

QARSHI DAVLAT
UNIVERSITETI

ANALIZNING ZAMONAVIY MUAMMOLARI

2023
2-3 Iyun

RESPUBLIKA MIQYOSIDAGI
ILMIY KONFERENSIYA
MATERIALLARI

Qarshi shahri
2023-yil

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**

QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

ANALIZNING ZAMONAVIY MUAMMOLARI

Respublika ilmiy anjumani materiallari

2-3 iyun 2023-yil

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

**Материалы республиканской научной
конференции**

2-3 июнь 2023 года

June 2-3, 2023.

MODERN PROBLEMS OF ANALYSIS

Materials of the republican scientific conference

Qarshi-2023

Ushbu to'plam O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2023-yil 2-maydagi "2023-yilda o'tkazilishi rejalashtirilgan xalqaro va respublika miqyosidagi ilmiy va ilmiy-texnik tadbirlar ro'yxatini tasdiqlash to'g'risida"gi 118-sonli buyrug'i ijrosini yuzasidan Qarshi davlat universitetida 2023-yil 2-3 iyun kunlari "Analizning zamonaviy muammolari" mavzusidagi Respublika miqyosidagi bo'lib o'tadigan ilmiy anjuman tezislaridan iborat.

Konferensiya ishida matematik analiz (funktional analiz, kompleks analiz), differensial tenglamalar va matematik fizika, algebra va geometriya, ehtimollar nazariyasi, matematik modellash va hisoblash matematikasi, matematikani o'qitish metodikasi kabi yo'nalishlardagi tezislar o'rin olgan.

Matematika sohasi mutaxassislari, ilmiy tadqiqotchilar, professor-o'qituvchilar doktorantlar, magistrlar va talabalar uchun mo'ljallangan.

Mas'ul muharrir

Yu.X.Eshkabilov

Fizika-matematika fanlari doktori, professor

Tahririyat kengashi:

Nodirov Sh.D.

QarDU, f.-m.f.f.d., dots. v.b.

Imomov A.A.

QarDU, f.-m.f.d., dotsent

Xolmurodov A.E.

QarDU, f.-m.f.d, professor

Hamrayev A.Y.

QarDU, f.-m.f.n., dotsent

Yangiboyev Z.Sh.

QarDU, f.-m.f.f.d., dotsent

Tezislarda keltirilgan ma'lumotlarning haqqoniyligi uchun mualliflar mas'uldir.

TASHKILIY QO‘MITA

Nabiyev D.X.	QarDU rektori, professor
Xolmirzayev N.S.	Qarshi DU, prorektor, dotsent
Xolmurodov A.E.	QarDU, f.-m.f.d, professor
Nodirov Sh.D.	(Mas’ul kotib) QarDU, kafedra mudiri
Eshkabilov Yu.X.	QarDU, f.-m.f.d., professor
Imomov A.A.	QarDU, f.-m.f.d., dotsent
Hamrayev A.Y.	QarDU, f.-m.f.n., dotsent
Yangiboyev Z.Sh.	QarDU, f.-m.f.f.d., dotsent
Eshqorayeva N.G’.	QarDU, dekan, dotsent
Kayumova N.A.	QarDU, professor v.b.
Djabborov O.R.	QarDU, dots v.b.

DASTURIY QO‘MITA

Hamraislar:

Ayupov Sh.A.	O‘zRFA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti direktori, O‘zbekiston FA akademigi
Shoimqulov B.A.	O‘zMU, professor

A’zolari:

Xudoyberganov G	O‘zMU, professor
Omirov B.A.	O‘zMU, Algebra va funksional analiz kafedrasini mudiri, professor
Roziqov O‘.A.	O‘zRFA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti professori
Ashurov R.M.	O‘zRFA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti professori
Imomnazarov X.X.	RFA SB HM va MGI, professor (Rossiya)
Zikirov O.S.	O‘zMU, professor
Imomqulov S.A.	Navoiy GPI, professor
Durdiev D.D.	BuxDU, professor
Islomov B.	O‘zMU, professor
Jabborov N.M.	SBUMIPTK ijrochi direktori, professor

Rasulov T.H.	BuxDU, professor
Jamilov U.U.	O‘zRFA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti dotsenti
G‘ulomov O.X.	O‘zRFA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti dotsenti
Jurayev D.A.	Iqtisodiyot va Pedagogika universiteti NTM, dotsent
Aliqulov E.O.	O‘zMU, dotsent
Rustamova M.S.	SBUMIPTK, dotsent
Tursunov B.A.	QarDU, dotsent v.b.
Abulov M.A.	QarDU, dotsent
Bozorov J.T.	TerDU, dotsent v.b.
Kulturayev D.J.	TerDPI, dotsent v.b.

KONFERENSIYA KOTIBLARI

Jumayev J.N.	QarDU
Norov A.Z.	QarDU
Xalilov A.Z.	QarDU
Muqimov A.X.	QarDU
Istamov J.Z.	QarDU
Baratov B.S.	QarDU
Rakhimov A.M.	QarDU
Toshqulova D.	QarDU
Dusanova U.X.	QarDU
Yusupova Sh.B.	QarDU
Mahmatqobilov N.P.	QarDU
Umarov I.N.	QarDU
Xurramov O.Sh.	QarDU

MUNDARIJA

№	Mualliflar F.I.Sh.	Tezislar mavzusi	Bet
1-SHO‘BA. MATEMATIK ANALIZ (FUNKSIONAL ANALIZ, KOMPLEKS ANALIZ)			18
1.	Abdullayev J.Sh., Fayzullayev Sh., Qutlimuratov D.S.	Klassik sohalar bergman yadrolari baholari	18
2.	Abdullayeva G.Sh.	Lere formulasi	19
3.	Abdullayeva G.Sh.	I tip klassik soha	21
4.	Aralova K. A.	The dynamics of superposition of non-Volterra quadratic stochastic operators on S^2	23
5.	Asrorova Ch	Puasson integral formulasining analogi	25
6.	Atamuratov A.A., Bagbekova Y.J.	Analitik grafik ustida aniqlangan golomorf funksiyalar uchun veil integral formulasi	27
7.	Бабаханова З.И.	Задачи по одномерным динамическим системам	29
8.	Baratov B.S., Polvanov J.I	On separable cubic stochastic operators	31
9.	Botirov G‘I, Mustafoyeva Z.E.	Ground states for potts model with a countable set of spin values on a cayley tree	32
10.	Boymurodov J.H., Qodirov F.H., Mamatov N.H.	Ikki zarrachali diskret shredinger operatori xos qiymati uchun baholar	34
11.	Dusiyorova Ch.H.,	Bir o‘lchamli simpleksda parametr ga bo‘g‘liq kvadratik stoxastik operatorning dinamikasi haqida	35
12.	Ermatova G.M., Saparboeva S.Sh.	Ikkinchi tip klassik soha bilan bog‘langan matritsaviy poliedrda golomorf akslantirishning nollari	37
13.	Eshkabilov Yu.X., Murodullayeva F.T., Yorboboyev A.K.	Gammershteyn tipiga mansub integral operatorning qo‘zg‘almas nuqtalari	39
14.	Haydarov F.H., Ilyasova R.A.,	Gradient gibbs measures of sos model with alternating magnetism on cayley tree: 2 –periodic boundary law	41
15.	Ibragimova D	Ikki karrali lakunar darajali qatorlar	43
16.	Istamov J.Z.	Chekli o‘lchamli simpleksda aniqlangan stoxastik operatorning yakabiani haqida	45
17.	Jamilov U.U., Baratov B.S.	Periodicity of the discrete-time dynamical systems of separable cubic operators	47
18.	To‘rayev J.T.	Bir o‘lchamli simpleksda qat‘iy musbat	49

		yuqori darajali stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari	
19.	Jurayev X.X., Mahmatqobilov N.P.	Parametrga bog'liq kvadratik funksiyaning to'la dinamikasi	51
20.	Karimov E.T., Maxkamov I.N.	E_3 funksiya uchun bir integral ko'rinish	52
21.	Khalilov A.Z.	On positive fixed points of the hammerstein's operator with degenerate kernels	54
22.	Khamrayev A.Yu., Norqobilov D.E.	Parametrli kubik stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari haqida	56
23.	Hamrayev A.Yu., To'xtayeva D.D.	I -volterra kvadratik stoxastik operatorning dinamikasi	58
24.	Kulturayev D.J., Ko'chimov A.	Panjarasimon ikki zarrachali gamiltonianning diskret spektri haqida	60
25.	Mahkamov E.M., Bozorov J. T., Raupova S. A.	Ikkinchi tur matritsaviy poliedrik sohada Veyl integral formulasi	62
26.	Nodirov Sh.D., Usmonova D.S., Rahimov F.R.	Bir o'lchamli simpleksda qat'iy musbat yuqori darajali stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari	64
27.	Nodirov Sh.D., Shodmonova D.G., Haydarova Sh.H.	R^2 da yuqori darajali operatorlar va Gibbs o'lchovlari	66
28.	Nodirov Sh.D., Yorboboyev A.K., Murodullayeva F.T.	To'rtinchi darajali nochiziqli operatorlar va ularning qo'zg'almas nuqtalari	68
29.	Qilichev N.A.	Ko'p o'lchamli fridriks modelining manfiy xos qiymatlari	70
30.	Qurdashov Sh.M.	Algebraik chiziqning shoxalarini topish va tasvirlash	71
31.	Rahmatullaev M.M., Burxonova Z.A.	Existence of non-periodic gibbs measures for the ising model on a cayley tree	74
32.	Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.	Formula for the number of eigenvalues of a soluble model of coupled molecular and nuclear hamiltonians	76
33.	Rozikov U.A., Jumayev J.N.	On the fixed points of a quadratic operator defined by a non-stochastic cubic matrix	78
34.	Ruzmetov K.Sh., Matyoqubov Z.Q., Abdullayev J.Sh.	Chegaralanmagansohalarda Karleman integral formulasi	80
35.	Tagaymurotov A.O.	On topology the set of all idempotent probability measures	82
36.	To'rayev A.,	Chegaralanmagan sohalarda Karleman	84

	Xayitboyev S.,	integral formulasi	
37.	Vohobova G.B.	Trigonometrik integralni baholash haqida	85
38.	Аминов Р., Карим К.	Динамика композиций некоторых квадратичных стохастических операторов вольтерровского типа в двумерном симплексе.	87
39.	Аноров О.У., Шамсиддинов Н.Б.	Квадратичные стохастические операторы порожденные регулярными разбиениями счетного множества состояний	88
40.	Атамуратов А.А., Расулов К.К.	$\mathbb{R}$ –аналитичность вне особого множества сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитических функций	91
41.	Гаффоров Р.А., Журабоев С. С.	Критерий $SO(n, p, K)$ -эквивалентности многомерных поверхностей	93
42.	Дусмуродова Г.Х.	Ассоциативные 4-х мерные алгебры порожденные вольтеровскими операторами	94
43.	Жабборов Н.М., Хусенов Б.Э.	Формула карлемана для $A(z)$ – аналитических функций	97
44.	Камолов Х.К.	Регулярные параболические поверхности	99
45.	Ким Д.И.	Решение некоторых задач, поставленных с.берберяном для *-бэровых алгебр	101
46.	Мейлиев Х.Ж., Утаев А.Т.	Описание класса сюръективных квадратичных операторов определенных на s^3 .	103
47.	Мирходжаева Н.	Об ассоциативности алгебр, порожденных косыми произведениями квадратичных стохастических операторов на S^3	105
48.	Нурманов М.Ш., Файзиев Ж.А.	Автоморфизмы конечных однородных aw*-алгебр типа i	107
49.	Умирзакова К.О.	О трансляционно-инвариантных мерах гиббса для нс моделей в случае плодородного графа “петля”	109
50.	Яхшибоев М.У., Усманов А.А.	Интегральные представления для усеченных дробных производных ψ – маршо	111
51.	Jamilov U.U., Mukhitdinov R.	On divergence of trajectories of lotka-volterra operators	113
52.	Jamilov, U.U., O ‘roqova N.R.	On trajectories of a quadratic operator	115

53.	Tosheva N.A.	Uchinchi tartibli operatorli matritsalar oilasi muhim spektrining joylashuv o'rne	117
54.	Yusupova Sh.B., Xujamova Sh.A	Integral formulalar tasnifi haqida	119
55.	Eshkobilov O.Y.,	Conformally invariant variational problem for timelike curves in the n -dimensional Einstein universe	122
56.	Boboqulova M.A., Kurganov K.A.	Ikki o'lchamli simpleksda ba'zi volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlar kompozitsiyasining dinamikasi	124
57.	Durmanov S.J. ¹ , Qurbonova G.T. ² , Xolmurzayev M.M. ³ .	Ikkinchi tur matritsaviy polikrugda golomorf davom ettirish masalasi haqida	125
2-SHO'BA. DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIK FIZIKA			129
58.	Abdubannopova O.A.	Integro-differensial tenglamalar sistemasi uchun lokal shartli masala	129
59.	Abdulahobov T.A.	An impulsive system of fractional order differential equations with redefinition vector	130
60.	Aliyeva J., Turg'unboyev M.	Momentlar muammosi bilan optimal boshqaruv funksiyasini topish usullari	132
61.	Ashurov R.R., Fayziev Yu.E., Baxriddinova N.A.	On the Cauchy problems for a fractional subdiffusion equations	134
62.	Atamuratov A.R.	THE solutions of an integral equation arising from a problem in mathematical biology	135
63.	Апаков Ю.П., Умаров Р.А.	О существовании решения несимметричной краевой задачи для уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами	137
64.	Ахмадов И.А.	Базисность по Риссу системы корневых функций краевой задачи со смещением для параболо-гиперболического уравнения с оператором Герасимова-Капуто	139
65.	Babajanov B.A., Atajonov D.O.	On the integration of the periodic Hunter – Saxton equation with an integral typesource	142
66.	Botirova X.I.	To'rtinchi tartibli giperbolik tenglama uchun Gursa masalasini Riman usulida yechish	144

67.	Bozorova M.M., Omonova D.D.	Ikkinchi tartibli integro-differensial tenglama uchun bir teskari masala haqida	146
68.	Do'sanova U.X., Toshqulova D.A	To'rtburchak sohada Kaputo kasr-tartibli operator qatnashgan parabola-giperbolik tipidagi tenglamalar uchun nolokal masala	148
69.	Elmuradova H.B.	A direct problem of 1d pseudoparabolic Integro-differential equation	150
70.	Fayziyev A.K.	Inverse problem for whitam type multi-dimensional differential equation with impulse effects	151
71.	Hamdamova A.S.	Nav'e-Stoks tenglamasiga qo'yilgan nolokal masala yechimining yagonaligi	153
72.	Husanov E.A., Xudoyberdiyev A.A.	Constructing the mother wavelet	155
73.	Исломов Б.И., Холбеков Ж.А.	Краевая задача для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа	157
74.	Исломов Б.И., Кылышбаева Г.К.	Краевая задача нового типа для смешанного уравнения параболо-гиперболического типа третьего порядка в прямоугольной области	159
75...	Juraev D.A., Agarwal P., Elsayed E.E.	History of the development of solving and applying ill-posed problems	162
76.	Каримов К.Т.	Задача с неполными граничными данными для эллиптического уравнения с тремя сингулярными коэффициентами в полубесконечном параллелепипеде	165
77.	Маманазаров Д.С.	Об одной нелокальной задаче для дифференциального уравнения третьего порядка	167
78.	Маматов Ж. А.	Нелокальные краевые задачи пространственного типа для ультрапараболических уравнений	168
79.	Мирзарахимова Н.У.	Об одной краевой задаче для уравнения четвёртого порядка составного типа	169
80.	Муминов Ф.М., Каримов С.Я.	Нелокальная краевая задача для линейных уравнений смешанного типа	170
81.	Муминов Ф.М., Мадалиев С.	Об одной нелокальной краевой задаче для полулинейного уравнения смешанного типа	172
82.	Norov A.Q.	The diffusive Beddington-Deangelis	174

		predator-prey model with nonlinear prey-taxis and free boundary	
83.	Нурмахматов В.С.	Задача Коши для псевдогиперболического уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами	175
84.	O'razboev G'.O', Babadjanova A.K., Aminova M.M.	Manfiy tartibli Korteveg-De Friz tenglamasini integrallash.	177
85.	O'razboyev G. O'., Babadjanova A.K., Atanazarova Sh.E.	Manfiy tartibli matritsaviy modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasining solitonsimon yechimlarini topish	179
86.	Omonova D.D., Bozorova M.M.	Riman-Liuvill ma'nosidagi hosila va integralni o'z ichiga oluvchi yuklangan oddiy differensial tenglama uchun bir masala haqida	181
87.	Oromov J., Shoimov B.S.	Kuchli buziluvchi giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masalalar	183
88.	Пирматов Ш.Т.	О Разложимости по собственным функциям b -полигармонического оператора	186
89.	Rajabov Sh.Sh., Rajabova M.Sh.	Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun chegaralari harakatlanuvchi sohada chegaraviy masala	188
90.	Рахимов А.М.	Задача Коши для одномерной системы пороупругости для продольных волн	190
91.	Расулов М.С.	Задача Стефана для диффузной модели лотки-вольтерра	192
92.	Sultonov Sh.Y.	Kompakt to'plamda quvish masalasi	194
93.	Терсенов А.С., Сафаров Р.Ч,	Радиально-симметричные решения уравнения с p -Лапласианом	195
94.	Turdiyev X.N., Usmonov D.A.	Hilfer - Prabhakar ma'nosidagi kasr tartibli differensial operatori qatnashgan oddiy differensial tenglama uchun boshlang'ich masala	196
95.	Turdiyev X.N., Raxmonov A.A	Prabhakar kasr tartibli hosilali sub-diffuziya tenglamasi uchun nolokal masala	198
96.	Uralova S.I., Umaraliyeva N.T	On some pursuit–evasion problems with la constraints	200
97.	Urazboev G.U., Khasanov M.M., Esomurodova R.J.	Exact solutions of the loaded MKDV equation by Jacobi elliptic function method.	202

98.	Усмонов Д.А.	Начально-граничная задача для вырождающегося уравнения второго порядка, содержащего интегро-дифференциальный оператор дробного порядка с функцией Бесселя в ядре	205
99.	Халимова Ж.Э.	Улаш шартида узилишга эга бўлган учинчи тартибли параболлик-гиперболик типдаги тенглама учун Бицадзе-Самарский шарти билан берилган масалани таҳлил қилиш	207
100.	Хасанов А.Б., Собиров Ш.К.	Решение задачи Коши для нагруженного уравнения МКДФ с самосогласованным источником в случае кратных собственных функций	209
101.	Хасанов Т.Г.	Интегрирование уравнения КДФ с полиномиальными нагруженными членами и с источником в классе быстроубывающих функций	212
102.	Хоитметов У.А.	Интегрирование уравнения синус-Гордон с зависящими от времени коэффициентами и дополнительным членом	214
103.	Хоитметов У.А.	Интегрирование нагруженного общего уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих комплекснозначных функций	216
104.	Хоитметов У.А., Собиров Ш.	Решение задачи Коши для уравнения МКДФ с дополнительным членом и самосогласованным источником общего вида	218
105.	Xudoyberdiyeva M.O.	Teskari simmetirik yuklangan qalinligi radial ravishda o'zgaruvchi plastinkani chekli ayirmalar usuli yordamida hisoblash	220
106.	Yusubjonova G.	Yuklangan kasr tartibli hosila ishtirok etgan differensial tenglama uchun chegaraviy masala	223
107.	Юлдашева А.В.	Задача для эволюционного уравнения с обобщённым дробным лапласианом	224
108.	Умаров И.Н., Жумаев М., Бектошева У.	О первой задаче Дарбу для нелинейного гиперболического уравнения	225
109.	Янгибоев З.Ш, Андакулова Ю.Ш	Задача типа Гурса для системы уравнений теории пороупругости	227

110.	Янгибоев З.Ш., Бектошева У., Абдимуродова Ш.	Об устойчивости одной обратной задачи для уравнения sh волн в пористом среде	229
111.	Янгибоев З.Ш., Абдимуродова Ш.А., Бектошева У.	Об одной обратной динамической задачи пороупругости	233
112.	Давлатов Ж.Э.	Задача коши для одной системы возникающей в двухфазной среде	236
113.	Иброхимов Х.К., Лутфиллаев Н.Ф.	Об одной трехмерный аналог задачи Геллерстедта для уравнения смешанного параболого-гиперболического типа	238
3-SHO'BA. ALGEBRA VA GEOMETRIYA			240
114.	Ahmatov R. A., Sultonov Sh.Y.	Bir pallali giperboloidning urinma tekisligi	240
115.	Ahmatov R.A., Sultonov Sh.Y.	Giperbolaning qo'shma diametrlari uchun masala	242
116.	Ediyev Sh.O., Sultonov Sh.Y.	Chiziqli forma haqida bir teorema	244
117.	Erdonov B.X., Imamov O.Sh.	$\mathfrak{S}(m)$ funksiyaning ba'zi qiymatlari uchun baholar	245
118.	Fayziyev J.A., Nurmanov M.Sh.	Some properties of networks	246
119.	Gafurova U., Khadjiev D.	A description of elements of the orthogonal group of the two-dimensional bilinear-metric space with the form $x_1y_1 + 23x_2y_2$ over the field of rational numbers	250
120.	Jo'raboyev S.S.	$USp(2n, \mathbb{C})$ gruppasi ta'siriga nisbatan yo'llarning ekvivalentligi masalasi	251
121.	Sadullaev A.K.,	Homotopic property of space of the permutation degree	254
122.	Toshbuvayev B.M., Abdubannopova O.A.	ω -yopiq to'plamlari giperfazosi.	255
123.	Tursunov B.A., Bozorov M.A., Рахимов Ф.Р.	Ko'pxillikdagi bir dinamik sistemaning geometriyasi	256
124.	Tursunov D.M.	Tabbyi tartiblangan lie algebralardan olinadigan 9-o'lchovli filiform leibniz algebralarining ko'paytirish jadvali	258
125.	Khudoyberdiyev A.Kh.,	Anti-dendriform algebras associated with null-filiform associative algebras	260

	Solijonova Sh.R.		
126.	Khudoyberdiyev A.Kh. Azizov M.E.	On the description of Leibniz dialgebras	262
127.	Khudoyberdiyev A.Kh., Rakhmatova Z.A.	On ω -Leibniz algebras	264
128.	Zaitov A.A., Karimov S.Y.	τ -chegaralangan fazolarning sust zichligi haqida	265
129.	Гуломов О.Х.	Соответствующий квадратичные формы граням области вороного второй совершенной формы от пяти переменных	267
130.	Саидов С.С.	Почти-кольца Галуа и схемы отношений над ними.	268
131.	Турсунов Б.А., Рахимов Ф.Р.	Геометрия многообразий неотрицательной кривизны, порождённых динамическими полисистемами	269
4-SHO‘BA. EHTIMOLLAR NAZARIYASI			272
132.	Nazarov Z.A.	Limit theorems on the exact estimate of the total progeny in the positive recurrent q-processes with third moment	272
133.	Tursunov B.B.	Sust bog‘langan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teoremadagi katta chetlanishlar oralig‘idagi notekis baholar.	274
134.	To‘xtayev E.E., Murtazayev M.S.	Sekin o‘zgaruvchi funksiyaning kritik tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlardagi ba’zi bir tatbiqlari	275
135.	Сайидов О.Ж., Турсункулов Б.М.	О сходимости функции распределения периода занятости однолинейной системы массового обслуживания, когда обслуживание зависит от длины очереди	277
5-SHO‘BA. MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA HISOBLASH MATEMATIKASI			279
136.	Akbarova A., Doliyev T.	Aw-rascle modeli masalalarini yechishda so‘nggi 20 yil ichida dunyo bo‘yicha olingan ilmiy natijalar	279
137.	Aripov M., Matyakubov A.S., Xasanov J.O.	Kritik hollarda ikki komponentali muhitlarda manba va o‘zgaruvchan zichlikga ega nodivergent kross-diffuziya masalasining global yechimi va uning	281

		asimptotikalari.	
138.	Бахтиёрова С.Н.	Примитивно рекурсивные функции	283
139.	Бокиев Э.Р., Хамраев М.М., Саидов А.А.	Моделирование процесса таможенного транзита: опыт европейского союза по организацию таможенного контроля за международными автомобильными перевозками	284
140.	Bozarov B.I., Maxmudjonov A.O.	Kosinus vaznli optimal kvadratur formula	287
141.	Bozorov S.B.	Stounning gesser–myuller regressiya modelidagi yadroviy bahosining xossalari	288
142.	Боборахимова М.И., Анваржонов Б.Б.	Об асимптотической устойчивости решений диффузионной эпидемиологической модели	291
143.	Боборахимова М.И., Асракулова Д.С.	О логистической модели распространения загрязнителей в атмосфере	293
144.	Jabborov N.M., Eshdavlatova S.E., Mirzoodilov B.N.	Mathematical modelling and analysis of corruption dynamics with control measures	294
145.	Kamalov R.R., Kalenbaev K.B., Ubaydullaeva D.K.	Elliptik egri chiziqlarning supersingulyar bo'lmashlik shartlari va ularning tahlili	297
146.	Kaynarov F.Z.	C++ dasturlash tili takrorlash operatorlarining qo'llanilishi	299
147.	Каюмов Ш., Бекчанов Ш.Э., Зиёдуллаева Ш.	О фильтрации структурированных флюидов в гидродинамически связанных многослойных пластах	301
148.	Норпулатов Ф.Ж.	Примитивно рекурсивные функции	303
149.	Nurmanov M.Sh., Fayziyev J.A.	Iqtisodiyotda differensial hisobning qo'llanilishi	305
150.	Нуралиев Ф.А., Кузиев Ш.С.	Коэффициенты и норма оптимальной квадратурной формулы в пространстве $L_2^{(3)}(0,1)$	307
151.	Qurbonnazarov A.I.	Furye integralini taqribiy hisoblash uchun optimal kvadratur formula	309
152.	Raufov R.U.	Algebra masalalarini hal qilishni Python dasturida modellashtirish	311
153.	Raufov R.U.	Aniq integralni taqribiy hisoblash usullarini Python dasturida modellashtirish	314
154.	Xaitov T.O.	$K_2^{2,0}$ fazosida optimal kvadratur formulalar	317
155.	Xoshimova D.K.,	Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning yo'nalish	319

	Yusupova M.A.	bo'yicha hosilasining fizik va geometrik ma'nosi	
156.	Амирова Д.А.	Примитивно рекурсивные функции	321
157.	Имомназаров Х.Х.	Замкнутое моделирование динамики сжимаемых двухфазных сред	323
158.	Муминов Б.Б., Норкулова З.Н.	Виды и методы визуализации данных посредством 3d-моделирования с помощью искусственного интеллекта	324
159.	Каюмов Ш., Бекчанов Ш.Э., Зиёдуллаева Ш.	О фильтрации структурированных флюидов в гидродинамически связанных многослойных пластах	326
160.	Худойбердиева Ш., Тошпўлатов М.	Назорат карталар ёрдамида технологик операциялардаги ўртача йўқотишларни баҳолаш ҳақида	328
6-SHO'BA. MATEMATIKA O'QITISH METODIKASI			330
161.	Abdiraxmanov A., To'rayeva F.	Matematika kursida matematik tushuncha, va uning mantiqiy tuzilishi	330
162.	Abdiyeva Sh.	Kub tenglama ildizlarining joylashish masalasini kub funksiya grafigi yordamida o'rganish	332
163.	Abdurazakov A., Qodirov A.I.	Dispersion tahlil masalasini yechishda mathcad dastur tizimini qo'llash asosida ta'lim sifatini oshirish.	334
164.	Arziqulov A.U., Janiqulov Q.K.	Modulli tenglamalarni yechish orqali o'quvchilarda tadqiqotchilikni shakllantirish	337
165.	Бегимова Г.Н.	Қобилиятли ўқувчилар билан ишлаганда бошланғич функция, аниқмас интеграл ва уни ҳисоблаш мавзусини тушунтириш.	339
166.	Boboyeva M.N.	Yoshlarning intellektual qobiliyatlarini rivojlantirish holati tahlili	343
167.	Dadamirzayeva O.	Binomial alomatiga asoslangan nazorat kartalar bilan psixologik tajribalarni statistik tahlil qilish haqida	344
168.	Даужанов А.Ш., Омаров Т.М., Азизова Г.С.	Дифференцирование и умножение в пространстве обобщённых функций	346
169.	Ediyev Sh.O., Amirov A.K.	Tub va murakkab sonlar	348
170.	Эрматов Ш.Л.	Ихтисослаштирилган мактабларда тригонометрияни чуқурлаштириб ўқитишнинг аҳамияти	349
171.	Eshmamatov L.A.	Chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar	351

		sistemesi yechimning xossalari	
172.	Fozilov A., Xasanjonov J.X.	Ishonchlilik intervalini topishda matematik dasturlardan foydalanish	353
173.	Jumaniyazova Yu.Q.	Algebra darslarida dekart koordinatalar sistemasiga oid bilim va ko'nikmalar haqida	356
174.	Karimov Q.M.	Matematika ta'limini kompyuterli matematika tizimlari vositasda jadallashtirish.	358
175.	Maxmudova N., Najmiddinova M.	Matematik dasturlardan foydalangan holda ta'lim sifatini oshirish.	359
176.	Mirzamaxmudova N., Alimatov S.I.	Matritsaviy o'yinlar masalasini mathcad programma dasturida yechish va tahlil qilish	361
177.	Oromov J., Bozorov M.N., Shoimov B.S.	Sonning butun va kasr qismi tushunchasi va uning tadbirlari.	363
178.	Қаҳҳорова М.А., Жалилов И.И.	Изучение влияния прикладной и научной литературы на методику обучения математики	366
179.	Qayimova M.B.	Matematika fanini o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish	368
180.	Qurbonov Sh.R., Quvondiqova G.J.	Funksiya hosilasi qatnashgan ba'zi tenglama va tengsizliklarni yechish metodikasi	370
181.	Rajabova D.A.	Matematikada funksiya tushunchasi tarixidan qisqacha ma'lumot	372
182.	Saidova S.G', Amirov A.K.	Eyler va Ferma teoremasining ba'zi masalalarga tadbiri	374
183.	Saidova S.G., Amirov A.K.	Nyuton binomi formulasining bo'linish munosabatiga tadbiri.	376
184.	Саипназаров Ш.А., Файзиев Ж.А., Саидова М.Ю.	Аниқ интеграл ёрдамида йиғиндининг лимитини ҳисоблаш	377
185.	Sotvoldiyev A.I., Bakirov S.D.	Ba'zi geometrik masalalarni yechishda o'zgacha yondashuv (tekislikda ko'pburchaklar)	380
186.	Tillabayev B.Sh., Mirzaxakimova F.A	One of the applications of the derivative function	383
187.	Toshboyev J.M.	Ehtimollik xossalari yordamida masalalarni yechish	385
188.	Turdiboyev D.X.	Xalqaro baxolash tizimi asosida ta'lim jarayonini tashkil qilish	387
189.	Тургунбаев Р.М.	Кетма-кетликнинг лимити тушунчасини кiritиш ҳақида	389
190.	Умаралиева Д.У.	Об организационных формах обучения	391

		математическому анализу в педвузе	
191.	Vohobova G.B.	Trigonometrik integralni baholash haqida	393
192.	Xalilov A.Z., Shodiyev S.	Tenglamalarni yechishda matematik analiz asoslaridan foydalanish	395
193.	Xolboyev B.H., Amirov A.K.	Taqqoslama yordamida ba'zi masalalarni yechish	398
194.	Xonqulov U.X., Nabijonov SH.	Matnli matematik masalalarni yechishga oid metodik mulohazalar	400
195.	Yuldashev X.D.	Kramer-Uelch alomatiga asoslangan nazorat kartalar bilan pedagogik tajribalarni statistik tahlil qilish haqida	402
196.	Юсупов А.И., Арзикулов Ғ.П.	Мухандислик таълимида математик билимларнинг аҳамияти ва математика фанини ўқитишдаги айрим муаммолар ҳақида	405
197.	Юсупова Ш.Б., Ахмедова К.С.	Объяснение темы определенного интеграла студентам с помощью эвристического подхода	407
198.	Mirzakarimov E.M., Yo'ldashaliyev A.S.	Maple dasturlaridan oliy matematika fanida foydalanish	410
199.	Fayzullayev J. I., Ibroximjonov N. U.	Analitik g'eometriya masalalarini maple tizimida yechish orqali talabalarning kasbiy kompetengligini rivojlantirish metodikasi	413

1-SHO‘BA. MATEMATIK ANALIZ (FUNKSIONAL ANALIZ, KOMPLEKS ANALIZ)

KLASSIK SOHALAR BERGMAN YADROLARI BAHOLARI

Abdullayev J.Sh.¹, Fayzullayev Sh.², Qutlimuratov D.S.³

¹jonibekabdullayev1201@gmail.com, ²fayzshoxzod@gmail.com,

³dilmurat87@internet.ru

^{1,2,3}Urganch davlat Universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda $\mathfrak{R}_I$ m, k , $\mathfrak{R}_{II}$ m , $\mathfrak{R}_{III}$ m va $\mathfrak{R}_{IV}$ n klassik

sohalari Bergman yadrolari mos ravishda $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ va $\mathbb{C}^n$ fazolardagi sharlarning Bergman yadrolari bilan baholashlarni ko‘rib chiqiladi. Buning uchun klassik sohalari mos ravishda ko‘rsatilgan sharlar bilan o‘zaro munosabatidan foydalaniladi.

