'ladi. O'rta boshqochalar

kattaligi 30 sm uzunlikda, ochiq yoki qisqargan bo'ladi. To'pguli ro'vak shaklda tuzilgan, 2-3 gulli. Boshog'i cho'zinchoq-o'tkirlashgan yoki lansetsimon, uzunligi 5-7(10) mm, 3-5 gulli, to'q binafsharang, kamdan kam yashil; boshog' qipig'i o'tkirlashgan, o'qlari ustida ba'zan qirralarining atrofi kalta tukli. Pastki qipiq uzunligi 2-3 mm. Yuqorigi qipiq uzunligi 2.5-3.0 mm bo'lib, ko'plab tikanlar mavjud. Changchi uzunligi 1.5–2.5 mmgacha, sariq rangda.

**Fenologiyasi.** May-iyun oylarida gullab, meva beradi.

**Ekologiyasi.** Tog' yonbag'rlarida, dashtlarda va ekinlar orasida, begona o'tlar sifatida uchraydi.

**Tarqalishi.** Boysun, Bobotog', Ko'hitang, Surxon-Sherobod, Sangardak-To'palang botanik-geografik rayonlarida tarqalgan.

**Ahamiyati.** O'simlik ba'zan oziq-ovqat va dori sifatida mahalliy foydalanish uchun yovvoyi tabiatdan yig'ib olinadi. U ayniqsa, bug'doy va ma'danli jo'xori dalalarida uchraydi, ba'zan boshqa ekinlar orasida va cho'llarda o'sadi. Urug'i yozning ikkinchi yarmida pishadi va yig'ib, quritilgandan so'ng bir necha yil saqlanishi mumkin.

**3. *Avena clauda* Durieu-Tutashgan suli.** *Avena clauda* Dur. in Duchart. Rev. Bot. 1(1845) 360 excl. – Roshev. in Фл. Туркм. 1 (1932) 103, tab. 48 a. – Nevski in Sched. HFAM. 21(1934) n° 503 a, in clave. – Roshev. in Fl. URSS. 2(1934) 260, tab. 19, fig. 12.

**Tavsifi.** Poyasi 20-60 sm balandlikda o'suvchi bir yillik o'simlik bo'lib, poyasi asosan tuksiz, barglari tukli bo'ladi. Barg tilchasi uzunligi 4-5 mm. To'pguli 3-5 gulli, uzunligi 25 sm. Barg yaprog'ining chetlari qoramtir rangda, uning usti ancha tukli, pastki qismi tuksiz. Boshog'lari uzun, 2-4 gulli bo'lib, pishganda alohida gulga bo'linadi. Boshog' qipig'i deyarli teng, uchki qismi o'tkirlashgan, uzunligi 3-4 mm, cho'ziq, tor lansetsimon, o'rta qirralarning yuqori qismi tuklangan. Pastki gul qipig'i uzunligi (2)–3 mm, qirras va tomirlar bo'ylab mayda tukli, qirralarida oz miqdorda, tepa qismlarida ko'pincha sarg'ish yoki oq rangdagi biriktiruvchi uzun tolalar mavjud. Changchi uzunligi 1.5 mm bo'ladi.

**Fenologiyasi.** May-iyun oylarida gullab, meva beradi.

**Ekologiyasi.** Ochik dasht yonbag'irlarida va cho'l joylarda, kamdan kam hollarda yo'l chetlarida uchraydi.

**Tarqalishi.** Bobotog' botanik geografik rayonida tarqalgan.

**Ahamiyati.** Yem-xashak o'simlik hisoblanadi.

**4. *Avena eriantha* Durieu-Tukli suli.** *Avena eriantha* Dur. in Duchart. Rev. Bot. 1(1845) 360.— Nevski in Sched. HFAM. 21(1934) n° 503 a, in clave.— Drob. in Fl. Uzbek. 1(1941) 209, excl. syn. *A. clauda*— Roshev. in Фл. Туркм. 1(1932) 104, fig. 48 b.— Roshev. in Fl. URSS. 2(1934) 261, tab. 19, fig. 3—4.

**Tavsifi.** Hayotiy shakliga ko'ra – bir yillik o't (terofit). Poyalari 80-100 sm, tik shaklda bo'ladi. Barglari tekis, tuksiz yoki biroz tukli, tilchasi 0.5-1 mm, kiprikchali bo'lib, gul to'pi 9-10 sm uzunlikda joylashgan. Barg tilchasi uzun, uchki qismi o'tkir uchli, uzunligi 4–5–(6) mmgacha. Ro'vagi 12–22 smgacha, tarqoq, yetarli darajada uzun, uchli, dag'al shoxlangan. Boshog'lari tor lansetsimon yoki chiziqsimon-nayzasimon bo'lib, deyarli bir xil 2-3 sm, eni 0,25-0,5 sm uzunlikda bo'ladi. Pastki gul qobig'i 11-13 mm, boshog'i 12-13 sm uzunlikda bo'lib, ikki bo'g'imli tuklari 0.2-0.3 mm. Changchi uzunligi 1.5–2.0 mmgacha bo'ladi.

**Fenologiyasi.** Iyun- iyul oylarida gullab meva beradi.

**Ekologiyasi.** Yarim cho'l va dasht yonbag'irlarida tarqalgan.

**Tarqalishi.** Bobotog' botanik geografik rayonida tarqalgan.

**Ahamiyati.** Chorva mollari uchun to'yimli ozuqa, yem-xashak o'simlik hisoblanadi.

**5. *Avena sativa* L.-Ekma suli.** *Avena sativa* L. - Roshev in Fl. URSS. 2 (1934) 267, tab. 20, fig 2-5.–Lapin. Опр. pact. Ташк.1 (1923) 42. -Roshev. in Фл. Туркм. 1 (1932) 104, fig. 48 c. –Drob. In Fl. Uzbek. 1 ser. 1 (1941) 210.

**Tavsifi.** *Avena sativa* - 60-100 sm balandlikdagi tik poyali, bir yillik o'simlik. Poyasi tuksiz, barglari asosan tukli bo'ladi. Barglari tekis, chiziqli, pastki qismi silliq va tuksiz, qirras va uchki qismi dag'al tuklangan, uchki qismi o'tkir uchli, ba'zan uzunasiga bukilgan,

eni (1.5)–2.0–3.0 mmgacha bo‘ladi. Barg tilchasi uzunligi 2 mm gacha. Ro‘vagi cho‘ziq ovalsimon, yoyilgan, uzunligi 4–8–(12) sm, dag‘al, tuxumsimon shaklda, uzunligi 2–5–(7) smlik shoxchalar bilan shoxlangan. O‘rta kattalikdagi boshloqlarining uzunligi 20 sm gacha bo‘lib, 2-3 gulli. Pastki qipiq uzunligi 4–5 mm, tuxumsimon shaklda bo‘ladi. Yuqorigi qipiq uzunligi 5.0–5.5 mm, deyarli lanset tuxumsimon; ikkisi ham binafsha-yashil rangda. Pastki gul qipig‘i uzunligi 4–5 mm, yaxshi tuklangan, yuqorigi qirralari sarg‘ish, qirralari yarmigacha uzun tuklar bilan tuklangan. Yuqorigi gul qipig‘i yaxlit, qirralari kalta kiprikli. Changchisi chiziqli, sariq yoki to‘q sariq, uzunligi 2–3 mmgacha bo‘ladi.

**Fenologiyasi.** May-iyun oylarida gullab, meva beradi.

**Ekologiyasi.** O‘tloqlarda, maysazorlarda, baland yaylovlarda va dashtlar yonbag‘irlarida uchraydi.

**Tarqalishi.** Boysun botanik geografik rayonida tarqalgan.

**Ahamiyati.** O‘simlik bir qator shifobaxsh xususiyatlarga ega, uning quritilgan poyalari turli xil kasalliklarni davolashda ishlatiladi. Umumiy holda ma‘lum oziq-ovqat va yem-xashak o‘simlik bo‘lib, uning doni, somoni, o‘tlari qimmatli yem-xashak mahsulotlari hisoblanadi. Ayniqsa, hayvonlarning kuchi va quvvatini oshirish uchun zarur bo‘lganda, otlarni va umuman olganda qoramollarni boqish uchun qadrlanadi. Odamning ovqatida sulii boshqa donlar bilan solishtirganda kamroq ishlatiladi. O‘simlik doni odatda un mahsulotlari olish uchun foydalaniladi. Oziqlantiruvchi va foydali bo‘lganligi sababli, oziq-ovqat sifatida ham, umumiy iste‘mol uchun ham eng qimmatli mahsulotdir.

**6. *Avena sterilis* subsp. *ludoviciana* (Durieu) Nyman-Naslsiz sulii.** *Avena sterilis* subsp. *ludoviciana* (Durieu) Nyman-Roshev in Fl. URSS. 2 (1934) 267, tab. 20, fig 2-5.–Lapin. Опр. раст. Ташк.1 (1923) 42. –Roshev. in Фл. Туркм. 1 (1932) 104, fig. 48 с. –Drob. In Fl. Uzbek. 1 ser. 1 (1941) 210.

**Tavsifi.** Hayotiy shakli bir yillik o‘simlik bo‘lib, poyalari 70-100 sm balandlikda, ko‘proq yoki kamroq ko‘tarilgan, barglarining cheti kirpiksimon tuzilgan. Pastki barg qobig‘i tukli. Barg tilchasi o‘tkir va qirralari tishli. Qirralar bo‘ylab pastki qismdagi barglar kiprikli, kamroq tuksiz. Boshloqlari juda katta 30 sm uzunlikda, deyarli bo‘linmagan shoxlari har biri 1 - 2 ta boshloqli bo‘ladi. To‘pguli 3-5 gulli, pastkilari 2 ta, kamdan-kam 3 gulli bo‘ladi. Changchi uzunligi 1.5–2 mmgacha, cho‘zinchoq, sariq rangda.

**Fenologiyasi.** Aprel-iyun oylarida gullab, meva beradi.

**Ekologiyasi.** Tog‘ etaklarida va dashtlarda uchraydi.

**Tarqalishi.** Boysun, Bobotog‘, Ko‘hitang, Surxon-Sherobod, Sangardak-To‘palang botanik geografik rayonlarida tarqalgan.

**Ahamiyati.** *Avena sterilis* foydali o‘simlik, ammo uning zarari ijobiy ta‘siridan ustundir. *A. sterilis* dala ekinlarining sifatini pasaytiradi, ekinlar bilan resurslar uchun raqobatlashadi, boshloqli don va urug‘larni ifloslantiradi. Bog‘larda va ekinlar orasida begona o‘tlar orasida uchraydi.

Xulosa qilib aytganda, *Avena L.* turkumi Tog‘li O‘rta Osiyo va Eron-Turon floralariida yetakchi o‘rinni egallaydi hamda mazkur floralarni turlarga boyligi jihatidan o‘zaro bog‘lab turadi. Umuman olganda, *Avena L.* turkum turlarining barchasi oziq-ovqat va yem-xashak o‘simlik sifatida qadrlanib, uning doni, somoni, o‘tlari qimmatli yem-xashak mahsulotlari hisoblanadi. Shuningdek, *Avena L.* turkumining ayrim turlari bir qator shifobaxsh xususiyatlarga ega bo‘lib, quritilgan poyalari turli xil kasalliklarni davolashda ishlatiladi. Turkum vakillari to‘yimli oziqlantiruvchi va foydali bo‘lganligi sababli, oziq-ovqat sifatida ham, umumiy iste‘mol uchun ham eng qimmatli mahsulotdir. Shuning uchun ushbu o‘simlik turlarini tarqalish areallari va hozirgi populyatsiyasini o‘rganish katta ahamiyatga ega.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Невский С.А. Материалы к флоре Кугитангтау и его предгорий. В кн. Флора и систематика высших растений – М., Л.: Изд. АН СССР, 1937. – С. 199-346.

2. Камелин Р.В. Видовой состав растительного покрова ущеля р. Варзоб. Высшие растения // Флора и растительность ущеля реки Варзоб. – Л.: Наука, 1971. – С. 151-238.
3. Тожибаев К.Ш., Бешко Н.Й., Попов В.А. Ботанико-географическое районирование Узбекистана // Ботанический журнал, т. 101, вып. 10, 2016. – С. 1105-1132.
4. Хасанов Ф.О. Краткий очерк растительности Кугитанга // Тез. докл. юбил. науч. конф. молодых ученых и спец-тов пос. 60-летию ЛКСМ Узб-на, 1985. – С. 167-168.
5. Ибрагимов А.Ж. Флора Сурханского государственного заповедника (хребет Кугитанг): Автореф. дис...канд. биол. наук.-Ташкент, 2010.– 22 с.
6. Тургинов О.Т. Бойсун ботаник-географик районининг флораси: Биол. фан. док. дис. автореферати – Ташкент, 2016.– 25 б.
7. Ибрагимов А.Ж. Эндемизм флоры хребта Кугитанг // Биоразнообразие: проблемы и перспективы сохранения: Материалы межд. науч. конф. 13-16 мая 2008 г. – Пенза, 2008. – С. 217-219.
8. Ибрагимов А.Ж. Сурхон давлат кўриқхонаси флорасининг бирпаллалаи ўсимликлари // ЎЗМУ хабарлари. – Тошкент, 2008. – №4. –Б. 45-46.
9. Ибрагимов А.Ж., Абдимўминова М.А. Сурхон Давлат кўриқхонаси флорасининг Поасэа оиласига мансуб ўсимликлари.// Хоразм маъмун академияси ахборотномаси. 2022-5/1.Б-62
10. A.J.Ibragimov, M.A.Abdimuminova Analysis of life forms and vertical regions of Poaceae family in the flora of the kuhitang ridge// Texas Journal of Multidisciplinary Studies <http://zienjournals.com> 2021.P:154-156.
11. Определитель растений Средней Азии. В 1-ти т. – Ташкент: ФАН, 1968–1993.
12. Флора СССР. В 30-и т. – М., Л.: Изд. АН СССР, 1934-1964.
13. Флора Узбекистана. В 2-и т. – Ташкент: Изд. АН УзССР, 1941-1962.
14. Флора Туркмении. В 7-и т. – Ашхабад: Изд. АН Туркм. ССР, 1932-1960.
15. Xiuzhen Fu, Mengjie Bai, Yawen Xu, Tao Vang, Zhenning Hui, Xiaowen Xu. Cultivars identification of oat (*Avena sativa* L.) seed via multispectral imaging analysis. Journal of Frontiers in Plant Science. 2023
16. The World Flora Online [Elektron manba].<https://www.worldfloraonline.org/>
17. International Plant Names Index [Elektron manba].<https://www.ipni.org/>

## KO'HISTON BOTANIK-GEOGRAFIK OKRUGINING DENDROFLORASIDAGI TURLARINING GEOGRAFIK TARKIBI

**Dadayeva Gulchehra Saydullayevna**

O'zR FA Botanika instituti tayanch doktoranti.