Chegaralangan bir jinsli simmetrik sohalarning Bergman yadorsi ko‘p o‘lchovli kompleks analizda fundamental tushunchalardan hisoblanadi. Bergman yadrosiga mos Bergman integral formulasi funksiyani butun soha bo‘yicha tiklash xususiyatli yadro bilan aniqlanadi. Shuningdek, vaznli Bergman yadrosi garmonik analizda ham juda muhim o‘rin tutadi (masalan qarang [3-5]).

1-ta’rif. ([1,2]). Aytaylik φ_ν z , $\nu = 0, 1, 2, \dots$ – golomorf funksiyalar sistemasi $L^2 D$ sinfga tegishli bo‘lgan to‘la ortonormal sistema bo‘lsin. Ushbu

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \varphi_\nu(z) \overline{\varphi_\nu(\zeta)} = K_D(z, \bar{\zeta}), \quad (1)$$

yaqinlashuvchi qatorning yig‘indisi bo‘lgan $K_D(z, \bar{\zeta})$ funksiyaga D sohaning Bergman yadrosi (kernfunksiya) deyiladi.

Shuni takidlaymizki, klassik rus adabiyotlarida Bergman yadrosi sohaning kernfunksiyasi deb nomlangan (masalan, qarang [2], [10], [18]). Hozirgi davrlarga kelib bunday atama juda muvaffiqiyatli bo‘lmaydi, shunday nomlash mumkin bo‘lgan uchta yadro (Bergman, Koshi-Sege va Puasson yadrolari) bor.

Xua Lo-kenning [3] monografiyasida to‘rtta $\mathfrak{R}_I$ m, k , $\mathfrak{R}_{II}$ m , $\mathfrak{R}_{III}$ m va $\mathfrak{R}_{IV}$ n klassik sohalarning $K_{\mathfrak{R}_k}(Z, Z)$ ($k = I, II, III, IV$) Bergman yadrolarini bu sohalardagi to‘la ortonormal sistemalar yordami bilan emas, balki ularning avtomorfizmlaridan foydalanib topish usullaridan foydalanilgan:

$$K_{\mathfrak{R}_I}(Z, Z) = \frac{1}{V(\mathfrak{R}_I)} \cdot \left\{ \det(I - Z \bar{Z}') \right\}^{-(m+n)},$$

$$K_{\mathfrak{R}_{II}}(Z, Z) = \frac{1}{V(\mathfrak{R}_{II})} \cdot \left\{ \det(I - Z\bar{Z}) \right\}^{-(n+1)},$$

$$K_{\mathfrak{R}_{III}}(Z, Z) = \frac{1}{V(\mathfrak{R}_{III})} \cdot \left\{ \det(I + Z\bar{Z}) \right\}^{-n+1},$$

$$K_{\mathfrak{R}_{IV}}(z, z) = \frac{1}{V(\mathfrak{R}_{IV})} \cdot \left(1 + |zz'|^2 - 2\bar{z}z' \right)^{-n}.$$

Ushbu maqolada $\mathfrak{R}_I$ m, k , $\mathfrak{R}_{II}$ m , $\mathfrak{R}_{III}$ m va $\mathfrak{R}_{IV}$ n klassik sohalarini

Bergman yadrolari mos ravishda $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ va $\mathbb{C}^n$ fazolardagi sharlarning Bergman yadrolari bilan baholashlarni ko'rib chiqiladi. Buning uchun klassik sohalar mos ravishda ko'rsatilgan sharlar bilan o'zaro munosabatidan foydalaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Фукс Б.А. Специальные главы теории аналитических функций многих комплексных переменных. М.: Физматгиз, 1962. – 428 с.
2. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Ч.2. М.: Наука. 3–е изд., 1985 г. 464 с.
3. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. М.: ИЛ, 1959. – 163 с.
4. Khudayberganov G., Rakhmonov U.S., The Bergman and Cauchy-Szegő kernels for matrix ball of the second type. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 7:3 (2014), pp. 305-310.
5. Khudayberganov G., Abdullayev J.Sh. Relationship between the Kernels Bergman and Cauchy-Szegő in the domains τ^I $n-1$ and $\mathfrak{R}_{IV}^n$. Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics, 13:5, 559-567(2020).

LERE FORMULASI

Abdullayeva G.Sh.

agulhayot@gmail.com.

Toshkent Oriental universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqolada silliq chegarali D sohada Lere formulasi keltirib chiqarilagan. Bu formulaning foydali xususiyati va Martinelli-Boxner formulasi bilan farqli tomonlari haqida fikr yuritilgan.

Teorema[1]. Ixtiyoriy, silliq chegarali $D \subset \mathbb{C}^n$ sohadagi $\lambda: \partial D \rightarrow \mathbb{C}^n$ silliq vektor funktsiya uchun $\langle \xi - z, \lambda(\xi) \rangle \neq 0$, $z \in D$, $\xi \in \partial D$ va ixtiyoriy $f \in \theta(D) \cap C(\bar{D})$ funktsiya uchun ixtiyoriy $z \in D$ nuqtada

$$f(z) = \int_{\partial D} f(\xi) \Omega(\xi, \lambda(\xi)) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int_{\partial D} f(\xi) \frac{\delta(\lambda(\xi)) \wedge d\xi}{\langle \xi - z, \lambda(\xi) \rangle^n} \quad (1)$$

integral formula o'rinli.

Bu formuladagi λ funksiyani har xil tanlash imkoniyatidan Lere formulasi umumiy xarakterga ega bo'ladi. Masalan, quyidagi sohani qaraymiz: [1]

$$D = \{ z \in \mathbb{C}^n : \varphi(z) < 0 \} \quad (2)$$

bunda, φ - $\mathbb{C}^1$ sinfdagi haqiqiy funksiya bo'lib, ∂D atrofida $\xi \in \partial D$ nuqta uchun kompleks gradient

$$\nabla_{\xi} \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_1}, \dots, \frac{\partial \varphi}{\partial z_n} \right)_{\xi} \neq 0$$

Bundan, ∂D chegara silliq ekanligi kelib chiqadi va $\xi \in \partial D$ nuqtada haqiqiy urinma tekislik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi: [2]

$$\sum_{v=1}^n \frac{\partial \varphi}{\partial z_v} \Big|_{\xi} (z_v - \xi_v) + \sum_{v=1}^n \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{z}_v} \Big|_{\xi} (\bar{z}_v - \bar{\xi}_v) = 0$$

Bizga ma'lumki, φ - haqiqiy funksiya, $\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{z}_v} = \overline{\frac{\partial \varphi}{\partial z_v}}$ va oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$\operatorname{Re} \langle \nabla_{\xi} \varphi, z - \xi \rangle = 0 \quad (3)$$

Bu tekislikda kompleks urinma tekislik deb nomlanuvchi T_{ξ}^c tekislik yotadi va bu tekislik [1]

$$\langle \nabla_{\xi} \varphi, z - \xi \rangle = 0 \quad (4)$$

tenglama bilan aniqlanadi. ((4) - kompleks tenglik, u xolda T_{ξ}^c tekislikni haqiqiy o'lchovi $2n - 2$ ga teng va haqiqiy urinma tekislikning o'lchovidan esa bittaga kam).

Agar har bir $\xi \in \partial D$ nuqta uchun T_{ξ}^c kompleks urinma tekislik D sohaning tashqarisida yotsa, u holda vektor funksiya Lere shartini qanoatlantiradi, ya'ni barcha $\xi \in \partial D$, $z \in D$ uchun $\langle \nabla_{\xi} \varphi, \xi - z \rangle \neq 0$ va (1) formulani shunday tanlangan λ funksiya yordamida yozish mumkin. Buning uchun $\varphi_j = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_j}$ belgilash kiritamiz, u

$$\text{xolda} \quad \Omega(z, \omega) = \frac{(n-1)! \delta(\omega) \wedge dz}{(2\pi i)^n \langle z, \omega \rangle^n} \quad \text{formulaga} \quad \text{ko'ra} \quad [2]$$

$$\delta(\lambda) = \sum_{j=1}^n (-1)^{j-1} \varphi_j d\varphi_1 \wedge \dots \wedge d\varphi_{j-1} \wedge d\varphi_{j+1} \wedge \dots \wedge d\varphi_n.$$

Shunday qilib, $d\xi$ differensial barcha $d\xi_v$ differensiallar ko'paytmasidan iborat, u xolda $\delta(\lambda) \wedge d\xi$ o'rniga barcha $d\varphi_v$ va $\bar{\partial}\varphi_v$ lar ko'paytmasini qo'yish mumkin. Lekin tashqi ko'paytmani xossasiga ko'ra [4]

$$\begin{aligned} & \bar{\partial}\varphi_1 \wedge \dots \wedge \bar{\partial}\varphi_{j-1} \wedge \bar{\partial}\varphi_{j+1} \wedge \dots \wedge \bar{\partial}\varphi_n = \\ & = \sum_{v=1}^n \frac{\partial(\varphi_1, \dots, \varphi_{j-1}, \varphi_{j+1}, \dots, \varphi_n)}{\partial(\bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_{v-1}, \bar{\xi}_{v+1}, \dots, \bar{\xi}_n)} d\bar{\xi}_1 \wedge \dots \wedge d\bar{\xi}_{v-1} \wedge d\bar{\xi}_{v+1} \wedge \dots \wedge d\bar{\xi}_n \end{aligned}$$

va bundan $\delta(\lambda) \wedge d\xi$ ko'paytmadagi koeffitsiyentni

$$d\bar{\xi}_1 \wedge d\bar{\xi}_{v-1} \wedge d\bar{\xi}_{v+1} \wedge \dots \wedge d\bar{\xi}_n \wedge d\xi$$

ga ko'ra quyidagicha yozish mumkin: [3]

$$\Phi_v = \sum_{j=1}^n (-1)^{j-1} \varphi_j \frac{\partial(\varphi_1, \dots, \varphi_{j-1}, \varphi_{j+1}, \dots, \varphi_n)}{\partial(\bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_{v-1}, \bar{\xi}_{v+1}, \dots, \bar{\xi}_n)}.$$

Bu ifoda, ravshanki quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$\Phi_v = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \dots & \varphi_n \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial \bar{\xi}_1} & \dots & \frac{\partial \varphi_n}{\partial \bar{\xi}_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial \bar{\xi}_n} & \dots & \frac{\partial \varphi_n}{\partial \bar{\xi}_n} \end{vmatrix} - \bar{\xi}_v \text{ bo'yicha hosila olingan satr tashlab ketilgan} \quad (8)$$

Shunday qilib, yuqorida qaralgan tipdagi sohalar uchun (va ko'pincha , qavariq sohalar) – Lere formulasini quyidagi ko'rinishdagi yozish mumkin [3]

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\langle \nabla_{\xi} \varphi, \xi - z \rangle} \sum_{v=1}^n \Phi_v d\bar{\xi}_1 \wedge \dots \wedge d\bar{\xi}_{v-1} \wedge d\bar{\xi}_{v+1} \wedge \dots \wedge d\bar{\xi}_n \wedge d\xi. \quad (9)$$

Bu formulaning foydali xususiyati shuki, uning yadrosi z parametr ga golomorf bog'liq bo'lib, bu xususiyat Martinelli- Bochner formulasida yo'q.

ADABIYOTLAR

1. B.V.Shabat. “Vvedenie v kompleksniy analiz”. Chast I, II. Moskva: «Nauka» 1976 .
2. L.A.Ayzenberg., A.P. Yujakov. “Integralnie predstavleniya i vicheti v mnogomernom kompleksnom analize”. Izdatelstvo «Nauka» Sibirskoe otdelenie. Novosibirsk-1979 .
3. Xudoyberganov G., Kitmanov A.M., Shoimqulov B.A. “Kompleksniy analiz v matrichnix oblastyax”. «Monografiya». Krasnoyarsk - Toshkent, 2011 .
4. A.M.Kitmanov, S.G.Mislivets. “Integral'nie predstavleniya i ix prilozheniya v mnogomernom kompleksnom analize”. Krasnoyarsk SFU . 2010.

I TIP KLASSIK SOHA

Abdullayeva G.Sh.

agulhayot@gmail.com

Toshkent Oriental universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqolada I tip klassik soha, uning ko'rinishi, chegarasi, ostovi(negizi), sohaning o'lchovi va boshqa xususiyatlari haqida ma'lumotlar berilgan.

$\mathfrak{R}_I = \{ z \in \mathbb{C}[m \times n]: I^{(m)} - ZZ^* > 0 \}$ ko'rinishida berilgan to'plam I tip klassik soha deyiladi [1]. Bunda $Z - [m \times n]$ matritsa, ya'ni

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{m1} & z_{m2} & \dots & z_{mn} \end{pmatrix}$$

bu matritsaning z_{ij} ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$) elementlari kompleks sonlardan iborat. Z matritsaga qo'shma va transponerlangan matritsani Z^* deb belgilab, uni $Z^* = \bar{Z}^T$ tenglik yordamida aniqlaymiz, ya'ni

$$\bar{Z} = \begin{pmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} & \dots & \bar{z}_{1n} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} & \dots & \bar{z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{z}_{m1} & \bar{z}_{m2} & \dots & \bar{z}_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad \bar{Z}' = \begin{pmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{21} & \dots & \bar{z}_{m1} \\ \bar{z}_{12} & \bar{z}_{22} & \dots & \bar{z}_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{z}_{1n} & \bar{z}_{2n} & \dots & \bar{z}_{mn} \end{pmatrix}$$

bo'ladi. $I^{(m)}$ - $[m \times m]$ - tartibli birlik matritsa bo'lib, $I^{(m)} - ZZ^* > 0$ esa $I^{(m)} - ZZ^*$ ermit matritsasining musbat aniqlanganligini, ya'ni barcha xos sonlarining musbatligini bildiradi. Agar $m = n = 2$ da

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}$$

bo'ladi. U xolda quyidagilar o'rinli bo'ladi:

$$\begin{aligned} Z^* &= \begin{pmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{21} \\ \bar{z}_{12} & \bar{z}_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \\ ZZ^* &= \begin{pmatrix} z_{11} \cdot \bar{z}_{11} + z_{12} \cdot \bar{z}_{12} & z_{11} \cdot \bar{z}_{21} + z_{12} \cdot \bar{z}_{22} \\ z_{21} \cdot \bar{z}_{11} + z_{22} \cdot \bar{z}_{12} & z_{21} \cdot \bar{z}_{21} + z_{22} \cdot \bar{z}_{22} \end{pmatrix} = \\ \Rightarrow &= \begin{pmatrix} |z_{11}|^2 + |z_{12}|^2 & z_{11} \cdot \bar{z}_{21} + z_{12} \cdot \bar{z}_{22} \\ z_{21} \cdot \bar{z}_{11} + z_{22} \cdot \bar{z}_{12} & |z_{21}|^2 + |z_{22}|^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow I - ZZ^* &= \begin{pmatrix} I - (|z_{11}|^2 + |z_{12}|^2) & -(z_{11} \cdot \bar{z}_{21} + z_{12} \cdot \bar{z}_{22}) \\ -(z_{21} \cdot \bar{z}_{11} + z_{22} \cdot \bar{z}_{12}) & I - (|z_{21}|^2 + |z_{22}|^2) \end{pmatrix} > 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{cc} 1 - (|z_{11}|^2 + |z_{12}|^2) > 0 \\ I - (|z_{11}|^2 + |z_{12}|^2) & -(z_{11} \cdot \bar{z}_{21} + z_{12} \cdot \bar{z}_{22}) \\ -(z_{21} \cdot \bar{z}_{11} + z_{22} \cdot \bar{z}_{12}) & I - (|z_{21}|^2 + |z_{22}|^2) \end{array} \right\} > 0.$$

$\mathfrak{R}_I$ sohaning chegarasi esa

$$\partial \mathfrak{R}_I = \{ Z \in \mathbb{C}[m \times n] : \det(I^{(m)} - ZZ^*) = 0, I^{(m)} - ZZ^* \geq 0 \}$$

ko'rinishda bo'ladi [1].

$\mathbb{C}[m \times n] \cong \mathbb{C}^{mn}$ bo'lib, $\mathfrak{R}_I$ sohaning ostovi(negizi) quyidagicha aniqlanadi: [3]

$$S(\mathfrak{R}_I) = \{ Z \in \mathbb{C}[m \times n] : I - ZZ^* = 0 \}$$

Agar $m=1$ bo'lsa, I tip klassik soha $\mathbb{C}^n$ dagi $B = \{ z = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n : |z| < 1 \}$ birlik shar bilan ustma-ust tushadi. Agar $m=n=1$ bo'lsa, $\mathbb{C}$ tekislikdagi oddiy $\tau = \{ z \in \mathbb{C} : |z| < 1 \}$ birlik doira bo'ladi [4]. Bu $\mathfrak{R}_I$ sohaning o'lchovi esa mn ga, $\partial \mathfrak{R}_I$ chegarasining haqiqiy o'lchovi $m(2n-1)$ ga va ostovning haqiqiy o'lchovi esa $m(2n-m)$ ga teng bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Xuo Lo-Ken., Garmonicheskiy analiz funktsiy mnogix peremennix v klassicheskix oblastyax. – M.:IL,1959.
2. B.V.Shabat. “Vvedenie v kompleksniy analiz”. Chast I, II. Moskva: «Nauka» 1976 .
3. L.A.Ayzenberg., A.P. Yujakov. “Integralnie predstavleniya i vicheti v mnogomernom kompleksnom analize”. Izdatelstvo «Nauka» Sibirskoe otделение. Novosibirsk-1979 .
4. Xudoyberganov G., Kitmanov A.M., Shoimqulov B.A. . “Kompleksniy analiz v matrichnix oblastyax”. «Monografiya». Krasnoyarsk -Toshkent, 2011 .

THE DYNAMICS OF SUPERPOSITION OF NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS ON S^2

Aralova K.A.

aralovak.a@mail.ru

V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics

Annotatsiya. *In the present paper, we study dynamical system generated by stochastic operators which are superposition of non-Volterra quadratic stochastic operators defined on the two-dimensional simplex. We showed that such stochastic*

operator have two fixed points and there are no periodic points except fixed points. We showed that any trajectory of such an operator converges to a fixed point.

Let

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : \text{for any } i, x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$$

be the $(m-1)$ -dimensional simplex. A map $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ and for all $k=1, \dots, m$, where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \quad \text{for all } i, j, k; \quad \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} = 1 \quad (2)$$

The trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^\infty$ of an operator V for an initial point $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ is defined by

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)}) = V^{n+1}(\mathbf{x}^{(0)}), \quad n=0, 1, 2, \dots$$

Denote by $\omega_V(\mathbf{x}^{(0)})$ the set of limit points of the trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^\infty$.

A *Volterra* QSO (see [1]) is defined by (1), (2) and with the additional assumption

$$p_{ij,k} = 0, \quad k \notin \{i, j\}, \quad \text{for any } i, j, k \in E \quad (3)$$

Definition. A point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is called a *periodic point* of V if there exists an n so that $V^n(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the *prime period* or *least period* of the point $\mathbf{x}$. A *period-one point* is called a *fixed point* of V .

Denote the set of all fixed points by $\text{Fix}(V)$ and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period n by $\text{Per}_n(V)$. Evidently that the set of all iterates of a periodic point form a periodic trajectory (orbit).

Let

$$V_0 : \begin{cases} x'_1 = x_1^2 + 2x_2x_3, \\ x'_2 = x_2^2 + 2x_1x_3, \\ x'_3 = x_3^2 + 2x_1x_2, \end{cases} \quad V_1 : \begin{cases} x'_1 = (1+\alpha)x_3x_2, \\ x'_2 = (1+\alpha)x_3x_1, \\ x'_3 = x_3^2 + (x_1+x_2)^2 + (1-\alpha)x_3(x_1+x_2). \end{cases}$$

Consider the nonlinear operator $W_1 := V_1 \circ V_0$ defined by superposition of the operators and the operator has the form

$$W_1 : \begin{cases} x'_1 = (1+\alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(x_2^2 + 2x_1x_3), \\ x'_2 = (1+\alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(x_1^2 + 2x_2x_3), \\ x'_3 = 1 - (1+\alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(1 - (x_3^2 + 2x_1x_2)). \end{cases}$$

where $\alpha \in [-1, 1]$.

Denote

$$t_\alpha = \sqrt[3]{118 - 44\alpha + 18\sqrt{6\alpha^2 - 32\alpha + 43}},$$

$$x_\alpha^* = \frac{1}{9} \left(\frac{t_\alpha}{\sqrt[3]{1+\alpha}} - \frac{2\sqrt[3]{1+\alpha}}{t_\alpha} + 1 \right).$$

Theorem. For the operator W_1 the following statements are true:

- i) the set $M_1 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 = x_2\}$ is invariant set;
- ii) $\text{Fix}(W_0) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{e}_3, \mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2, \end{cases}$ where $\mathbf{x}_\alpha^* = \left(\frac{1-x_\alpha^*}{2}, \frac{1-x_\alpha^*}{2}, x_\alpha^*\right)$;
- iii) $W_0(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{e}_3$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$;
- iv) if $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ then $W_0(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2. \end{cases}$

REFERENCES

1. Ganikhodzhaev R.N.: Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76(2), 1993, pp. 489--506.
2. Jamilov U.U., Khudayberdiev Kh.O., Ladra M.: Quadratic operators corresponding to permutations. Stoch.Anal.Appl. 38(5), 929-938 (2020).
3. Jamilov U.U., On a family of strictly non-volterra quadratic stochastic operators. Jour. Phys. Conf. Ser., 697, 2016, 012013.

PUASSON INTEGRAL FORMULASINING ANALOGI

Asrorova Ch.

asrorovacharos10@gmail.com

Qarshi davlat universiteti magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada $G \subset D$ soha lemniskata bo'lib, uning chegarasi ∂G da uzluksiz $A(z)$ – garmonik funksiyalar uchun Dirixle masalasining eng sodda yechimi sifatida Puasson formulasi analogi olingan.

Ma'lumki klassik holdagi Puasson formulasi garmonik funksiyalar uchun Dirixli masalasining eng sodda yechimlaridan biri bo'ladi. Biz bu yerda $A(z)$ – garmonik funksiyalar sinfi uchun Dirixli masalasini qaraymiz [1-5].

Aytaylik $G \subset D$ soha lemniskata bo'lib, uning chegarasi ∂G da uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin.

Ana shu G lemniskatada $A(z)$ – garmonik, $\overline{G}$ da uzluksiz bo'lgan shunday $u(z) \in h_A(G) \cap C(\overline{G})$: $u|_{\partial G} = \varphi$ funksiya topilsinki, ∂G da $u(z)$ funksiya $\varphi(z)$ funksiya bilan ustma-ust tushsin $u(z)|_{\partial G} = \varphi(z)$.

Teorema. ($A(z)$ -garmonik funksiya uchun Puasson formulasining analogi). Agar $\varphi(\xi)$ funksiya $L(a, R) \subset D$ lemniskatada uzluksiz bo'lsa, u holda ushbu

$$u(z) = \frac{1}{2\pi R} \oint_{|\psi(z, \xi)|=R} \varphi(\xi) \frac{R^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(a, z)|^2} |d\xi + A(\xi) d\bar{\xi}| \quad (1)$$

funksiya $L(a, R)$ da Dirixli masalasini yechimi bo'ladi.

Isbot. Quyidagi yordamchi

$$f(\xi, z) = \frac{\psi(a, \xi) + \psi(a, z)}{\psi(z, \xi)}$$

funktsiyani qaraymiz, Bu yerda $z \in L(a, R)$, $\xi \in \partial L(a, R)$. Ravshanki $f(\xi, z)$ funktsiya $A(z)$ – analitik funktsiya bo‘ladi. Shuning uchun

$$\Pi(\xi, z) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} f(\xi, z)$$

funktsiya $L(a, R)$ da $A(z)$ – garmonik bo‘ladi. Shuningdek, $\operatorname{Re} f(\xi, z)$ ni f va $\bar{f}$ ifodasidan foydalanib

$$\begin{aligned} \Pi(\xi, z) &= \frac{1}{2\pi} (f(\xi, z) + \overline{f(\xi, z)}) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\psi(a, \xi) + \psi(a, z)}{\psi(z, \xi)} + \frac{\overline{\psi(a, \xi) + \psi(a, z)}}{\overline{\psi(z, \xi)}} \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{|\psi(a, \xi)|^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(z, \xi)|^2} \right] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{R^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(z, \xi)|^2} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Bo‘lishini topamiz. Demak, $u(z)$ funktsiya $L(a, R)$ da $A(z)$ – garmonik ekan. $u(z) \in h_A[L(a, R)]$.

Endi $u(z)$ ni $\overline{L(a, R)}$ da uzluksiz va $u(z)|_{\partial L} = \varphi(\xi)$ bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Buning uchun quyidagi dalillardan foydalanamiz:

- 1) $\frac{1}{2\pi R} \int_{|\psi(z, \xi)|=R} \frac{R^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(z, \xi)|^2} |d\xi + A(\xi) d\bar{\xi}| = 1$
- 2) $z_0 \in \partial L(a, R)$, $\xi = \xi_0$ uchun $z \rightarrow \xi_0$ da har qanday $\gamma_\delta = \partial L(a, R) \setminus U(\xi, \delta)$ yoyda $\Pi(\xi, z)$ funktsiya 0 ga tekis yaqinlashadi. $\Pi(\xi, z) \rightarrow 0$, agar $z \rightarrow \xi_0$, $\xi = \xi_0$.

Deylik $\psi(a, \xi) = Re^{it}$ bo‘lsin. U holda

$$|dz + A d\bar{z}| = \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} dz + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}} d\bar{z} \right| = |d\psi(\xi, a)| = |dRe^{it}| = |Rie^{it} dt| = R dt$$

va

$$\frac{1}{2\pi R} \int_{|\psi(z, \xi)|=R} \varphi(\xi) \frac{R^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(z, \xi)|^2} |d\xi + A(\xi) d\bar{\xi}| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\xi) \frac{R^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(z, \xi)|^2} d$$

bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Arbuzov E.V, Bukhgeim A.L. “Carleman’s formulas for A-analytic functions in a half-plane”, J.Inv.III-Posed Problems, 1997.
2. Абдуллаев Б.И. “Задача Дирихле в классе m wsh – функций” Узбекский математический журнал, 2012, №4, с.3-10.
3. Абдуллаев Б.И. “Задача Дирихле для m sh – функций регулярных областях” Доклады АНРУз., 2012, №6, с.9-11.

4. Bremermann H.J. "On a generalized Dirichlet problem for plurisubharmonic functions and pseudoconvex domains. Characterization of Silov boundaries" Trans.Amer. Math.Soc, 1959, 91, p. 246-276.
5. Hayman W.K. and Kennedy P.B. "Subharmonic functions", Akademik Press, 1976y.

ANALITIK GRAFIK USTIDA ANIQLANGAN GOLOMORF FUNKSIYALAR UCHUN VEIL INTEGRAL FORMULASI

Atamuratov A. A.¹ Bagbekova Y. J.².

¹alimardon01@mail.ru, ²bagbekovayulduz@gmail.com

¹I. Romanovski nomidagi Matematika Instituti,

²Urganch davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu tadqiqot ishida kompleks fazodagi analitik funksiyaning grafigi ustida aniqlangan golomorf funksiylar uchun maxsus poliedrda Veil integral formulasi o'rganiladi.

Butun funksiya grafigidan iborat kompleks ko'pxillik ustida golomorf funksiylarning integral formula orqali chegaraviy qiymatlar orqali tiklanishi masalasini qaraylik. Shteyn ko'pxilliklarida global integral formulalar G.Henkin va J.Leiterer[1] monografiyasida batafsil yoritiladi. Shuningek, analitik to'plamlar ustida bu kabi formulalar T.E.Hatziafratis[2] tomonidan ham o'rganilgan va bir muncha sodda ko'rinishga keltiriladi. Biz ushbu ishda yanada sodda holda ya'ni grafik ustida formula ko'rinishini o'rganib chiqamiz.

$$\mathbb{C}^{n+1} = \mathbb{C}_z^n \times \mathbb{C}_w \text{ fazoda } \Gamma = \{(z_1, \dots, z_n, w) \in \mathbb{C}^{n+1} : z \in \mathbb{C}_z^n, w = \varphi(z)\}$$

analitik grafikni qaraymiz. Bu yerda $\varphi(z) = \varphi(z_1, z_2, \dots, z_n)$ funksiya $\mathbb{C}_z^n$ kompleks fazoda aniqlangan butun funksiyaning iborat. Biz $\mathbb{C}^{n+1} = \mathbb{C}_z^n \times \mathbb{C}_w$ fazoda aniqlangan $g_1(z, w), g_2(z, w), \dots, g_N(z, w) (N > n)$ golomorf funksiylar olib, ushbu

$$\Pi = \{(z, w) \in \Gamma : |g_1(z, w)| < 1, \dots, |g_N(z, w)| < 1$$

poliedrni aniqlaymiz. Har bir tayinlangan $J = (j_1, j_2, \dots, j_n), 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_n \leq N$ indekslar nabori uchun

$$e_J = \{(\xi, \eta) \in \Pi : |g_{j_1}(\xi, \eta)| = |g_{j_2}(\xi, \eta)| = \dots = |g_{j_n}(\xi, \eta)| = 0$$

to'plamlarga poliderning ostovlari deyiladi. $\partial\Pi = \bigcup_J e_J$ topologik chegara deyiladi.

Agar poliedrning ostovlari n o'lchami bo'lakli silliq ko'pxilliklardan iborat bo'lsa unga grafik ustidagi Veil poliedri deymiz. Bizga quyida tushunchalar kerak bo'ladi Ushbu yoyilmalar

$$\varphi(z) - \varphi(\xi) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(\xi, z)(\xi_k - z_k)$$

$$g_j(\xi, \eta) - g_j(z, w) = \sum_{k=1}^n g_{jk}(\xi, \eta, z, w)(\xi_k - z_k) + g_{j(n+1)}(\xi, \eta, z, w)(\eta - w)$$

Hefer yoyilmalari deyilib, undagi koeffitsientlarga Hefer koeffitsiyentlari deyiladi.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \\ 1 \end{pmatrix} G_j = \begin{pmatrix} g_{j1} \\ g_{j2} \\ \vdots \\ g_{jn} \\ g_{j(n+1)} \end{pmatrix}$$

tayinlangan $J = (j_1, j_2, \dots, j_n)$, $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_n \leq N$ indekslar nabori uchun

$$D(\Phi, G_J) = \det(\Phi, G_{j_1}, G_{j_2}, \dots, G_{j_n})$$

yordamchi determinanlarni aniqlaymiz.

Ushbu ishning asosiy natijasi quyidagilardan teoremdan iborat

Teorema. $\mathbb{C}_z^n$ kompleks fazoda aniqlangan $\varphi(z) = \varphi(z_1, z_2, \dots, z_n)$ butun funksiya grafigi.

$$\Gamma = \{(z_1, \dots, z_n, w) \in \mathbb{C}^{n+1} : z \in \mathbb{C}_z^n, w = \varphi(z)\}$$

va uning ustida

$$\Pi = \{(z, w) \in \Gamma : |g_1(z, w)| < 1, \dots, |g_N(z, w)| < 1\}$$

Veil poliedri berilgan bo'lib, $g_1(z, w), g_2(z, w), \dots, g_N(z, w)$ ($N > n$) funksiyalar

$\mathbb{C}^{n+1} = \mathbb{C}_z^n \times \mathbb{C}_w$ fazoda aniqlangan golomorf funksiyalar bo'lsin.

Agar $f(z_1, z_2, \dots, z_n, w)$ funksiya Γ analitik grafik ustida aniqlangan golomorf funksiya bo'lsa, u holda har bir $(z, w_1, \dots, w_n) \in \Pi$ nuqtada ushbu

$$f(z, w) = (-1)^{\frac{n(n+3)}{2}} \sum_J \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_{e_J} \frac{f(\xi, \eta)}{\prod_{k=1}^n (g_{j_k}(\xi, \eta) - g_{j_k}(z, w))} D(\Phi, G_J) \cdot \omega_\varphi(\xi, \eta)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu yerda

$$\omega_\varphi(\xi, \eta) = \frac{1}{\left(1 + \sum_{j=1}^n |\varphi'_{\xi_j}(\xi)|^2\right)} \left[\overline{\varphi'_{\xi_1}(\xi)} d\xi_2 \wedge d\xi_3 \wedge \dots \wedge d\xi_n \wedge d\eta - \overline{\varphi'_{\xi_2}(\xi)} d\xi_1 \wedge d\xi_3 \wedge \dots \wedge d\xi_n \wedge d\eta + \dots + \right. \\ \left. + (-1)^{n-1} \overline{\varphi'_{\xi_n}(\xi)} d\xi_1 \wedge d\xi_2 \wedge \dots \wedge d\xi_{n-1} \wedge d\eta + (-1)^{n-1} d\xi_1 \wedge d\xi_2 \wedge \dots \wedge d\xi_n \right]$$

va yig'indi barcha mumkin bo'lgan $J = (j_1, j_2, \dots, j_n)$, $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_n \leq N$ indekslar naborlari bo'yicha olingan.

ADABIYOTLAR

1. G.Henkin, J.Leiterer Theory of functions on complex manifolds, Birkhauser Verlag, Basel 1984

ЗАДАЧИ ПО ОДНОМЕРНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ СИСТЕМАМ

Бабаханова З.Ш.

babakhanovaziyoda@mail.ru

Национальный университет Узбекистана

Аннотация. В данной работе изучаются некоторые основные понятия одномерных динамических систем включая понятий неподвижной, периодической, препериодической, гиперболической точек. Приводится ряд примеров по нахождению неподвижных точек, а также определения характера этих точек, то есть являются ли эти точки притягивающими, отталкивающими или не то и не другое.

Пусть $I, J \subset \mathbb{R}$ — интервалы и $f: I \rightarrow J$. Мы обозначаем композицию двух функций через $f \circ g(x) = f(g(x))$. n -кратная композиция f с самим собой повторяется снова и снова. Обозначим эту функцию через $f^n(x) = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_n(x)$

Определение 1. Точка x является неподвижной точкой для f , если $f(x) = x$. Наименьшее положительное n , для которого $f^n(x) = x$ называется простым периодом x . Мы обозначаем множество периодических точек периода n через $Per_n(f)$, а множество неподвижных точек через $Fix(f)$. Множество всех итераций периодической точки образует периодическую орбиту.

Определение 2. Точка x является препериодической периода n , если x не является периодической, но существует $m > 0$ такое, что $f^{m+i}(x) = f^i(x)$ для всех $i \geq m$. То есть, $f^i(x)$ периодична для $i \geq m$.

Определение 3. Пусть p — периодическая точка простого периода n . Точка p является гиперболической, если $|(f^n)'(p)| \neq 1$. Число $(f^n)'(p)$ называется множителем периодической точки.

Определение 4. Гиперболическая периодическая точка p называется притягивающей если $|(f^n)'(p)| < 1$. Если точка p является неподвижной гиперболической точкой и $|f'(p)| > 1$, то точка p называется отталкивающей неподвижной точкой.

Примеры. Найти все неподвижные точки отображений и определить являются ли они притягивающими, отталкивающими или не то и не другое:

$$1. f(x) = x^2 - \frac{x}{2}$$

$$2. f(x) = \frac{\pi}{2} \sin x$$

$$3. f(\theta) = \theta + \varepsilon \sin(2\theta) \text{ для } 0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$$

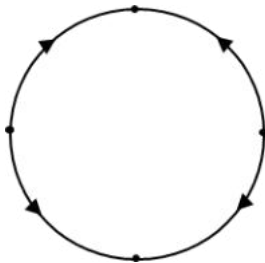
Решение:

1. Находим неподвижные точки отображения решая уравнение $f(x) = x$: $x^2 - \frac{x}{2} = x \Rightarrow x = 0, x = \frac{3}{2}$. Таким образом, неподвижными точками f являются $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$. Находим $f'(x) = 2x - \frac{1}{2}$, $f'(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0$ – притягивающая неподвижная точка, $f'(\frac{3}{2}) = \frac{5}{2} > 1 \Rightarrow \frac{3}{2}$ – отталкивающая неподвижная точка

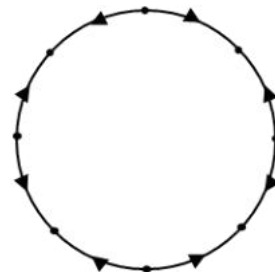
2. Находим неподвижные точки отображения решая уравнение $f(x) = \frac{\pi}{2} \sin x = x$. Неподвижными точками являются $\left\{0, \pm \frac{\pi}{2}\right\}$, $f'(0) = \frac{\pi}{2} > 1 \Rightarrow 0$ – отталкивающая неподвижная точка, $f'(\pm \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \cos(\pm \frac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow \pm \frac{\pi}{2}$ – супер притягивающая неподвижная точка

3. Находим неподвижные точки отображения решая уравнение $f(\theta) = \theta$. Имеем неподвижные точки в $0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$. Теперь вычисляем $f'(0) = f'(\pi) = 1 + 2\varepsilon > 1$ тогда как $f'(\frac{\pi}{2}) = f'(\frac{3\pi}{2}) = 1 - 2\varepsilon < 1$. Следовательно, 0 и π отталкивающие неподвижные точки, а $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$ притягивающие неподвижные точки. В более общем случае, $f(\theta) = \theta + \varepsilon \sin(N\theta)$ имеет N притягивающих и N отталкивающих неподвижных точек, расположенных попеременно вокруг окружности, поскольку $0 < \varepsilon < \frac{1}{N}$.

Фазовые портреты этих отображений можно изобразить так, как показано на рис 1.



a)



b)

Рис 1. Фазовые портреты а. $f(\theta) = \theta + \varepsilon \sin(2\theta)$ б. $f(\theta) = \theta + \varepsilon \sin(4\theta)$

ЛИТЕРАТУРА

1. Robert L. Devaney. An introduction to Chaotic Dynamical Systems. Second Edition.
2. Welington de Melo and Sebastian van Strien. One-Dimensional dynamics.

ON SEPARABLE CUBIC STOCHASTIC OPERATORS

Baratov B.S.¹, Polvanov J.I.²

¹baratov.bahodir@bk.ru ²polvanovjavlonbek@gmail.com

^{1,2}Karshi State University

Annotatsiya: *The evolution of biological populations can be studied by dynamical systems of nonlinear operators. One of the simplest nonlinear case is quadratic one. Another class of nonlinear operators is a class of cubic operators.*

Let $E = \{1, 2, \dots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on E

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\},$$

be the $m-1$ -dimensional simplex. Cubic stochastic operator (CSO) is a mapping $W : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ of the form

$$W : x'_l = \sum_{i,j,k \in E} P_{ijk,l} x_i x_j x_k, \quad l \in E, \quad (1)$$

where $P_{ijk,l}$ are the coefficients of heredity such that

$$P_{ijk,l} \geq 0, \quad \sum_{l \in E} P_{ijk,l} = 1, \quad \forall i, j, k, l \in E. \quad (2)$$

For a given $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ the trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}$, of an initial point $\mathbf{x}^{(0)}$ under the action of the CSO (1) is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = W(\mathbf{x}^{(n)})$, where $n = 0, 1, 2, \dots$

Let $A = (a_{il})_{i,l=1}^m$, $B = (b_{jl})_{j,l=1}^m$, $C = (c_{kl})_{k,l=1}^m$ be the matrices of the SCSO $W : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ and I is the identity matrix of order m then we obtained the following theorem.

Theorem. *For the SCSO $W : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ the function $\varphi : S^{m-1} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by*

$$\varphi_d(\mathbf{x}) = \sum_{l \in E} d_l x_l$$

is a Lyapunov function if $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_m)$ satisfies $d_i \geq 0$ for all $i \in E$ and either one inequality of the following inequalities $\beta \gamma A \mathbf{d}^T \leq I \mathbf{d}^T$,

$\beta \gamma B \mathbf{d}^T \leq I \mathbf{d}^T$ and $\beta \gamma C \mathbf{d}^T \leq I \mathbf{d}^T$ where A, B and C be the matrices of the W with non-negative entries for all $i, j, k \in E$ and $\alpha = \max_{i,l \in E} \{a_{il}\}$,

$\beta = \max_{j,l \in E} \{b_{jl}\}$ and $\gamma = \max_{k,l \in E} \{c_{kl}\}$.

REFERENCES

1. Rozikov U.A., Nazir S. *Separable quadratic stochastic operators*, Lobachevskii Journal. Math, 31(6),(2010), 215-221.

2. Baratov B. *On dynamics of a separable cubic stochastic operator*, Bull. Inst. Math., 2023, Vol. 6, № 1, pp.17-25.

GROUND STATES FOR POTTS MODEL WITH A COUNTABLE SET OF SPIN VALUES ON A CAYLEY TREE

Botirov G'. I.¹, Mustafojeva Z. E.²

¹botirovg@yandex.ru, ²mustafojeva53@gmail.com

¹University of Exact and Social Sciences, ²Romanovskii Mathematical Institute

Abstract. *In this talk, we consider Potts model with competing interactions and countable spin values $\Phi = \{0, 1, \dots\}$ on the Cayley tree of order $k = 2$. It is completely described periodic ground states for this model.*

The Cayley tree T^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., a graph without cycles, with exactly $k + 1$ edges issuing from each vertex. Let $T^k = (V, L)$ where V is the set of vertices and L the of edges. Two vertices x and y are called *nearest-neighbors* if there exists an edge $l \in L$ connecting them and we denote $l = \langle x, y \rangle$. A collection of nearest neighbor pairs $\langle x, x_1 \rangle, \dots, \langle x_{d-1}, x_d \rangle$ is called a *path* from x to y :

$$d(x, y) = \min\{d \mid \exists x = x_0, x_1, \dots, x_{d-1}, x_d = y \in V\}.$$

For a fixed $x^0 \in V$, we set

$$W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}, V_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) \leq n\}, \\ L_n = \{l = \langle x, y \rangle \in L \mid x, y \in V_n\}.$$

It is well known that there exists a one-to-one correspondence between the set V of vertices of the Cayley tree of order $k \geq 1$ and the group G_k of free products of a $k + 1$ cyclic group of order two with the generators $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$. [1]

For each $x \in G_k$, let $S_1(x)$ denote the set of all neighbors of x , i.e., $S_1(x) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle \in L\}$. The set $S_1(x) \setminus S(x)$ is a singleton.

We consider the models in which the spin takes values in the set $\Phi = \{0, 1, \dots\}$. A configuration σ on the set V is then defined as a function $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; the set of all configurations coincides with $\Omega = \Phi^V$.

Let G_k^* be a subgroup of index $r \geq 1$. We consider the right coset $G_k \setminus G_k^* = \{H_1, H_2, \dots, H_r\}$.

Definition 1. *A configuration $\sigma(x)$ is said to be G_k^* -periodic if $\sigma(x) = \sigma_i$ for all $x \in G_k$ with $x \in H_i$. A G_k -periodic configuration is said to be translation invariant.*

The Hamiltonian of the Potts model with competing interactions has the form

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle \\ x, y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in V: \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

where $J_1, J_2 \in \mathbb{R}$ and

$$\delta_{uv} = \begin{cases} 1, & u = v, \\ 0, & u \neq v. \end{cases}$$

For a pair of configurations σ and φ coinciding almost everywhere, i.e., everywhere except at a finite number of points, we consider the relative Hamiltonian $H(\sigma, \varphi)$ of the difference between the energies of the configurations σ and φ , i.e.,

$$H(\sigma, \varphi) = J_1 \sum_{x,y \in V} \langle x,y \rangle (\delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \delta_{\varphi(x)\varphi(y)}) + J_2 \sum_{\substack{x,y \in V: \\ d(x,y)=2}} (\delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \delta_{\varphi(x)\varphi(y)}),$$

where $J = (J_1, J_2) \in \mathbb{R}^2$ is an arbitrary fixed parameter. [2]

We suppose that M is the set of unit balls with vertices in V . The restriction of a configuration σ on a ball $b \in M$ is called a *bounded configuration* σ_b . We define the energy of the configuration σ_b on the ball b as

$$U(\sigma_b) \equiv \frac{1}{2} J_1 \sum_{\substack{x,y \in b \\ \langle x,y \rangle}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x,y \in b: \\ d(x,y)=2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

where $J = (J_1, J_2) \in \mathbb{R}^2$.

Lemma 1. *The relative Hamiltonian*

$$H(\sigma, \varphi) = J_1 \sum_{x,y \in V} \langle x,y \rangle (\delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \delta_{\varphi(x)\varphi(y)}) + J_2 \sum_{\substack{x,y \in V: \\ d(x,y)=2}} (\delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \delta_{\varphi(x)\varphi(y)})$$

has the form

$$H(\sigma, \varphi) = \sum_{b \in M} (U(\sigma_b) - U(\varphi_b)).$$

It is easy to see that $U(\sigma_b) \in \{U_1, \dots, U_6\}$ for any σ_b , where

$$U_1 = \frac{3}{2}J_1 + 3J_2, U_2 = J_1 + J_2, U_3 = 3J_2, U_4 = \frac{1}{2}J_1,$$

$$U_5 = J_2, U_6 = \frac{1}{2}J_1 + J_2, U_7 = 0.$$

Definition 2. A configuration φ is called the *ground state* of a relative Hamiltonian H if $U(\varphi_b) = \min\{U_1, U_2, \dots, U_6, U_7\}$ for any $b \in M$. We set $C_i = \{\sigma_b : U(\sigma_b) = U_i\}$ and $U_i(J) = U(\sigma_b, J)$ if $\sigma_b \in C_i, i = 1, 2, \dots, 7$.

If a ground state is a periodic configuration, then we call it a *periodic ground state*. [3]

For any $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ we put

$$A_m(J) = \{J \in \mathbb{R}^2 : \min\{U_1(J), \dots, U_7(J)\} = U_m\}.$$

Quite cumbersome but not difficult calculations show that

$$A_1 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 \leq 0, J_1 + 4J_2 \leq 0\},$$

$$A_2 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_2 \geq 0, -4J_2 \leq J_1 \leq -2J_2\},$$

$$A_3 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 \geq 0, J_2 \leq 0\},$$

$$A_4 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 \leq 0, J_1 + 2J_2 \geq 0\},$$

$$A_5 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 \geq 0, J_2 = 0\},$$

$$A_6 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 = 0, J_2 = 0\},$$

$$A_7 = \{J \in \mathbb{R}^2 : J_1 \geq 0, J_2 \geq 0\}$$

and $\mathbb{R}^2 = \bigcup_{i=1}^7 A_i$.

Theorem 1. For any class $C_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ and any bounded configuration $\sigma_b \in C_i$, there exists a periodic configuration φ (on the Cayley tree) such that $\varphi_{b'} \in C_i$ for any $b' \in M$ and $\varphi_b = \sigma_b$.

Remark. In [2] it is considered the Potts model with three spin values with competing interactions of radius $r = 2$ on the Cayley tree of order $k = 2$.

REFERENCES

1. U.A.Rozikov, *Gibbs Measures on the Cayley Trees*, World Sci., Singapore (2003).
2. G.I.Botirov and U.A.Rozikov, “Potts model with competing interactions on the Cayley tree: The contour method”, *Theoret. and Math. Phys.*, **153**, 1423-1433 (2007).
3. G.I.Botirov and U.U.Qayumov, “Ground states for the Potts model with competing interactions and a countable set of spin values on a Cayley tree”, *Theoret. and Math. Phys.*, **209**, 1634-1643 (2021).

IKKI ZARRACHALI DISKRET SHREDINGER OPERATORI XOS QIYMATI UCHUN BAHOLAR

Boymurodov J.H.¹, Qodirov F.H.², Mamatov N.H.³

¹jurabek.boymurodov@mail.ru, ²nurbek19953001@gmail.com

³qodirovfarrux899@gmail.com

^{1,2,3}Navoiy davlat pedagogika instituti

Annotatsiya. Ushbu ishda uch o'lchamli $\mathbb{Z}^3$ panjarada o'zaro qo'shni tugunlarda tasirlashuvchi ikkita bir xil zarrachali sistema gamiltoniani h_μ qaraladi. Ushbu h_μ gamiltonianiga mos ikki zarrachali $h_\mu(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$, diskret Shredinger operatori $\mu > \mu_i(\mathbf{k})$, $i = 1, 2, 3$ bo'lganda uchta $z_\mu^{(i)}(\mathbf{k})$ xos qiymatga ega ekanligi ko'rsatilgan. Katta $\mu > 0$ larda $z_\mu^{(i)}(\mathbf{k})$ uchun quyi va yuqori baholar olingan.

$\mathbb{T}^3 \equiv (-\pi, \pi]^3$ -uch o'lchamli tor, $\mathbb{L}_2(\mathbb{T}^3)$ esa $\mathbb{T}^3$ da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar Hilbert fazosi bo'lsin.

Uch o'lchamli panjarada qo'shni tugunlarda ta'sirlashuvchi ikkita bir xil zarrachali sistemaga mos $h_\mu(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$ Shredinger operatori $\mathbb{L}_2(\mathbb{T}^3)$ Hilbert fazosida o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida quyidagicha aniqlanadi:

$$h_\mu(\mathbf{k}) = h_0(\mathbf{k}) - \mu\vartheta,$$

bu yerda

$$(h_0(\mathbf{k})f)(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})f(\mathbf{p}),$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = 2 \sum_{i=1}^3 \left(1 - \cos \frac{k_i}{2} \cos p_i \right), \quad \mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{T}^3$$

$$(\vartheta f)(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^3 \int_{\mathbb{T}^3} \sin p_i \sin s_i f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}.$$

Bu yerda $\mu > 0$ -zarrachalar o'zaro ta'sir energiyasi.

Muhim spektr turg'unligi haqidagi Veyl troremasiga ko'ra $h_\mu(\mathbf{k})$ operatorning muhim spektri $h_0(\mathbf{k})$ operatorning spektri $\sigma(h_0(\mathbf{k}))$ bilan ustma-ust tushadi, ya'ni:

$$\sigma_{ess}(h_\mu(\mathbf{k})) = \sigma(h_0(\mathbf{k})) = [\varepsilon_{min}(\mathbf{k}), \varepsilon_{max}(\mathbf{k})],$$

bunda

$$\varepsilon_{\min}(\mathbf{k}) = \min_{\mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = 6 - 2 \sum_{i=1}^3 \cos \frac{k_i}{2} = 2\varepsilon\left(\frac{\mathbf{k}}{2}\right)$$

$$\varepsilon_{\max}(\mathbf{k}) = \max_{\mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = 6 + 2 \sum_{i=1}^3 \cos \frac{k_i}{2} = 12 - 2\varepsilon\left(\frac{\mathbf{k}}{2}\right).$$

Faraz qilaylik

$$\mu_i(\mathbf{k}) = \left(\int_{\mathbb{T}^3} \frac{\sin^2 q_i d\mathbf{q}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) - \varepsilon_{\min}(\mathbf{k})} \right)^{-1}, \quad i = 1, 2, 3$$

bo'lsin.

Teorema 1. Faraz qilaylik $\mu > \mu_i(\mathbf{k}), i = 1, 2, 3$ bo'lsin. U holda ixtiyoriy $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$ uchun $h_{\mu}(\mathbf{k})$ operator muhim spektrdan tashqarida uchta $z_{\mu}^{(i)}(\mathbf{k})$ xos qiymatga ega.

Teorema 2. Barcha $\mu > 6$ lar uchun quyidagi baho o'rinli:

$$6 - \mu - \frac{36}{\mu} < z_{\mu}^{(i)}(\mathbf{0}) \leq z_{\mu}^{(i)}(\mathbf{k}) \leq z_{\mu}^{(i)}(\boldsymbol{\pi}) < 6 - \mu, \quad i = 1, 2, 3$$

bunda $\mathbf{0} = (0, 0, 0) \in \mathbb{T}^3$, $\boldsymbol{\pi} = (\pi, \pi, \pi) \in \mathbb{T}^3$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. A.M.Khalkhuzhaev, J.I.Abdullaev, J.Kh.Boymurodov "The number of eigenvalues of the three-particle Schrödinger operator on three dimensional lattice", Lobachevskiy journal of mathematics, 43:12 (2022), 3486-3495
2. С.Н.Лакаев, А.М. Халхужаев, Ш.С.Лакаев, "Асимптотика собственного значения двухчастичного дискретного оператора Шредингера", ТМФ, 171:3 (2012), 438–451

BIR O'LCHAMLI SIMPLEKSDA PARAMETRGA BO'G'LIQ KVADRATIK STOXAСТИK OPERATORNING DINAMIKASI HAQIDA

Dusiyorova Ch.H.

charosdusiyorova@gmail.com

Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu ishda bir o'lchamli simpleksda parametrga bog'liq kvadratik stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari topilgan va uning dinamikasi o'rganilgan.

Chekli o'lchamli simpleksda aniqlangan kvadratik va kubik stoxastik operatorlarning qo'zg'almas nuqtalarining xususiyatlarini o'rganish bo'yicha ko'plab nashrlar mavjud [1]-[3]. Ushbu ishda bir o'lchamli simpleksda koeffitsientlari parametrlarga bog'liq qat'iy musbat kvadratik stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari topilgan va to'la dinamikasi o'rganilgan.

Aytaylik $E = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ bo'lsin. Quyidagi

$$S^{n-1} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$$

to'plam $(n-1)$ -o'lchamli simpleks deyiladi. $S^{n-1}_{>}$ orqali S^{n-1} simpleksning ichki nuqtalari to'plamini belgilaymiz, ya'ni

$$S^{n-1}_{>} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i > 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}.$$

Har bir $x \in S^{n-1}$ element E dagi ehtimollik o'lchovi elementlaridan tashkil topgan biologik (fizik va h.k.) sistemaning holati sifatida talqin qilinishi mumkin.

Tarif. S^{m-1} Simpleksda aniqlangan uzluksiz operator stoxastik deb ataladi, agar

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}, \quad \forall k = \overline{1, m},$$

Bu yerda

$$P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} \geq 0, \quad \forall i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m};$$

$$P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} = P_{i_{\pi(1)} i_{\pi(2)} \dots i_{\pi(n)}, k}, \quad k = \overline{1, m},$$

ixtiyoriy π o'rin almashtirish uchun ushbu

$$\sum_{k=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} = 1, \quad \forall i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}$$

tenglik o'rinli bo'lsa.

Eslatib o'tamiz, stoxastik operator simpleksni o'zini o'ziga akslantiradi. Bu yerda n soni stoxastik operatorning tartibi deyiladi. $n=1$ bo'lganida V operator chiziqli stoxastik operator, $n=2$ da kvadratik stoxastik operator, $n=3$ da kubik stoxastik operator deb ataladi. Aytaylik $\alpha, \beta \in (0;1)$ bo'lsin S^1 simpleksda quyidagi $\{S_{\alpha, \beta}\}$ kvadratik stoxastik operatorlar oilasini qaraylik:

$$S_{\alpha, \beta} : \begin{cases} x' = \alpha x^2 + xy + \beta y^2 \\ y' = (1-\alpha)x^2 + xy + (1-\beta)y^2 \end{cases} \quad (1)$$

Masalaning qo'yilishi. $\{S_{\alpha, \beta}\}$ operatorlar oilasining S^1 simpleksdagi qo'zg'almas nuqtalarini topish va to'la dinamikasini o'rganishdan iborat.

Teorema. $\{S_{\alpha, \beta}\}$ operatorining S^1 simpleksdagi qo'zg'almas nuqtalari uchun quyidagi tasdiqlar o'rinli:

- $Fix(S_{\alpha, \beta}) = \left\{ \omega_1 = \left(\frac{\beta - \sqrt{\beta - \alpha\beta}}{\alpha + \beta - 1}, \frac{\alpha - 1 + \sqrt{\beta - \alpha\beta}}{\alpha + \beta - 1} \right) \right\}, \text{ agar } \alpha + \beta \neq 1 \text{ bo'lsa};$
- $Fix(S_{\alpha, \beta}) = \left\{ \omega_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}, \text{ agar } \alpha + \beta = 1 \text{ bo'lsa};$

с) ω_1 va ω_1 qo'zg'almas nuqtalar tortuvchi qo'zg'almas nuqtalardir.

ADABIYOTLAR

- [1] Розиков У.А., Жамилов У.У. Вольтеровские квадратичные стохастические операторы двуполой Популяции, *Укр. мат. журн.* 2011. Т. 63. № 7. ISSN 1027-3190.
- [2] Розиков У.А., Жамилов У.У. F-квадратичные стохастические операторы. *Матем. Заметки.*, 2008. том 83. выпуск 4, 606–612.
- [3] Жамилов У.У., Розиков У.А. О динамике строго невольтеровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе. *Матем. сб.* 2009. том 200. номер 9, 81–94.

IKKINCHI TIP KLASSIK SOHA BILAN BOG'LANGAN MATRITSAVIY POLIEDRDA GOLOMORF AKSLANTIRISHNING NOLLARI.

Ermatova G.M.¹, Saparboeva S.Sh.²

¹gulimuzaffarqizi@gmail.com, ²saparbayevasurayyo1550@gmail.com

^{1,2}Urganch davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda simmetrik matritsaviy sohalarda aniqlangan maxsus analitik poliedrdagi golomorf akslantirishlarning nollarini keltiradi.

Ma'lumki, bir o'zgaruvchili kompleks funksiyalar nazariyasidagi kabi logarifmik qoldiq golomorf funksiyaning nollari sonini ifodalagani kabi, uning ko'p o'lchovli analoglari golomorf akslantirishning nollari soni bilan bog'liqligini ifodalaydi. Quyida logarifmik qoldiqning ko'p o'lchovli analogi Martinelli-Boxnering integral formulasi yordamida vujudga kelgan (qarang [1-3]).