E-mail: [dadayeva\\_gulchehra@mail.ru](mailto:dadayeva_gulchehra@mail.ru)

ORCID: 0000-0001-5900-9198.

UDK 581.4+55.

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada Ko'histon botanik-geografik okrugining dendroflorasining geografik tahlili va amalga oshirilgan tadqiqotlar natijasida Ko'histon botanik-geografik okrugini dendroflorasining tur tarkibi qilish natijalari keltirilgan. Okrug dendroflorasida areal sinflari tarkibiga mansub tiplari ajratilib, areal sinflari kesimida yetakchi polimorf oilalar va geografik elementlarning o'ziga xos xususiyatlari yoritilgan. Ko'histon botanik-geografik okrugining dendroflorasini geografik spektrning bosh qismiga Sapindaceae – Caprifoliaceae – Cupressaceae – Berberidaceae oilalari, turkumlardan Rosa – Lonicera – Berberis – Ephedra boshchilik qiladi. Olib borilgan tadqiqot natijalariga ko'ra, turlarning areal tiplari bo'yicha taqsimlanishi keltirilgan florada Tog'lio'rtaosiyo va O'rtaosiyo areal sinflariga mansub dendroflora turlari ustunlik qiladi. Ko'histon okrugini dendroflorasining Astragalus, Salix, Populus, Morus, Crataegus turkum turlari Paleartik, Golarktik, Plyuregional areal tiplariga ega bo'lgan turlari hisoblangan. Ko'histon okrugining dendroflorasidagi turlarning arealiga qarab tarqalishi har bir floraning geografik tuzilishini aks ettirilgan. Tadqiqot natijalari asosida shakllantirilgan Ko'histon botanik-geografik okrugining dendroflora ro'yxati bo'yicha turlarning areal sinflari tarkibiga mansub areal tiplari aniqlangan va dendrofloraning geografik tahlili amalga oshirilgan.

**Tayanch so'zlar:** geografik tarqalishi, geografik tahlil, geoelementlar, areal sinflari, areal tiplari, tabiiy dendroflora.

## GEOGRAPHICAL COMPOSITION OF SPECIES IN THE DENDROFLORA OF KOHISTON BOTANICAL-GEOGRAPHICAL DISTRICT

**Abstract:** This article presents the results of a geographical analysis of the dendroflora of the Ko'histon-geographical region and the study of the dendroflora of the Ko'histon-geographical region. The school's dendroflora is divided into types of areal classes, highlighting the characteristics of leading

polymorphic families and geographical elements in the areal classes. Sapindaceae – Caprifoliaceae – Cupressaceae – Berberidaceae families, the categories Rosa – Lonicera – Berberis – Ephedra lead the dendroflora of the botanical-geographical district. According to the results of the study, the distribution of species by areal species prevails in the cited flora by dendroflora species belonging to the Mountain Middle Eastern and Middle Eastern areal classes. The categories Astragalus, Salix, Populus, Morus, Crataegus of Ko‘histon County dendroflora are considered to be types of Palearctic, Golarctic, and Plyuregional areal. The spread of species in the dendroflora of Kohyston County, depending on the area, reflects the geographical structure of each flora. Based on the results of the study, a list of dendroflora of the Ko‘histic botanical-geographical district identified areal types of species belonging to the areal classes and carried out a geographical analysis of dendroflora.

**Keywords:** geographical distribution, geographical analysis, geoelements, areal classes, areal types, natural dendroflora.

**Kirish.** Ko‘histon okrugi o‘simlik turlarining yuqori konsentratsiyasini, shuningdek, tabiiy ekotizimlarning saqlanib qolishi bilan ajralib turadi. R.V. Kamelinning ta‘kidlashicha [1. B. 356; 2. B. 117], Ko‘histon okrugi Turkiston va Zarafshon tizmalarini hamda Molguzar tizmasining sharqiy qismini qamrab oladi. “Qozog‘iston va O‘rta Osiyoning botanika geografiyasi” mualliflari [3. B. 425] Turkiston, Zarafshon, Hisorning shimoliy yon bag‘irlari va Oloy tizmalarining ko‘p qismi o‘simliklarini Ko‘histon tipidagi hududga bog‘lab, bu hududni Tog‘lio‘rtaosiyo provinsiyasining Ko‘histon okrugi sifatida ta‘kidlagan. K.Sh. Tojibayev va boshq. [4. B. 1105-1132] botanik-geografik rayonlashtirishda Ko‘histon botanik-geografik okrugini Turkiston va Zarafshon tizmalarini, Molguzar tizma va Ziyovuddin-Zirabuloq tog‘larini qamrab olishini ta‘kidlagan. Okrug to‘rt botanik-geografik rayonlari bilan ifodalanadi: Shimoliy Turkiston, Molguzar, Urgut va Ziyovuddin-Zirabuloq. Qo‘histon okrugining O‘zbekiston qismi Turkiston va Molguzar tizmalarini qamrab oladi.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Shimoliy Turkiston rayoni O‘zbekiston, Tojikiston va Qirg‘iziston chegaralarini kesib o‘tgan Turkiston tizmasining butun shimoliy yon bag‘rini qamrab oladi. Turkiston tizmasi – Hisor–Oloy tog‘ tizimiga kiruvchi, taxminan 340 km uzunlikdagi, kenglik yo‘nalishidagi baland tog‘lik tizmasi hisoblanib, Matcha tog‘ tuguni orqali tizma sharqda Oloy tizmasiga qo‘shilib, g‘arbda Samarqand tekisligiga cho‘ziladi. Shimoliy yonbag‘ri uzun va muloyim, archa o‘rmonlari va o‘rmonzorlari bilan janubi qisqa va tik, toshlar va taluslar bilan janubdan Zarafshon tizmalaridan ajralib turadi. Eng baland nuqtalar Skalistiy cho‘qqisi (5621 m.) va Piramidalniy cho‘qqisi (5509 m.). Ko‘histon okrugining ekologik asosini Zomin davlat qo‘riqxonasi tashkil etib Turkiston tizmasi g‘arbiy qismining shimoliy yonbag‘rida joylashgan. 1925–1926-yillarda batafsil o‘rmon qurilishi O‘zbekistonda birinchi marta maydoni 8500 ga teng Guralash qo‘riqxonasini tashkil etishga sabab bo‘ldi. U 1926-yildan 1951-yillargacha davom etdi. 20–30-yillarda Turkiston tizmasining g‘arbiy qismida kompleks tadqiqotlar (geologik, gidrologik, botanik va zoologik) olib borildi. 1978-yildan boshlab maydoni 26840 ga teng qo‘riqxonahududi O‘zbekistonning Xalq bog‘i qo‘riqxonahududiga kirdi.

Xuddi shu nomdagi tizma Turkiston tizmasining shimoli-g‘arbiy bo‘g‘ini bo‘lgan Molguzar tizmasi dastlab Kamelin butun Molguzar tizmasini Nurota rayoniga bog‘lagan bo‘lsa, keyinchalik Molguzarning sharqiy qismini Ko‘histon rayoniga kiritgan [2. B. 117].

Ko‘histon okrugiga kiruvchi Molguzar tog‘ tizmasi Turkiston tog‘ tizmasining shimoli-g‘arbida joylashgan. Janubi-sharqdan shimoli-g‘arbga 70–80 km masofaga cho‘zilgan. Tizmaning eng baland nuqtasi dengiz sathidan 2600-3000 metrni tashkil etadi (Sho‘rbel dovoni). Molguzar tizmasi Nurota tizmasidan Ilono‘tdi tog‘ yo‘lagi orqali ajralgan. Shimoli-sharqiy yon bag‘irlaridan boshlanadigan ko‘pgina soylarning (Zominsuv, Pishag‘arsoy, Ravotsoy va boshqalar) konus yoyilmalari qo‘shilishidan prolyuvial shleyf vujudga kelgan. Janubi-g‘arbiy yon bag‘ri Sangzor daryosi vodiysiga tik tushgan.

Baland tog‘ florasini tashkil etuvchi o‘simlik turlari ko‘p hollarda o‘rganilayotgan hududdan tashqariga chiqadigan turli xil areallarga ega. Ushbu areallarni tahlil qilish o‘rganilayotgan floraning xorologik xususiyatini, ustun geoelementlarni aniqlashga imkon

beradi, bu esa materialni, birinchi navbatda, hududni botanik-geografik rayonlashtirish sxemalarini tuzish, shuningdek, flora tarixi bilan bog'liq muammolarni hal qilib berishda ifodalanadi [5. B. 331]. Geografik tahlilning asosini geografik elementga tegishli turlarning iyerarxik bo'ysunishini aniqlashga asoslangan floraning geografik spektri tashkil etadi [6. B. 19-33; 7. B. 122]. Har bir tur, ma'lum bir arealga ega bo'lgan holda, dunyoning botanik-geografik rayonlashtirish sxemasida geografik element sifatida ifodalanadi [8. B. 242–266].

**Natijalar va muhokama.** Turlarning ma'lum bir geografik elementga mansubligini aniqlashda A. L. Taxtadjyan [9. B. 522] tomonidan dunyoning botanik-geografik rayonlashtirish tizimini qabul qilib, ko'plab oldingi tadqiqotchilar tomonidan ishlab chiqilgan fitoxorionlar konsepsiyasiga asoslanadi [10. B. 201; 11. B. 415]. Geoelementlar tizimini shakllantirishda N.N. Porteniye [12. B. 294] tasniflash sxemasi bo'yicha ham foydalanildi. Turlarning areallariga qarab tarqalishi har bir floraning geografik tuzilishini aks ettiradi. Floristik tadqiqotlarning mustahkam tarixiga qaramay, areallarning unitar tasnifi hali ham mavjud emas. Maqsadga qarab, har bir tadqiqotchi turli botanik-geografiyasi asarlarida ishlab chiqilgan muayyan tamoyillarga amal qiladi [2. B. 117; 13. B. 421; 14. B. 591]. Ba'zan o'xshash areallarni bitta turga umumlashtirish kerak bo'ladi. Ushbu yondashuv ko'pincha geografik keng tarqalgan turlar uchun qo'llaniladi (palearktik, golarktik). Kam turlarga ega bo'lgan areal tiplarini tanlash muhim ahamiyatga ega, chunki ular tahlil qilinadigan floraning geografik tuzilishida mahalliy turlarning o'rnini eng aniq ko'rsatuvchi asos hisoblanadi [4. B. 1105-1132].

Ko'histon okrugining dendroflorasining geografik tahlili floraning tog' florasiga mansubligining navbatdagi asosi sifatida qaraladi.

Okrugning tabiiy dendroflorasining tarqalish areallarini aniqlash jarayonida dala tadqiqotlari davomida yig'ilgan gerbariy materiallaridan hamda turlarning umumiy tarqalishi bo'yicha [15] monografiyalardan, [www.catalogueoflife.org](http://www.catalogueoflife.org), [www.efloras.org](http://www.efloras.org), [www.gbif.org](http://www.gbif.org) internet saytlaridan va boshqa bir qator manbalardan [13. B. 20; 12. B. 98; 11. B. 258] foydalanildi. Dendrofloraning joylashgan o'ri, turlar tarkibi va boshqa jihatlari ko'zda tutilgan holda areal tiplari har xil bo'ladi. Olib borilgan tadqiqotlarda hudud florasining uchraydigan turlarning to'liq ro'yxati shakllantirildi. Shakllantirilgan mazkur ro'yxatdagi turlarni tip arellari belgilashda, hozirga qadar olib borilgan floristik R.V. Kamelin [1 B. 356], L.S. Krasovskaya va bosh. [14. B. 173] tadqiqotlardan foydalanildi. Tadqiqot ishini amalga oshirishning yana bir muhim jihati berilgan areal tiplari yirikroq hududlarga birlashtirgan holda o'rganildi.

Olib borilgan tadqiqot natijalariga ko'ra, Ko'histon botanik-geografik okrugining zaminida joylashgan Turkiston hamda Molguzar tog' tizmalarining dendroflorasida topilgan turkum turlarining tabiiy yo'l bilan tarqalganligini o'rganishda 7 areal sinfiga mansub 31 areal tiplari aniqlandi (1–jadval).