1-teorema. Aytaylik $f = (f_1, f_2, \dots, f_n) \in \mathcal{O}^n(\overline{D})$ akslantirish berilgan bo'lsin, bu yerda D soha chegaralangan, ∂D chegara bo'lakli-silliqlik va bu chegarada akslantirishning nollarini yotmasin. U holda, f akslantirish D sohada faqat yakkalangan nollarga ega bo'ladi va nollar soni ushbu

$$N = N(f, D) = \int_{\partial D} \omega(f(z), \overline{f(z)}), \quad (1)$$

formula bilan topiladi, bu yerda nollari sonini hisoblashda har bir nol nechanchi tartibli bo'lsa, shuncha marta hisoblanadi,

$$\omega(f, \overline{f}) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \frac{1}{|f|^{2n}} \sum_{j=1}^n (-1)^{j-1} \overline{f_j} d\overline{f_{[j]}} \wedge df.$$

Ushbu ishda simmetrik matritsaviy sohalarda aniqlangan poliedrdagi golomorf akslantirishlarning nollarini keltiramiz. Bundan uchun, dastlab $[n \times n]$ - tartibli elementlari kompleks sonlardan iborat bo'lgan simmetrik matritsalar fazosini $\tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ kabi belgilaymiz hamda bu fazoda ikkinchi tur klassik soha deb ataladigan

$$D_2 = \{Z \in \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]: I^{(n)} - Z\overline{Z} > 0\}$$

sohani qaraymiz (qarang [4]). Bunda $I^{(n)}$ — n -tartibli birlik matritsa, $\bar{Z}$ — matritsa esa, Z matritsadan kompleks qo'shma olingan matritsa ($H > 0$ belgi esa, H ermit matritsasining musbat aniqlanganligini bildiradi). D_2 sohaning ostovi quyidagi

$$\Gamma = \left\{ Z \in \tilde{\mathbb{C}}[n \times n] : Z\bar{Z} = I^{(n)} \right\}$$

ko'rinishdagi barcha simmetrik unitar matristalardan iborat bo'ladi. [4] kitobdan ma'lumki, Xua Lo-ken integral formulasi yordamida har qanday $h(Z) \in \mathcal{O}(D_2) \cap C(\bar{D}_2)$ funksiyani ushbu

$$h(Z) = c_n \int_{\Gamma} \frac{h(X) dX}{\det^{\frac{n+1}{2}}(X - Z)} \quad (2)$$

integral ko'rinishda ifodalash mumkin. Bu yerda $dX = \bigwedge_{\substack{i=1 \\ j \leq n}}^j dx_{ij}$, integrallash tartibini

va c_n o'zgarmasni esa $c_n \int_{X \bar{X} = I^{(n)}} \frac{dX}{\det^{\frac{n+1}{2}}(X)} = 1$ ko'rinishda tanlab olamiz.

Bizga $G \subset \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ sohada golomorf bo'lgan $f = f(Z) : G \rightarrow \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ akslantirish berilgan bo'lsin. Agar $f^{-1}(D_{2,r}) = \{Z \in G : r^2 I^{(n)} - \overline{f(Z)} f(Z) > 0, r > 0\}$ to'plam G sohaga nisbatan kompakt (ya'ni $f^{-1}(D_{2,r}) \Subset G$) bo'lsa, u holda bu to'plamga $f : G \rightarrow \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ akslantirish yordamida aniqlangan matritsaviy poliedrik to'plam deyiladi. Matritsaviy poliedrik $f^{-1}(D_{2,r})$ to'plamning bog'lamli komponentasini matritsaviy poliedrik soha deb ataymiz va uni $M_{f,r}$ orqali belgilaymiz. $M_{f,r}$ sohaning ostovi quyidagicha aniqlanadi:

$$\Gamma_{f,r} = \{Z \in \bar{M}_{f,r} : \overline{f(Z)} f(Z) = r^2 I^{(n)}, r > 0\}.$$

Quyidagi teorema o'rinli

2-teorema. Agar $f : D_2 \rightarrow \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ akslantirish $D_2 \subset \tilde{\mathbb{C}}[n \times n]$ sohada golomorf akslantirish va ushbu

$$D_{2,r} = \{z \in D : f(z) f^*(z) < r^2 I\}$$

to'plam D_2 sohada nisbiy kompakt bo'lsa, u holda, quyidagi formula o'rinlidir

$$\int_{\Gamma_{f,r}} \frac{J_f \dot{z}}{\det^{\frac{n+1}{2}} f} = N,$$

bu yerda, $J_f - f$ akslantirishning yakobiani, $N - f$ akslantirishning $D_{2,r}$ sohadagi nollari soni (bu yerda nollar soni karraligi hisobga olingan).

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. АЙЗЕНБЕРГ Л.А, ЮЖАКОВ А.П. *Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе* – Наука, Новосибирск, 1979, 366с.
2. ЦИХ А.К. *Многомерные вычеты и их применения.* –Новосибирск: Наука, 1988. –240 с.
3. ШАИМКУЛОВ Б.А. *Специальное интегральное представление для локального вычета* //Сиб. матем. журн. 2002. Т. 43, № 5. С. 1192–1196.
4. Хуа Ло-кен. *Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях.* М., Изд. иност. лит., 1959.

GAMMERSHTEYN TIPIGA MANSUB INTEGRAL OPERATORNING QO'ZG'ALMAS NUQTALARI

Eshkabilov Yu.X.¹, Murodullayeva F.T.², Yorboboyev A.K.³

^{1,2,3}Qarshi davlat universiteti

¹yusup62@mail.ru, ²faroghat2020@gmail.com,

³yorboboyevalisher@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu ishda Gammershteyn tipiga mansub integral operatorning yadrosi ajraluvchi simmetrik bo'lgan holatdagi musbat qo'zg'almas nuqtalari soni o'rganilgan.*

Bizga $C[0,1]$ chiziqli uzluksiz funksiyalar fazosi berilgan bo'lsin. Biz ushbu funksiyalar sinfini aniqlaylik:

$$C_+[0,1] = \{f(t) \in C[0,1] : f(t) \geq 0; \forall t[0,1]\},$$

$$C_{>}[0,1] = \{f(t) \in C[0,1] : f(t) > 0; \forall t[0,1]\}.$$

Quyidagi $H_3 : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ integral operatorni qaraylik:

$$(H_3 f)(t) = \int_0^1 K(t,u) f^3(u) du$$

bu yerda $K(t,u) \in C_{>}[0,1]^2$ operator yadrosi.

Qaralayotgan H_3 integral operator Gammershteyn tipiga mansub bo'lib, u tartibi uchga teng bo'lgan Keli daraxtida aniqlangan spin qiymatlari kontinuum to'plamdan olingan modellar uchun translyatsion-invariant Gibbs o'lchovlarini o'rganish jarayonida kelib chiqadi (Batafsil [1]-[2] ishlarda tanishish mumkin). Takidlash joizki yadro ajraluvchan bo'lgan holatda H_3 integral operatorning $C_{>}[0,1]$ ga tegishli qo'zg'almas nuqtalarini tahlil qilishga doir natijalar mavjud ([4] ga qarang). Yadroning ajraluvchanlik shartiga qo'shimcha ravishda simmetriklik sharti qo'shilsa (yani $K(t,u) = K(u,t)$), u holda [4] ishdagi olingan natijalar qanchalik soddalashishi haqida savollar kelib chiqishi tabiiy. Ushbu ishda bu kabi savollarga batafsil javob topish mumkin.

Qaralayotgan H_3 integral operatorning yadrosi

$$K(t, u) = \phi(u)\varphi(t) + \varphi(u)\phi(t) \quad (\phi(t), \varphi(t) \in C_{>}[0, 1]) \quad (1)$$

ko‘rinishda bo‘lsin. Ushbu ishda yadrosi (1) ko‘rinishida aniqlangan H_3 Gammershteyn tipiga mansub integral operatorining $C_{>}[0, 1]$ ga tegishli qo‘zg‘almas nuqtalari soni haqida yetarli shartlar topilgan.

Quyidagi belgilashlarni kiritaylik:

$$a_1 = \int_0^1 \phi^2(u)\varphi^2(u)du, \quad a_2 = \int_0^1 \varphi(u)^2\phi(u)du, \quad a_3 = \int_0^1 \varphi(u)\phi^3(u)du, \\ a_4 = \int_0^1 \varphi^4(u)du, \quad a_5 = \int_0^1 \phi^4(u)du.$$

Kiritilgan belgilashlar yordamida to‘rtinchi darajali ko‘phadni quyidagicha aniqlaymiz:

$$P_4(\xi) = a_4\xi^4 + 2a_3\xi^3 - 2a_1\xi - a_5.$$

1-teorema. Aytaylik, $a_3^3 - a_1a_4^2 \leq 0$ bo‘lsin. U holda yadrosi (1) ko‘rinishidagi H_3 operator $C_{>}[0, 1]$ da yagona qo‘zg‘almas nuqtaga ega.

$a_3^3 - a_1a_4^2 > 0$ holatda quyidagi son qiymatlarni aniqlaylik:

$$\xi_k = \frac{a_3}{a_4} \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi(k-2)}{3}\right) - \frac{a_3}{2a_4}, \quad k = \overline{1, 3} \\ \varphi = \arccos\left(\frac{2a_1a_4^2}{a_3^3} - 1\right).$$

2-teorema. Aytaylik, $a_3^3 - a_1a_4^2 > 0$ bo‘lsin. Agar quyidagi:

- (a) $\xi_2 \leq 0$
- (b) $\xi_2 > 0 \quad P_4(\xi_2) < 0$
- (c) $\xi_2 > 0 \quad P_4(\xi_3) < 0$

shartlardan birortasi bajarilsa, u holda yadrosi (1) ko‘rinishdagi H_3 operator $C_{>}[0, 1]$ da yagona qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi.

3-teorema. Aytaylik, $a_3^3 - a_1a_4^2 > 0$ va $\xi_2 > 0$ bo‘lsin. Agar $P_4(\xi_2) \cdot P_4(\xi_3) = 0$ bo‘lsa, u holda yadrosi (1) ko‘rinishdagi H_3 operator $C_{>}[0, 1]$ da ikkita qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi.

4-teorema. Aytaylik, $a_3^3 - a_1a_4^2 > 0$ va $\xi_2 > 0$ bo‘lsin. Agar quyidagi:

- (d) $P_4(\xi_2) > 0, P_4(\xi_3) < 0$

shart bajarilsa, u holda yadrosi (1) ko‘rinishdagi H_3 operator $C_{\geq}[0,1]$ da uchta qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Non-uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley Tree // J.Stat.Phys. – 2012. – **147**. – P.779 – 794.
2. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley tree. // Math. Phys. Anal. Geom. – 2013. – **16(1)**. – P.1 – 17
3. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H. Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs Measures // Positivity–2016.– 20(4)–P.929–943.
4. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. Positive Fixed Points of Cubic Operators on R^2 and Gibbs Measures // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. – 2019. – 12(6).– P.663–673.

GRADIENT GIBBS MEASURES OF SOS MODEL WITH ALTERNATING MAGNETISM ON CAYLEY TREE: 2 –PERIODIC BOUNDARY LAW

Haydarov F.H.¹, Ilyasova R.A.²

¹haydarov_imc@mail.ru, ²ilyasova.risolat@mail.ru

^{1,2}National University of Uzbekistan

Annotation. For SOS (solid-on-solid) model with spin values from the set of all integers on Cayley tree we give gradient Gibbs measures (GGMs). Such a measure corresponds to a boundary law (a function defined on vertices of Cayley tree) satisfying an infinite system of functional equations. We give concrete GGMs which correspond to periodic boundary law.

Definition 1. A family of vectors $\{l_{xy}\}_{\langle x,y \rangle \in L}$ with $\{l_{xy}\} = (l_{xy}(i) : i \in \mathbb{Z}) \in (0, \infty)^{\mathbb{Z}}$ is called a boundary law for the transfer operators $\{Q_b\}_{b \in L}$ if for each $\langle x, y \rangle \in L$ there exists a constant $c_{xy} > 0$ such that the consistency equation

$$l_{xy}(i) = c_{xy} \prod_{y \in \partial x \setminus \{y\}} \sum_{j \in \mathbb{Z}} Q_{zx}(i, j) l_{zx}(j)$$

holds for every $i \in \mathbb{Z}$. A boundary law is called q –periodic if $l_{xy}(i + q) = l_{xy}(i)$ for every edge $\langle x, y \rangle \in L$ and each $i \in \mathbb{Z}$.

Definition 2. A boundary law l is said to be normalisable if and only if

$$\sum_{i \in \mathbb{Z}} \prod_{z \in \partial x} \sum_{j \in \mathbb{Z}} Q_{zx}(i, j) l_{zx}(j) < \infty$$

at any $x \in V$.

SOS model with alternating magnetism. We will consider Hamiltonian of SOS model, with alternating magnetism, i.e.,

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x,y \rangle, x,y \in V} \alpha(|\sigma(x) - \sigma(y)|) |\sigma(x) - \sigma(y)|, \quad (1)$$

where $J \in R_+$, $\sigma: x \in V \rightarrow \sigma(x) \in Z$ and

$$\alpha(|m|) = \begin{cases} 1, & \text{if } m \in 2Z \\ -1, & \text{if } m \in 2Z + 1. \end{cases}$$

Let $\beta > 0$ be inverse temperature and $\theta = \exp(-J\beta) < 1$. The transfer operator Q then reads $Q(i-j) = \theta^{\alpha(|i-j|)|i-j|}$ for any $i, j \in Z$, and translation invariant boundary law, denoted by z , is any positive function on Z solving the consistency equation, whose values we will denote by z_i . By definition of boundary law it is only unique up to multiplication with any positive prefactor. Hence we may choose this constant in a such way that we have $z_0 = 1$ (see [6]).

Set $Z_0 = Z \setminus \{0\}$. Then boundary law equation (for translation-invariant case) of SOS model with alternating magnetism on Cayley tree reads

$$z_i = \left(\frac{Q(i,0) + \sum_{j \in Z_0} Q(i,j) z_j}{Q(0,0) + \sum_{j \in Z_0} Q(0,j) z_j} \right)^k, \quad (2)$$

where k is the order of Cayley tree.

This system (1) can be written as

$$z_i = \left(\frac{\theta^{\alpha(|i|)|i|} + \sum_{j \in Z_0} \theta^{\alpha(|i-j|)|i-j|} z_j}{1 + \sum_{j \in Z_0} \theta^{\alpha(|j|)|j|} z_j} \right)^k. \quad (3)$$

It is clear that $C = \frac{1}{(Q(0,0) + \sum_{j \in Z_0} Q(0,j) z_j)^k}$ is a constant positive real number. Denoting

$u_i = \sqrt[k]{z_i}$, the system of equations (3) will be in the following form (see [4]):

$$u_i = C \left(\sum_{j=1}^{\infty} \theta^{-2j+1} u_{i+2j-1}^k + \sum_{j=1}^{\infty} \theta^{2j} u_{i+2j}^k + u_i^k + \sum_{j=1}^{\infty} \theta^{-2j+1} u_{i-2j+1}^k + \sum_{j=1}^{\infty} \theta^{2j} u_{i-2j}^k \right). \quad (4)$$

Proposition 1. *If $z_0 = 1$ ($u_0 = 1$) then the equation (3) is equivalent to the following*

$$u_{i+2} = \frac{u_{-2} + u_2 + 2 - \tau^2}{u_1^k + u_{-1}^k - \tau} (u_{i+1}^k + u_{i-1}^k - \tau u_i^k) + (\tau^2 - 2)u_i - u_{i-2}, \quad (5)$$

where $\tau = \theta^{-1} + \theta$.

In general, solutions of (5) are not known and $(\dots, 1, 1, 1, \dots)$ is a solution independently of the parameters (τ, k) . But in class of periodic solutions some results are obtained. Our goal is to find solutions of (4) which have the form:

$$u_n = \begin{cases} 1, & \text{if } n = 2m \\ a, & \text{if } n = 2m + 1, \end{cases} \quad m \in Z, \quad (6)$$

where a is some positive real number.

Then from (5) for a we get the following equation:

$$2a^{k+1} + \tau a^k - \tau a - 2 = 0. \quad (7)$$

The equation (7) has the solution $a = 1$ independently of the parameters (τ, k) . Dividing both sides of (7) by $a - 1$ we get

$$2(a^k + a^{k-1} + \dots + 1) + \tau a(a^{k-2} + a^{k-3} + \dots + 1) = 0. \quad (8)$$

It is well-known (see [5], p.28) that the number of positive roots of the polynomial (8) does not exceed the number of sign changes of its coefficients. Therefore, there is no positive solution of the polynomial (8).

Theorem 1. *For SOS model (1) (zero external field) with alternating magnetism on the Cayley tree of order k and for any value of parameter τ there is exactly one GGM associated to a boundary law of the type (6).*

REFERENCES

1. U.A.Rozikov: Gibbs measures on Cayley trees, World Sci. Pub, Singapore (2013).
2. R.B.Ash, C.D.Doléans: Probability and measure theory, A Harcourt Science and Technology Company (2000)
3. S.Friedli, Y.Velenik: Statistical Mechanics of Lattice Systems, Cambridge University Press (2017).
4. F.Henning, C.Kulske, A. Le Ny, U.A.Rozikov: Gradient Gibbs measures for the SOS model with countable values on a Cayley tree. Electron. J.Probab.24 (2019), Paper No. 104, 23 pp.
5. V.V.Prasolov: Polynomials. Springer, Berlin, 2004
6. F. H. Haydarov, U.A. Rozikov: Gradient Gibbs measures of a SOS model on Cayley trees: 4-periodic boundary laws(arXiv:2110.10078)[math-ph]

IKKI KARRALI LAKUNAR DARAJALI QATORLAR

Ibragimova D

Navoiy davlat pedagogika instituti

Annotatsiya. *Ushbu maqolada biz lakunar darajali qatorlar yig'indisining bir qiymatli analitik davom etishi haqidagi Polya teoremasini ikki karrali darajali qatorlar uchun analogini isbotlaymiz.*

Biz quyidagi darajali qatorni qaraymiz:

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k} z^{n_k}, \quad (1)$$

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \sqrt[n_k]{|a_{n_k}|} = 1.$$

Bunda, $n_1 < n_2 < \dots < n_k < \dots$ – natural sonlar ketma-ketligi. Aniqlanishiga ko'ra (1) qator yig'indisi $f(z)$ funksiya $U = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$ – birlik doirada golomorf

funksiya. Polya [3], Faber [2] va Ostrovskiy [1] tomonidan $\{n_k\}$ – ketma-ketlikka ma'lum bir shartlar qo'yilganda darajali qatorlar yig'indisining analitik davom etish sohasi ya'ni Veyershtass sohasi qanday bo'lishi o'rganilgan. Bunday qatorlarga lakunar darajali qatorlar deyiladi. Bunda lakunar qatorlar to'g'risida Biberbaxning [1] monografiyasidan atroflicha to'liq ma'lumot olish mumkin.

1-Teorema (Polya [1],[3]) (1) lakunar darajali qator berilgan bo'lib,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{n_k} = 0$$

bo'lsa, u holda (1) lakunar darajali qatorning yig'indisi bir bog'lamli bo'lgan Veyershtass sohasiga bir qiymatli davom etadi.

2. Ikki karrali lakunar darajali qatorlar yig'indisining Veyershtass sohasi.

$$f(z, w) = \sum_{k,l=1}^{\infty} a_{n_k m_l} z^{n_k} w^{m_l} \quad (2)$$

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \sqrt[n_k]{|a_{n_k m_l}|} = 1, \quad \forall l \in \mathbb{N} \quad (3)$$

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \sqrt[m_l]{|a_{n_k m_l}|} = 1, \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (4)$$

(2) karrali darajali qatorni (3) va (4) shartlarda yaqinlashish sohasi

$$U \times V = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\} \times \{w \in \mathbb{C}: |w| < 1\}$$

birlik polidoiradan iborat bo'ladi. Haqiqatan (3) shartga ko'ra ixtiyoriy mahkamlangan $l \in \mathbb{N}$ uchun

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k m_l} z^{n_k} w^{m_l}$$

z o'zgaruvchining darajali qatorini yaqinlashish sohasi ixtiyoriy mahkamlangan $w \in V$ uchun U – birlik doiradan iborat bo'ladi. Ixtiyoriy $l', l'' \in \mathbb{N}$ ($l' \neq l''$) $w^{m_{l'}}$ va $w^{m_{l''}}$ manomlar o'zaro chiziqli bog'liq bo'lmaganliklari sababli

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k m_{l'}} z^{n_k} w^{m_{l'}} + \sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k m_{l''}} z^{n_k} w^{m_{l''}} = \sum_{k=1}^{\infty} (a_{n_k m_{l'}} w^{m_{l'}} + a_{n_k m_{l''}} w^{m_{l''}}) z^{n_k}$$

darajali qatorning ham yaqinlashish doirasi U – birlik doira bo'ladi. Demak,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{l=1}^{\infty} a_{n_k m_l} w^{m_l} \right) z^{n_k}$$

takroriy yig'indida (4) shartga ko'ra

$$q_{n_k}(w) = \sum_{l=1}^{\infty} a_{n_k m_l}(w)$$

qator V – birlik doirada yaqinlashadi va $q_{n_k}(w)$ – yig'indi golomorf funksiya bo'ladi hamda

$$\sum_{k=1}^{\infty} q_{n_k}(w) z^{n_k} \quad (5)$$

Hartogs qatori har bir mahkamlangan $w \in V$ uchun birlik doirada yaqinlashadi. Xuddi shunday ko'rsatish mumkinki, ixtiyoriy mahkamlangan $z \in U$ uchun

$$\sum_{l=1}^{\infty} p_{m_l}(z)w^{m_l} \quad (6)$$

Hartogs qatori ham V – birlik doirada yaqinlashadi. Ya'ni aniqroq qilib aytganda (5) va (6) qatorlar $U \times V$ – birlik polidoirada absolyut va tekis yaqinlashishadi.

Demak (2) lakunar karrali darajali qatorning yaqinlashish sohasi $U \times V$ – polidoiradan iborat bo'ladi. (2) lakunar karrali darajali qator uchun quyidagi teoremlar o'rinli bo'ladi.

2-Teorema. (2) lakunar karrali darajali qator uchun

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{n_k} = 0 \quad (7)$$

$$\overline{\lim}_{l \rightarrow \infty} \frac{l}{m_l} = 0 \quad (8)$$

shartlar bajarilsa, u holda bu qatorning yig'indisi $f(z, w)$ funksiya uchun birlik polidoiraning chegaraviy nuqtalari yoki $(\partial U \times V) \cup (U \times \partial V)$ to'plam maxsuslik to'plami bo'ladi.

3-Teorema. (2) lakunar karrali darajali qator uchun

$$\underline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{n_k} = 0 \quad (9)$$

$$\underline{\lim}_{l \rightarrow \infty} \frac{l}{m_l} = 0 \quad (10)$$

shartlar bajarilsa, u holda (2) qatorning yig'indisi $f(z, w)$ funksiya $U \times V$ – polidoirani o'zida saqllovchi bir bog'lamli bo'lgan W_f – Veyershtrass sohasiga bir qiymatli davom etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Бибербах Л. Аналитическое продолжение. (Перевод с немецкого М.А. Евграфова). Изд. "Наука", Москва 1967.
2. Faber G. Uber Potenzreihen mit unendlich vielen verschiedenen koeffizienten. Sitzber. baur. Akad. Wiss., Mat.-nat. Abt., 1906, 581-583.
3. Polya G. Untersuchungen uber Lucken und Singularitäten von Potenzreihen. Math. Z, 29, 1929, 549-640.

CHEKLI O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN STOXAСТИK OPERATORNING YAKABIANI HAQIDA

Istamov J.Z.

jahongir.istamov97@mail.ru

Qarshi davlat Universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda chekli o'lchamli simpleksda aniqlangan stoxastik operator yakabianining ko'inishi o'rganilgan.

Chekli o'lchamli simpleksda aniqlangan stoxastik operatorlarning qo'zg'almas nuqtalarining xususiyatlarini o'rganish bo'yicha ko'plab nashrlar mavjud [1]-[3]. Ushbu ishda chekli o'lchamli simpleksda aniqlangan stoxastik operatorning yakabiani o'rganilgan.

Aytaylik $E = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ bo'lsin. Quyidagi

$$S^{m-1} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$$

to'plam $(m-1)$ -o'lchamli simpleks deyiladi. S^{m-1} orqali S^{m-1} simpleksning ichki nuqtalari to'plamini belgilaymiz, ya'ni

$$S^{m-1}_> = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : x_i > 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1\}.$$

Har bir $x \in S^{m-1}$ element E dagi ehtimollik o'lchovi elementlaridan tashkil topgan biologik (fizik va h.k.) sistemaning holati sifatida talqin qilinishi mumkin.

Tarif 1. Ixtiyoriy $\nu \in \mathbb{N}$ uchun, quyidagi operator

$$S : x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m \rightarrow \varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x)) \in \mathbb{R}^m \quad (1.1)$$

ν -tartibli stoxastik operator deyiladi, agar $S \geq \theta$ va

$$\varphi_k(x) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_\nu=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_\nu, k} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_\nu}, \quad x \in \mathbb{R}^m, \quad k \in N_{\leq m} \quad (1.1.1)$$

bu yerda

$$P_{i_1 i_2 \dots i_\nu, k} \geq 0, \quad i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, \nu}, \quad k = \overline{1, m} \quad (1.1.2)$$

$$P_{i_1 i_2 \dots i_\nu, k} = P_{i_{\pi(1)} i_{\pi(2)} \dots i_{\pi(\nu)}, k}, \quad k = \overline{1, m} \quad (1.1.3)$$

ixtiyoriy $\pi \in S_m$ o'rin almashtirish uchun, va

$$\sum_{k=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_\nu, k} = 1, \quad i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, \nu}. \quad (1.1.4)$$

Yuqoridagi (1.1.2) - (1.1.4) shartlardan

$$\sum_{k=1}^m \varphi_k(x) = (x_1 + x_2 + \dots + x_m)^\nu, \quad x \in \mathbb{R}^m$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Ko'rinib turibdiki S operator S^{m-1} simpleksni o'zini o'ziga akslantiruvchi operatordir. $\nu=1$ bo'lganda S operator chiziqli stoxastik operator deyiladi, $\nu=2$ bo'lganda S operator kvadratik stoxastik operator deyiladi, $\nu=3$ bo'lganda S operator kubik stoxastik operator deyiladi va hokazo. $S^{[\nu]}$ orqali ν -tartibli stoxastik operatorni belgilaymiz.

Aytaylik

$$S : x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m \rightarrow \varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x)) \in \mathbb{R}^m$$

operator berilgan bo'lsin.

Tarif 2. Ushbu

$$J(S(x)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x_m} \\ \frac{\partial \varphi_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \varphi_2(x)}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_m(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi_m(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \varphi_m(x)}{\partial x_m} \end{pmatrix}$$

matritsaga, S operatorning yakabiani deb ataladi.

Elementlari haqiqiy sonlardan tashkil topgan $m \times m$ kvadrat matritsani $A = (a_{ij})$ orqali belgilaymiz. Agar A - $m \times m$ kvadrat matritsa elementlari uchun $a_{ij} \geq 0$,

$$\forall i = \overline{1, m} \quad \sum_{j=1}^m a_{ij} = 1$$

tengliklar o'rinli bo'lsa, u holda A matritsa stoxastik matritsa deyiladi. Ba'zan stoxastik matritsa, $\mathbb{R}^m$ dagi stoxastik operator deb ham ataladi. Ko'rishimiz mumkinki chiziqli stoxastik operator uchun $A(S^{m-1}) \subset S^{m-1}$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Teorema 1. Har qanday v -tartibli $S^{[v]}$ stoxastik operator yakabianining simpleksdagi ko'rinishi $J(S^{m-1}) = v \cdot B$ ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda B stoxastik matritsa.

ADABIYOTLAR

[1] Розиков У.А., Жамилов У.У. Вольтеровские квадратичные стохастические операторы двуполой Популяции, *Укр. мат. журн.* 2011. Т. 63. № 7. ISSN 1027-3190.

[2] Розиков У.А., Жамилов У.У. F-квадратичные стохастические операторы. *Матем. Заметки.*, 2008. том 83. выпуск 4, 606–612.

[3] Жамилов У.У., Розиков У.А. О динамике строго невольтеровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе. *Матем. сб.* 2009. том 200. номер 9, 81–94.

PERIODICITY OF THE DISCRETE-TIME DYNAMICAL SYSTEMS OF SEPARABLE CUBIC OPERATORS

¹Jamilov U.U., ²Baratov B.S.

¹V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences

²Karshi State University, Karshi, Uzbekistan

¹jamilovu@yandex.ru ²baratov.bahodir@bk.ru

The evolution of biological populations can be studied by dynamical systems of nonlinear operators. One of the simplest nonlinear case is quadratic one. Another class of nonlinear operators is a class of cubic operators.

Let $E = \{1, 2, \dots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on E

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\},$$

be the $m-1$ -dimensional simplex. Cubic stochastic operator (CSO) is a mapping $W : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ of the form

$$W : x_l' = \sum_{i,j,k \in E} P_{ijk,l} x_i x_j x_k, \quad l \in E, \quad (1)$$

where $P_{ijk,l}$ are the coefficients of heredity such that

$$P_{ijk,l} \geq 0, \quad \sum_{l \in E} P_{ijk,l} = 1, \quad \forall i, j, k, l \in E. \quad (2)$$

For a given $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ the trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}$, of an initial point $\mathbf{x}^{(0)}$ under the action of the CSO (1) is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = W(\mathbf{x}^{(n)})$, where $n = 0, 1, 2, \dots$

Consider the following CSO defined on a simplex S^{m-1} which has the form

$$W_{(\pi, a, b, c)} : \begin{cases} x_k' = x_{\pi(k)} \left(\sum_{i=1}^{m-1} x_i + c x_m \right)^2, & 1 \leq k \leq m-1, \\ x_m' = x_m \left(a \sum_{i=1}^{m-1} x_i + x_m \right) \left(b \sum_{i=1}^{m-1} x_i + x_m \right), \end{cases} \quad (3)$$

where $a + b + c^2 = 3$, $ab + 2c = 3$, $a, b \in [0, 1]$, $c \in [1, 1.5]$ and π is a permutation of the set $\{1, \dots, m-1\}$. The CSO (3) is called separable CSO (SCSO). Let $\pi = \tau_1 \tau_2 \dots \tau_q$ be a permutation of the set $\{1, \dots, m-1\}$, where $\tau_1, \dots, \tau_q$ are disjoint cycles and we denote by $\text{ord}(\tau_i)$ the order of a cycle τ_i and $s = \text{lcm}(\text{ord}(\tau_1), \dots, \text{ord}(\tau_q))$.

Teorema 1. For the SCSO W (2) the following statements are true:

- i. The sets $M_0 = \{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_1 \dots x_{m-1} = 0\}$ and

$$M_\eta = \left\{ \mathbf{x} \in S^{m-1} : \prod_{k \in \text{supp}(\tau_i)} x_k = \eta \prod_{k \in \text{supp}(\tau_j)} x_k \vee \prod_{k \in \text{supp}(\tau_i)} x_k = \frac{1}{\eta} \prod_{k \in \text{supp}(\tau_j)} x_k \right\},$$

are invariant sets, where $\eta > 0$;

- ii.a) If $a \neq 1$ and $\pi \neq Id$ then we have $\text{Fix}(W) = \hat{X} \cup \{\mathbf{e}_m\}$, where

$$\hat{X} = \{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_k = x_l, \text{ for all } k, l \in \text{supp}(\tau_i), i = 1, \dots, q, x_m = 0\},$$

and $\mathbf{e}_m = (0, \dots, 0, 1)$.

- b) If $a = 1$ and $\pi \neq Id$ then we have $\text{Fix}(W) = \hat{X}$, where

$$\hat{X} = \{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_k = x_l, \text{ for all } k, l \in \text{supp}(\tau_i), i = 1, \dots, q, x_m = x^*\},$$

and $x^* \in (0, 1)$;

- iii.a) If $a \neq 1$ and $\pi \neq Id$ then the points of the set

$$\text{Per}_s(W) = \{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_1 + \dots + x_{m-1} = 1, x_m = 0\},$$

are periodic points of the SCSO W with period $s = \text{lcm}(\text{ord}(\tau_1), \dots, \text{ord}(\tau_q))$.

- b) If $a = 1$ and $\pi \neq Id$ then for any $x^* \in (0, 1)$ the points of the set

$$\text{Per}_s(W) = \{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_1 + \dots + x_{m-1} = 1 - x^*, x_m = x^*\},$$

are periodic points of the operator W with period $s = \text{lcm}(\text{ord}(\tau_1), \dots, \text{ord}(\tau_q))$;
 iv. $\text{Per}_s(W) = \emptyset$ for $n > s$.

Teorema 2. For the SCSO W (2) the following statements are true:

- i. if $a = 1$ and $\pi \neq Id$, then $\omega_W(\mathbf{x}^{(0)}) = \{\mathbf{x}^{(0)}, W(\mathbf{x}^{(0)}), \dots, W^{s-1}(\mathbf{x}^{(0)})\}$,
 $\forall \mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$;
- ii. if $a \neq 1$ and $\pi \neq Id$, then $\omega_W(\mathbf{x}^{(0)}) = \{\mathbf{x}_\xi, \mathbf{x}_\xi^1, \dots, \mathbf{x}_\xi^{s-1}\}$, for any
 $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$;
- iii. if $a \neq 1$ and $\pi = Id$, then for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$; we have

$$\omega_W(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{m-1}^{(0)}, 0\} & \text{if } x_m^{(0)} = 0, \\ \{x_1^*, x_2^*, \dots, x_{m-1}^*, 0\} & \text{if } x_m^{(0)} > 0. \end{cases}$$

REFERENCES

3. Rozikov U.A., Nazir S. *Separable quadratic stochastic operators*, Lobachevskii Journal. Math, 31(6),(2010), 215-221.
4. Baratov B. *On dynamics of a separable cubic stochastic operator*, Bull. Inst. Math., 2023, Vol. 6, № 1, pp.17-25.

BIR O'LCHAMLI SIMPLEKSDA QAT'IY MUSBAT YUQORI DARAJALI STOXTASTIK OPERATORNING QO'ZG'ALMAS NUQTALARI

To'rayev J.T.

jasurali.torayev@mail.ru

Qarshi davlat Universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda bir o'lchamli simpleksda yuqori darajali stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari o'rganilgan.

Bizga quyidagi $(m-1)$ - o'lchamli simpleks berilgan bo'lsin:

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}.$$

Har bir $x \in S^{m-1}$ element E dagi ehtimollik o'lchovi elementlaridan tashkil topgan biologik (fizik va h.k.) sistemaning holati sifatida talqin qilinishi mumkin.

1-ta'rif.[1] S^{m-1} simpleksda aniqlangan

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}, \quad \forall k = \overline{1, m},$$

uzluksiz operator stoxastik deb ataladi, bu yerda

$$P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} > 0, \quad \forall i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m};$$

$$P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} = P_{i_{\pi(1)} i_{\pi(2)} \dots i_{\pi(n)}, k}, \quad k = \overline{1, m},$$

ixtiyoriy π o‘rin almashtirish uchun ushbu

$$\sum_{k=1}^m P_{i_1 i_2 \dots i_n, k} = 1, \quad \forall i_j = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Bu yerda n soni stoxastik operatorning tartibi deyiladi. $n=1$ bo‘lganida V operator chiziqli stoxastik operator, $n=2$ da kvadratik stoxastik operator [2], $n=3$ da kubik stoxastik operator [3], $n=4$ da to‘rtinchi darajali kvartik stoxastik operator [4] hosil bo‘ladi.

Aniqlanish sohasi S^1 bo‘lgan k -darajali qat’iy musbat $V_k: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ stoxastik operatorni qaraylik:

$$V_k(x, y) = \left(\sum_{i=0}^k C_n^i a_i x^{k-i} y^i, \sum_{i=1}^k C_n^i b_i x^{k-i} y^i \right)$$

bu yerda C_n^i -binomial koefitsiyent ($C_n^i = \frac{n!}{(n-k)!k!}$), $a_i + b_i = 1$, $a_i > 0$, $b_i > 0$.

Ushbu ishda V_k stoxastik operatorning S^1 dagi qo‘zg‘almas nuqtalar sonini tadqiq etamiz. Biz $\text{Fix}(V_k)$ orqali V_k stoxastik operatorning S^1 dagi qo‘zg‘almas nuqtalar sonini belgilaymiz, ya’ni $\text{Fix}(V_k) = \{x \in S^1 : V_k(x) = x\}$.

1-tasdiq. V_k stoxastik operatorning S^1 dagi qo‘zg‘almas nuqtalar soni uchun $1 \leq |\text{Fix}(V_k)| \leq k$ tengsizlik o‘rinli.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Шахиди Ф.А. О биостохастических операторах, определенных в конечномерном симплексе // Сибирский математический журнал. – 2009. – Том. 50, № 2. – С.463–468.
2. Ganikhodzhaev R., Mukhamedov F., Rozikov U. Quadratic stochastic operators and processes results and open problems // Infinite Dimensional Analysis Quantum Probability and Related Topics–2011.–14:2 –P.279–335.
3. Нодиров Ш.Д. О неподвижных точках строго положительных кубических стохастических операторов на одномерном симплексе, Илм сарчашмалари УрГУ, Научно-методический журнал, 2019, № 12, С.10-16.
4. Нодиров Ш.Д., Усмонова Д.С. О единственности неподвижных точек некоторых стохастических операторов на одномерном симплексе, International conference, Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics, September 23-24, 2022, Samarkand, Uzbekistan.

PARAMETRGA BOG'LIQ KVADRATIK FUNKSIYANING TO'LA DINAMIKASI.

Jurayev X.X.¹, Mahmatqobilov N.P.²

¹xumoyunjourayev7@gmail.com, ²nurbekmahmatqobilov1995@gmail.ru

^{1,2}Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda parametrga bog'liq kvadratik funksiyaning qo'zg'almas nuqtalari topilgan bo'lib, dinamikasi to'liq o'rganilgan.

Matematikaning zamonaviy izlanishlari samarasi ularoq bir o'zgaruvchili funksiylarning chiziqli traektoriyalari to'la tasniflangan bo'lib [1, 2], kvadratik funksiylarning traektoriyalari o'rganilmoqda, ushbu ishning asosiy maqsadi ham parametrga bog'liq kvadratik funksiylarning dinamikasining tahliliga bag'ishlanadi.

Faraz qilaylik X normallangan fazo bo'lsin.

1-Ta'rif.[1] $A \subset X$ to'plamda aniqlangan $f(x)$ funksiya va $\forall x \in X$ uchun

$$x, f(x), f^2(x), \dots, f^n(x), \dots$$

ketma-ketlik diskret vaqtli dinamik sistema deyiladi.

Bizga biror α haqiqiy son va $f_\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_\alpha(x) = x + \alpha(x-1)^2 \quad (1)$$

funksiya berilgan bo'lsin.

Bizning maqsadimiz (1) ning dinamikasini, ya'ni $\forall x \in \mathbb{R}$ uchun

$$x, f(x), f^2(x), \dots, f^n(x), \dots$$

ketma-ketlikning limitini o'rganishdan iboratdir.

2-Ta'rif.[1] $f_\alpha(\lambda) = \lambda$ tenglikni qanoatlantiruvchi nuqtalarga f_α funksiyaning qo'zg'almas nuqtalari deyiladi va barcha qo'zg'almas nuqtalar to'plami $\text{Fix}(f_\alpha) = \{\lambda: f_\alpha(\lambda) = \lambda\}$ kabi belgilanadi.

3-Ta'rif.[1] λ nuqta berilgan $f_\alpha(x)$ funksiyaning qo'zg'almas nuqtasi bo'lsin. Agar $|f'_\alpha(\lambda)| \neq 1$ bo'lsa λ nuqta giperbolik nuqta deb ataladi. Aks holda, ya'ni $|f'_\alpha(\lambda)| = 1$ bo'lsa giperbolik bo'lmagan nuqta deyiladi.

1-Tasdiq. $f_\alpha(x)$ funksiya uchun quyidagi tasdiqlar o'rinli:

(i). agar $\alpha \neq 0$ bo'lsa, u holda $f_\alpha(x)$ funksiya yagona qo'zg'almas nuqtaga ega, ya'ni: $\text{Fix}(f_\alpha) = \{1\}$;

(ii) agar $\alpha = 0$ bo'lsa, u holda $f_\alpha(x)$ funksiya cheksiz ko'p qo'zg'almas nuqtaga ega, ya'ni: $\text{Fix}(f_\alpha) = \mathbb{R}$;

(iii). $f_\alpha(p_\alpha) = 1$, bu yerda $p_\alpha = \frac{\alpha-1}{\alpha}$.

2-Tasdiq. $f_\alpha(x)$ funksiyaning barcha qo'zg'almas nuqtalari giperbolik bo'lmagan qo'zg'almas nuqtalardir.

3-Tasdiq. Agar $\alpha > 0$ bo'lsa, u holda

(i) barcha $x > 1$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = +\infty$;

(ii) barcha $p_\alpha \leq x \leq 1$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = 1$;

(iii) barcha $x < p_\alpha$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = +\infty$.

4-Tasdiq. Agar $\alpha = 0$ bo'lsa, u holda $\forall x \in \mathbb{R}$ uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = x$.

5-Tasdiq. Agar $\alpha < 0$ bo'lsa, u holda

(i) barcha $x < 1$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = -\infty$;

(ii) barcha $1 \leq x \leq p_\alpha$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = 1$;

(iii) barcha $x > p_\alpha$ qiymatlar uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha^n(x) = -\infty$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Devaney R. L. An introduction to chaotic dynamical system. Westview Press, 2003.

2. Rozikov U.A. Population dynamics: algebraic and probabilistic approach. World Sci. Publ. Singapore. 2020.

E₃ FUNKSIYA UCHUN BIR INTEGRAL KO'RINISH

Karimov E. T.¹, Maxkamov I. N.²

¹erkinjon@gmail.com, ²ilhomjonmaxkamov96@gmail.com

^{1,2}Farg'ona davlat universiteti.

Annotatsiya. Ushbu ishda ikki o'zgaruvchili Mittag-Leffler tipidagi funksiya uchun Eyler tipidagi bir integral ko'rinish isbotlangan.

Ma'lumki kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarning yechimlari Mittag-Leffler tipidagi funksiyalar bilan ifodalanadi. Prabhakar kasr tartibli hosila ishtirok etgan tenglamalarning yechimlari ikki o'zgaruvchili Mittag-Leffler tipidagi funksiya orqali ifodalangan [1]. Bunday funksiyalarning xossalari o'rganish keyingi tatqiqotlar uchun asos bo'lib hizmat qiladi [2].

Lemma: Agar $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{R}$, $\min\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3\} > 0$, $\alpha_3 > -\alpha_4, \beta_2 > -\beta_3$ bo'lsa, u holda quyidagi tenglik o'rinli:

$$E_3 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3; \delta_2, \beta_2; \delta_3, \alpha_4; \delta_4, \beta_3; \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{matrix} \right) = \frac{1}{\Gamma(\gamma_1)\Gamma(\gamma_2)} \int_0^1 \int_0^\infty e^{-\eta} \xi^{\gamma_1-1} (1-\xi)^{\gamma_2-1} \eta^{\gamma_1+\gamma_2-1} \times$$

$$\times e^{\delta_1, \delta_3}_{\alpha_3, -\alpha_4} \left[\tilde{x} \xi^{\alpha_1} (1-\xi)^{\alpha_2} \eta^{\alpha_1+\alpha_2} \right] e^{\delta_2, \delta_4}_{\beta_2, -\beta_3} \left[\tilde{y} \xi^{\beta_1} \eta^{\beta_1} \right] d\xi d\eta. \quad (1)$$

Isbot: E_3 ning quyidagi ko'rinishidan foydalanamiz [2]:

$$E_3 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3; \delta_2, \beta_2; \delta_3, \alpha_4; \delta_4, \beta_3; \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{matrix} \right) =$$

$$= \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{\tilde{x}^m}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 m) \Gamma(\delta_3 + \alpha_4 m)} \frac{\tilde{y}^n}{\Gamma(\delta_2 + \beta_2 n) \Gamma(\delta_4 + \beta_3 n)} \frac{\Gamma(\gamma_1 + \alpha_1 m + \beta_1 n)}{\Gamma(\gamma_1)} \frac{\Gamma(\gamma_2 + \alpha_2 m)}{\Gamma(\gamma_2)}$$

$\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$ ekanligini hisobga olsak yuqoridagi tenglik quyidagi ko'rinishga keladi [3]:

$$E_3 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3; \delta_2, \beta_2; \delta_3, \alpha_4; \delta_4, \beta_3; \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{matrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\gamma_1) \Gamma(\gamma_2)} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{\tilde{x}^m}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 m) \Gamma(\delta_3 + \alpha_4 m)} \frac{\tilde{y}^n}{\Gamma(\delta_2 + \beta_2 n) \Gamma(\delta_4 + \beta_3 n)} \times \quad (2)$$

$$\times \int_0^1 \xi^{\gamma_1 + \alpha_1 m + \beta_1 n - 1} (1 - \xi)^{\gamma_2 + \alpha_2 m - 1} d\xi \times \Gamma(\gamma_1 + \gamma_2 + \alpha_1 m + \beta_1 n + \alpha_2 m)$$

Ikkinchi tur Eyler integralining:

$$\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$$

ko'rinishidan foydalanib, (2) tenglik quyidagi ko'rinishga keladi [3]:

$$E_3 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3; \delta_2, \beta_2; \delta_3, \alpha_4; \delta_4, \beta_3; \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{matrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\gamma_1) \Gamma(\gamma_2)} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{\tilde{x}^m}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 m) \Gamma(\delta_3 + \alpha_4 m)} \frac{\tilde{y}^n}{\Gamma(\delta_2 + \beta_2 n) \Gamma(\delta_4 + \beta_3 n)} \times \quad (3)$$

$$\times \int_0^1 \xi^{\gamma_1 + \alpha_1 m + \beta_1 n - 1} (1 - \xi)^{\gamma_2 + \alpha_2 m - 1} d\xi \int_0^{+\infty} \eta^{\gamma_1 + \gamma_2 + \alpha_1 m + \beta_1 n + \alpha_2 m - 1} e^{-\eta} d\eta$$

(3) tenglikni soddalashtirib, Rayt tipidagi funksiyaning quyidagi [4]:

$$e_{\alpha, \beta}^{\mu, \delta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \mu) \Gamma(\delta - \beta n)} \quad \alpha > 0, \alpha > \beta$$

ko'rinishiga ko'ra (3) tenglikni quyidagi ko'rinishda yozib olishimiz mumkin:

$$E_3 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3; \delta_2, \beta_2; \delta_3, \alpha_4; \delta_4, \beta_3; \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{matrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\gamma_1)\Gamma(\gamma_2)} \int_0^1 \int_0^{+\infty} e^{-\eta} \xi^{\gamma_1-1} (1-\xi)^{\gamma_2-1} \eta^{\gamma_1+\gamma_2-1} \times$$

$$\times e^{\delta_1, \delta_3}_{\alpha_3, -\alpha_4} \left[\tilde{x} \xi^{\alpha_1} (1-\xi)^{\alpha_2} \eta^{\alpha_1+\alpha_2} \right] e^{\delta_2, \delta_4}_{\beta_2, -\beta_3} \left[\tilde{y} \xi^{\beta_1} \eta^{\beta_1} \right] d\xi d\eta$$

Lemma isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1] A.Hasanov, E.Karimov. On a boundary-value problem in a bounded domain for a time-fractional diffusion equation with the Prabhakar fractional derivative. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.11133.23525>
- [2] A.Hasanov, E.Karimov. On generalized Mittag-Leffler-type functions of two variables. <http://dx.doi.org/10.22541/au.167575527.77144915/v1>
- [3] Ўринов А.Қ Махсус функциялар ва махсус операторлар: ўқув услубий қўлланма/ А.Қ.Ўринов. – Фарғона: “Фарғона” нашриёти, 2012.-112 бет.
- [4] Псху А.В Уравнения в частных производных дробного порядка / А.В. Псху; [отв. ред. А.П. Солдатов]; Научно-исследовательский ин-т приклад, математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН. - М. : Наука, 2005. - 199 с. - ISBN 5-02-033721-8.

ON POSITIVE FIXED POINTS OF THE HAMMERSTEIN'S OPERATOR WITH DEGENERATE KERNELS

Khalilov A. Z.

akbarx1991@gmail.com.

Karshi State University

Abstract. *In this article, we consider the Hammerstein's operator with degenerate kernels that $k(t,u) = (\varphi_1(t)\psi_1(u) + \varphi_2(t)\psi_2(u) + \varphi_3(t)\psi_3(u))$.*

Quadratic integral equations are often applicable in the theory of radiative transfer, kinetic theory of gases, in the theory of neutron transport, in the traffic theory and in the theory of Gibbs measures on Cayley tree. The quadratic integral equation can be very often encountered in many applications (see [1]-[6]).

Recently, the existence of a solution for the Hammerstein quadratic integral equation

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + g(t, \varphi(t)) \int_0^1 k(t,s) f(s, \varphi(s)) ds, \quad (1)$$

was studied in [3] by using the same assumptions assumed. The existence of at least one positive continuous solution $\varphi(t) \in C[0,1]$ for the quadratic integral equation (1) will be proved where g is continuous and f satisfies Carathe'odory condition. Let $k(t,u)$ be a nonnegative continuous function on $[0,1] \times [0,1]$. We consider quadratic Hammerstein integral operator H_2 acting in the cone $C^+[0,1]$ as

$$(H_2 f)(t) = \int_0^1 k(t, u) f^2(u) du$$

and we study solvability on the cone $C^+[0,1]$ the following quadratic integral equation of the Hammerstein type:

$$H_2 f = f. \quad (2)$$

The existence of a positive solution for the quadratic integral equation of the Hammerstein type (2) it follows by the compactness of the operator H_2 . Number of positive solutions of the quadratic integral equation of the Hammerstein type (2) is open problem. This problem for the quadratic integral equations of the Hammerstein type (2) with degenerate kernels we study in this paper.

Denote

$$C^+[0,1] = \{f \in C[0,1] : f(x) \geq 0\}, \quad C_0^+[0,1] = C^+[0,1] \setminus \{\theta \equiv 0\}.$$

Let $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t)$ and $\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)$ are positive functions from the $C_0^+[0,1]$. We consider quadratic Hammerstein's operator H_2 :

$$(H_2 f)(t) = \int_0^1 (\varphi_1(t)\psi_1(u) + \varphi_2(t)\psi_2(u) + \varphi_3(t)\psi_3(u)) f^2(u) du.$$

Put

$$\alpha_{ij} = \int_0^1 \psi_1(u) \varphi_i(u) \varphi_j(u) du, \quad \beta_{ij} = \int_0^1 \psi_2(u) \varphi_i(u) \varphi_j(u) du, \quad \gamma_{ij} = \int_0^1 \psi_3(u) \varphi_i(u) \varphi_j(u) du,$$

where $i, j \in \{1, 2, 3\}$.

We define the quadratic operator Q on $\mathbb{R}^3$ by the rule

$$Q : (x, y, z) \rightarrow (x', y', z'),$$

where

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz, \\ y' &= b_{11}x^2 + b_{22}y^2 + b_{33}z^2 + 2b_{12}xy + 2b_{13}xz + 2b_{23}yz, \\ z' &= c_{11}x^2 + c_{22}y^2 + c_{33}z^2 + 2c_{12}xy + 2c_{13}xz + 2c_{23}yz. \end{aligned}$$

Let $N_{fix}^+(A)$ is a number of nontrivial positive fixed points of the operator A .

Proposition 1. *The Hammerstein's operator H_2 has a nontrivial positive fixed-point iff the quadratic operator Q has a nontrivial positive fixed point, moreover $N_{fix}^+(H_2) = N_{fix}^+(Q)$.*

Lemma 1. *If the point $\omega = (x_0, y_0, z_0)$ is a positive fixed point of the operator Q , then $(u_0, v_0) = \left(\frac{x_0}{z_0}, \frac{y_0}{z_0}\right)$ is a solution of the following system of algebraic equations*

$$\begin{cases} \frac{a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33} + 2a_{12}uv + 2a_{13}u + 2a_{23}v}{c_{11}u^2 + c_{22}v^2 + c_{33} + 2c_{12}uv + 2c_{13}u + 2c_{23}v} = u, \\ \frac{b_{11}u^2 + b_{22}v^2 + b_{33} + 2b_{12}uv + 2b_{13}u + 2b_{23}v}{c_{11}u^2 + c_{22}v^2 + c_{33} + 2c_{12}uv + 2c_{13}u + 2c_{23}v} = v. \end{cases} \quad (3)$$

Lemma 2. *If (u_0, v_0) , $u_0 > 0, v_0 > 0$ is a solution of the system (3) of the algebraic equations then the point $\omega_0 = (u_0 z_0, v_0 z_0, z_0) \in R_+^3$ is fixed point of the operator Q , where*

$$z_0 = \frac{1}{c_{11}u_0^2 + c_{22}v_0^2 + c_{33} + 2c_{12}u_0v_0 + 2c_{13}u_0 + 2c_{23}v_0}.$$

Proposition 2. $1 \leq N_{\text{fix}}^+(H_2) \leq 9$.

Remark. A number of the positive fixed points of the quadratic Hammerstein's operator H_2 with the kernel $\varphi_1(t)\psi_1(u) + \varphi_2(t)\psi_2(u)$, was studied in the paper[8]. Was proved, that $1 \leq N_{\text{fix}}^+(H_2) \leq 3$.

REFERENCES

1. J. Banas, B. Rzepka Monotonic solutions of quadratic integral equations of fractional order, J. Math. Anal. Appl. 332 (2007) 1370-1378.
2. A. M. A EL-Sayed, H. H. G. Hashem Caratheodory type theorem for nonlinear quadratic integral equation, MATH. SCI. RES. J. 12(4), (2008), 71-95.
3. A. M. A EL-Sayed, H. H. G. Hashem Integrable and continuous solutions of nonlinear quadratic integral equation, Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations 25 (2008), 1-10.
4. A. M. A EL-Sayed, H. H. G. Hashem Monotonic positive solution of nonlinear quadratic Hammerstein and Urysohn functional integral equations, Commentationes Mathematicae 48, (2008), 199-207.
5. Eshkabilov Yu. Kh., Haydarov F. H. , Rozikov U. A. : Non-uniqueness of Gibbs Measure for Models with Uncountable Set of Spin Values on a Cayley Tree. J. Stat. Phys. 147 (2012), 779-794.
6. Eshkabilov Yu.Kh. and Rozikov U.A. On models with uncountable set of spin values on a Cayley tree: Integral equations. Math. Phys. Anal. Geom. 13 (2010), 275-286.
7. A. M. A EL-Sayed, H. H. G. Hashem Solvability of nonlinear Hammerstein quadratic integral equations J. Nonlinear Sci. Appl. 2 (2009), no. 3, 152-160.
8. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs Measures. Positivity. (2016), DOI: 10.1007/s11117-015-0394-9.

PARAMETRLI KUBIK STOXTASTIK OPERATORNING QO'ZG'ALMAS NUQTALARI HAQIDA

Khamrayev A.Yu.¹, Norqobilov D. E.²

¹khamrayev@yandex.ru, ²dilmirzojon@umail.ru

¹Qarshi davlat universiteti,

²Shahrisabz pedagogika instituti

Annotatsiya. Ushbu ishda parametrli kubik stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari topilib, qo'zg'almas nuqtalarning tiplari aniqlangan va ikki o'lchovli simpleksning chegarasida operatorning dinamikasi o'rganilgan.

Bizga

$$S^{n-1} = \left\{ \mathbf{x} \in R^n : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1, i = \overline{1, n} \right\}$$

$(n-1)$ o'lchovli simpleks berilgan bo'lsin. Quyidagicha akslantirishni $W : S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$

$$W : x'_l = \sum_{i,j,k=1}^n P_{ijk,l} x_i x_j x_k \quad (1)$$

qaraymiz [1,2].

Bu yerda

$$\sum_{l=1}^n P_{ijk,l} = 1, P_{ijk,l} = P_{jik,l} = P_{kij,l} = P_{ikj,l} = P_{jki,l} = P_{kji,l} \geq 0 \quad (2)$$

(1), (2) ga kubik stoxastik operator deb ataladi [1,3,4].

Biz quyidagi to'plamni, ya'ni

$$S^2 = \{(x; y; z) \in R^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}$$

ni o'zini o'ziga akslantiruvchi $W : S^2 \rightarrow S^2$

$$W : \begin{cases} x' = x(x^2 + 3xy + 3xz) \\ y' = y(y^2 + 3xy + 3yz + axz) \\ z' = z(z^2 + 3xz + 3yz + bxy) \end{cases} \quad (3)$$

operatorni qaraymiz, bu yerda $a \geq 0, b \geq 0, a + b = 6, a \neq 3, b \neq 3$. Bu (3) operatorni ikki parametrga bog'liq kubik stoxastik operator deb ataymiz va shu operatorning trayektoriya holatini simpleksning chegarasida o'rganamiz.

Ta'rif [2]. $W(\lambda) = \lambda, \lambda = (x, y, z)$ tenglamaning yechimiga operatorning qo'zg'almas nuqtasi deyiladi.

Ushbu $Fix(W) = \{\lambda \in S^2 : W(\lambda) = \lambda\}$ to'plam bilan (3) operatorning qo'zg'almas nuqtalar to'plamini belgilaymiz.

1-lemma. (3) operatorning qo'zg'almas nuqtalari $Fix(W) = \{M_1, M_2, M_3, N_1, N_2, N_3, C\}, a \in (2; 4)$ dan iboratdir, bu yerda

$$M_1 = (0; 0; 1), M_2 = (0; 1; 0), M_3 = (1; 0; 0), N_1 = (0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}),$$

$$N_2 = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), N_3 = \left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right), C = \left(\frac{1}{2}; \frac{4-a}{4}; \frac{a-2}{4}\right)$$

2-lemma. $a \in [0; 2] \cup [4; 6]$ da qo'zg'almas nuqtalari

$$Fix(W) = \{M_1, M_2, M_3, N_1, N_2, N_3\}$$

dan iboratdir va:

1. $a \in [0; 2]$ bo'lsa, N_2 nuqta itaruvchi, N_3 egar tipli;
2. $a \in [4; 6]$ bo'lsa, N_3 nuqta itaruvchi, N_2 egar tipli bo'ladi.

3-lemma. C nuqta $a \in (2; 4)$ da itaruvchi, N_2 va N_3 nuqtalar esa egar nuqtalar bo'ladi.

Quyidagicha belgilashlarni kiritamiz:

$$A_1 = \left\{ \lambda \in S^2, x=0, y < \frac{1}{2}, z > \frac{1}{2} \right\}, A_2 = \left\{ \lambda \in S^2, x < \frac{1}{2}, y=0, z > \frac{1}{2} \right\},$$

$$A_3 = \left\{ \lambda \in S^2, x=0, y > \frac{1}{2}, z < \frac{1}{2} \right\}, A_4 = \left\{ \lambda \in S^2, x < \frac{1}{2}, y > \frac{1}{2}, z=0 \right\},$$

$$A_5 = \left\{ \lambda \in S^2, x > \frac{1}{2}, y < \frac{1}{2}, z=0 \right\}, A_6 = \left\{ \lambda \in S^2, x > \frac{1}{2}, y=0, z < \frac{1}{2} \right\},$$

$$\partial S^2 = S^2 \setminus \{\text{int } S^2\}.$$

Teorema: $\forall \lambda \in \partial S^2$ uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} W^n(\lambda) = \begin{cases} M_1, \lambda \in A_1 \cup A_2 \\ M_2, \lambda \in A_3 \cup A_4 \\ M_3, \lambda \in A_5 \cup A_6 \end{cases}$$

o'rinli bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Davronov R. R., Jamilov (Zhamilov) U. U., Ladra M. Conditional cubic stochastic operator // J. Difference Equ. Appl.-2015.-V. 21, № 12.-P. 1163-1170. DOI: 10.1080/10236198.2015.1062481.
2. Ganikhodjaev N. N., Ganikhodjaev R. N., Jamilov U. U. Quadratic stochastic operators and zero-sum game dynamics // Ergod.Th.and Dynam.Sys.-2015, vol. 35, no. , pp. 1443-1473. DOI: 10.1017/etds.2013.109.
3. Хамраев А. Ю., Турсунова А. Х. Полное описание поведения траекторий одного кубического оператора // Проблемы вычислительной и прикладной математики.-2020.-Т. 2, № 26.-С. 32-38.
4. Rozikov U. A., Khamraev A. Yu. On cubic operators defined on finite-dimensional simplices // Ukrainian Math. J.-2004.-V. 56, № 10.-P. 1699–1711. DOI: 10.1007/s11253-005-0145-3.

***l* -VOLTERRA KVADRATIK STOXASTIK OPERATORNING DINAMIKASI**

Hamrayev A.Yu.¹, To'xtayeva D.D.²

¹khamrayev_a@yandex.ru, ²durdonamustafo1620@gmail.com

^{1,2}Qarshi davlat Universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda *l*-Volterra kvadratik stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari topilgan va tiplarga ajratilgan.

Biror $l \in \{1, 2, \dots, m\}$ sonni fiksirlab olamiz. *V* kvadratik stoxastik operatorning, ya'ni:

$$V : S^2 \rightarrow S^2 = \{(x, y, z) \in R^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}$$

$$V_{xk} = x'_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1 \quad (2)$$

(1) va (2) ga kvadratik stoxastik operator deb ataladi.