1–jadval

Ko'histon okrugining dendroflorasining areal sinflari darajasida turlarning taqsimlanishi

№	Areal tiplari	Turlar soni	%
<b>Pomiroloy sinfi – 9 (7,76%)</b>			
1	Pomiroloy	4	3,45
2	Ko'histon-hisor	2	1,72
3	G'arbiy-pomiroloy	2	1,72
4	Ko'histon	1	0,86
<b>Tog'lio'rtaosiy sinfi – 31 (26,72%)</b>			
5	Tog'lio'rtaosiy	13	11,21
6	Tiyonshon-pomiroloy	7	6,03
7	G'arbiy-tiyonshon-pomiroloy	6	5,17
8	G'arbiy-tiyonshon-g'arbiypomiroloy	5	4,31
<b>O'rtaosiy sinfi – 26 (22,41%)</b>			
9	Tarbag'atoy- tog'lio'rtaosiy	12	10,34

10	Kopetdog'- tog'lio'rtaosiyo	6	5,17
11	O'rtaosiyo	4	3,45
12	Jung'oriya-tog'lio'rtaosiyo	2	1,72
13	Kopetdog'-pomiroloy	1	0,86
14	Xoroson- tog'lio'rtaosiyo	1	0,86
<b>Qadimiyo'rtayerdengizi sinfi – 25 (21,56%)</b>			
15	Eron-o'rtaosiyo	7	6,03
16	Qadimiyo'rtayerdengizi	6	5,17
17	Sharqiy-qadimiyo'rtayerdengizi	5	4,31
18	Eron-himoloyoldi	4	3,45
19	Himoloyoldi	3	2,59
<b>Palearktik sinfi – 19 (16,38%)</b>			
20	Yevro-sharqiyqadimiyo'rtayerdengizi	3	2,59
21	Yevro-qadimiyo'rtayerdengizi	3	2,59
22	Sibir-o'rtaosiyo	2	1,72
23	Kavkaz-sibir-o'rtaosiyo	2	1,72
24	Yevro-sibir-o'rtaosiyo	2	1,72
25	Pontik-janubiysibir-qadimiyo'rtayerdengizi	2	1,72
26	Palearktik	2	1,72
27	Oltoy-o'rtaosiyo	1	0,86
28	Yevro-sibir-qadimiyo'rtayerdengizi	1	0,86
29	Pontik-qadimiyo'rtayerdengizi	1	0,86
<b>Golarktik sinfi – 3 (2,59%)</b>			
30	Golarktik	3	2,59
<b>Plyuriregional sinfi – 1 (0,86%)</b>			
31	Plyuriregional	1	0,86
	Areal tiplari aniqlanmagan turlar	2	1,72
	<b>Jami:</b>	<b>116</b>	<b>100</b>

Bir-biriga yaqin bo'lgan areal tiplari areal sinflariga birlashtirildi. Iyerarxiya tamoyillari O'rta Osiyo floralarini tadqiq etgan ayrim tadqiqotchilarning fikriga ko'ra, o'rganilayotgan floralarning geografik aloqalarini yanada to'liqroq tavsiflaydi. Keltirilgan ma'lumotlar turli sinflarga mansub bo'lgan geografik elementlarning o'zaro nisbatini ochib berishda asos bo'la oladi (2-jadval).

2-jadval

## Ko'histon okrugi dendroflorasining areal sinflari bo'yicha taqsimlanishi

Areal sinflari	Area l tiplari soni	Tur lar soni	Jami dendrofloradan %
Tog'lio'rtaosiyo	4	31	26,72
O'rtaosiyo	6	26	22,41
Qadimiyo'rtayerdengiz	5	25	21,56
Palearktik	10	19	16,38
Pomir-Oloy	4	9	7,76
Golarktik	1	3	2,59
Plyuriregional	1	1	0,86
Aniqlanmagan tiplar	-	2	1,72
Jami:	31	116	100

2-jadvalda keltirilgan ma'lumotlardan ko'rinib turibdiki, Tog'lio'rtaosiyo areal sinfi 4 tip bilan ishtirok etib, turlar soniga ko'ra (31 tur; 26,72%) boshqa sinflardan ustunlik qiladi. Tog'lio'rtaosiyo sinfi Tiyonshon (Sinszyan bilan), Pomir-Oloy (Sharqiy Pomirdan tashqari) Turkiston, Zarafshon, Hisor tizmalarini va ularning g'arbiy tarmoqlari, Darvaz, Mazar tizmalarini, Chu-Ili tog'i, Qoratorov, Qirg'iziston tizmasining g'arbiy qismidan Qurama va Farg'ona tizmasigacha bo'lgan hududlarini qamrab olgan. Sinf tarkibida Tog'lio'rtaosiyo (13 tur), Tiyonshon-pomiroloy (7), G'arbiytiyonshon-pomiroloy (6), G'arbiytiyonshon-g'arbiypomiroloy (5) areal tiplari nisbatan kichik maydonlarni egallab, turlarining soni



yuqoriligi bilan ajralib turadi va ularning yig'indisi areal sinfining asosidan iborat. Keltirilgan bu hududlar, Tog'lio'rtaosiy va Tiyonshon-pomiroloy hududlarini alohida areal tiplari sifatida ajratilgan va Tog'lio'rtaosiy areal sinfida zamonaviy tur hosil bo'lishida mahalliy o'choqlari borligini ifodalagan [23. B. 98]. Keltirilgan dendrofloral orasida Tog'lio'rtaosiyning barcha tizmalari bo'ylab tarqalgan turlar 9 oila 14 turkum bilan ifodalangan: Ephedraceae (*Ephedra* L./2 tur), Sapindaceae (*Acer* L./2), Tamaricaceae (*Tamarix* L./1), Fabaceae (*Astragalus* L./3), *Caragana* Fabr./1), Rosaceae (*Rosa* L./5), *Prunus* L., *Spiraea* L., *Pyrus* L. (har biri 1 tur), Salicaceae (*Salix* L. va *Populus* L. (har biri 1 tur), Caprifoliaceae (*Lonicera* L./3), Oleaceae (*Fraxinus* L./1), Thymelaceae (*Restella* Pobed./1).

O'rta Osiyo areal sinfi 6 areal tiplari bilan ishtirok etib umumiy dendrofloraning tarkibini 26 turini (22,41%) o'z ichiga oladi. Ushbu sinf Pomir-Oloy, Tiyon-Shon, Jung'or Olatog'i, Tarbag'atoy, Qulja va Sinszyan chegarasigacha bo'lgan hududlarni tashkil etadi. Bu sinfga 6 areal tiplari kirib, Tarbag'atoy-Tog'lio'rtaosiy (12 tur) areal tipi boshqa tiplarga qaraganda turlar sonining yuqoriligi bilan ustunlik qiladi. Kopetdog'-Tog'lio'rtaosiy (6), O'rtaosiy (4) va Jung'oriya-Tog'lio'rtaosiy (2) areal tiplari dendroflora turlarining muhim miqdorini tashkil etadi. Kopetdog'-pomiroloy va Xuroson-tog'lio'rtaosiy (har biri 1 tur) tiplariga mansub turlarning miqdori past darajada ifodalanadi. O'rta Osiyodagi tog' tizmalarini qamrab olgan dendrofloral orasida tarqalgan turlar 10 oilaga mansub 14 turkum bilan ishtirok etadi. Polygonaceae (*Atraphaxis* L./2 tur), Salicaceae (*Salix* L./1), *Populus* L./2), Grossulariaceae (*Ribes* L./1), Rosaceae (*Cotoneaster* Medik./5), *Malus* Mill./1), *Prunus* L./4), *Sorbus* L./1), Fabaceae (*Astragalus* L./1), Caprifoliaceae (*Lonicera* L./3), Ephedraceae (*Ephedra* L./1), Ulmaceae (*Ulmus* L./1), Betulaceae (*Betula* L./1), Rhamnaceae (*Rhamnus* L./1) oila va turkumlari O'rta Osiyoning tekisliklari va tog'larini birlashtirib turadi.

Tadqiq etilgan hudud dendroflorasidagi mazkur areal sinfiga mansub fanerofit turlari taksonomik guruhlar orasidagi Ephedraceae (*Ephedra* L./1 tur), Berberidaceae (*Berberis* L./2), Amaranthaceae (*Salsola* L./2), Rosaceae (*Crataegus* L./3, *Rosa* L./2, *Sorbus* L. va *Prunus* L. (har biri 1 tur), *Pentaphylloides* Duham./1, *Cotoneaster* Medik./1, Anacardaceae (*Pistacia* L./1), Platanaceae (*Platanus* L./1), Salicaceae (*Salix* L./1), Elaeagneaceae (*Elaeagnus* L. va *Hippophae* L. (har biri 1 tur), Juglandaceae (*Juglans* L./1), Ulmaceae (*Ulmus* L./1), Ranunculaceae (*Clematis* L./1), Caprifoliaceae (*Lonicera* L./1) oila va turkumlari asosiy o'rin egallaydi. Mazkur taksonomik guruhlar ichida asosini fanerofitlar tashkil etib, ular tekislik va adir mintaqalarida keng tarqalgan.

Navbatdagi Palearktik areal sinfi Sharqiy O'rtayer, Yevropaning g'arbiy va markaziy qismlarini, Sharqiy O'rtayer, Yevropaning g'arbiy va markaziy qismlari Sibir, O'rta Osiyo va Markaziy Osiyo hududlarini qamrab olgan. Mazkur sinf 10 areal tiplariga mansub bo'lgan 19 tur (barcha turlarning 17% dan kamrog'ini) o'z ichiga oladi.

Keltirilgan dendrofloral orasida bu sinfning Tog'lio'rtaosiyning barcha tizmalari bo'ylab tarqalgan turlar 14 oilaga mansub 18 turkum bilan ifodalangan. Ulmaceae (*Celtis* L. va *Ulmus* L. (har biri 1 tur)), Rosaceae (*Spiraea* L., *Cydonia* Mill., *Rubus* L. (har biri 1 tur)), Solanaceae (*Lycium* L./1), Cupressaceae (*Juniperus* L./1), Polygonaceae (*Atraphaxis* L./1), Ephedraceae (*Ephedra* L./1), Betulaceae (*Betula* L./1), Moraceae (*Morus* L./2), Tamaricaceae (*Myricaria* Desv./1), Fabaceae (*Halimodendron* Fisch.ex DC./1), Salicaceae (*Salix* L. va *Populus* L. (har biri 1 tur), Santalaceae (*Arceuthobium* M.Bieb./1), Rhamnaceae (*Rhamnus* L./1), Caprifoliaceae (*Lonicera* L./1) oila va turkumlari ustunlik qiladi.

Navbatdagi Pomiroloy areal sinfi hisoblanadi. U Oloy, Turkiston va Nurota tizmalaridan G'arbiy Pomirning Badaxshon qismini o'zida aks etadi. Bu sinf to'rt areal tiplariga mansub bo'lgan 9 tur (barcha turlarning 8% dan kamrog'ini) bilan ifodalanadi. Bu sinf Pomiroloy (4 tur), Ko'histon-hisor, G'arbiypomiroloy (har biri 2 tur), Ko'histon (1) 4 areal tiplari bilan ifodalanadi. Pomiroloy sinfidagi dendrofloral orasida tarqalgan turlar 4 oilaga mansub 6 turkum bilan ishtirok etadi. Fabaceae (*Astragalus* L. (3 tur), *Colutea* L., *Caragana* Fabr. (har biri 1 tur), Sapindaceae (*Acer* L./1), Caprifoliaceae (*Lonicera* L./1),

Rosaceae (*Prunus* L./2) oila va turkumlari bilan ifodalanadi. *Astragalus* va *Prunus* turkumi turlari Pomiroloy areal sinfining asosiy tarqalgan boy turlari hisoblanadi va hududning tur hosil bo'lish markazlaridan biri ekanligi ma'lum bo'ldi. Ushbu sinfnning joylashuvi o'rganilayotgan dendrofloraning Pomiroloy dendroflorasiga tegishli ekanligini yetarlicha aniq ko'rsatadi.

Geografik taqsimlanishining keyingi ikki areal sinfida Ko'histon okrugi dendroflorasi butun floraning taxminan uchdan bir qismini tashkil etadi. Golarktika (3 tur) va Plyuriregional (1) sinflarida to'plangan turlarning tarkibi o'rganilayotgan floraning o'ziga xosligiga hissa qo'shmaydi. Ular o'rganilayotgan florani boshqa floristik avlodlarning floralari bilan bog'laydigan turlarning maksimal sonini o'z ichiga oladi va turlarning tarqalishi tekislik va quyi tog' mintaqalariga to'g'ri keladi.

Tadqiqot hudud florasining geografik tarkibining ko'rsatkich tavsifi sistematik spektrning geografik elementi hisoblanadi. Geografik spektrdagi yetakchi (polimorf) oilalar geoelementlari keltirilgan (2–jadval). Olib borilgan tadqiqotda hudud dendroflorasining geografik xususiyatlarini ochib berish maqsadida polimorf oilalarning asosiy geografik elementlar bo'yicha taqsimlanishi tahlil qilindi. Ko'histon okrugi dendroflorasining areal sinflari bo'yicha 8 yetakchi oila turlari tahlil qilish natijasida oila vakillarida dominantlik qiluvchi areal sinflari aniqlandi.

Natijalar asosida Tog'lio'rtaosiyo areal sinfi 6 oilada dominantlik qilishi bilan ifodalandi. Tog'lio'rtaosiyo va O'rtaosiyo areal sinflarida Rosaceae 26.83% turlari bilan bir xil ko'rsatkichga ega, Salicaceae 30.0% O'rtaosiyo, Berberidaceae 66.67% turlari bilan Qadimiyo'rtaoyerdengizi areal sinfida ustunlik qiladi.

Ko'histon okrugini dendroflorasida Tog'lio'rtaosiyo areal sinfi elementlari eng yuqori bir xil ulushga Cupressaceae va Sapindaceae oilalari (66.67%) ega bo'lsa, eng past darajadagi ulush Rosaceae (26.83%) oilasi bilan ifodalanadi. Ko'histon okrugi dendroflorasining geografik tahlili areal tiplari bo'yicha ham taqsimlandi (3-jadval).