Ta'rif [1]. Agar (1), (2) bilan aniqlangan operatorning koeffitsiyentlar quyidagi

- $P_{ij,k} = 0$ agar $k \notin \{i, j\}$, $\forall k = 1, \dots, l$, $i, j = \{1, \dots, m\}$,
- $P_{ij,k} > 0$, agar kamida bitta (i, j) $i \neq k$, $j \neq k$ juftlik va $\forall k \in \{l+1, \dots, m\}$

shartlarni qanoatlantirsa $\forall l \in \{1, \dots, m\}$ uchun. U holda bu operator l -kvadratik stoxastik operator deb ataladi.

Biz $V : S^2 \rightarrow S^2$ operatorni qaraymiz:

$$V : \begin{cases} x'_1 = x_1^2 + dx_3^2 + 2x_1x_3 \\ x'_2 = x_2^2 + 2x_1x_2 \\ x'_3 = cx_3^2 + 2x_2x_3 \end{cases} \quad (3)$$

bu yerda $c, d \geq 0$ va $c + d = 1$.

Teorema. (3)- l -Volterra kvadratik stoxastik operator uchun quyidagilar o'rinli:

- i) $\Gamma_{\{12\}} = \{x \in S^2 : x_3 = 0\}$ va $\Gamma_{\{13\}} = \{x \in S^2 : x_2 = 0\}$ to'plamlar invariantdir.
- ii) $Fix(V) = \begin{cases} \{e_1, e_2, e_3, x^*\}, & \text{agar } 0 \leq c < 1, \\ \{e_1, e_2, e_3, c\}, & \text{agar } c = 1. \end{cases}$
- iii) Simpleksning e_1, e_2, e_3 uchlari egar nuqtalar va agar $c = 0$ bo'lsa x^* qo'zg'almas nuqta nogiperbolik va agar $0 < c < 1$ bo'lsa x^* qo'zg'almas nuqta nogiperbolik itaruvchi nuqta bo'ladi. Simpleks markazi c nuqta itaruvchi qo'zg'almas nuqtadir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. U.A. Rozikov and A. Zada. On dynamics of l -Volterra quadratic stochastic operators. *International Journal of Biomathematics*, 3(2):143–159, 2010. <https://doi.org/10.1142/S1793524510000945>.

PANJARASIMON IKKI ZARRACHALI GAMILTONIANNING DISKRET SPEKTRI HAQIDA

Kulturayev D.J.¹, Ko'chimov A.²

¹davron_2189@mail.ru

²avazbekkochimov@gmail.com

¹Termiz davlat pedagogika instituti,

²Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ panjarada ikki zarrachali Q gamiltonianning diskret spektri o'rganilgan. Q gamiltonianning cheksiz sondagi manfiy xos qiymatlari mavjudligi topilgan.

Spektrni o'rganish Shredinger operatorlar nazariyasidagi asosiy masalalaridan biri hisoblanadi. $u(x)$ - funksiya $\Omega=[0,1]$ to'plamda haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiya bo'lsin. K - esa $L_2(\Omega)$ Gilbert fazosida $k(x,s) \in L_2(\Omega^2)$ yadroli integral operator bo'lsin, bu yerda $k(x,s) = \overline{k(s,x)}$. Kvant mexanikasi va statistik fizikaning ([1-3]) bir qancha masalalari $L_2(\Omega)$ Gilbert fazosida quyidagi formula orqali aniqlangan H operatorning diskret spektrini o'rganishga keltiriladi

$$H = H_0 - K, \quad (1)$$

bu yerda

$$(H_0 f)(x) = u(x)f(x), \quad (Kf)(x) = \int_{\Omega} k(x,s)f(s)d\mu(s).$$

Kompakt qo'zg'alish haqidagi Veyl teoremasiga [4] ko'ra H operatorning $\sigma_{ess}(H)$ muhim spektri $u(x)$ funksiyaning qiymatlar sohasidan iborat, ya'ni $\sigma_{ess}(H) = [u_{min}, u_{max}]$, bu yerda $u_{min} = \min_{x \in \Omega} u(x)$, $u_{max} = \max_{x \in \Omega} u(x)$.

(1) ko'rinishdagi operator Fridriks modelidagi operator deyiladi. Minimaks va maksimum [5] prinsiplaridan foydalanib, agar K integral operatorning yadrosi ajraluvchi bo'lsa, u holda (1) Fridriks modelining diskret spektri chekli bo'lishi isbotlangan. Bundan (1) Fridriks modelidagi operatorning diskret spektri cheksiz bo'lishi uchun K integral operatorning yadrosi ajralmagan bo'lishi zarur ekanligi kelib chiqadi.

$l_2(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ Gilbert fazosida panjarasimon ikki zarrachali [6] gamiltonianni quyidagicha qaraymiz

$$Q = Q_0 - Q_1, \quad (2)$$

bu yerda funksiyalar o'ramasi bilan berilgan Q_0 kinetik energiya

$$(Q_0 \phi)(m,n) = \sum_{k,l \in \mathbb{Z}_+} v_0(m-k, n-l) \phi(k,l),$$

formula orqali berilgan, Q_1 potentsiyal energiya esa

$$(Q_1 \phi)(m,n) = v_1(m,n) \phi(m,n)$$

tenglik bilan aniqlangan. $v_0(m,n)$ kinetik energiya $v_0(m,n) = u_1(m) \cdot u_2(n)$

ko'rinishda berilgan bo'lsin. Bunda

$$u_1(m) = \begin{cases} -2a_1, & \text{agar } m=0, \\ a_1, & \text{agar } |m|=1, \\ 0, & m \neq 0, \pm 1 \end{cases} \quad u_2(n) = \begin{cases} -2a_2, & \text{agar } n=0, \\ a_2, & \text{agar } |n|=1, \\ 0, & n \neq 0, \pm 1 \end{cases}$$

bu yerda $a_1, a_2 > 0$ va $m, n \in \mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ panjarada aniqlangan $\phi(m, n)$ funksiyani $\mathbb{T} \times \mathbb{T}$ to'plamda aniqlangan $f(x, y)$ funksiyaga o'tkazuvchi $\mathcal{F}: l_2(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) \rightarrow L_2(\mathbb{T} \times \mathbb{T})$ - Fure almashtirishi quyidagi formula orqali berilgan bo'lsin

$$\mathcal{F}(\phi(p^{(1)}, q^{(1)})) = f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p^{(1)}, q^{(1)} \in \mathbb{Z}} \phi(p^{(1)}, q^{(1)}) \exp(i[(p^{(1)}, x) + (q^{(1)}, y)]).$$

Lemma. (2) tenglik bilan aniqlangan Q operatorning H_2 Fure almashtirishi

$$H_2 f(x, y) = H_0^{(2)} f(x, y) - K_2 f(x, y), \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda

$$H_0^{(2)} f(x, y) = u_0^{(2)}(x, y) f(x, y), \quad K_2 f(x, y) = \int \int_{\mathbb{T} \times \mathbb{T}} k_2(x, y; s, t) f(s, t) ds dt$$

va $u_0^{(2)}(x, y) = 4a_1 a_2 (1 - \cos x)(1 - \cos y)$, $k_2(x, y; s, t)$ - yadro ajralmagan ko'rinishda bo'ladi, ya'ni:

$$k_2(x, y; s, t) = \lambda_0 \varphi_0(x, y) + \sum_{p=1}^{\infty} \lambda_p^{(1)} \varphi_p^{(1)}(x) \varphi_p^{(1)}(s) + \\ + \sum_{p=1}^{\infty} \lambda_p^{(1)} \varphi_p^{(2)}(x) \varphi_p^{(2)}(s) + \sum_{q=1}^{\infty} \lambda_q^{(2)} \varphi_q^{(1)}(y) \varphi_q^{(1)}(t) + \sum_{q=1}^{\infty} \lambda_q^{(2)} \varphi_q^{(2)}(y) \varphi_q^{(2)}(t),$$

bu yerda

$$\lambda_0 = 2\pi \alpha_0, \quad \lambda_p^{(1)} = (2\pi)^2 \alpha_p, \quad \lambda_q^{(2)} = (2\pi)^2 \beta_q; \\ \varphi_0(x, y) = \frac{1}{2\pi}, \quad \varphi_p^{(1)}(x) = \frac{\cos px}{\sqrt{2\pi}}, \quad \varphi_p^{(2)}(x) = \frac{\sin px}{\sqrt{2\pi}}.$$

H_2 (3) diskret Shredinger operator ajralmagan yadroli Fridrixs modelidagi operator bo'ladi. Bunda $\sigma_{ess}(H_2) = [0, 16a_1 a_2]$ tenglik o'rinli.

Teorema. Ikki zarrachali H_2 (3) diskret Shredinger operatori cheksiz sondagi manfiy xos qiymatlariga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Фаддеев Л.Д. О модели Фридрихса в теории возмущений непрерывного спектра.-- В. кн.: Труды МИ АН СССР, Т.73, М.: Наука, 1964, С. 292-313.
2. Лакаев С.Н., Минлос. Р.А. О связанных состояниях кластерного оператора ТМФ.- 1979. Т.39. №1. С. 83-93.
3. Муминов М.Э., Хуррамов А.М. Спектральные свойства двухчастичного гамильтониана на одномерной решетке. Уфимск. матем. журн. 2014. том 6, выпуск 4. С. 102-110.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики Том 4: Анализ операторов. -- М.: Мир, 1982.
5. Эшкабилов Ю.Х. О бесконечности дискретного спектра

операторов в модели Фридрихса Мат.труды. 2011. Т.14. №1. С. 195--211.

6. Жуков Ю.В. Теорема Иорио-О'Кэррола для N-частичного решетчатого гамильтониана ТМФ. 107:1, 1996. С. 75--85.

IKKINCHI TUR MATRITSAVIY POLIEDRIK SOHADA VEYL INTEGRAL FORMULASI

Mahkamov E. M.¹, Bozorov J. T.², Raupova S. A.³.

¹erkinspi@gmail.com, ²jorabek.bozorov.89@mail.ru

¹Chirchiq davlat pedagogika universiteti

^{2,3}Termiz davlat universiteti

Annotatsiya. Bu ishda matritsaviy poliedrik soha hisoblangan $\Pi_{2,r}^f$ sohada Boxner-Xua Lo-ken formulaning umumlashmasi bo'lgan, Veyl integral formulasining bir ko'rinishi olingan.

Ushbu r radiusli ikkinchi tur matritsaviy doirani qaraymiz ([1],[2])

$$D_{2,r} = \{Z_2 \in \mathbb{C}[m \times m] : Z_2 \overline{Z_2} < r^2 I\}, r \in \mathbb{R}_+.$$

Bu yerda Z_2 $m \times m$ – tartibli kvadrat matritsa, $\overline{Z_2}$ – matritsa Z_2 matritsaning qo'shmasi, I – birlik matritsa.

$D_{2,r}$ sohaning ostovini esa

$$S_{2,r} = \{\xi_2 \in \mathbb{C}[m \times m] : \xi_2 \overline{\xi_2} = r^2 I\}$$

kabi belgilaymiz.

$D_{2,r}$ sohalarning n tasining dekart ko'paytmasi

$$\underbrace{D_{2,r} \times D_{2,r} \times \dots \times D_{2,r}}_{nta}$$

r radiusli ikkinchi tur matritsaviy polikrug deb ataymiz va

$$T_{2,r}^n = \left\{ Z = (Z_2^1, Z_2^2, \dots, Z_2^n) \in \mathbb{C}^n[m \times m] : Z_2^j \overline{Z_2^j} < r^2 I, Z_2^j \in D_{2,r} \right\},$$

ko'rinishda belgilaymiz.

r radiusli ikkinchi tur matritsaviy polikrugning ostovini ham mos ravishda $S_{2,r}$ larning n tasining dekart ko'paytmasi ko'rinishida olamiz va $S(T_{2,r}^n)$ bilan belgilaymiz, ya'ni

$$S(T_{2,r}^n) = \left\{ \xi = (\xi_2^1, \xi_2^2, \dots, \xi_2^n) \in \mathbb{C}^n[m \times m] : \xi_2^j \overline{\xi_2^j} = r^2 I, \xi_2^j \in S_{2,r} \right\}.$$

Agar yuqoridagi sohalarda $r=1$ bo'lsa, u holda bu sohani ikkinchi tur matritsaviy polikrug deb ataymiz va T_2^n bilan belgilaymiz. Bizga shu sohada aniqlangan $f(Z)$ funksiya berilgan bo'lsin.

Ma'lumki, agar $F(Z) \in H^1(S(T_2^n), d\mu)$ bo'lsa, u holda ixtiyoriy $Z \in T_2^n$ nuqta uchun quyidagi integral formula o'rinli

$$F(Z) = \int \frac{F(\xi) d\mu(\xi)}{\prod_{j=1}^n \det^{\frac{m+1}{2}}(\xi_2^j - Z_2^j)} . \quad (1)$$

Bizga $G \subset \mathbb{C}^n[m \times m]$ soha va unda golomorf bo'lgan

$$f: \mathbb{C}^n[m \times m] \rightarrow \mathbb{C}^n[m \times m]$$

akslantirish berilgan bo'lsin.

1-ta'rif. Agar

$$f^{-1}(T_{2,r}^n) = \left\{ Z : f^j(Z) \left(\overline{f^j(Z)} \right) < r^2 I, j = \overline{1, n} \right\}$$

to'plam G sohada kompakt yotsa ya'ni $f^{-1}(T_{2,r}^n) \subseteq G$ bo'lsa, u holda $f^{-1}(T_{2,r}^n)$ to'plam f akslantirishga bog'liq matritsaviy poliyedrik to'plam deyiladi.

2-ta'rif: $f^{-1}(T_{2,r}^n)$ matritsaviy poliyedrik to'plamning bog'lamli komponentasiga ikkinchi tur matritsaviy poliyedr deb ataladi.

Ikkinchi tur matritsaviy poliyedrn $\Pi_{2,r}^f$ orqali uning ostovini esa $\Gamma_{2,r}^f = \left\{ \xi : f^j(\xi) \left(\overline{f^j(\xi)} \right) = r^2 I, j = \overline{1, n} \right\}$ orqali belgilaymiz.

Xefer teoremasiga ko'ra $\Pi_{2,r}^f$ sohaning biror U atrofini olganimizda $(U \times U)$ sohada golomorf bo'lgan $P_v^k(\xi, z)$ funksiya mavjud bo'lib, harqanday $(\xi, z) \in (U \times U)$ nuqtalar uchun

$$f_k(\xi) - f_k(z) = \sum_{l=1}^{nm^2} (\xi_l - z_l) P_l^k(\xi, z), k = \overline{1, nm^2} \quad (2)$$

tenglik o'rinli bo'ladi([3],[4]).

Yuqoridagi (2) yoyilmaning P_l^k koeffitsentlarinad tuzulgan $[nm^2 \times nm^2]$ tartibli determenantni $H(\xi, Z)$ kabi belgilaymiz.

1-teorema. Agar $h(Z)$ funksiya $\overline{\Pi}_{2,r}^f$ sohada golomorf bo'lsa, u holda ixtiyoriy $Z \in \Pi_{2,r}^f$ nuqtalar uchun

$$h(Z) = \int \frac{h(\xi) H(\xi, Z) d\mu(\xi)}{\prod_{j=1}^n \det^{\frac{m+1}{2}}(f^j(\xi) - f^j(Z))}, \quad (3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

Agar (3) formulada $f^j(Z) = Z$ bo'lsa, u holda $H(\xi, Z) = 1$ bo'lib, (3) formuladan (1) formula hosil bo'ladi. Shuning ushun (3) formulani (1) formulaning umumlashmasi deb qarash mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. —М., Изд. иност. лит., 1959. —163 с.

2. Худайберганов Г., Кытманов А.М., Шаимкулов Б.А. Анализ в матричных областях. Монография. Красноярск, Ташкент. 2017. –293 с.
3. Айзенберг Л.А, Южаков А.П. Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе. –Наука, Новосибирск, 1979, –366 с.
4. Владимиров В. С., Методы теории функций многих комплексных переменных. –М., 1964. –410 с.

BIR O'LCHAMLI SIMPLEKSDA QAT'IY MUSBAT YUQORI DARAJALI STOXAСТИK OPERATORNING QO'ZG'ALMAS NUQTALARI

Nodirov Sh.D.¹, Usmonova D.S.², Rahimov F.R.³

¹shoh0809@mail.ru, ²dilbarusmonova9556@gmail.com, ³Raximov766@gmail.com
^{1,2,3}Qarshi davlat Universiteti

Annotatsiya. *Ushbu ishda bir o'lchamli simpleksda aniqlangan qat'iy musbat to'rtinchi darajali stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari o'rganilgan. Qat'iy musbat to'rtinchi darajali stoxastik operatorning qo'zg'almas nuqtalari soni uchun teoremlar keltirilgan.*

Nochiziqli tenglamalar zamonaviy matematikaning asosiy masalalaridan hisoblanadi. O'z navbatida bu kabi masalalar uchun nochiziqli operatorlarning qo'zg'almas nuqtalari alohida o'rin egallaydi. Hozirgi kunda katta qiziqish bilan o'rganilib kelinayotgan yo'nalishlardan biri bu bevosita genetika masalariga aloqador bo'lgan chekli o'lchamli simpleksdagi nochiziqli stoxastik operatorlarning dinamikasiga doir masalalar hisoblanadi. Ushbu yo'nalishdagi asosan nochiziqli stoxastik operatorlarning qo'zg'almas nuqtalarini topish, ularning xususiyatini o'rganish, invariant qism to'plamlarini topish, limit nuqtalarini aniqlash hamda trayektoriyasini o'rganish kabi masalalar qaraladi. Ushbu ishda bir o'lchamli simpleksda koeffitsiyenlari parametrga bog'liq bo'lgan to'rtinchi darajali stoxastik operatorlarning qo'zg'almas nuqtalarining yagona bo'lmasligi ko'rsatilgan va ularning soni uchun yetarli shrtlar topilgan. Eslatib o'tamiz bir o'lchamli simpleksdagi uchinchi darajali stoxastik operatorlarning qo'zg'almas nuqtalari haqidagi natijalar [2] ishda keltirilgan. Ushbu ishdagi natijalar uchun qo'llanilgan usullar [1] ishga asoslangan.

Bizga quyidagi $(n-1)$ - o'lchamli simpleks berilgan bo'lsin:

$$S^{n-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}.$$

Aniqlanish sohasi S^1 bo'lgan to'rtinchi darajali qat'iy musbat $C_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ stoxastik operatorni qaraylik:

$$C_4(x_1, x_2) = \left(\sum_{i,j,k,l=1}^2 P_{ijkl,1} x_i x_j x_k x_l, \sum_{i,j,k,l=1}^2 P_{ijkl,2} x_i x_j x_k x_l \right)$$

bu yerda $P_{112,m} = P_{1121,m} = P_{1211,m} = P_{2111,m}$,
 $P_{1122,m} = P_{1221,m} = P_{1212,m} = P_{2121,m} = P_{2112,m} = P_{2211,m}$, $P_{2221,m} = P_{2212,m} = P_{2122,m} = P_{1222,m}$,
 $0 < P_{ijkl,m} < 1$, $\sum_{m=1}^2 P_{ijkl,m} = 1$, $\forall i, j, k, l, m \in E = \{1, 2\}$.

Ushbu ishda C_4 stoxastik operatorning S^1 dagi qo'zg'almas nuqtalar sonini tadqiq etamiz.

Ushbu belgilashni kiritamiz:

$$\begin{aligned}\mu_0 &= P_{1111,1} - 4P_{1112,1} + 6P_{1122,1} - 4P_{1222,1} + P_{2222,1}, \\ \mu_1 &= 4P_{1112,1} - 12P_{1122,1} + 12P_{1222,1} - 4P_{2222,1}, \quad \mu_2 = 6P_{1122,1} - 12P_{1222,1} + 6P_{2222,1}, \\ \mu_3 &= 4P_{1222,1} - 4P_{2222,1} - 1, \quad \mu_4 = P_{2222,1}.\end{aligned}$$

Qulaylik uchun $x_1 = x$, $x_2 = y$ ko'rinishida belgilash kiritaylik. To'rtinchi darajali ko'phadni aniqlaymiz:

$$P_4(x) = \mu_0 x^4 + \mu_1 x^3 + \mu_2 x^2 + \mu_3 x + \mu_4.$$

1-lemma. $P_4(x)$ ko'phadning $(0,1)$ oraliqidagi ildizlari soni C_4 operatorning S^1 dagi qo'zg'almas nuqtalar soniga teng.

Ushbu belgilashlarni kiritaylik:

$$\begin{aligned}p &= \frac{3\mu_1^2}{16\mu_0^2} - \frac{\mu_2}{2\mu_0}, \quad q = -\frac{\mu_1\mu_2}{8\mu_0^2} + \frac{\mu_3}{4\mu_0} + \frac{\mu_1^3}{32\mu_0^3}, \\ Q &= \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2.\end{aligned}$$

$Q < 0$ da quyidagi son qiymatlarni aniqlaymiz:

$$\lambda_k = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi(k-2)}{3}\right) - \frac{\mu_1}{4\mu_0}, k = 1, 2, 3,$$

$$\cos \varphi = -\frac{q}{2} \left(-\frac{3}{p}\right)^{\frac{3}{2}}, 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

C_4 stoxastik operatorning S^1 dagi qo'zg'almas nuqtasining yagonalik shartlari [3] ishda keltirilgan. Quyida [3] ishdan farqli ravishda, C_4 stoxastik operatorning S^1 dagi qo'zg'almas nuqtalarining yagona bo'lmashligiga teoremlar keltirib o'tilgan.

1-teorema. Aytaylik, $Q < 0$ va $\lambda_3 > 0, \lambda_2 < 1$ bo'lsin. Agar $P_4(x)$ ko'phad uchun

$$(a) P_4(\lambda_1) = 0,$$

$$(b) P_4(\lambda_3) = 0$$

shartlardan biri bajarilsa, u holda C_4 operator S^1 da ikkita qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi.

2-teorema. Aytaylik $Q < 0$ va $\lambda_3 > 0, \lambda_2 < 1$ bo'lsin. Agar $P_4(x)$ ko'phad uchun

(c) $P_4(\lambda_1) > 0, P_4(\lambda_3) < 0$

shart bajarilsa, u holda C_4 operator S^1 da uchta qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

5. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. *Positive Fixed Points of Cubic Operators on $\mathbb{R}^2$ and Gibbs Measures*, Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics, 12(6),(2019), 663-673.
6. Нодиров Ш.Д. *О неподвижных точках строго положительных кубических стохастических операторов на одномерном симплексе*, Илм сарчашмалари УрГУ, Научно-методический журнал, 2019, № 12, С.10-16
7. Нодиров Ш.Д., Усмонова Д.С. *О единственности неподвижных точек некоторых стохастических операторов на одномерном симплексе*, International conference, Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics, September 23-24, 2022, Samarkand, Uzbekistan.

$\mathbb{R}^2$ DA YUQORI DARAJALI OPERATORLAR VA GIBBS O'LCHOVLARI

Nodirov Sh.D.¹, Shodmonova D.G.², Haydarova Sh.H.³

¹shoh0809@mail.ru, ²shodmonovadurdona2@gmail.com,

³haydarovashahnoza4@gamil.com

^{1,2,3}Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda spin qiymatlari kontinuum to'plamdan olingan modellar uchun Gibbs o'lchovlari hamda $\mathbb{R}^2$ da yuqori tartibli operatorlarning musbat qo'zg'almas nuqtalari orasida bog'lanish keltirilgan. Qo'zg'almas nuqtalari soni uchun xulosalar keltirilgan.

Hozirgi kunda statistik mexanikada uchraydigan modellar uchun Gibbs o'lchovlarini o'rganishga doir tadqiqotlar olimlar tomonidan katta qiziqish bilan o'rganilib kelinmoqda. Bu kabi masalalarda asosiy e'tibor k -tartibli Γ^k ($k \in \mathbb{N}$) Keli daraxtida berilgan modellar uchun Gibbs o'lchovlari soni hamda fazaviy o'tishlarni o'rganishga qaratiladi. [1-3] ishlarda birinchi bo'lib nochiziqli integral operatorlarning qo'zg'almas nuqtalari, spin qiymatlari kontinuum quvvatli to'plamdan olingan modellar uchun Gibbs o'lchovlarini topishda muhim rol o'ynashi isbotlandi. Shuningdek ba'zi bu kabi modellar uchun translatsion-invariant Gibbs o'lchovlarini o'rganish masalasi $\mathbb{R}^2$ da nochiziqli k -darajali operatorlarning trivial bo'lmagan musbat qo'zg'almas nuqtalarini tadqiq etish masalasiga keltirildi.

Biz ushbu modelni qaraylik:

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \ln \left(\sum_{i=1}^2 \phi_i(t) \psi_i(u) \right),$$

bu yerda $J \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\beta = \frac{1}{T}$, $T > 0$ tempratura, $\phi_i(t)$ va $\psi_i(u)$ funksiyalar esa $C[0,1]$ da aniqlangan qat'iy musbat qiymatlarni qabul qiluvchi o'zaro chiziqli erkli funksiyalardir.

$\mathbb{R}^2$ da ushbu belgilashlarni kiritaylik:

$$\mathbb{R}_+^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_i \geq 0, i = \overline{1, 2}\}, \mathbb{R}_+^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_i > 0, i = \overline{1, 2}\}.$$

$\mathbb{R}^2$ da bo'lgan ushbu $Q_k : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+^2$ operatorni qaraylik:

$$Q_k(x_1, x_2) = \left(\sum_{i=0}^k C_k^i a_i x_1^{k-i} x_2^i, \sum_{i=0}^k C_k^i b_i x_1^{k-i} x_2^i \right), (k \geq 2)$$

bu yerda $C_k^i = \frac{k!}{(k-i)!i!}$ (binomial koeffitsiyent), barcha $i \in \{0, 1, \dots, k\}$ lar uchun

$$a_i > 0, b_i > 0.$$

Takidlash kerakki, k -tartibli Keli daraxtida berilgan spin qiymatlari kontinuum to'plamdan olingan $H(\sigma)$ modellar uchun Gibbs o'lchovlari sonini o'rganish $\mathbb{R}^2$ da aniqlangan Q_k operatorning trivial bo'lmagan musbat qo'zg'almas nuqtalarini o'rganishga keltiriladi. [4-6] ishlarda $k=2$, $k=3$ hamda $k=4$ holatlarida Q_k operatorning trivial bo'lmagan musbat qo'zg'almas nuqtalari soni o'rganilgan. Ma'lum bo'lishicha Q_2 kvadratik hamda Q_3 operatorlar $\mathbb{R}_+^2$ da uchtagacha qo'zg'almas nuqtalarga ega bo'lishi mumkin ([4-5] ishlarga qarang). [6] ishda esa Q_4 operator $\mathbb{R}_+^2$ da beshtagacha qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lishi ko'rsatilgan. $N_{>}^{fix}(Q_k)$ orqali Q_k operatorning $\mathbb{R}_+^2$ dagi qo'zg'almas nuqtalari sonini belgilaymiz. Q_4 operator ixtiyoriy ($k \geq 2$) darajasi uchun ushbu teoremlar o'rinli:

1-teorema. Q_k operatorning $\mathbb{R}_+^2$ da qo'zg'almas nuqtasi mavjud.

2-teorema. Q_k operatorning $\mathbb{R}_+^2$ da qo'zg'almas nuqtalari soni $N_{>}^{fix}(Q_k)$ uchun quyidgilar o'rinli:

(a) Agar $k = 2s, s \in \mathbb{N}$ bo'lsa, u holda $1 \leq N_{>}^{fix}(Q_k) \leq 2s + 1$;

(b) Agar $k = 2s + 1, s \in \mathbb{N}$ bo'lsa, u holda $1 \leq N_{>}^{fix}(Q_k) \leq 2s + 1$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Rozikov U.A. and Eshkabilov Yu.Kh. On models with uncountable set of spin values on a Cayley tree: Integral equations // Math. Phys. Anal. Geom. 2010, №13. P. 275-286.
2. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Non-uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley Tree // J.Stat.Phys. 2012. №147. P.779-794.
3. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley tree. // Math. Phys. Anal. Geom. 2013. 16(1). P.1-17.

4. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H. Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs Measures // Positivity. 2016. 20(4). P. 929-943.

5. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. Positive Fixed Points of Cubic Operators on $\mathbb{R}^2$ and Gibbs Measures // Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics. 2019. 12(6). P.663-673.

6. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. On the positive fixed points of quartic operators // Bulletin of the Institute of Mathematics. 2020. № 3. P. 27-36.

TO‘RTINCHI DARAJALI NOCHIZIQLI OPERATORLAR VA ULARNING QO‘ZG‘ALMAS NUQTALARI

Nodirov Sh.D.¹, Yorboboyev A.K.², Murodullayeva F.T.³

¹shoh0809@mail.ru, ²yorboboyevalisher@gmail.com,

³faroghat2020@gmail.com

^{1,2,3}Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda $\mathbb{R}^2$ da to‘rtinchi darajali operatorlarning qo‘zg‘almas nuqtalari soni tahlil qilingan. Olingan natijalar Gammershteyn tipiga mansub integral operatorning qo‘zg‘almas nuqtalari uchun tatbiq qilingan.

Biz $\mathbb{R}^2$ da ushbu belgilashlarni kiritaylik:

$$\mathbb{R}_+^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}, \quad \mathbb{R}_>^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}.$$

Biz $\mathbb{R}^2$ chiziqli normallangan fazoda aniqlanish sohasi $\mathbb{R}_+^2$ bo‘lgan $Q_k : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+^2$ operatorni quyidagicha aniqlaylik:

$$Q_k(x, y) = \left(\sum_{i=0}^k C_k^i a_i x^{k-i} y^i, \sum_{i=0}^k C_k^i b_i x^{k-i} y^i \right),$$

bu yerda $C_k^i = \frac{k!}{(k-i)!i!}$ (binomial koeffitsiyent), $a_i > 0$ va $b_i > 0$, $i = \overline{1, k}$.

Bizga $H_k : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ Gammershteyn tipiga mansub integral operator berilgan bo‘lsin:

$$(H_k f)(t) = \int_0^1 (\phi_1(u) \phi_1(t) + \phi_2(u) \phi_2(t)) f^k(u) du$$

bu yerda $\phi_1(t), \phi_1(t), \phi_2(t), \phi_2(t) \in C_{>}[0,1]$ – o‘zaro chiziqli erkli funksiyalar.

$N_{>}^{fix}(A)$ – yordamida A operatorning trivial bo‘lmagan musbat qo‘zg‘almas nuqtalari sonini belgilaylik.

1-lemma. H_k va Q_k operatorlarning trivial bo‘lmagan musbat qo‘zg‘almas nuqtalari soni o‘zaro tengdir, yani $N_{>}^{fix}(H_k) = N_{>}^{fix}(Q_k)$.

Keltirilgan lemmadan ko‘rinib turibdiki, qaralayotgan Q_k operatorning trivial bo‘lmagan musbat qo‘zg‘almas nuqtalari sonini tadqiq etish orqali biz Gammershteyn integral operatorini trivial bo‘lmagan musbat qo‘zg‘almas nuqtalari haqida xulosalar chiqarishimiz mumkin. Q_k operator $k=2$ da kvadratik, $k=3$ da

kubik, $k = 4$ da esa kvartik deb nomlanadi hamda keltirilgan holatlarda operatorning qo'zg'almas nuqtalari to'liq tahlil qilingan ([1]-[3] ishlarga qarang). Takidlash joizki, $k = 4$ da Q_k operatorning qo'zg'almas nuqtalari to'liq tahlil qilinmagan.

Lemma 2. Q_k operatorning kamida bitta trivial bo'lmagan musbat qo'zg'almas nuqtaga ega, ya'ni $N_{>}^{fix}(Q_k) \geq 1$.

Quyidagi belgilashlarni kiritaylik:

$$\mu_0 = a_4, \mu_1 = 4a_3 - b_4, \mu_2 = 6a_2 - 4b_3, \mu_3 = 4a_1 - 6b_2, \mu_4 = a_0 - 4b_1, \mu_5 = b_0.$$

hamda ular yordamida quyidagilarni aniqlaylik:

$$p = \frac{15\mu_0\mu_2 - 6\mu_1^2}{25\mu_0^2}, \quad q = \frac{50\mu_0^2\mu_3 + 8\mu_1^3 - 30\mu_0\mu_1\mu_2}{125\mu_0^3},$$

$$r = \frac{15\mu_0\mu_1^2\mu_2 - 50\mu_0^2\mu_1\mu_3 - 3\mu_1^4 - 125\mu_0^3\mu_4}{625\mu_0^4}.$$

Ushbu son qiymatni aniqlaylik:

$$Q = \left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

bu yerda

$$a = -\frac{p^2}{12} - r, \quad b = -\frac{p^3}{108} + \frac{pr}{3} - \frac{q^2}{8}.$$

Berilgan Q_4 kvartik operatorning qo'zg'almas nuqtalari soni $Q \leq 0$ da to'liq tahlil qilingan ([3] ga qarang). $Q > 0$ holat uchun quyidagi teorema o'rinli.

1-teorema. $Q > 0$ da Q_4 kvartik operator $\mathbb{R}_{>}^2$ uchtagacha qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi, ya'ni $1 \leq N_{>}^{fix}(Q_4) \leq 3$.

1-lemmaga ko'ra H_4 operatorning ham trivial bo'lmagan musbat qo'zg'almas nuqtalari soni uchtdan oshmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H. Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs measures. Positivity, 20 №4, (2016), 929-943.
2. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. Positive Fixed Points of Cubic Operators on $\mathbb{R}^2$ and Gibbs Measures, Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics, 12(6),(2019), 663-673.
3. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., On the positive fixed points of quartic operators, Journal of Siberian Federal University. Mathematics, Bulletin of the Institute of Mathematics 2020, 3, pp.27-36.

KO'P O'LCHAMLI FRIDRIXS MODELINING MANFIY XOS QIYMATLARI

Qilichev N.A.

nurillaqilichev005@mail.com

Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu tezisda ajralgan yadroli ko'p o'lchamli Fridrixs modelining manfiy xos qiymati mavjudligi o'rganilgan. Fridrixs modelidagi multiplikatorida berilgan funksiya uchun bir o'lchamli va ikki o'lchamli bo'lganda Fridrixs modelining yagona manfiy xos qiymatga ega bo'lishi topilgan. Uch o'lchamli va undan yuqori bo'lganda Fridrixs modelining yagona manfiy xos qiymatga ega bo'lishi va xos qiymatga ega bo'lmasligi uchun yetarli shartlar olingan.

Faraz qilaylik, $\Omega \subset \mathbb{R}^{\nu}$ - bo'sh bo'lmagan kompakt to'plam va $u(x)$ - funksiya Ω to'plamda haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiya, K - operator $L_2(\Omega)$ Gilbert fazosida o'z-o'ziga qo'shma kompakt integral operator bo'lsin. Kvant mexanikasi va statistik fizikaning [1;2;3] bir qancha masalalari $L_2(\Omega)$ Gilbert fazosida

$$H = U - K, \quad (1)$$

formula orqali aniqlangan chegaralangan o'z-o'ziga qo'shma H operatorning spektrini o'rganishga keltiriladi, bu yerda U -operator $u(x)$ funksiyaga ko'paytirish operatori, ya'ni $Uf(x) = u(x)f(x)$, $f \in L_2(\Omega)$.

Kompakt qo'zg'alish haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra H operatorning muhim $\sigma_{ess}(H)$ spektri $u(x)$ funksiyaning qiymatlar to'plamidan iborat, ya'ni

$$\sigma_{ess}(H) = [u_{\min}, u_{\max}],$$

bu yerda $u_{\min} = \min_{x \in \Omega} u(x)$, $u_{\max} = \max_{x \in \Omega} u(x)$.

(1) ko'rinishdagi operatorni birinchi bo'lib K.O.Fridrixs [4] muhim spektr qo'zg'alishlar nazariyasining sodda modeli sifatida qaragan, shuning uchun (1) ko'rinishdagi ixtiyoriy operator Fridrixs modelidagi operator deyiladi. (1) Fridrixs modelidagi $u(x)$ funksiyani $[0,1]^{\nu}$ to'plamda $u(x) = \sum_{k=1}^{\nu} (1 - \cos x_k)$ ko'rinishda olamiz. $L_2([0,1]^{\nu})$ fazoda o'z-o'ziga qo'shma K integral operatorni quyidagicha aniqlaymiz

$$(Kf)(x) = \int_0^1 \dots \int_0^1 f(s) d\mu(s_1) d\mu(s_2) \dots d\mu(s_{\nu}), \quad f \in L_2([0,1]^{\nu}).$$

Bu yerda $s = (s_1, s_2, \dots, s_{\nu})$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_{\nu})$ va $\mu(\cdot)$ - $\mathbb{R}$ haqiqiy sonlar to'plamidagi Lebeg o'lchovi.

Ko'p o'lchamli Fridrixs modelidagi H operatorni quyidagicha qaraymiz

$$(Hf)(x) = u(x)f(x) - \alpha(Kf)(x).$$

Aytaylik, $\nu \in \mathbb{N}$ bo'lsin. $(-\infty, 0)$ oraliqda

$$Q(v; \lambda) = \int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{1}{\sum_{k=1}^v (1 - \cos x_k) - \lambda} dx_1 dx_2 \dots dx_v$$

funksiyani aniqlaymiz.

Lemma.

a) Agar $v=1,2$ bo'lsa, u holda $\lim_{\lambda \rightarrow 0-0} Q(v; \lambda) = +\infty$;

b) Agar $v \geq 3$ bo'lsa, u holda $M_1(v) = \lim_{\lambda \rightarrow 0-0} Q(v; \lambda) < \infty$.

Tasdiq.

a) Agar $v=1,2$ bo'lsa, u holda H operator yagona manfiy xos qiymatga ega bo'ladi;

b) Agar $v \geq 3$ bo'lib, $\alpha M_1(v) > 1$ tengsizlik bajarilsa, u holda H yagona manfiy xos qiymatga ega bo'ladi;

v) Agar $v \geq 3$ bo'lib, $\alpha M_1(v) \leq 1$ tengsizlik bajarilsa, u holda H operator xos qiymatga ega bo'lmaydi.

ADABIYOTLAR

1. Лакаев С. Н., Минлос Р. А. О связанных состояниях кластерного оператора. - ТМФ, 1979, Т.39, С.83-92.
2. Лакаев С. Н. О дискретном спектре обобщенной модели Фридрихса. -- ДАН УзССР, 1979, № 4, С. 9-10.
3. Лакаев С.Н. Некоторые спектральные свойства обобщенной модели Фридрихса.--Труды семинара им. И. Г. Петровского, 1986, вып. 11, С. 210-238.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики, Том 4: Анализ операторов. -- М.: "Мир", 1982 г.

ALGEBRAIK CHIZIQNING SHOXALARINI TOPISH VA TASVIRLASH

Qurdashov Sh.M.

9223shahriddin@gmail.com

Samarqand davlat Universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada algebraik chiziqning shoxalarini topishga doir misol ishlab ko'rsatilgan. Darajali geometriyaning almashtirishlari tufayli yangi tenglamalar hosil qilinadi va ular shoxalarni tasvirlaydi.

Bizga ma'lumki, chiziqlar ko'pincha $y = f(x)$ yoki $x = \varphi(y)$ tenglama bilan emas, balki quyidagi oshkormas ko'rinishdagi

$$F(x, y) = 0, \tag{1}$$

x va y o'zgaruvchilarni bog'lovchi tenglama orqali beriladi.

Biror nuqtalar to'plamida bir qiymatli, uzluksiz va tegishli tartibli hosilalarga ega bo'lgan $y = f(x)$ funksiya (1) tenglamani qanoatlantirsa, (1) ning bunday nuqtalar toplami bu chiziqning regulyar yoyi (*shoxasi*) deyiladi. Agar (1) chiziqdagi

nuqtaning yetarlicha kichik atrofi regulyar bo'lsa, bunday nuqta chiziqlarning oddiy nuqtasi deyiladi. Oddiy bo'lmagan nuqtalar uning maxsus nuqtalari deyiladi.

Agar $X^0 = (x^0, y^0)$ nuqta (1) tenglamaning yechimi bo'lsa, ya'ni $F(x^0, y^0) = 0$ bo'lib, uning oddiy nuqtasi bo'lsa, bu nuqtada F'_x va F'_y hosilalardan birortasi noldan farqli bo'ladi. Agar X^0 nuqta (1) tenglamani maxsus nuqtasi bo'lsa, F'_x va F'_y hosilalarning ikkalasi ham shu nuqtada nolga teng bo'ladi, va bu holda bu nuqta orqali (1) tenglamaning yechimlaridan iborat bir nechta shoxalari (yoylari) o'tishi mumkin.

Bu yoylarning har birining lokal parametrik ko'rinishlari

$$x - x^0 = f(\tau), y - y^0 = \varphi(\tau), \quad (2)$$

bor bo'lib, bunda f va φ funksiyalar τ bo'yicha darajali qatorga yoyiladi. (1) tenglamaning har xil shoxalariga har xil (2) parametrik ko'rinishlar mos keladi.

Agar (2) dagi f va φ funksiyalarning X^0 nuqta atrofidagi τ bo'yicha qatorga yoyilmasidagi boshlang'ich chekli yig'indisidan iborat bo'lgan boshqa xuddi shunday yoyilmalari bo'lmasa, (2) shoxa ajralgan deyiladi.

Yuqorida aytilgan hol uchun (1) ning maxsus X^0 nuqta atrofida barcha shoxalarini ajratib olishga va ularning (2) parametrik ko'rinishini ixtiyoriy darajali aniqlik bilan hisoblashga imkon beruvchi usul bilan tanishtiramiz.

Bu masala Nyuton tomonidan qarab chiqilgan bo'lib, u (1) tenglamaning (0,0) nuqtaning kichik atrofida $F(0,0) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi yechimlarini topgan. Bu masalani yechishda ishlatilgan usul keyinchalik "Nyuton diagrammasi" yoki "Nyuton siniq chiziqi" deb ataldi.

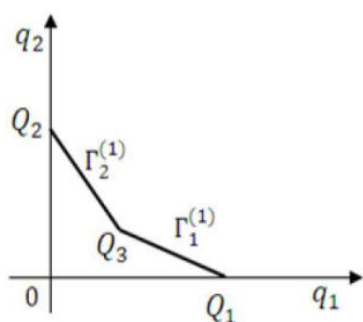
(1) tenglama qo'yidagi ko'rinishda bo'lsin

$$f(x_1, x_2) = 0 \quad (3)$$

Faraz etaylik nol analitik tenglamaning ildizi bo'lsin. f uchun Nyuton siniq chizig'ini tuzamiz va uning avval uchlarini, keyin qirralarini qaraymiz. Lekin shoxalarning lokal parametrik ko'rinishini to'liq (lokal uniformizatsiyasini) bermaydi: (2) ning bitta shoxasiga boshqa bir nechta har xil yoyilmalar mos kelib qolishi mumkin. Shuning uchun keyinchalik Veyershtass, Bryuno, Soleev maxsuslikning daraja ko'rsatkichlar butunligini saqlab qoladigan va yoylarning lokal uniformizatsiyasiga keltiruvchi yechish yo'lini ko'rsatdilar. Buni quyidagi darajali almashtirishlar orqali amalga oshirish mumkin.

Misol-1. $x_1^4 + x_2^4 - 2x_1x_2 = 0$ tenglamani qaraymiz.

Bu tenglamaning daraja ko'rsatkichlaridan iborat to'plam quyidagi nuqtalardan iborat: $D = \{Q: Q_1 = (4, 0), Q_2 = (0, 4), Q_3 = (1, 1)\}$. Bu nuqtalarni (p, q) koordinatalar tekisligida qo'yib, nuqtalardan pastki qobig' tuzamiz.



$\Gamma_2^{(1)}$ qirra uchun $Q_2 - Q_3 = (-1, 3), R = (-1, 3)$. S_1 va S_2 butun sonlarni shunday tanlaymizki $\begin{vmatrix} S_1 & S_2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3s_1 + s_2 = 1$ bo'lsin. Bunda $S_1 = 1, S_2 = -2$ deb olish mumkin. U holda almashtirishni ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 x_2^{-2} \\ y_2 = x_1^{-1} x_2^3 \end{cases} \quad (4)$$

teskari almashtirish esa

$$\begin{cases} x_1 = y_1^3 y_2^2 \\ x_2 = y_1 y_2 \end{cases} \quad (5)$$

bo'ladi. (4) almashtirish f funksiyani

$$f'(y_1, y_2) = f(x_1, x_2) = y_1^{12} y_2^8 + y_1^4 y_2^4 - 2y_1^4 y_2^3$$

ga o'tkazadi. U holda $g(y_1, y_2) = y_1^{-4} y_2^{-3} f' = y_1^8 y_2^5 + y_2 - 2$ ga kelamiz. Qisqartma $g(y_2) = g(0, y_2) = y_2 - 2$ ko'rinishda bo'lib, undan $y_2^0 = 2$ ildizni topamiz. Bu ildiz sodda ildiz demak shoxa ajralgan. Quyidagi

$$h(y_1, y_2) = y_1^8 y_2^5 + y_2 - 2$$

tenglamadan y_2 ni y_1 bo'yicha chiziqli hadini topamiz. Ushbu $y_2 = 2 + z$ almashtirishdan

$$h(y_1, 2 + z) = z + 2y_1^8 + \dots$$

yoyilmani, bundan esa $z = -2y_1^8 + \dots$ ifodani hosil qilamiz. Demak oldingi o'zgaruvchilarga qaytib $y_2 = 2 - 2y_1^8 + \dots$ ga va (5) ga ko'ra quyidagi shoxaga ega bo'lamiz:

$$x_1 = y_1^3 (2 - 2y_1^8 + \dots)^2$$

$$x_2 = y_1 (2 - 2y_1^8 + \dots)$$

Endi $\Gamma_1^{(1)}$ qirrani qarab chiqamiz. Uning uchun $Q_3 - Q_1 = (-3, 1), R = (-3, 1)$. S_1 va S_2 butun sonlarni shunday tanlaymizki $\begin{vmatrix} S_1 & S_2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = s_1 + 3s_2 = 1$ o'rinli bo'lsin. Bunda $S_1 = 1, S_2 = 0$ deb olish mumkin. U holda almashtirish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_1^{-3} x_2 \end{cases} \quad (6)$$

teskari almashtirish

$$\begin{cases} x_1 = y_1 \\ x_2 = y_1^3 y_2 \end{cases} \quad (7)$$

bo'ladi. (6) almashtirish f funksiyani

$$f'(y_1, y_2) = f(x_1, x_2) = y_1^4 + y_1^{12} y_2^4 - 2y_1^4 y_2$$

ga o'tkazadi. U holda $g(y_1, y_2) = y_1^{-4} f' = 1 + y_1^8 y_2^4 - 2y_2$ ga kelamiz. Demak, qisqartma $g(y_2) = g(0, y_2) = 1 - 2y_2$ ko'rinishda bo'ladi. Undan esa $y_2^0 = \frac{1}{2}$ ildizni topamiz. Bu ildiz sodda ildiz demak shoxa ajralgan. U holda quyidagi

$$h(y_1, y_2) = 1 + y_1^8 y_2^4 - 2y_2$$

tenglamadan y_2 ni y_1 bo'yicha chiziqli hadini topamiz. Ushbu $y_2 = \frac{1}{2} + z$ almashtirishdan $h\left(y_1, \frac{1}{2} + z\right) = z - \frac{1}{32} y_1^8 + \dots$ yoyilmani, bundan esa

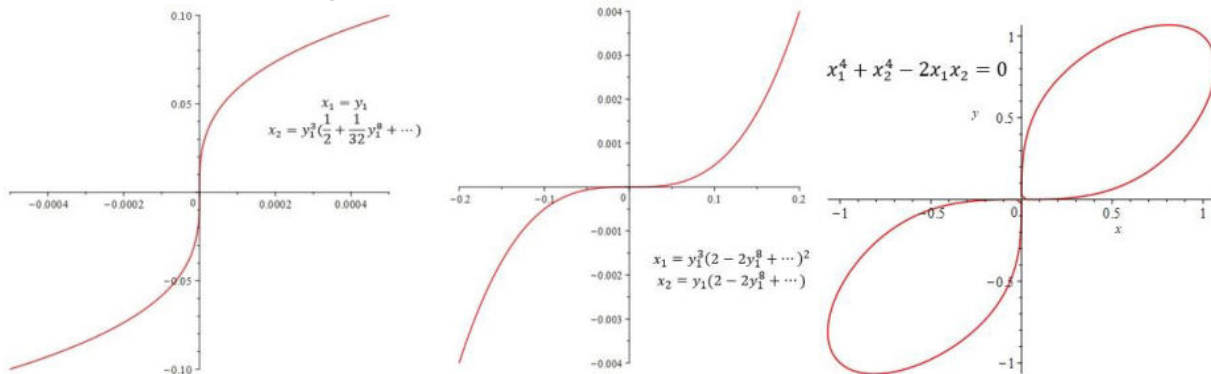
$$z = \frac{1}{32} y_1^8 + \dots$$

ifodani hosil qilamiz. Demak oldingi o'zgaruvchilarga qaytib $y_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{32} y_1^8 + \dots$ ga va (7) ga ko'ra quyidagi shoxaga ega bo'lamiz:

$$x_1 = y_1$$

$$x_2 = y_1^3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{32} y_1^8 + \dots \right)$$

Bu yerda y_1 parametr hisoblanadi. Shoxlarning joylashishi esa quyidagi chizmalarda tasvirlangan.



Demak, $X^0 = (0, 0)$ maxsus nuqta o'z o'zini kesish nuqtasi ya'ni tugun nuqta ekanligini chizmadagi tasvirdan ko'rish mumkin va ushbu $X^0 = (0, 0)$ maxsus nuqtadan chiziqlarning ikkida shoxasi o'tar ekan.

ADABIYOTLAR

1. A. Soleev, X. Nosirova "Darajali geometriyaning chiziqli bo'lmagan masalalarga qo'llanilishi" monografiya. Samarqand 2017 y. 156 bet. UDK 517.5.
2. А.Д. Брюно Решение алгебраического уравнения алгоритмами степенной геометрии. Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2017, 034. https://keldysh.ru/papers/2017/prep2017_34.pdf
3. A. Soleev, Power geometry in local resolution of Singularities of an algebraic curve. World science. № 6(58), Vol.1, June 2020. RS Global. https://doi.org/10.31435/rsglobal_ws/30062020/7100

EXISTENCE OF NON-PERIODIC GIBBS MEASURES FOR THE ISING MODEL ON A CAYLEY TREE

Rahmatullaev M. M.¹, Burxonova Z. A.²

¹mrahmatullaev@rambler.ru, ²zulxumorburxonova82@gmail.ru

¹Institute of mathematics after named V. I. Romanovsky

²Namangan Engineering Building Institute

Abstract: *In this work, we find new Gibbs measures differ from known Gibbs measures for the Ising model on a Cayley tree.*

Let $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ be the Cayley tree of order k , i.e. an infinite graph such that every vertex of which is incident to exactly $k + 1$ edges. Here V is the set of all vertices, L is the set of all edges of the tree τ^k .

Let $\Phi = \{-1, 1\}$ and let $\sigma \in \Omega = \Phi^V$ be a configuration, i.e. $\sigma = \{\sigma(x) \in \Phi : x \in V\}$.

We consider the Hamiltonian of the Ising model:

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x) \sigma(y),$$

where $J \in R$, $\sigma(x) \in \Phi$ and $\langle x, y \rangle$ are nearest neighbors.

Let $h_x \in R, x \in V$. For every n , we then define a measure μ_n on Ω_{V_n} by

$$\mu_n(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp\{-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_x \sigma(x)\}, \quad (1)$$

where $\beta = \frac{1}{T}$ (T is temperature, $T > 0$), $\sigma_n = \{\sigma(x), x \in V_n\} \in \Omega_{V_n}$, Z_n^{-1} is the normalizing factor, and

$$H(\sigma_n) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L_n} \sigma(x) \sigma(y).$$

The compatibility condition for the measures $\mu_n(\sigma_n)$, $n \geq 1$, is

$$\sum_{\sigma^{(n)}} \mu_n(\sigma_{n-1}, \sigma^{(n)}) = \mu_{n-1}(\sigma_{n-1}), \quad (2)$$

where $\sigma^{(n)} = \{\sigma(x), x \in W_n\}$.

Let $\mu_n, n \geq 1$ be a sequence of measures on the sets Ω_{V_n} that satisfy compatibility condition (2). By the Kolmogorov theorem, we then have a unique limit measure μ on $\Omega_V = \Omega$ (called the limit Gibbs measure) such condition

$$\mu(\sigma_n) = \mu_n(\sigma_n)$$

for every $n = 1, 2, \dots$. It is known that measures (1) satisfies the condition (2) if and only if the set $h = \{h_x, x \in G_k\}$ satisfies the condition

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} f(h_y, \theta), \quad (3)$$

where $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$, is the set of direct successors of the point $x \in V$, $f(x, \theta) = \arctan(\theta \tanh x)$, $\theta = \tanh(J\beta)$, $\beta = \frac{1}{T}$ (see [2]).

Let $k = 2$. We define the set of quantities $h = \{h_x, x \in V\}$ as follows:

If on the vertex of the x , we have $h_x = h_1$, then at each vertex from $S(x)$ we put the value h_2 . If on the vertex of the x , we have $h_x = h_2$, then at one vertex from $S(x)$ we put the value h_1 , and on another vertex of $S(x)$ we put the value 0.

It is easy to see that the boundary conditions defined according to the above rules are compatible if and only if they satisfy the following system of equations:

$$\begin{cases} h_1 = 2f(h_2, \theta), \\ h_2 = f(h_1, \theta). \end{cases} \quad (4)$$

The following relationships appropriate for the N solutions of the system (4).

Lemma.

$$N = \begin{cases} 2, & \text{if } \alpha \in (0; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; \infty), \\ 1, & \text{if } \alpha \in (0; \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2 + 2\sqrt{2}}), \\ 0, & \text{if } \alpha \in (3 - 2\sqrt{2}; 1) \cup (1; 3 + 2\sqrt{2}). \end{cases}$$

We recall that each solution of (3) corresponds to a Gibbs measure. Using Lemma 1 we obtain the following theorem.

Theorem. For the Ising model in a second-order Cayley tree the following assertions hold:

1) If $\alpha \in (0; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; \infty)$, then there are two non-translation-invariant Gibbs measure.

2) If $\alpha \in (0; \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2 + 2\sqrt{2}})$, then there is non-translation-invariant Gibbs measure.

3) If $\alpha \in (3 - 2\sqrt{2}; 1) \cup (1; 3 + 2\sqrt{2})$, then there is no Gibbs measure.

Remark.

If $\alpha = 3 - 2\sqrt{2}$, $\alpha = 3 + 2\sqrt{2}$ and $\alpha = 1$ the measure is translation-invariant. This has been studied in previous works (see [2]).

REFERENCES

- [1] Ganikhodjaev N. N and Rozikov U. A., Theor. Math. Phys. **111**, pp.480-486, 1997.
- [2] Rozikov U. A., Gibbs measures on Cayley trees, (Singapore: World Scientific), 2013.
- [3] Rozikov U. A and Rahmatullaev M. M., Theor. Math. Phys. **160**, pp.1291-1299, 2008.
- [4] Rozikov U. A and Rahmatullaev M. M., Dokl.AN Uzbekistan **4**, pp.12-15, 2008.
- [5] Rozikov U.A. and Rahmatullaev M. M., TMF 2017.

FORMULA FOR THE NUMBER OF EIGENVALUES OF A SOLUBLE MODEL OF COUPLED MOLECULAR AND NUCLEAR HAMILTONIANS

Rasulov T.H.¹, Dilmurodov E.B.²

¹t.h.rasulov@buxdu.uz, ²e.b.dilmurodov@buxdu.uz

^{1,2}Bukhara state university

Abstract. *The special type of a soluble model of coupled molecular and nuclear Hamiltonians H so-called generalized Friedrichs model is considered in this note. We determine the well known Faddeev operator $T(z)$ corresponding to H and we obtain the formula for the multiplicity of discrete eigenvalues of H .*

We consider the complex Hilbert space $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ (two-channel), which is the direct sum of $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$ (channel 1 – a one-dimensional "molecular" space) and $\mathcal{H}_1$ (channel 2 – a "nuclear" space). The elements of $\mathcal{H}$ are vectors with two coordinates: $f = (f_0, f_1)$ with $f_0 \in \mathcal{H}_0$ and $f_1 \in \mathcal{H}_1$. For convinience we remind that the scalar product of $f = (f_0, f_1) \in \mathcal{H}$ and $g = (g_0, g_1) \in \mathcal{H}$ is defined

$$\langle f, g \rangle_{\mathcal{H}} := f_0 \overline{g_0} + \langle f_1, g_1 \rangle$$

using the scalar products in the spaces $\mathcal{H}_0$ and $\mathcal{H}_1$.

In the Hilbert space $\mathcal{H}$ we consider the operator matrix

$$H := \begin{pmatrix} \omega & \langle \cdot, v \rangle \\ v & h \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where $\omega \in \mathbb{R}$ is a trial molecular energy, a vector $v \in \mathcal{H}_1$ provides the coupling between the channels and h is the (self-adjoint) nuclear Hamiltonian in $\mathcal{H}_1$. The Hamiltonian (1) can be considered as a soluble model of coupled molecular Hamiltonian and nuclear Hamiltonian. It is also well known as the generalized Friedrichs model [1, 2].

We determine the special type of nuclear Hamiltonian h so-called Friedrichs model. Let $D_i, i = 1, \dots, n$ ($n \in \mathbb{N}$) be the bounded domains with Euclidian measure in the d -dimensional space $\mathbb{R}^d$, such that $D_i \cap D_j = \emptyset, i \neq j$ and $D := \bigcup_{i=1}^n \overline{D_i}$. In the nuclear space $\mathcal{H}_1 := L_2(D)$ we introduce Hamiltonian h as

$$(hf_1)(p) = u(p)f_1(p) - \mu \int_D K(p, t)f_1(t)dt, \quad (2)$$

in the latter formula $\mu > 0$ is a coupling constant, $K(\cdot, \cdot)$ is a real-valued bounded symmetric function on $D^2 := D \times D$ and $u(\cdot)$ is a real-valued piecewise continuous bounded function on D . Let $v(\cdot)$ be also a real-valued bounded function on D . Under these conditions one can easily show that the model Hamiltonian H is bounded and self-adjoint.

For the further convinience we rewrite the Hamiltonian (1) with (2) in the following form

$$H := \begin{pmatrix} H_{00} & H_{01} \\ H_{01}^* & H_{11} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

with the entries $H_{ij}: \mathcal{H}_j \rightarrow \mathcal{H}_i, i \leq j, i, j = 0, 1$ defined by

$$\begin{aligned} H_{00}f_0 &= \omega f_0, & H_{01}f_1 &= \int_D v(t)f_1(t)dt, \\ H_{11} &:= H_{11}^0 - K, & (H_{11}^0 f_1)(p) &= u(p)f_1(p), \\ (Kf_1)(p) &= \mu \int_D K(p, t)f_1(t)dt. \end{aligned}$$

Here $f_i \in \mathcal{H}_i, i = 0, 1$.

Lemma 1. *The relation*

$$(K^{1/2}f)(p) = \sqrt{\mu} \int_D \tilde{K}(p, t)f(t)dt$$

is valid. Here the kernel of $K^{1/2}$ is formally denoted by $\tilde{K}(\cdot, \cdot)$ and it is a square-integrable on D^2 .

Let I_i be the identity operator on $\mathcal{H}_i, i = 0, 1$ and $R_{11}^0(z) := (H_{11}^0 - zI_1)^{-1}$. We consider

$$T(z) := \begin{pmatrix} T_{00}(z) & T_{01}(z) \\ T_{10}(z) & T_{11}(z) \end{pmatrix}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \sigma(H_{11}^0)$$

in the Hilbert space $\mathcal{H}$, where $T_{ij}(z): \mathcal{H}_j \rightarrow \mathcal{H}_i, i, j = 0, 1$ has form

$$\begin{aligned} T_{00}(z) &:= (1 + z)I_0 - H_{00} + H_{01}R_{11}^0(z)H_{01}^*, \\ T_{01}(z) &:= -H_{01}R_{11}^0(z)K^{1/2}, \\ T_{10}(z) &:= -K^{1/2}R_{11}^0(z)H_{01}^*, & T_{11}(z) &:= K^{1/2}R_{11}^0(z)K^{1/2}. \end{aligned}$$

In the complex Hilbert space $\mathcal{H}$ we consider the bounded self-adjoint operator B . For the real number λ we set $\mathcal{H}_B(\lambda) \subset \mathcal{H}$ a subspace such that $\langle Bf, f \rangle_{\mathcal{H}} > \lambda \|f\|^2$ for any $f \in \mathcal{H}_B(\lambda)$ and we determine [3] the quantity $n(\lambda, B)$ by

$$n(\lambda, B) := \sup_{\mathcal{H}_B(\lambda)} \dim \mathcal{H}_B(\lambda).$$

The quantity $n(\lambda, B)$ is equal to infinity if λ smaller than $\max \sigma_{\text{ess}}(B)$; if $n(\lambda, B)$ is finite quantity, then it is equal to the number of the eigenvalues of B bigger than λ .