3-jadval

Ko'histon okrugi polimorf oilalarning areal tiplari bo'yicha tahlili

Oila/turlar soni	Miqdor ko'rsatkichlari	Areal tiplari			
		TO'O	TTO'	TPO	EO'O
Rosaceae/4 1	turlar soni	3	5	2	3
	%	7.32	12.19	4.88	7.32
Fabaceae/12	turlar soni	3	1	1	1
	%	25.0	8.33	8.33	8.33
Salicaceae/ 10	turlar soni	1	1	-	-
	%	10.0	10.0	-	-
Caprifoliaceae/9	turlar soni	2	3	1	-
	%	22.23	33.34	11.12	-
Ephedraceae/5	turlar soni	1	-	-	1
	%	20.0	-	-	20.0
Cupressaceae/3	turlar soni	-	-	2	-
	%	-	-	66.67	-
Berberidaceae/3	turlar soni	-	-	1	2
	%	-	-	33.34	66.67
Sapindaceae/3	turlar soni	2	-	-	-
	%	66.67	-	-	-
<b>Jami: 86</b>		<b>12</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>7</b>

Izoh: TO'O-Tog'lio'rtaosiyo; TTO'- Tarbag'atoy-tog'lio'rtaosiyo; TPO-Tiyonshonpomiroloy; EO'O-Erono'rtaosiyo.

Tahlil natijalariga ko'ra, Tog'lio'rtaosiyo areal tipidagi oilalar geografik spektrining ketma-ketligini quyidagicha ifodalash mumkin: Sapindaceae (66.67%) – Fabaceae (25.0%) – Caprifoliaceae (22.23%) – Ephedraceae (20.0%) – Salicaceae

(10.0%) – Rosaceae (7.32%). Sapindaceae oilasi to‘liq “tog‘lio‘rtaosiyo” hisoblanib, tog‘lio‘rtaosiyo turlarining 5 oilani o‘z ichiga oladi, qolgan 2 oila bundan mustasno.

Keyingi Tarbag‘atoy-Tog‘lio‘rtaosiyo areal tipining yetakchi 4 oilani ketma-ketligini: Caprifoliaceae (33.34%) – Rosaceae (12.19%) – Salicaceae (10.0%) – Fabaceae (8.33%) ifodalaydi. Tiyonshon-pomiroloy areal tipining oilalarining geografik spektrida Cupressaceae (66.67%) – Berberidaceae (33.34%) – Caprifoliaceae (11.12%) – Fabaceae (8.33%) – Rosaceae (4.88 %) oilalari ustunlik qiladi. Eron-o‘rtaosiyo geoelementlari ichida esa eng yuqori ko‘rsatkichni Berberidaceae (66.67%), eng pastkisini Rosaceae (7.32%) oilalari bilan ishtirok etadi. Mazkur natijalarga ko‘ra, Tog‘lio‘rtaosiyo areal sinfiga mansub turlar 26.72% tashkil etdi va fanerofitlarga to‘g‘ri keldi. Yetakchi 8 oilaning 4 yetakchi geoelementlar ketma-ketligida Sapindaceae – Caprifoliaceae – Cupressaceae – Berberidaceae oilalari tashkil etib, tog‘lio‘rtaosiyo Sapindaceae, Tarbag‘atoy-Tog‘lio‘rtaosiyo Caprifoliaceae, Tiyonshon-Pomiroloy Cupressaceae, Eron-O‘rtaosiyo esa Berberidaceae oila turlarining ulushi yuqoriligi bilan ajralib turadi.

Ko‘histon okrugi dendroflorasining areal tiplar bo‘yicha tarqalgan dominant turkumlari ham katta rol o‘ynaydi.

Ushbu turkumlar quyidagi ketma-ketlikda turadi: *Berberis* (66.67%) – *Rosa* (33.34%) – *Lonicera* (33.34%) – *Populus* (25.0%) – *Ephedra* (20.0%) – *Astragalus* (14.29%). “Eng” tog‘lio‘rtaosiyolik *Rosa* (33.34%) turkumi hisoblanadi, jumladan, tarbag‘atoy-tog‘lio‘rtaosiyolik – *Lonicera* (33.34%), tiyonshon-pomiroloylik – *Berberis* (33.34%), eron-o‘rtaosiyolik – *Ephedra* (20.0%) va *Berberis* (66.67%) turkumlari ustunlik qiladi.

**Xulosa va takliflar.** Xulosa qilib aytganda, Ko‘histon botanik-geografik okrugining dendroflorasini geografik spektrning bosh qismiga Sapindaceae – Caprifoliaceae – Cupressaceae – Berberidaceae oilalari, turkumlardan *Rosa* – *Lonicera* – *Berberis* – *Ephedra* boshchilik qiladi. Olib borilgan tadqiqot natijalariga ko‘ra, turlarning areal tiplari bo‘yicha taqsimlanishi keltirilgan florada Tog‘lio‘rtaosiyo va O‘rtaosiyo areal sinflariga mansub dendroflora turlari ustunlik qiladi. Shuningdek, Qadimiyo‘rtayerdengizi va Palearktlik areal sinflariga mansub bo‘lgan turlar dendrofloraning aksariyat qismidan iborat. Ko‘histon okrugi dendroflorasining *Astragalus*, *Salix*, *Populus*, *Morus*, *Crataegus* turkum turlari Palearktlik, Golarktlik, Plyuregional areal tiplariga ega bo‘lgan turlar hisoblanadi. Ko‘histon okrugining dendroflorasidagi turlarning arealiga qarab tarqalishi har bir floraning geografik tuzilishini aks ettiradi. Dissertasiya tadqiqot natijalari asosida shakllantirilgan Ko‘histon botanik-geografik okrugining dendroflora ro‘yxati bo‘yicha turlarning areal sinflari tarkibiga mansub areal tiplari aniqlandi va dendrofloraning geografik tahlili amalga oshirildi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Kamelin R.V. Florogeneticheskiy analiz yestestvennoy flori gornoy Sredney Azii. – L.: Nauka, 1973. – 356 s.
2. Kamelin R.V. Kuxistanskiy okrug gornoy Sredney Azii. – L.: Nauka, 1979. – 117 s.
3. Rachkovskaya et al. 2003. Botanicheskaya geografiya Sredney Azii i Kazaxstana. L. 425 s.
4. Tojibayev K.Sh., Beshko N.Y., Popov V.A. Botaniko-geograficheskoye rayonirovaniye Uzbekistana // Botanicheskij jurnal, 2016. – № 10. – S. 1105-1132.
5. Astamirova M.A. Petrofilnaya flora visokogornix landshaftov sentralnogo i severo-vostochnogo Kavkaza: dis... dokt. geog. nauk: Grozniy, 2022. – 331 s.
6. Dakiyeva M.K. Flora Respubliki Ingushetii i yeye analiz: dis. kandidat ... 2002. - T. 87, № 2. - S. 19-33
7. Djamaldinova M.A. Ekologo-biologicheskij i geograficheskij analiz petrofitov Andiyskogo xrebtu i Salatau: dis. kandidat ... 2012. – 03.02.08 - S. 122
8. Yursev B. A., Kamelin R. V. Ocherk sistemi osnovnix ponyatij floristiki // Teoreticheskoye i metodicheskoye problemi sravnitelnoy floristiki: materialy II rabochego soveshaniya po sravnitelnoy floristike. L.: Nauka, 1987. S. 242–266).

9. Takhtajan A. Floristic regions of the World. Berkeley, Los Angeles, London. – 1986. - 522 p.
10. Eig, A. Les elements et les groupes phytogeographiques auxiliaires dans la flore palestinienne, 1. Texte / A. Eig // Feddes Repert. Beih.). – 1931. – Vol. 63. – R. 1–201.
11. Krasovskaya L. S., Levichev I. G.. Flora Chatkalskogo zapovednika [Flora of the Chatkal Nature Reserve]. Tashkent: Fan. 1986. 173 p.
12. Beshko N.Y. Rare and endemic species of Flora of nurata natural reserve. Trans. Nat. Res. Uzbekistan (1997), pp. 18-24.
13. Xasanov F. O. Kserofilnaya drevesno-kustarnikovaya rastitelnost Kugitang-tau: Avtoref. dis... kand. biol. nauk. – Tashkent, 1987.– 20 s.
14. Tojibayev K.Sh. Flora Yugo-Zapadnogo Tyan-Shanya (v predelax respubliki Uzbekistan). – Tashkent: Fan, 2010. – 98 s.
15. Batoshov A.R. Flora ostanov yugo-vostochnogo Kizilkuma. Dis. ...dokt biol nauk. – Tashkent: 2016. – 258 s.

## ВЛИЯНИЕ ВОДРОСЛЕЙ НА РОСТ И РАЗВИТИЕ ОЗИМОЙ ПШЕНИЦЫ В УСЛОВИЯХ ПОЧВ БУХАРСКОГО ОАЗИСА

**Буриев Сулейман Буриевич<sup>1</sup>**

Бухарский государственный университет,  
доктор биологических наук, профессор  
s.b.buriyev@buxdu.uz

**Халилова Нигора Ихтиёровна<sup>2</sup>**

Бухарский государственный педагогический институт,  
преподаватель кафедры биологии,  
[xalilovanigora.11@gmail.com](mailto:xalilovanigora.11@gmail.com)

**Шарипов Одилжон Бафоевич<sup>3</sup>**

Бухарский государственный университет  
кандидат биологических наук, доцент,  
Sharipov3003@mail.ru

**Аннотация:** В работе изучены агробиотехнологии возделывания озимой пшеницы в почвах с разным засолением и спесифическими почвенно-климатическими условиями Бухарского оазиса. В решении этой проблемы большую роль играет комплексное изучение современного состояния почв, уровня плодородия и факторов, лимитирующих продуктивность. В нашей республике в сельскохозяйственном производстве интенсивно используются только орошаемые почвы, их общая площадь составляет около 4,3 млн га, из них 3,3 млн га — пахотные земли. Эти почвы претерпели значительные изменения в ходе орошения. На территории республики распространено 28 типов почв, из них 22 типа широко используются в сельском хозяйстве, а остальные 6 типов очень редки, из них 49,1% - луговые оазисы, 12,7% - лугопастбищные, 15,6% степные, 0,6% - луговые оазисы. % болотно-луговые, 19,9% лугово-аллювиальные и 2,1% лугово-бурые почвы.

Сорта озимой пшеницы, посаженные на орошаемых почвах Бухарского оазиса, были отобраны и обработаны водорослями хлореллой обыкновенной в разные сроки и нормы перед посадкой и в период развития роста, а также проведены фенологические наблюдения за озимой пшеницей и сортами в полевых опытах на устойчивость, урожайность и сенных хозяйственных объектов.

Описаны морфологические показатели оазисных лугово-аллювиальных почв, они различаются по своей спесифике, свету, механическому составу, густоте агрооросительного горизонта, гумусовый слой выражен нечетко по сравнению с орошаемыми лугово-аллювиальными почвами, но сильнее выделяется. При внесении Члорелла вульгарис из расчета 40 л/т перед посевом озимой пшеницы всхожесть составила 80%, высота растений 16,6 см, количество гроздей 6, содержание азота 3,79%, хороший показатель. Высокий результат, при обработке из расчета 50 л/т, по сравнению с контрольным вариантом, установлено, что всхожесть увеличилась на 10%, высота растений составила 3,7 см, количество бутонов - 3, содержание азота увеличилось на 0,17. %

**Ключевые слова:** Оазис, гумус, адаптация, сортоиспытание, зимовка, размещение, вегетация, элементы урожайности, фенология, Шлорелла вульгарис, всхожесть, кустистость, морфология.

**Abstract:** The work studied agrobiotechnologies for cultivating winter wheat in soils with different salinity and specific soil and climatic conditions of the Bukhara oasis. In solving this problem, a comprehensive study of the current state of soils, the level of fertility and factors limiting productivity plays an important role. In our republic, only irrigated soils are intensively used in agricultural production; their total area is about 4.3 million hectares, of which 3.3 million hectares are arable lands. These soils have undergone significant changes during irrigation. There are 28 types of soils distributed on the territory of the republic, of which 22 types are widely used in agriculture, and the remaining 6 types are very rare, of which 49.1% are meadow oases, 12.7% are grassland, 15.6% are steppe, 0.6% - meadow oases. % swamp-meadow, 19.9% meadow-alluvial and 2.1% meadow-brown soils.

Winter wheat varieties planted on irrigated soils of the Bukhara oasis were selected and treated with *Chlorella vulgaris* algae at different times and rates before planting and during the period of growth development, and phenological observations of winter wheat and varieties were carried out in field experiments for resistance, productivity and valuable economic objects.

The morphological indicators of oasis meadow-alluvial soils are described, they differ in their specificity, color, mechanical composition, the density of the agro-irrigation horizon, the humus layer is not clearly expressed in comparison with irrigated meadow-alluvial soils, but stands out more when *Chlorella vulgaris* is added at the rate of 40 l/t before sowing winter wheat, germination was 80%, plant height 16.6 cm, number of bunches 6, nitrogen content 3.79%, a good indicator. high result, when treated at a rate of 50 l/t, compared with the control option, it was found that germination increased by 10%, plant height was 3.7 cm, the number of buds was 3, the nitrogen content increased by 0.17. %.

**Keywords:** Oasis, humus, adaptation, variety testing, wintering, placement, vegetation, yield elements, phenology, *Chlorella vulgaris*, germination, bushiness, morphology.

**Введение.** На территории республики насчитывается 28 типов почв, из которых 22 типа используются в сельском хозяйстве более интенсивно, а остальные 6 типов очень редко. В частности, светло-коричневые лугово-степные почвы занимают 578,5 тыс. га площади, коричневые почвы – 1712,8 тыс. га, темные сероземы – 1208,8 тыс. га, типичные сероземы – 2880,1 тыс. га, светлые сероземы – 2191,9 тыс. га, сероземно- луговые и лугово-сероземные почвы – 1192,0 тыс. га, серо-бурые, такырные почвы – 10833,9 тыс. га, серо-буро-луговые – 79,2 тыс. га, такырные почвы – 1003,0 тыс. га, такырно-луговые и лугово-такырные почвы – 445,6 тыс. га, пустынно-песчаные почвы – 2466,2 тыс. га, луговые, болотно-луговые почвы – 3547,8 тыс. га, типичные солончаки – 793,9 тыс. га, приморские солончаки – 1739,6 тыс. га, прочие земли – 14159,2 тыс. га [1],[2].

**Методы.** Модернизация сельскохозяйственного производства непосредственно связана с необходимостью повышения плодородия почв и разработкой других важных вопросов землепользования.

В решении этой задачи большая роль принадлежит комплексным исследованиям современного состояния, уровня плодородия, факторов, лимитирующих производительную способность почв. В нашей республике в сельскохозяйственном производстве интенсивно используются лишь орошаемые почвы, общая площадь которых составляет около 4,3 млн га, из них пахотных 3,3 млн га. Эти почвы в процессе орошения претерпели значительные изменения.

Орошение в аридных и экстрааридных условиях, в несколько раз превосходящее атмосферное увлажнение, коренным образом видоизменяет весь ход почвообразования: поступление и минерализацию органического вещества, гумусообразования, миграцию солей и биофильных элементов и др. Особенно меняются их морфологические особенности, физические, водно-физические, агрохимические, химические, биологические свойства и др [3],[4],[5].

Производительная способность орошаемых почв во многом зависит от сельскохозяйственной деятельности человека. В целях рационального использования этих почв необходимо изучение их современного состояния,

выявление и предотвращение отрицательных факторов, лимитирующих производительную способность почв.

**Результаты.** Морфологические показатели оазисных лугово-аллювиальных почв отличаются своеобразием, цветом, механическим составом, плотностью и мощностью агроирригационного горизонта, гумусовым слоем не выраженным явно относительно орошаемых лугово-аллювиальных почв, но характеризующейся большей мощностью. По мощности агроирригационного горизонта оазисные лугово-аллювиальные почвы относятся к «мощной» группе, а орошаемые лугово-аллювиальные почвы к группе «средней мощности».

Орошаемые почвы территории характеризуются наличием коррелятивной связи между основными свойствами почв и микробиологической и ферментативной активностью: с гумусом  $r=0,90-0,99$ , с азотом  $r=0,93-0,97$ , с подвижным фосфором  $r=0,93-0,98$ , с обменным калием  $r=0,95-0,99$ . Наличие положительных корреляционных связей показывает биологический потенциал почв, а также важную их роль в своеобразии формирования почвообразовательных процессов.

Способность азотфиксирующих сине-зелёных и протококковых водорослей, размножающихся на поверхности почв и ризосфере, синтезировать биологически активные вещества, достаточно изучены. Водоросли могут выделять в окружающую среду витамины группы В, каротин и некоторые виды сине-зелёных и зеленых водорослей-полисахариды, пептозы, полипептиды, аминокислоты и др. (Горюнов, 1966; Панкратов, 1967; барашков, 1972, Fogg, 1960).

При замачивании семян растений в суспензии водорослей метаболиты клеток всасываются семенами и стимулируют рост и развитие растений (Шатина, 1964; Кучкарова и др 1972а,б).

Нами изучалось влияние азотфиксирующих сине-зелёных и протококковых водорослей на рост, развитие и урожайность пшеницы в условиях богары равнинно-холмистой зоны.

Полевые опыты закладывались на опытном участке в Галляаральском районе Джизакской области на различном минеральном фоне (азот-35 кг, фосфор-40 кг), а для озимой пшеницы без внесения удобрений, на стерне. Использовались семена сорта «Кызыл Шарк» и месячные культуры водорослей.

Опыты закладывались на монокультуре на площади 0,5 га (размер каждой делянки 100м<sup>2</sup>). Зональный тип почвы-типичный серозем. При посеве пользовались СН-16, а жатву проводили с помощью деляночного комбайна Sampo. Семена замачивали в объёмистых сосудах в течении суток. Перед посевом их проветривали на брезенте под открытым небом.

Перед закладкой опыта и после уборки пшеницы в почве определяли содержание общего азота по Кьельдалю и гумуса по Тюрину.

Варианты опыта:

- 1) замачивание семян в воде (контроль):
- 2) в суспензии *chlorella vulgaris*.

По фазам развития пшеницы проводили фенологические наблюдения определяли содержание азота в растениях и сырой протеин в зерне.

Установлено, что водоросли оказывают положительное влияние на прорастание, всхожесть и развитие пшеницы.

Таблица 1.

## Влияние замачивание семян суспензии водорослей на рост пшеницы

Вариант опыта	Всхожесть семян, %	Высота растений, см	Кол-во кустов, шт	Содержание общего азота в растении, % на сух.вес.
Контроль (в воде)	75	14,8	4	3,72
<i>Chlorella vulgaris</i> (30 л/т)	78	15,2	4	3,74
<i>Chlorella vulgaris</i> (40 л/т)	80	16,6	6	3,79
<i>Chlorella vulgaris</i> (50 л/т)	85	18,5	7	3,89

Всхожесть и кустистость растений после замочки семян в суспензии водорослей лучше по сравнению с контролем (таблица 1.), как видно по таблице контрольные сорта имели всхожесть 75%, высота растений 14,8 см, количество кустов 4 шт, содержание общего азота 3,72% на сухой вес растения. При использовании как замолчку *Chlorella vulgaris* 30 л/т мы получили следующие изменение всхожесть 78% который превышает на 3% больше чем на контрольном, высота растения 15,2 см, кустистость 4, содержание азота 3,74% на 0,02 % больше чем на контроле, также при использовании *Chlorella vulgaris* 40 л/т нами были получены очень хорошие результаты чем на контроле и первом опыте, всхожесть достигло до 80%, высота растений 16,6 см, кустистость 6, содержание азота 3,79%.

Дальнейшее повышение показателей по сравнению со вторым экспериментом было достигнуто за счет увеличения количества хлореллы. При замачивании семян суспензии водорослей *Chlorella vulgaris* 50 л/т всхожесть составляла 85%, высота растений достигла 18,5см, количество кустов 7 шт и содержание азота 3,89%.

Различные виды водорослей влияют на рост растений по разному, если в вариантах с *Nostoc muscorum* высота растений составляет 18,5 см и количество кустов-7, то в вариантах смеси видов водорослей и с хлореллой высота растений 16,6-18,5 см, количество кустов-7. Во всех вариантах опыта наблюдается отличие от контроля. [5],[6].

Одновременно с фенологическими наблюдениями определяли содержание общего азота в растениях. Наиболее его накопление отмечено после замочки семян в смеси 7 видов водорослей и *Nostoc muscorum*.

Урожай пшеницы в варианте с суспензией *Nostoc muscorum* повысился в весеннем севе в условиях богары на 23%, сырой протеин в зерне составил 13,47%, с суспензией смеси 7 видов водорослей соответственно 1,3 ц/га, и 10,03%, в варианте с хлореллой 0,8 ц/га и 10,61 % (табл. 2,3).

Таблица 2.

## Влияние замачивания семян в суспензии водорослей на урожайность пшеницы (полевой опыт 2023 г.)

Вариант опыта	Яровая пшеница			Озимая пшеница		
	среднее из 4-х повторн. s/га	Разница от контроля		Среднее из 4-х повторн. s/га	Разница от контроля	
		s/га	%		s/га	%
Контроль (в воде)	8,0	-	-	4,2	-	-
<i>Chlorella vulgaris</i> (30 л/т)	9,6	1,6	20	5,0	0,8	20
<i>Chlorella vulgaris</i> (40 л/т)	9,9	1,9	23	5,6	1,4	33
<i>Chlorella vulgaris</i> (50 л/т)	10,9	2,9	36	5,5	1,3	30

Также, нами было проведён опыт изучения влияние замачивания семян в

суспензии водорослей на урожайность яровой и озимой пшеницы. Как видно по вышестоящей таблице, замачивание семян озимой и яровой семян пшеницы на суспензии *Chlorella vulgaris* привело к увеличению урожайности до 30 % при замачивании суспензии 50 л/т.

Таким образом, водоросли стимулируют рост растений и в конечном счете увеличивают урожайность. Повышается содержание сырого протеина в зерне за счёт интенсификации процессов роста растений, изменяется обмен веществ. Прибавка урожая получено за счёт увеличения кустистости растений [7],[8].

Влияние водорослей лучше проявляется на минеральном фоне. В таблице (таблица-3) приведены данные влияние замачивания семян в суспензии *Chlorella vulgaris* на содержание сырого протеина, увеличение в % весеннего и осеннего сева. В научно-подопытном участке в 2023 году было определено, что воздействием суспензии на весенний сев достигнуто хороших результатов чем на осеннем севе. [9],[10].

Таблица 3.

**Влияние замачивания семян в суспензии водорослей на содержание сырого протеина**

Вариант опыта	Содержание сырого протеина в зерне, %	
	Весенний сев	Осенний сев
Контроль (в воде)	12,65	9,22
<i>Chlorella vulgaris</i> (30 л/т)	13,88	10,03
<i>Chlorella vulgaris</i> (40 л/т)	13,77	10,82
<i>Chlorella vulgaris</i> (50 л/т)	13,88	10,61

Интенсивность фотосинтеза растений под влиянием водорослей повышается с фазы бутонизации, что можно считать признаком повышения их жизнедеятельности, активизации физиологических процессов. Только к началу созревания эти процессы снижаются.

Таким образом, замачивание семян пшеницы в суспензии азотфиксирующих сине-зелёных и протококковых водорослей оказывает влияние на активность ферментов, процессы дыхания, фотосинтеза и накопления хлорофилла.

**Заклучения.** Повышение активности фотосинтеза при прорастании является залогом улучшения посевных качеств семян, урожайных и технологических свойств зерна. Полученные результаты свидетельствуют о высокой активности влияния замачивания семян в суспензии водорослей на содержание сырого протеина при обработке семян *Chlorella vulgaris* (50 л/т).

**Рис-1. Результаты опытов на контрольном варианте, эталоне и опытах.**

Результаты исследований замачивания семян в суспензии *Chlorella vulgaris* (50 л/т) всхожесть семян составляла 85%, рост куста, точнее высота превышает на 18,5%, улучшается бутонизация на 7%, содержание общего азота в растении на сухой вес составила 3,89 %.



**Список использованной литературы:**

1. Шарипов О.Б. Биологическая активность орошаемых почв Бухарского оазиса и пути их оптимизации (на примере Бухарского тумана). Автореферат диссертации доктора философии (PhD) по биологическим наукам - Бухара, 2019.-28 с.
2. Дорохов Б. А., Васильева Н. М. Современные погодные условия и их воздействие на хозяйственные показатели озимой пшеницы. - Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2019. С. 106.
3. Барашков. Г.К. Сравнительная биохимия водорослей. - М., 1972. С.87-106
4. Кучкарова М.А. и др. Влияние неклеточных выделений азотфиксирующих сине-зелёных водорослей на развитие риса и его урожай. Тезисы докладов IV Закавказского совещания по спорным растениям. - Ереван, 1972. - С.1-2
5. Кучкарова М.А. и др. флора и значение споровых растений Средней Азии. - Ташкент, Изд-во «Фан» УзССР, 1972.- С.14-22
6. Bo'riyev, S. B., & Qobilov, A. M. (2019). Growing *Chlorella vulgaris* and its use for feeding fish. - Биология ва экология электрон журнали, 9.
7. Shodmonov F. Q, Kobilov A. M. Okilova Propagation of *Chlorella Vulgaris* and *Scenedesmus Obliquus* in Dengizkul Lake and determination of protein content in them. - E3S Web of Conferences 420, 09012 (2023)
8. Qobilov Aziz. Groundwater Plants Distribution in Bukhara City Circular Collector. - Центр научных публикаций (buxdu. uz) 34.34 (2023).
9. Kobilov A., Buriyev S. The peculiarity of the growth and purification of *Chlorella* sp from mineral substances in the northern collector water of the Bukhara Region // E3S Web of Conferences 420, 09010 (2023)
10. Abdallah, M. E., Haroun, S. A., Gomah, A. A., El-Naggari, N. E. & Badr, H. H. Application of actinomycetes as biocontrol agents in the management of onion bacterial rot diseases. - Arch. Phytopathol. Plant Prot. 46, 1797–1808 (2013).

**QARSHI SHAHRI URBANOFLORASIDA TARQALGAN  
BRASSICACEAE OILASI TO'G'RISIDA**

**Norxodjayeva Aziza Muzafarovna**

QarDU Botanika kafedrası tayanch doktoranti

[azizamuzaffarovna@mail.ru](mailto:azizamuzaffarovna@mail.ru)

ORCID:0000-0002-2094-9534

UDK: 581,93

**Annotatsiya:** Maqola Qarshi shahri urbanoflorasida olib borilgan maqsadli tadqiqot natijalariga bag'ishlangan.

Mazkur ilmiy ishda Qarshi shahri urbanoflorasida olib borilgan dala tadqiqotlari, mavjud gerbariy fondlarida saqlanayotgan Qarshi shahri va uning atrofidagi hududlardan yig'ilgan gerbariy namunalari hamda turli ilmiy adabiyotlarda keltirilgan ma'lumotlar asosida Qarshi shahri urbanoflorasida tarqalgan Brassicaceae (Karamdoshlar) oilasining birlamchi tur tarkibi to'g'risidagi ma'lumotlar keltirilgan. Mazkur ma'lumotlar ilk marotaba keltirilayotgan bo'lib, urbanoflorada oilaning 33 turkumga mansub 54 turi aniqlangan, turlarning yig'ilgan joy nomlari, yili hamda kollektorlari to'liq ko'rsatib o'tilgan. Bu kabi ma'lumotlarni bugunga qadar birorta ilmiy va ilmiy ommabop nashrlarda chop etilmagan va uchramaydi. Bu esa ishning ilmiy ahamiyatining ortishiga xizmat qiladi. Bundan tashqari, O'zbekistonda shaharlar urbanoflorasining o'rganilishi borasidagi qisqa bahs-munozaralar ham keltirilib o'tilgan. E'tiborli jihatlaridan yana biri, tadqiqotchi tomonidan Qarshi shahridan 400 dan ortiq turning 1000 dan ziyod geobog'langan foto ma'lumotlari xalqaro o'simliklarning biologik xilma-xillik bazasiga joylashtirilganligi ilmiy ishning amaliy jihatini ko'rsatib beradi.

**Kalit so'zlar:** Qarshi shahar, Brassicaceae, *Strigosella*, urbanoflora, gerbariy, terofit, tekislik.

**ABOUT THE FAMILY BRASSICACEAE, DISTRIBUTED  
IN THE URBAN FLORA OF KARSHI CITY**

**Abstract:** The article is devoted to the results of a targeted study of the urban flora of the Karshi city.

This scientific work presents the primary species composition of the family Brassicaceae, widespread in the urban flora of the Karshi city, based on field studies conducted in the urban flora of the Karshi city, herbarium specimens collected in the Karshi city and its environs, stored in herbarium funds, as well as

information presented in various scientific literature. These data, presented for the first time, contain information on the identification of 54 species belonging to 33 families in the urban flora, the names of the collection sites of the species, the year and the collectors are fully indicated. Such information has not been published in any scientific or popular science publication and has not been encountered to date. This serves to increase the scientific significance of the work. In addition, a brief discussion was presented on the study of urban flora of the cities of Uzbekistan. Another important point is that more than 1000 geotagged photo data of more than 400 species from the Karshi city were posted by the researcher in the international plant biodiversity database, which shows the practical aspect of scientific work.

**Keywords:** Karshi city, Brassicaceae, *Strigosella*, urban flora, herbarium, therophyte, plain.

**Kirish.** Floristika, jumladan, urbanofloralarni o'rganishda flora tarkibi tabiiy (aborigen) va adventiv flora fraksiyalariga ajratilgan holda tadqiq etiladi [1]. Shahar sharoiti asosan antropogen omillar ta'siri kuchli bo'lgan hududlar hisoblangani uchun urbanofloristikada bu masalaga katta e'tibor qaratiladi. Shahar florasining tur tarkibini aniqlash va uning keng ko'lamini tahlil qilishga bag'ishlangan tadqiqotlar Yevropa va MDH davlatlarida (Rossiya Federatsiyasi, Qozog'iston) qator ilmiy tadqiqotlar olib borilganini ko'rish mumkin [2],[3],[4],[5]. Bu kabi tadqiqotlar Qozog'istonda ko'proq olib borilgan [5],[6]. O'zbekistonda urbanofloralarni o'rganish bo'yicha maqsadli tadqiqotlar olib borilmagan va nazardan chetda qolib kelgan. Olib borilgan tadqiqotlar tabiiy flora bilan qo'shilgan holatda amalga oshirilgan. M.G. Popov va boshqalarning tahriri ostida tayyorlangan "Определитель растений окрестностей Ташкента" (1923, 1924) [7],[8], undan so'ng A.M. Lapin tomonidan "В помощь ботаническим экскурсиям" (1938) hamda "Определитель растений Ташкентского оазиса" (1938, 1941) kabi ishlarni keltirish mumkin [9]. Keyingi yillarda H.Q.Esanov (2017) tomonidan Buxoro vohasi florasini tadqiq qilishga bag'ishlangan tadqiqot ishi ham shu jumlasidandir. H.Esanovning (2017) Buxoro shahri va uning atroflarida tarqalgan turlar tarkibini aniqlashga bag'ishlangan tadqiqotida Buxoro shahar florasini bo'yicha ilk ma'lumotlar keltirilgan [10]. Bu esa O'zbekiston urbanofloralarni o'rganishga qaratilgan tadqiqotlar uchun zamin yaratadi. Urbanofloralar mavzusi bo'yicha umumiy holatning qoniqarli darajada emasligi barobarida keyingi yillarda O'zbekistonda olib borilgan yangi izlanishlar natijalarining o'ziga xos o'rnini borligini qayd etish lozim. Mamlakat florasini uchun yangi bo'lgan bir qator adventiv turlar aniqlandi [11], [12]. Ko'plab invaziv turlarning yangi populyatsiyalari va ularning tarqalish dinamikasi bo'yicha yangi ma'lumotlar olindi [13]. Olingan natijalarni global miqyosdagi ma'lumotlar bazalariga integratsiya jarayoni boshlandi.

2022-yildan boshlab Qarshi shahar urbanoflorasini o'rganishga qaratilgan tadqiqot amalga oshirilmoqda. Hudud florasini inventarizatsiya qilishda fondlarda saqlanayotgan Qarshi shahri va unga chegaradosh bo'lgan hududlardan yig'ilgan namunalar asosiy mezon bo'lib xizmat qilmoqda. Mazkur mintaqadan terilgan tarixiy yig'malar soni 500 dan ortiq, asosiy fond O'zbekiston Milliy gerbariysi (TASH) hisoblanadi. 2022-2024-yillar oralig'ida Qarshi shahar urbanoflorasida olib borilgan dala tadqiqotlari 400 dan ortiq turning 1000 ga yaqin gerbariy namunalari yig'ildi hamda 1000 dan ziyod rasmlar xalqaro Inaturalist.org bazasiga joylashtirildi (<https://www.inaturalist.org/people/aziza1985>). Olib borilgan 2 yillik izlanishlar natijasida Qarshi shahar urbanoflorasining birlamchi ro'yxati shakllantirildi. Mazkur ishda urbanoflorada tarqalgan Brassicaceae oilasiga bag'ishlangan. Oila vakillar orasida efemer va efemeroidlarning ko'pligi, hudud bevosita tekislik mintaqasida joylashganligi hamda antropogen omilining ta'siri kuchli bo'lganligi uchun boshqa polimorf oilalarga nisbatan turlar soniga tezroq oydinlik kiritildi. Shu bilan birga oila vakillari tekislikdan yuqori tog' mintaqasigacha bo'lgan barcha mintaqalarda uchraydi.

**Tadqiqot obekti va metodlari.** Ushbu ishni bajarishda 2022-2024-yillarda Qarshi

shahrida olib borilgan dala tadqiqotlarda yig'ilgan gerbariy namunalari hamda O'zbekiston Milliy gerbariysi (TASH), Moskva davlat universiteti gerbariy bazasida (MW) saqlanayotgan 1913-2020-yillar oralig'ida terilgan namunalaridan foydalanilgan. Turlarning ilk chop etilgan adabiyotida hayotiy shakli, tarqalgan balandlik mintaqasi hamda shahardan terilgan tur kollektori keltirilgan. Turlarning nomlari so'nggi umum qabul qilingan International Plants Names Index ([www.ipni.org](http://www.ipni.org)), the World plants Catalogue of Life ([www.catalogueoflife.org](http://www.catalogueoflife.org)) bo'yicha, taksonlarning mualliflari "Authors of Plant Names" R.K. Brummit, C.E. Powell (1992) qo'llanmasidan foydalanilgan holda amalga oshirildi. Oila vakillarining ketma-ketmaligi alfavit tarzida keltirilgan. Ro'yxatni shakllantirishda hozirga qadar amalga oshirilgan dala tadqiqotlari, fondlarda saqlanayotgan gerbariy namunalaridan foydalanildi.

**Munozara va natijalar.** Qarshi shahri va unga yondosh bo'lgan hududlar florasida tarqalgan turlar to'g'risidagi aniq ma'lumotlar mavjud emasligi, mintaqada maqsadli floristik tadqiqotlar olib borish kerakligini ko'rsatadi. Qashqadaryo viloyati kadastrida hamda boshqa shu kabi manbalardan Qarshi shahri urbanoflorasi to'g'risida ma'lumotlar olib bo'lmaydi, bu esa mavzuning dolzarb ekanligidan dalolat beradi.

2022-2024-yillar davomida olib borgan dala tadqiqotlari, adabiyot manbalarda keltirilgan ma'lumotlar, gerbariy fondlarida saqlanayotgan namunalarni ko'rish natijasida Qarshi shahri urbanoflorasida tarqalgan Brassicaceae oilasiga mansub bo'lgan turlarning birlamchi ro'yxati shakllantirildi. Bunga ko'ra, Qarshi shahar urbanoflorasida oilaning 33 turkumga mansub 54 turi aniqlandi. Shu bilan birga gerbariy namunalari yig'ildi, har bir turning fotorasmlari olinib xalqaro iNaturalist ma'lumotlar bazasiga joylashtirib borilmoqda (<https://www.inaturalist.org/users/6633905>).

Bular quyidagilar:

*Aethionema carneum* (Banks & Soland.) B. Fedtsch. 1905, Fl. Zap. (Tyan Shan) 176 . Go'shtqizil kamploterasi, tog' oldi va quyi tog'gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)

1. *Alyssum desertorum* Stapf 1886, Denkschr. Kaiserl. Akad. Wiss., Wien. Math.-Naturwiss. Kl. 51: 33. Cho'l momaqaldirog'i, terofit, tekislik, quyi tog' (Gopi k zapadu ot Bishkenta, Kultiyasov, 1914).

2. *Alyssum turkestanicum* Regel & Schmalh. 1799, (2): 290. Turkiston momaqaldirog'i, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Xolmi y vostokey ot Bishkenta, Kultiyasov, 1914).

3. *Barbarea vulgaris* W.T. Aiton 1812, W.T. Aiton, Hortus Kew. 4: 109. Oddiy barbarea, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)

4. *Brassica campestris* L. 1753, Sp Pl.: 666. Dala karam, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog'gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)

5. *Capsella bursa-pastoris* (L.) Medik. 1792, Pfl.-Gatt.: 85. Oddiy jag'jag', achambiti, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog', o'rta tog' va yuqori tog'gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)

6. *Chorispora tenella* (Pall.) DC. 1821, Syst. Nat. 2: 435. Nozik qatorurug', terofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog', o'rta tog', yuqori tog'gacha. (Kurgan bliz stansii Karshi, Gomoлиский, 1927; Karshi shahri, Norxodjayeva, 2024)

7. *Crambe kotschyana* Boiss. 1973, Fl. W. (Pakistan) 55: 37. Kochi qatroni, gemikriptofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog' va o'rta tog'gacha (gopi k zap. ot Bishkenta, Kultiyasov, 1914)

8. *Cryptospora falcata* Kar. & Kir. 1842, Bull. Soc. Imp. Naturalistes Moscou 15: 161. O‘roqsimon kriptospora, terofit, tekislik, tog‘ oldi, quyi tog‘, o‘rta tog‘gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)
9. *Descurainia sophia* (L.) Webb et Prantl 1892, H.G.A.Engler & K.A.E.Prantl, Nat. Pflanzenfam. 3(2): 192. Sassiqlkapa, shuvaran, terofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘ (Paён г. Бек-буди, по дороге Майманак, Культиасов, Гранитов, 1927; Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
10. *Diptychocarpus strictus* (Fisch. ex M. Bieb.) Trautv. 1860, Bull. Soc. Imp. Naturalistes (Moscou) 33(I): 108. Siqilgan qo‘shmeva, terofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘gacha. (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)
11. *Erophila minima* C.A. Mey. 1831, Pfl. Kasp (Verz) 184. Mayda momosirka, terofit, tog‘ oldi (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
12. *Erophila verna* (L.) Besser. 1828, Chevallier, FF Fl. Gen. Env. (Parij) 2(2):898. Baxorgi momosirka, terofit, tekislik, tog‘ oldi (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
13. *Eruca sativa* Mill. 1768, Gard. Dikt. 1. Ekma indov, terofit, tekislik, quyi tog‘ va o‘rta tog‘gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)
14. *Euclidium syriacum* (L.) R.Br. 1812, W.T.Aiton, Hortus Kew. 4: 74. Siriya qarg‘atirnog‘i, terofit, tekislik, tog‘ oldi, quyi va o‘rta tog‘ (Карнапский уезд, степ по дороге, Спргинь, 1913)
15. *Goldbachia laevigata* (M.Bieb.) DC. 1821, Syst. Nat. 2: 577. Silliqliq goldbaxiya, terofit, tekislik (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)
16. *Goldbachia tetragona* Ledeb. 1822, Index Seminum (TU, Dorpatensis) 1822:9. to‘rtqirra goldbaxiya, terofit, tekislik va tog‘ oldi (Гори к зап. от Бишкента, Культиасов, 1914; (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
17. *Goldbachia torulosa* DC. 1821, Syst. Nat. 2: 577. Во‘rtma goldbaxiya, terofit, tekislik va tog‘ oldi (Нишанскава степь, Чарагил, Гомолиский 1938; Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
18. *Hymenolobus procumbens* (L.) Fourr. 1838, Fl. N. Amer.1:117. O‘rmalab o‘suvcchi xornungiya, tekislik, tog‘ oldi, quyi va o‘rta tog‘gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
19. *Isatis gymnocarpa* (Fisch. ex DC.) Al-Shehbaz, Moazzeni et Mummenhoff 2012, Taxon 61: 948. Tuklimeva tausher, terofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘ (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
20. *Isatis hirtocalyx* Franch. 1883, Ann. Sci. Nat., Bot., sér. 6, 15: 234. Tuklikosabarg o‘sma, tuklikosabarg samerariya, terofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘ (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
21. *Isatis minima* Bunge 1843, Index Seminum (TU, Dorpatensis): VII. kichik o‘sma, terofit, tekislik va quyi tog‘ (Холми к в от Бишкента, Культиасов, 1914)
22. *Isatis violascens* Bunge Jafri 1973, Fl. W. Pakistan 55: 72. Kaltaband o‘sma, kaltaband qalinqanot, terofit, tog‘ oldi, quyi tog‘, o‘rta tog‘ tog‘gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)
23. *Lachnoloma lehmannii* Bunge 1843, Index Seminum (TU, Dorpatensis) 1843: VIII. Lemann tukmevasi, terofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘ (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)
24. *Lepidium appelianum* Al-Shehbaz 2002, Novon 12: 7. Appel toroli, gemikriptofit, tekislik, quyi tog‘ (Бек-буди, около дороги Мейманак, Майлун, 1952)
25. *Lepidium chalepense* L. 1756, (Centda) Pl. II: 23. Sudraluvchi boltiriqliq, gemikriptofit, tekislik, tog‘ oldi va quyi tog‘gacha. (г.Карши станица, Линчевский, 1928; Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2024)

26. *Lepidium latifolium* L. 1753, (Sp) Pl.: 644. Kengbargli torol, baqa jūxorisi, sassiq tol, gemikriptofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog', o'rta tog'gacha (Qarshi shahri, universitet atrofi, Norxodjayeva, 2024)
27. *Leptaleum filifolium* (Willd.) DC. 1821, Syst. Nat, 2: 511. Ipbarg yog'liqpora, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog'gacha (Бек-будди, к/к Ташли и Гадай-Топмас, Гомолиский, 1928; Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)
28. *Lepidium pinnatifidum* Ledeb. 1841, Fl. Ross. 1: 206. Patsimon qirqilgan torol, terofit, tekislik (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)
29. *Litwinowia tenuissima* (Pall.) Woronov ex Pavlov 1935, Fl. Centr. Kazakh. 2: 302. Ingichka litvinoviya, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog', o'rta tog' va yuqori tog'gacha (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)
30. *Matthiola bucharica* Czerniak. 1939, V.L.Komarov (ed.), Fl. URSS 8: 648. Vuxoro mattiolası, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi tog' (Qarshi, Karnapский уезд, посеви и сорные места, Спрігінь, 1913)
31. *Matthiola chenopodiifolia* Fisch. & C.A. Mey. 1835, Index Seminum (LE, Petropolitanus) 1:33. Sho'rabarg mattiola, terofit, tekislik, tog' oldi (близ разв. Пайкенда, Культиасов, Коровин, 1915)
32. *Matthiola obovata* Bunge. 1847, Arbeiten Naturf. (Vereins Riga) 1: 136. Teskarituxumuярроқ mattiola, gemikriptofit, quyi tog', o'rta tog'gacha (Бек-будди, г.Кунгур-тау, Культиасов, Гранитов, 1927)
33. *Meniocus linifolius* (Steph.) DC. 1821, Syst. Nat. 2: 325. Kanopbargli yassimeva, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (gori k zapadu ot Bishkenta, Культиасов, 1914; Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)
34. *Neotorularia torulosa* (Desf.) Hedge & J. Léonard 1986, Bull. Jard. Bot. Natl. Belg. 56: 395. Vo'rtiq neotorulariya, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Бек-будди, Линчевский, 1928)
35. *Neslia apiculata* Fisch., C.A.Mey. & Avé-Lall. 1842, Index Seminum (LE, Petropolitanus) 8: 68. O'tkiruchli nesliya, terofit, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)
36. *Noccaea perfoliata* (L.) Al-Shehbaz 2014, Harvard Pap. Bot. 19:44. Teshikli mikrotlaspi, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Тожибаев, 2002)
37. *Octoceras lehmannianum* Bunge 1847, Arbeiten Naturf. Vereins Riga 1:172. Lemann sakkizshohi, terofit, tekislik, tog' oldi (Бек-будди супесчаніе бугри в 8 в на В от колодцев, Линчевский, 1928; Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)
38. *Olimarabidopsis pumila* (Steph.) Al-Shehbaz, O'Kane & Price 1999, Novon 9: 303. Pastbo'uli olimarabidopsis, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)
39. *Raphanus raphanistrum* L.1753, Pl.: (Sp) 669. Yovvoyi turp, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' ((Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2023)
40. *Sinapis arvensis* L. 1753, Sp. Pl.: 668. Poliz rango't, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Бек-будди около дороги Мойманак, Культиасов, 1927)
41. *Sisymbrium irio* L. 1753, Sp. Pl.: 659. Irio qurtanasi, terofit, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024).
42. *Streptoloma desertorum* Bunge 1847, Arbeiten Naturf. (Vereins Riga) 1: 156. Saxro buramevasi, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog'gacha (Раён к YU и YU3 от г. Бек-будди, Линчевский 1928; Qarshi shahri, Norxodjayeva, 2024)
43. *Strigosella africana* (L.) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1038. Afrika chitiri, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Бек-Буди Сад Агро-пункта, Культиасов, Гранитов, 1927)
44. *Strigosella brevipes* (Bunge) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1041. Kaltaband chitir, terofit, tekislik va tog' oldi (Сардоба Чиль-Гумбаз, Теплов, 1913)

45. *Strigosella circinnata* (Bunge) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1042. Buralgan chitir, terofit, tekislik, tog' oldi (Okr. Karshi, Gaziev, 2011).

46. *Strigosella grandiflora* (Bunge) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1044. Kattagulli chitir, terofit, tekislik va tog' oldi (Malik spusk po ushelu i nizhnuaya chasty, Sprigin, 1913).

47. *Strigosella hyrcanica* (Freyn & Sint.) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1042. Xirqon chitir, terofit, tekislik va tog' oldi (gori k zapadu ot Bishkenta, Kultiasov, 1914)

48. *Strigosella intermedia* (C.A.Mey) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1040. Oraliq chitir, terofit, tekislik va tog' oldi (Okr. Karshi Sprigin, 1913)

49. *Strigosella scorpioides* (Bunge) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1041. Chayonkabi chitir, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)

50. *Strigosella stenopetala* (Bernh.) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1040. Ingichkatojbargli chitir, terofit, tekislik, tog' oldi (Bek-budi YAngikent, Linchevskiy, 1928)

51. *Strigosella trichocarpa* (Boiss. & Buhse) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1038. Tukmevali chitir, terofit, tekislik, tog' oldi, quyi va o'rta tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)

52. *Strigosella turkestanica* (Litv.) Botsch. 1972, Bot. Zhurn. (Moscow & Leningrad) 57: 1045. Turkiston chitiri, terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Qarshi shahri, Norxodjayeve, 2023)

53. *Tetracme recurvata* Bunge. 1847 in Arbeiten Naturf. (Vereins Riga) 1: 158, 1847. Egilgan to'rttig', terofit, tekislik, tog' oldi va quyi tog' (Karnapskiy uezd. Buzachi, Sprigin, 1913).

Fondlarda saqlanayotgan namunalarni ko'rish natijasida, Qarshi shahri va unga chegaradosh bo'lgan mintaqalarda olib borilgan tadqiqotlar 1910-1940-yillar oralig'iga to'g'ri kelib, asosiy kollektorlar sifatida I.Sprigin (1913), M.G. Popov (1913), M. Kultiasov (1914), I. Linchevskiy (1928), M. Gomolitskiy (1938) e'tirof etish o'rinli. Qarshi shahri va unga yondosh bo'lgan mintaqalarda mustaqil xarakterdagi floristik tadqiqotlarning olib borilmagaligi mavzuning yana bir bor dolzarb ekanligini ko'rsatadi. Oilaning *Lepidium* (5) *Strigosella* (10) turkumlari boshqa turkumlarga nisbatan turlarga boyligi bilan ajralib turadi. Shahar florasida olib borilgan tadqiqotlarimizda *Sinapis arvensis* L., *Lepidium chalepense* L., *Eruca sativa* Mill., *Capsella bursa-pastoris* (L.) Medik. kabi turlar shahardagi gazonlashgan maydonlarda, yo'l chetlarida hamda kichik maydonchalarda keng tarqalgan bo'lsa, *Olimarabidopsis pumila* (Steph.) Al-Shehbaz, O'Kane & Price, *Descurainia sophia* (L.) Webb et Prantl, *Meniocus linifolius* (Steph.) DC., *Strigosella africana* (L.) Botsch. hovlilarda, ekin ekiladigan kichik maydonchalarda makon topganligi aniqlandi. Oila vakillarining o'ziga xos bo'lgan xususiyatlaridan yana biri sifatida, efemer va efemeroid turlarga boyligi, bahorgi sinuziyada qisqa muddat vegetatsiyasini tugatishini ta'kidlash maqsadga muvofiq.

**Xulosa.** Brassicaceae oilasi tarkibida efemer va efemeroid turlarga boyligi ko'proq tekislik mintaqasidagi hududlarda yaqqol o'zini namoyon etadi. Qarshi shahri hududi bevosita tekislik mintaqasida joylashganligi uchun hududda oila vakillari o'rni yuqori ekanligi bilan ajralib turadi. Olib borgan izlanishlar natijasida polimorf oilalar, jumladan Brassicaceae oilasining gerbariyalar bilan tasdiqlangan holda birlamchi ro'yxati shakllantirildi. Har bir tur aniqlik holatida umumiy florani konspektini shakllantirishga qo'shildi. Shu bilan birga, Qarshi shahri urbanoflorasida olib borilayotgan maqsadli tadqiqot natijalarining xalqaro ma'lumotlar bazasiga joylashtirilayotganligi bilan o'ziga xoslikni namoyon etadi.

**Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Ильминских, Н.Г. (2011). Обзор работ по флоре и растительности городов // Географический вестник. № 1. - С. 49-65
2. Третьякова А. С., Баранова О. Г., Сенатор С. А., Панасенко Н. Н., Суткин А. В., Алихаджиев М. Х. Урбанофлористика в России: современное состояние и перспективы. 2021. Турезаниновиа 24, 1: 125–144.
3. Агафонова Л.А. Флора города Белгорода автореферат. -М: МПГУ. Москва. -2010. 25 с.
4. С. А. Гареева, Й. М. Голованов, А. Ф. Хусаинов. Урбанофлора города Янаул (Республика Башкортостан). Разнообразие растительного мира, 2020. № 4 (7). С. 4–27.
5. Петрова, Е. Й., & Третьякова, А. С. (2019). Урбанофлора Г. Житикари (Республика Казахстан). Вестник Пермского университета. Серия Биология, (4), 389–403. DOI: 10.3844/ojbsci.2018.365.376).
6. Gulbanu Aueskhanovna Sadyrova et al. / OnLine Journal of Biological Sciences 2018, 18 (3): 365.376 DOI: 10.3844/ojbsci.2018.365.376
7. Определитель растений окрестностей г. Ташкента, вып. 1 / Под ред. М. Г. Попова. — Ташкент: Изд-во САГУ, 1923. — 80 с.
8. Определитель растений окрестностей г. Ташкента, вып. 2 / Под ред. М. Г. Попова. — Ташкент: Изд-во САГУ, 1924. — 80 с.
9. Лапин А. Определитель растений Ташкентского оазиса. Ташкент: 1938, 1941. – С. 342.
10. Эсанов Х.К. Бухоро воҳаси флораси таҳлили. Автореф. канд. биол. наук. – Ташкент, 2017. – 45 с.
11. Sennikov, A. N., Tojibaev K.Sh., Beshko, N. Y., Esanov, H. K., Jenna Wong, L., & Pagad, S. (2018). Global Register of Introduced and Invasive Species-Uzbekistan. Version 1.3. Invasive Species Specialist Group ISSG. 2018.
12. Тожибаев К.Ш., Эсанов Х.К. Современное состояние изученности инвазионных видов Узбекистана // Илмий хабарнома Серия: Биологик тадқиқотлар. 2021, № 8(60), С. 5-15
13. Esanov H.Q. The alien fraction of the flora of Bukhara oasis // Stapfia Reports. – Austria, 2016. – № 105. –pp. 92- 98.
14. International Plant Names Index [Электронный ресурс]. – URL: [www.ipni.org](http://www.ipni.org).
15. The Plant List [Электронный ресурс]. – URL: [www.theplantlist.org](http://www.theplantlist.org).
16. R.K. Brummit, C.E. Powell “Authors of Plant Names” (1992).

**THE ROLE OF EDUCATIONAL MANAGEMENT IN THE GLOBAL ECONOMY****Gulam Abdusalomovich Nabiye**Associate Professor of Tourism and Marketing Department of  
Karshi State University[gulomjonnabiev@mail.ru](mailto:gulomjonnabiev@mail.ru)

ORCID: 0009-0000-4829-4392

UDK: 330.191.6:37(045)

**Abstract.** In this article, the need for education management in the global economy today and the importance of education on a global scale, the role of education management in economic development and its impact on the international level, how education management shapes national and global economies, The impact of the quality of education on international trade and production, approaches to how digital technologies and globalization bring new opportunities and challenges to educational management are highlighted. In the decree, it was noted that bureaucratic barriers and pitfalls should not be created when considering the appeals of individuals and legal entities, and the process of communication with the population should not be turned into campaigning. In addition, the openness of events held within the framework of the state program, in which citizens, deputies of representative bodies of state power at all levels, non-governmental non-profit organizations, self-government bodies of citizens, luminaries, women, youth, representatives of creative and scientific institutions to ensure broad participation.

**Keywords.** Global Economy, Education Management, Global Importance of Education, International Impact, How Management Shapes National and Global Economies, Digital Technologies and Globalization

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada bugungi kunda jahon iqtisodiyotida ta'limni boshqarishga bo'lgan ehtiyoj va ta'limning global miqyosdagi ahamiyati, ta'limni boshqarishning iqtisodiy taraqqiyotdagi o'rni va uning xalqaro miqyosdagi ta'siri, ta'limni boshqarish milliy va jahon iqtisodiyotini qanday shakllantirishi, Ta. Ta'lim sifatining xalqaro savdo va ishlab chiqarishga ta'siri, raqamli texnologiyalar va globallashuv ta'limni boshqarishga qanday yangi imkoniyatlar va muammolarni keltirib chiqarishiga yondashuvlar yoritilgan. Farmonda jismoniy va yuridik shaxslarning murojaatlarini ko'rib chiqishda byurokratik to'siq va g'ovlarga yo'l qo'yimaslik, aholi bilan muloqot jarayonini tashviqotga aylantirmaslik lozimligi ta'kidlandi. Shuningdek, Davlat dasturi doirasida o'tkazilayotgan tadbirlarning ochiqligi, unda fuqarolar, barcha darajadagi davlat hokimiyati vakillik organlari deputatlari, nodavlat notijorat tashkilotlari, fuqarolarning o'zini o'zi boshqarish organlari, nuroniylar, xotin-qizlar, yoshlar, ijodiy va ilmiy muassasalar vakillari keng ishtirokini ta'minlash choralarini o'rganish bo'yicha yondashuvlar yoritilgan.

**Kalit so'zlari.** Global iqtisodiyot, ta'lim menejmenti, ta'limning global miqyosdagi ahamiyati, xalqaro miqyosdagi ta'siri, menejmenti qanday qilib milliy va global iqtisodiyotlarni shakllantiradi, Raqamli texnologiyalar va globalizatsiya

**Introduction.** Describe the current state of the global economy and the role of education management in this context and discuss how management education can contribute to economic development and innovation. We can see the impact of global economic factors such as a change in educational management through cooperation and integration between systems.

Participation of our country as an active participant in international economic relations in the conditions of globalization is one of the priority tasks in the Strategy of Actions on five priority areas of development of the Republic of Uzbekistan in 2017-2021, signed by the President of the Republic of Uzbekistan Sh.M.Mirziyoyev. For developed countries, the benefits of this are visible, but in some cases, this cannot be said about developing countries.[9] It can be recognized that most of them participate in internationalization as suppliers of raw materials and labor resources and become dependent on developed and more powerful countries. Fundamental improvement of the system of working with the appeals of individuals and legal entities to the state bodies and



organizations responsible for the implementation of the measures provided for in the state program, the introduction of new, effective mechanisms and methods of establishing open communication with the population, the reporting of officials to the population implementation of the system of giving, and on this basis, special attention was given to strengthening the trust of the people in the state power.[10] In the decree, it was noted that bureaucratic barriers and pitfalls should not be created when considering the appeals of individuals and legal entities, and the process of communication with the population should not be turned into campaigning. In addition, the openness of events held within the framework of the state program, in which citizens, deputies of representative bodies of state power at all levels, non-governmental non-profit organizations, self-government bodies of citizens, luminaries, women, youth, representatives of creative and scientific institutions to ensure broad participation.

**Research Methodology.** Analysis of literature on the topic The real chronological history of management begins with the movement led by a group of Western engineers at the end of the 19th century and the beginning of the 20th century. They are F. Taylor, A. Fayol, G. Emerson, and others.[12] Their focus was on improving labor productivity and renewing social relations in the enterprise. With time, management is becoming a higher branch of politics. Abdurahmanov K. Kh., a famous economist from Uzbekistan.[8] Explained clearly in Labor Economics: Theory and Practice. In this article, the need for education management in the global economy today and the importance of education on a global scale today, the content of the approach with digital technologies is highlighted.[3]

❖ **Results and Discussions.** Educational management includes comprehensive methods and approaches for managing and improving educational systems, and as the main directions of educational management, we have identified the following main areas. Educational management encompasses various methods and approaches aimed at enhancing educational systems. Here are some main areas within educational management:

❖ **Strategic Planning:** Developing long-term goals and strategies to guide the growth and development of educational institutions or systems. This involves assessing current resources, analyzing trends, and setting priorities;

❖ **Leadership and Governance:** Focusing on effective leadership structures, roles, and practices within educational organizations. This includes defining roles of administrators, principals, and school boards, as well as fostering a positive organizational culture;

❖ **Curriculum Development and Implementation:** Designing, evaluating, and revising educational curricula to ensure alignment with educational goals, standards, and student needs. This involves selecting appropriate teaching materials, methods, and assessment strategies;

❖ **Teacher Training and Development:** Providing professional development opportunities for educators to enhance their teaching skills, content knowledge, and instructional practices. This may include workshops, seminars, mentoring programs, and ongoing support;

❖ **Student Assessment and Evaluation:** Developing and implementing systems to assess student learning outcomes, progress, and performance. This includes standardized testing, formative assessments, and other methods to monitor student achievement and growth;

❖ **Resource Management:** Efficiently managing financial, human, and physical resources within educational institutions. This involves budgeting, staffing, facilities management, and procurement of educational materials and technology;

❖ **Parent and Community Engagement:** Building partnerships with parents, families, and community stakeholders to support student learning and well-being. This may involve communication strategies, volunteer programs, and collaboration with community organizations;

❖ **Quality Assurance and Improvement:** Establishing mechanisms for monitoring and evaluating the quality of educational programs and services. This includes setting benchmarks, collecting data, and using feedback to continuously improve practices and outcomes;

The two main foundations of globalization are information and innovation, and they, in turn, provide a highly educated education system based on rapidly developing knowledge of information. It should also have a profound effect on the transfer of knowledge. Globalization in the education system, especially, increases the demand for education and increases its high quality.[2]

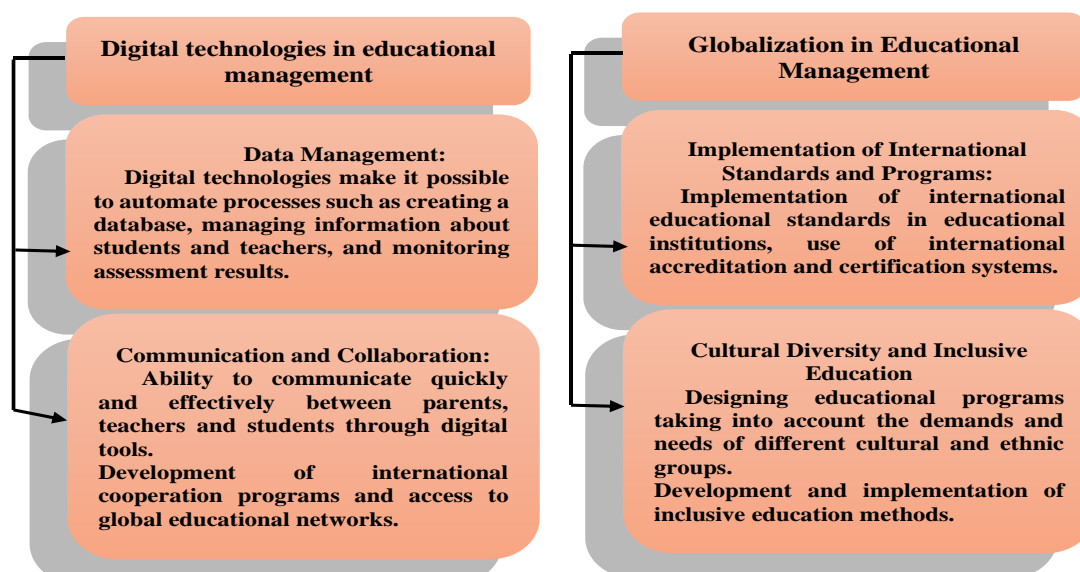
Globalization is usually interpreted using economic, political, and cultural terms. Globalization leads to the decline of the role of nation-states in the management of education, the loss of their sovereignty, and the emergence of the global hegemony of transnational media and entertainment corporations. As a result, standardization in economics, politics, and culture has become the new norm for competitive corporations, ideas, and media.[4] Educational systems are responding differently to changes in the new economic, political, and cultural world order. Globalization has influenced the social reforms of nation-states as educational sectors adapt to a new global environment characterized by flexibility, diversity, increased competition, and unpredictable change. Understanding the impact of globalization on teaching and learning is essential for any policymaker, reformer, or education leader. In the research of scientists, according to them, the way governments approach the reform of the education sector and its response to globalization depends on three main factors:

- ❖ the objective financial situation of the government,
- ❖ interpret this situation,
- ❖ his political-ideological position about the state sector in the field of education.[7]

These three factors are usually expressed in macroeconomics through structural adjustment policies and related large-scale education reform strategies as countries adjust not only their economies but also their education systems to new realities. The main goal of the policy of structural change in the field of education was the transition to "global education standards".[5] This is often done by comparing all the systems of less developed countries with those of economically developed countries. Unfortunately, governments

often assume that there is only one right approach to education reform and that certain "global education standards" must be met if the system is to function internationally competitively.[11]

Digital technologies and globalization are also widely used in the field of education, and these processes have a great impact on various aspects of education. The following points are important about how these trends are causing changes in education and how they may affect the future education system, and it is described below. Digital technologies and globalization are creating great changes and opportunities in the field of educational management. Together, these two factors play an important role in increasing the efficiency of educational systems, ensuring the convenience of education, and adapting educational institutions to global changes.[1]



**Figure 1. Digital technologies and globalization, in the field of educational management**

Digital technologies and globalization create new opportunities in educational management and help to increase the global competitiveness of educational institutions. These two factors play an important role in adapting educational systems to the requirements of modern society and ensuring the effectiveness, convenience, and global integration of education.[6]

**Conclusions and suggestions.** In conclusion, we must say that Educational Management is the main factor of competitiveness and innovative development in the global economy. A well-organized education system has a direct impact on the economic growth of the country and the overall well-being of the society, and Digital technologies and globalization are bringing about great changes in the field of education. These changes make education more efficient, accessible, and globally integrated, so modern approaches to Education Management, including distance learning, digital learning methods, and international collaborations, are gaining importance. Through these methods, educational institutions can be flexible and competitive in the global economy. Based on the conclusion made in this article, we offer the following. Educational institutions should introduce global standards, use international accreditation and certification systems, introduce digital educational tools and platforms, organize digital skills development programs for teachers and students, expand international cooperation programs, especially students and exchange of teachers, participation in international

research projects, promotion of lifelong learning in the Education Management system, provision of opportunities for professional development and professional development, etc. The role of management is very important because it is the main factor in economic growth, innovation, and social development. The educational management system must be constantly updated to be flexible, efficient, and competitive in modern global economic conditions. Digital technologies, international cooperation, and the adoption of global standards will be important in this process. It is also necessary to pay attention to cultural diversity in the education management system, to promote lifelong learning, and to apply innovative approaches to strengthen the position of educational institutions in the global economy.

#### References:

1. Abdurakhmanov K.X., Personnel management training manual - T.: Teacher NIMU-2008- 656b
2. Азимов С.П. 12 компетенций предпринимателей, без которых невозможно вести свой бизнес // <https://experum.ru/publications/articles/12-kompetentsii-predprinimatelei-bez-kotorykh-nevozmozhno-vesti-svoi-biznes>
3. Djurayev R.H., Turgunov S.T. Educational management. - Tashkent., "Voriz-Nashriyot", 2006.
4. Предпринимательство / Учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим и управленческим специальностям. М.Г.Лапушта, А.Г.Поршнеv, Й.Л.Старостин, Л.Г.Скамай. Под ред. М.Г.Лапушты. – 3-е изд.; испр. и доп. – М.: НИС ИНФРА-М, 2024. – С. 21.
5. Law of the Republic of Uzbekistan "On Education". Adopted by the Legislative Chamber on May 19, 2020, and approved by the Senate on August 7, 2020. Tashkent city, September 23, 2020, ORQ-637 / National database of legal documents, September 24, 2020, number 03/20/637/1313.
6. Khojiahmedov G., Yakhyaeva I. Quality management. Textbook. TDIU.: 2012-200b
7. Экономическая теория / Учебник. Под общ. ред. акад. В.И.Видяпина, А.И.Добрынина, Г.П.Журавлевой, Л.С.Тарасевича. – М.: ИНФРАМ., 2007. – С. 128
8. [www.TDIU.uz](http://www.TDIU.uz)
9. [www.Lex.uz](http://www.Lex.uz)
10. [www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)
11. <https://globalroads.co>
12. <https://fhsu.pressbooks.pub>

# **QarDU XABARLARI**

**Ilmiy-nazariy, uslubiy jurnal**

**Qarshi davlat universiteti kichik bosmaxonasida chop etildi.**

*Manzil: 180003, Qarshi shahri, Ko'chabog' ko'chasi, 17.*

**Indeks: 4071**

Terishga 2024-yil 25.09.da berildi.

Bosishga 2024-yil 30.09. da ruxsat etildi.

2024-yil 02.10.da bosildi.

Ofset qog'ozi. Qog'oz bichimi 60x84, 1/8.

Times New Roman garniturasini. Nashriyot hisob tabog'i 24,62.

Buyurtma raqami: № 34.

Adadi 50 nusxa. Erkin narxda.