The number of discrete eigenvalues of H belonging to the interval $(a, b) \subset \mathbb{R} \setminus \sigma(H_{11}^0)$ is denote by $N_{(a,b)}(H)$.

Now we formulate the main theorem of the present note.

Theorem 1. *The quantity $z_0 \in \mathbb{R} \setminus \sigma(H_{11}^0)$ is a discrete eigenvalue of H iff $n(1, T(\cdot))$ is discontinuous at $z = z_0$. Moreover, the multiplicity k of the discrete eigenvalue z_0 satisfies the identity*

$$k = \lim_{\xi \rightarrow +0} [n(1, T(z_0 + \xi)) - n(1, T(z_0))] + \lim_{\xi \rightarrow +0} [n(1, T(z_0 - \xi)) - n(1, T(z_0))].$$

REFERENCES

1. K.O. Friedrichs. Uber die Spectralzerlegung einee Integral operators. *Math. Ann.* 1938; 115(1): 249–272.
2. K.O. Friedrichs. On the perturbation of continuous spectra. *Comm. Pure Appl. Math.* 1948, 1(4): 361–406.
3. I.M. Glazman. Direct methods of the qualitative spectral analysis of singular differential operators. *J.: IPS Trans.*; 1965.

ON THE FIXED POINTS OF A QUADRATIC OPERATOR DEFINED BY A NON-STOCHASTIC CUBIC MATRIX

Rozikov U.A.¹, Jumayev J.N.²

¹rozikovu@yandex.ru, ²jahongirjumayev@mail.ru

¹V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics

²Karshi State University

Annotatsiya *We consider a quadratic operator defined by a non-stochastic cubic matrix which maps a two-dimensional simplex to itself. Let us give main definitions.*

A quadratic operator $V : x \in \mathbb{R}^m \rightarrow x' = V(x) \in \mathbb{R}^m$ is defined by:

$$V : x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Denote $E = \{1, 2, \dots, m\}$. A distribution on the set E is a probability measure $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, i.e., an element of the simplex:

$$S^{m-1} = \left\{ x \in \mathbb{R}^m : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}.$$

Definition 1. [2] A quadratic operator (1), preserving a simplex, is called non-stochastic (QnSO) if at least one of its coefficients $P_{ij,k}$, $i \neq j$ is negative.

Definition 2. [1] A fixed point x^* of the operator V is called hyperbolic if its Jacobian J at x^* has no eigenvalues on the unit circle.

Definition 3. [1] A hyperbolic fixed point x^* is called:

- i) attracting if all the eigenvalues of the Jacobian $J(x^*)$ are less than 1 in absolute value;
- ii) repelling if all the eigenvalues of the Jacobian $J(x^*)$ are greater than 1 in absolute value;
- iii) a saddle otherwise.

Consider the following example of QnSO on the 2D-simplex S^2 :

$$V : \begin{cases} x' = x^2 + y^2 + z^2 - bxy - xz \\ y' = (2+b)xy + ayz \\ z' = 3xz + (2-a)yz \end{cases} \quad (2)$$

where $a \in [0; 2]$, $b \in [0; 2]$.

By simple calculations we get the set of all fixed points of operator (2):

$$Fix(V) = \begin{cases} \{s_1, s_2, s_3, s_4\}, & \text{if } a \in \left(\frac{1-b}{2}, \frac{3+b}{1+b}\right), \\ \{s_1, s_2, s_3\}, & \text{if } a \in \left[0, \frac{1-b}{2}\right] \cup \left[\frac{3+b}{1+b}, 2\right], \end{cases}$$

where

$$s_1 = (1, 0, 0), \quad s_2 = \left(\frac{1}{3}, 0, \frac{2}{3}\right), \quad s_3 = \left(\frac{1}{2+b}, \frac{1+b}{2+b}, 0\right),$$

$$s_4 = \left(\frac{a^2 - 2a + 2}{a^2 - (1+b)a + 2(2+b)}, \frac{2a + b - 1}{a^2 - (1+b)a + 2(2+b)}, \frac{3 + b - (1+b)a}{a^2 - (1+b)a + 2(2+b)}\right).$$

The following proposition gives type of each fixed point of the operator V :

Proposition. The type of fixed points as the following

- 1) The vertex s_1 is repelling;
- 2) The fixed point s_2 is non-hyperbolic;
- 3) The fixed point s_3 is saddle if $a \in [0, 1)$; non-hyperbolic for $a = 1$ and repelling point if $a \in (1, 2]$;
- 4) s_4 may have any type depending on values of the parameters.

By Proposition using well-known theorem about stable and unstable manifolds (see [1]) we get the following result.

Theorem. The following statements hold

1. There exists a neighborhood $Y(s_1) \subset S^2$ of s_1 such that for any initial point $x \in Y(s_1)$, there exists $k = k(x) \in \mathbb{N}$ that $V^k(x) \notin Y(s_1)$.
2. If parameters of the operator (2) are such that
 - 2.1. s_4 is attracting then there exists a neighborhood $U \subset S^2$ of s_4 such that $\lim_{n \rightarrow \infty} V^n(x) = s_4$ for all $x \in U$.
 - 2.2. s_4 (resp. s_3) is saddle then there exists an invariant curve ξ (resp. η) through s_4 (resp. s_3) in the set S^2 such that for any initial point $x \in \xi$ (resp. η) one has $\lim_{n \rightarrow \infty} V^n(x) = s_4$ (resp. s_3).

Moreover, there is an invariant curve ξ^u (resp. η^u) through s_4 (resp. s_3) such that for any initial point $x \in \xi^u$ (resp. η^u) one has $\lim_{n \rightarrow \infty} V^{-n}(x) = s_4$ (resp. s_3).

- 2.3. s_4 (resp. s_3) is repelling then there exists a neighborhood $N(s_4)$ (resp. $M(s_3)$) of s_4 (resp. s_3) such that for any initial point $v \in N(s_4)$ (resp. $w \in M(s_3)$) there exists $k = k(v) \in \mathbb{N}$ (resp. $l = l(w) \in \mathbb{N}$) that $V^k(v) \notin N(s_4)$ (resp. $V^l(w) \notin M(s_3)$).

REFERENCES

1. Devaney R.L. An introduction to chaotic dynamical systems. Westview Press., 2003.
2. Rozikov U.A., Xudayarov S.S. Quadratic non-stochastic operators: examples of splitted chaos. *Ann. Funct. Anal.* 13(1), 2022, Paper No. 17, 17 pp.

CHEGARALANMAGANSOHALARDA KARLEMAN INTEGRAL FORMULASI

Ruzmetov K.Sh¹, Matyoqubov Z.Q², Abdullayev J.Sh³

¹ruzmetov1967@mail.ru, ²zokirbek.1986@mail.ru, ³jonibek-abdullayev@mail.ru

¹Toshkent davlat agrar universiteti, ²Xorazm Ma'mun akademiyasi,

³Urganch davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda $\mathfrak{R}$ matritsaviy soha bilan bigolomrorf ekvivalent bo'lgan chegaralanmagan matritsaviy sohalar uchun yuqoridagi teoremani anoligi keltiriladi.

Ma'lumki Karleman tipidagi integral formulalar golomorf funksiyalarning soha ichidagi qiymati bilan soha chegarasining qismidagi qiymatlari orasidagi bog'liqligini va golomorf davom ettirish masalalarini o'rganishda asos bo'lib xizmat qiladi. Ushbu yo'nalishdagi birinchi natija 1926 da T. Karleman tomonidan olingan (qarang [1]), shuning uchun ushbu turdagi barcha formulalar odatda

Karleman formulalari deb ataladi. Ko‘p o‘zgaruvchili kompleks analizda bu nazariyaning keyingi rivojlanishini L.A. Ayzenberg (qarang [2]) minografiyasida ko‘rish mumkin. Bunda Karleman formulasi qavariq (yoki chiziqli qavariq) sohalari uchun Martinelli-Boxner integral formulasi asosida qurilgan. $\mathbb{C}^n$ fazodagi bir jinsli sohalarda bunday formulalarni topish uchun avtomorfizmlar gruppasidan foydalanish mumkin (qarang [2]). Ushbu [3] maqolada Zigel sohalari, ya’ni bir jinsli chegaralanmagan sohalarning realizatsiyalari holati ko‘rib chiqilgan va Zigel sohalari ostovlaridagi golomorf funksiyalarning qiymatlarini tiklovchi Karleman formulalari topilgan.

Quyidagi $\mathfrak{R}$ matritsaviy soha berilgan bo‘lsin (qarang [4-5])

$$\mathfrak{R} = \{Z \in [m \times k] : ZZ^* < I\},$$

bu yerda I matritsa $[m \times m]$ tartibli birlik matritsa, Z^* esa Z matritsaning qo‘shmasining transponerlangani. S – bu sohaning ostov (SHilov chegarasi), $M \subset S$ to‘plam va $\mu M > 0$ bo‘lsin. Bu sohada Karleman formulasini olish uchun dastlab, U birlik doira bo‘lgan hol uchun qo‘llaymiz: oldin funksiyaning 0 nuqtadagi qiymati uchun isbotlanadi, shundan keyin $\mathfrak{R}$ sohaning barcha avtomorfizmidan foydalaniladi. Bunda $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1$ va $m = k$ bo‘lganda. S_1 ning parametrlari $\xi = e^{i\phi} u$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$, $u \in SU(k)$, bu erda $SU(k)$ gruppaning maxsus unitar matritsasi, u holda $\det u = 1$. Ravshanki, $\det \xi = e^{ik\phi} \det u = e^{ik\phi}$,

$$\{\xi : \xi = \lambda u, |\lambda| = 1\}, u \in SU(k)$$

to‘plamda $SU(k)$ gruppaning elementlari k ga teng, bunda $e^{ik\phi} = 1$.

1-lemma ([2,5]). *Xaar o‘lchovi $d\mu$ ni S_1 ko‘pxillikdagi ko‘rinishini quyidagicha yozamiz:*

$$d\mu = h(u) d\phi d\mu_0(u),$$

bu erda $d\mu_0$ – $SU(k)$ dagi Lebegning normalangan o‘lchovi, h – $SU(k)$ dagi silliq musbat funksiya.

2-lemma ([2,5]). *Bizga $f \in H^1(\mathfrak{R}_1)$ funksiya berilgan bo‘lsin. U holda quyidagi formula o‘rinli:*

$$f(0) = \frac{k}{\int_{M'_0} d\mu_1} \lim_{j \rightarrow \infty} \int_M f(\xi) \left[\frac{\phi_0(\xi)}{\phi_0(0)} \right]^j d\mu_\xi. \quad (2.1.2)$$

bo‘ladi.

1-teorema ([2,5]). *Bizga $f \in H^1(\mathfrak{R}_1)$, $m = k$ funksiya berilgan bo‘lsin, unda ixtiyoriy $A \in \mathfrak{R}_1$ nuqta uchun*

$$f(A) = \frac{k}{\int_{M'_A} d\mu_A} \lim_{j \rightarrow \infty} \int_M f(\xi) \left[\frac{\phi_A(\xi)}{\phi_A(A)} \right]^j H(A, \bar{\xi}) d\mu_\xi. \quad (2.1.3)$$

formula o‘rinli.

Ushbu ishda $\mathfrak{R}$ matritsaviy soha bilan bigolomrorf ekvivalent bo'lgan chegaralanmagan matritsaviy sohalar uchun yuqoridagi teoremani anoligi keltiriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Carleman T. Les fonctions analytiques. – Paris, 1926. – 115 p.
2. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Новосибирск: Наука. 1990. - 248 с.
3. Кытманов А.М., Никитина Т.Н. Многомерные формулы Карлемана в областях Зигеля // Известия вузов. Математика. – 1990. – № 3. – С. 7–12.
4. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях.– М.: ИЛ, 1959. – 163 с.
5. Худайберганов Г., Кытманов А.М., Шаимкулов Б.А. Анализ в матричных областях. Красноярск. 2017.-296 с.

ON TOPOLOGY THE SET OF ALL IDEMPOTENT PROBABILITY MEASURES

Tagaymurotov A. O.

tagaymurotov93@gmail.com

Chirchiq davlat pedagogika univertsiteti

Annotation. In [1] for order-preserving weakly additive functionals some topological and functional properties proved and in [2] about the space metric of idempotent probabilities. In this work, yield that topological space of the space of Idempotent probability measures generated by order-preserving and weakly additive functionals .

Let X be a compact Hausdorff space, $\mathfrak{B}(X)$ the family of all Borel sets in X . For each $c \in \mathbb{R}$ let (c) means the stationary net in $\mathbb{R}^\infty$.

Definition 1. A function $f: \mathbb{R}^\infty \rightarrow \mathbb{R}$ is said to be:

(f1) order-preserving if for every pair of $(t_{1i})_{i=1}^\infty$ and $(t_{2i})_{i=1}^\infty \in \mathbb{R}^\infty$ we have

$$(t_{1i})_{i=1}^\infty \leq (t_{2i})_{i=1}^\infty \Rightarrow f((t_{1i})_{i=1}^\infty) \leq f((t_{2i})_{i=1}^\infty);$$

(f2) weakly additive if for each $c \in \mathbb{R}$ and for every sequence $(t_i)_{i=1}^\infty$ the next equality holds

$$f((t_i)_{i=1}^\infty + (c)) = f_\mu((t_i)_{i=1}^\infty) + c;$$

(f3) bounded by arguments if for every sequence $(t_i)_{i=1}^\infty$ we have

$$\inf_i \{t_i\} \leq f((t_i)_{i=1}^\infty) \leq \sup_i \{t_i\}.$$

Definition 2. Let for a set-function $\mu: \mathfrak{B}(X) \rightarrow \mathbb{R}$ the next conditions are fulfilled:

($\mu 1$) $\mu(\emptyset) = 0$;

($\mu 2$) $\mu(X) = 1$;

($\mu 3$) for any couple of Borel subsets $A, B \subset X$ the inclusion $A \subset B$ implies that $\mu(A) \leq \mu(B)$;

($\mu 4$) there exists a order-preserving, weakly additive function $f_\mu : \mathbb{R}^\infty \rightarrow \mathbb{R}$ such that for every sequence $\{A_i\}_{i=1}^\infty \subset \mathfrak{B}(X)$ one has

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^\infty A_i\right) = f_\mu\left((\mu(A_i))_{i=1}^\infty\right).$$

Then μ is named as an *order-preserving, weakly additive and normed* (for brevity, as an *order-preserving*) set-function on X .

It is clear that $f_\mu(\mu(A), \mu(A), \dots) = \mu(A)$ and, in particular, $f_\mu(0, 0, \dots) = 0$.

Moreover, if $A_i \subset B_i$ for each i , then $f_\mu((\mu(A_i))_{i=1}^\infty) \leq f_\mu((\mu(B_i))_{i=1}^\infty)$. On the other side, since each continuous function $X \rightarrow \mathbb{R}$ approximates with decompositions of the view

$$\sum_{i=1}^n r_i \chi_{B_i},$$

one can see that

$$f_\mu(\varphi) \leq f_\mu(\psi)$$

for all $\varphi, \psi \in C(X)$ such that $\varphi \leq \psi$. Here $\{B_1, \dots, B_n\} \subset \mathfrak{B}(X)$ is a partition of X , χ_{B_i} a characteristic function of B_i , and $r_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$.

Thus, we get the following properties of functions $f_\mu : \mathbb{R}^\infty \rightarrow \mathbb{R}$:

1° one can assume that f_μ is defined on $C(X)$, i. e. $f_\mu : C(X) \rightarrow \mathbb{R}$;

2° $f_\mu(\lambda_X) = \lambda$ for all $\lambda \in \mathbb{R}$;

3° $f_\mu(\varphi + \lambda_X) = f_\mu(\varphi) + \lambda$ for all $\lambda \in \mathbb{R}, \varphi \in C(X)$;

4° for all $\varphi, \psi \in C(X)$ the inequality $\varphi \leq \psi$ yields $f_\mu(\varphi) \leq f_\mu(\psi)$.

For a compact Hausdorff space X denoted by $O(X)$ the set of all functionals $f : C(X) \rightarrow \mathbb{R}$ satisfying conditions 2°, 3° and 4° [3].

$\mathcal{B}$ a base in X , $U_i \in \mathcal{B}$, $i = 1, \dots, n$, and $\varepsilon > 0$. For an idempotent measure $\mu \in I(X)$ define a set

$$\langle \mu; U_1, \dots, U_n; \varepsilon \rangle = \{ \nu \in I(X) : |\nu(U_i) - \mu(U_i)| < \varepsilon, i = 1, \dots, n \}.$$

Gathering all of such sets we construct a family

$$\mathcal{B}(\mu) = \{ \langle \mu; U_1, \dots, U_n; \varepsilon \rangle : U_i \in \mathcal{B}, i = 1, \dots, n; \varepsilon > 0 \}, \quad \mu \in I(X),$$

and put

$$\mathcal{B}_{I(X)} = \bigcup_{\mu \in I(X)} \mathcal{B}(\mu).$$

Theorem. The built family $\mathcal{B}_{I(X)}$ forms a base (or, a neighbourhoods system) for some topology in $I(X)$.

REFERENCES

1. Sh. A. Ayupov, A. A. Zaitov, On some topological properties of order-preserving functionals, Uzbek mathematical journal, (4), (2011) 36–51.

2. Zaitov A. A. On a metric on the space of idempotent probability measures. Applied General Topology. No. 1, 2020, p. 35–51.
3. A.A. Zaitov, Open mapping theorem for spaces of weakly additive homogeneous functionals, Mathematical Notes 88 (5) (2010), 683–688.

CHEGARALANMAGAN SOHALARDA KARLEMAN INTEGRAL FORMULASI

To'rayev A¹, Xayitboyev S²

¹turayevabdurahmon566@gmail.com

²sobirjon5152@gmail.com

¹Qarshi davlat universiteti, ²Urganch davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda $\mathbb{C}^n[m \times m]$ fazodagi matritsaviy yuqori yarim tekislik bilan bigolomorf ekvivalent sohalar qaraladi, unga mos bigolomorfizm yoziladi.

Ma'lumki, bir kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasida ko'p hollarda $\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ birlik doiradagi funksiyalar nazariyasi o'rganiladi, chunki tekislikdagi chegarasi bitta nuqtadan ko'p bo'lgan sohalar birlik doiraga bigolomorf ekvivalent, shu sababli birlik doiraning avtomorfizmlari kompleks analizda muhim rol o'ynaydi. Ko'p o'lchovli kompleks analizda bu umuman olganda o'rinli bo'lmagani uchun o'zaro bigolomorf funksiyalar sinfi muhim sinflardan hisoblanadi. Bunda ko'pincha chegaralanmagan sohalarda golomorf funksiyalarning xossalari o'rganishda, bu sohalarning chegaralangan sohalari bilan o'zaro bigolomorf ekvivalentligi keng tadqiq qilinadi (masalan qarang [2-5]).

m^2 kompleks o'zgaruvchili funksiyalar fazosini $\mathbb{C}^{m^2}$ bilan belgilaymiz. Ba'zi hollarda bu fazoning Z nuqtalarini kvadrat $m \times m$ -matritsalar ko'rinishida ifodalash qulay, ya'ni $Z = (z_{ij})$, $i, j = \overline{1, m}$ ko'rinishdagi nuqtalarning bunday tasviri $\mathbb{C}^{m^2}$ fazo $\mathbb{C}[m \times m]$ bilan belgilanadi. $m \times m$ matritsalar fazosining n ta dekart $\mathbb{C}[m \times m] \times \mathbb{C}[m \times m] \times \dots \times \mathbb{C}[m \times m]$ ko'paytmasi $\mathbb{C}^n[m \times m]$ deb belgilaymiz. **Ushbu**

$$w = (Z + iE)^{-1} \cdot (Z - iE) \quad (1)$$

akslantirishni qaraylik. Odatda bu akslantirish Keyli almashtirishi deyiladi. Bu yerda Z - ixtiyoriy, E esa $[m \times m]$ tartibli birlik matritsalar. Quyidagi teorema o'rinli bo'ladi [1].

1-teorema. Yuqoridagi Keli almashtirishi

$$J = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \operatorname{Im} Z > 0\}$$

matritsaviy yuqori yarim tekislikni

$$\mathfrak{R} = \{ w \in \mathbb{C}[m \times m] : ww^* < E \}$$

matritsaviy birlik doiraga bigolomorf akslantiradi.

Ushbu ishda $\mathbb{C}^n[m \times m]$ fazodagi J matritsaviy yuqori yarim tekislik bilan bigolomorf ekvivalent sohalar qaraladi, unga mos bigolomorfizm yoziladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. // Ч.2.– М.: Наука, 1985. – 464 с.
7. Худайберганов Г., Курбанов Б. Об одной реализации классической области первого типа. // Узбекский математический журнал. 2014 г. №1 с. 126-129.
8. Худайберганов Г., Курбанов Б. Некоторые задачи анализа в матричных областях. // Узбекский математический журнал. 2012, № 3. с. 159-166.
9. Khudayberganov G., Rakhmonov U.S., Matyakubov Z.Q. Integral formulas for some matrix domains. // Contemporary Mathematics, AMS, Volume 662, 2016, pp. 89-95.
10. Bukharbay T. Kurbanov, “Morera's boundary theorem in Siegel domain of the first kind”, Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ., 15:2 (2022), 255–262

TRIGONOMETRIK INTEGRALNI BAHOLASH HAQIDA

Vohobova G.B.

bekmaxmat@mail.ru

Termiz davlat Universiteti

Annotatsiya. Vinogradov tengsizligini yangicha isboti berilgan.

Ushbu ishda Vinogradov [2] tengsizligini yangi sodda isbotini beramiz.

Agar $|f'(x)| \geq \delta > 0$ va $g(x)$, f' monoton funksiyalar bo'lsa,

$$\left| \int_A^B e^{i\lambda f(x)} g(x) dx \right| \leq C \frac{(|g(A)| + |g(B) - g(A)|)}{|\lambda| \delta}$$

tengsizlik o'rinli.

Isbot: Tasdiqni isbotlash uchun integrallarning o'rta qiymat haqidagi Bonne formulasidan foydalanamiz ([1] ga qarang). Buning uchun berilgan $e^{i\lambda f(x)}$ funksiyani trigonometrik shaklda yoyib yozib olamiz.

$$\begin{aligned} I &= \int_A^B e^{i\lambda f(x)} g(x) dx = \int_A^B [\cos \lambda f(x) + i \sin \lambda f(x)] g(x) dx = \\ &= \int_A^B \cos \lambda f(x) \cdot g(x) dx + i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx \end{aligned}$$

Integrallarni ikkita integral yig'indisi ko'rinishida yozib olamiz: $I = I_1 + I_2$.

$$\text{Bu yerda } I_1 = \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx, \quad I_2 = i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx.$$

Birinchi $I_1 = \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx$ va $I_2 = i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx$ integralni hisoblab olamiz.

O'rta qiymat haqidagi Bonne formulasini qo'llasak, quyidagicha ko'rinishga keladi:

$$\int_a^b f(x) g(x) dx = g(a) \int_a^\xi f(x) dx + g(b) \int_\xi^b f(x) dx$$

$$I_1 = \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx = g(A) \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx + g(B) \int_\xi^B \cos \lambda f(x) dx$$

Bu yerda integrallarni navbatma-navbat baholaymiz.

$$\begin{aligned} \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx &= \int_A^\xi -\frac{1}{\lambda f'(x)} d(\sin \lambda f(x)) = \\ &= -\frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda f'(x)} \Big|_A^\xi + \int_A^\xi \frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \\ &= -\frac{\sin \lambda f(\xi)}{\lambda f'(\xi)} + \frac{\sin \lambda f(A)}{\lambda f'(A)} + \int_A^\xi \frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \end{aligned}$$

Demak, quyidagi integralni baholasak

$$\begin{aligned} \left| \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx \right| &\leq \frac{|\sin \lambda f(\xi)| + |\sin \lambda f(A)|}{|\lambda| \delta} + \frac{1}{|\lambda|} \left| \int_A^\xi d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \right| \leq \\ &\leq \frac{2}{|\lambda| \delta} + \frac{2}{|\lambda| \delta} = \frac{4}{|\lambda| \delta} \end{aligned}$$

ega bo'lamiz. Bu yerda $|\sin \lambda f(\xi)| \leq 1, |\sin \lambda f(A)| \leq 1, |f'(x)| \geq \delta$ munosabatdan foydalandik. Xuddi shu baholar $\int_\xi^B \cos \lambda f(x) dx$ uchun ham o'rinli.

Endi ikkinchi integralni ham xuddi shunday baholab olamiz.

$$I_2 = i \int_A^B g(x) \sin \lambda f(x) dx$$

Bonne formulasiga qo'ysak,

$$I_2 = i \left[g(A) \int_A^\xi \sin \lambda f(x) dx + g(B) \int_\xi^B \sin \lambda f(x) dx \right]$$

Bu yerda birinchi integralni hisoblasak, ikkinchi integral uchun ham xuddi shunday baho olamiz.

$$\begin{aligned} \int_A^\xi \sin \lambda f(x) dx &= \int_A^\xi \frac{1}{\lambda f'(x)} d(\cos \lambda f(x)) = \\ &= \frac{\cos \lambda f(x)}{\lambda f'(x)} \Big|_A^\xi - \int_A^\xi \frac{\cos \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \\ |I_2| &\leq \frac{4}{|\lambda| \delta} (g(A) + g(B)) \end{aligned}$$

Umumiy integral tenglamaga olib borib qo'ysak,

$$I = |I_1| + |I_2| \leq \frac{4}{|\lambda|\delta} (g(A) + g(B)) \leq C \frac{(|g(A)| + |g(B) - g(A)|)}{|\lambda|\delta}$$

tengsizlik kelib chiqadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. В.И.Зорич Математический анализ Том 1, Москва МЦНМО 2012, 412-418с
2. I.M. Vinogradov, 1980, The method of trigonometric sums in number theory. Moscow, Nauka , -158 pp.

ДИНАМИКА КОМПОЗИЦИЙ НЕКОТОРЫХ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ ВОЛЬТЕРРОВСКОГО ТИПА В ДВУМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ.

Аминов Р.¹, Карим К.²

¹rustambekaminov1@gmail.com, ²kurganov.karim@mail.ru

^{1,2}Национальный Университет Узбекистана

Аннотация: Этот тезис относится к области биоматематики, являющейся частью современной математики, в которой частично объясняется, что некоторых биоматематических задач может быть решен путем изучения свойств квадратичных стохастических операторов типа Вольтера в турнирах и изучения их свойств в общем и частном случаях. Это одно из развивающихся направлений в настоящее время в нашей стране, и мы верим, что многие наши молодые ученые продолжают совершенствовать свои знания в этой области и в будущем.

В симплексе $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}$ рассмотрим квадратичные стохастические операторы вольтеровского типа(к.с.о.в.т.):

$$V_1: \begin{cases} x' = x(1 + y + z) \\ y' = y(1 - x + z) \\ z' = z(1 - x - y) \end{cases} \quad \text{и} \quad V_2: \begin{cases} x' = x(1 - y + z) \\ y' = y(1 + x - z) \\ z' = z(1 - x + y) \end{cases}$$

Пусть $W_1 = V_1 \circ V_1$, $W_2 = V_2 \circ V_2$ т.е.

$$W_1: \begin{cases} x' = x(1 + y + z)[1 + y(1 - x + z) + z(1 - x - y)] \\ y' = y(1 - x + z)[1 - x(1 + y + z) + z(1 - x - y)] \\ z' = z(1 - x - y)[1 - x(1 + y + z) - y(1 - x + z)] \end{cases}$$

$$W_2: \begin{cases} x' = x(1 - y + z)[1 - y(1 + x - z) + z(1 - x + y)] \\ y' = y(1 + x - z)[1 + x(1 - y + z) - z(1 - x + y)] \\ z' = z(1 - x + y)[1 - x(1 - y + z) + y(1 + x - z)] \end{cases}$$

W_1, W_2 не являются к.с.о.в.т., но верна следующая:

Теорема. а) Для любой $(x^0, y^0, z^0) \in \text{int}S^2$, траектории оператора W_1 сходятся к $M_1(1; 0; 0)$.

б) Оператор W_2 кроме вершин симплекса, имеет неподвижную точку $C(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3})$ и для любой $(x^0, y^0, z^0) \in \text{int}S^2$, $(x^0, y^0, z^0) \neq C$, траектории расходятся к множество предельных точек лежит на границе симплекса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р. Н. Ганиходжаев, Квадратичные стохастические операторы, функции Ляпунова и турниры. Математический сборник, 1992, т. 183, 8. 129-141.
2. Р. Н. Ганиходжаев, Об одном семействе квадратичных стохастических операторов, действующих в ДАН УзССР 1989 г. 3-5.

КВАДРАТИЧНЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ ПОРОЖДЕННЫЕ РЕГУЛЯРНЫМИ РАЗБИЕНИЯМИ СЧЕТНОГО МНОЖЕСТВА СОСТОЯНИЙ

Аноров О.У.¹, Шамсиддинов Н.Б.².

¹anorovobidjon6@gmail.com, ²shamsiddinov1974nb@gmail.com

¹Ташкентский государственный транспортный университет,

²Академический лицей ТГТУ имени И.А. Каримова

Аннотация: В данной работе мы строим квадратичные стохастические операторы порожденным семейством переходных вероятностей и докажем, что такие операторы являются регулярными преобразованиями.

Пусть (E, F) -измеримое пространство, где E -некоторое фиксированное множество и F - σ - алгебра подмножеств множества E . Положим $S(E, F)$ -множество всех вероятностных мер определённых на измеримом пространстве (E, F) . Пусть $\{P(x, y, A): x, y, \in E, A \in F\}$ семейство функций определённых на $E \times E \times F$ и удовлетворяющих следующим условиям:

1) для любых фиксированных $x, y \in E$ $P(x, y, *) \in S(E, F)$ (1)

2) для любого фиксированного измеримого множества $A \in F$ отображение

$P(*, *, A) \rightarrow R$ (2) является измеримой функцией двух переменных,

3) для любых фиксированных $x, y \in E$ и $A \in F$ $P(x, y, A) = P(y, x, A)$ (3)

Из условия (1) следует, что $P(x, y, E) = 1, \forall x, y \in E$ (4).

Определение 1. Отображение $V: S(E, F) \rightarrow S(E, F)$ называется квадратичным стохастическим оператором (к.с.о.) порожденным семейством переходных вероятностей $\{P(x, y, A): x, y \in E, A \in F\}$ удовлетворяющих условиям (1)-(3), если для произвольной меры $\lambda \in S(E, F)$, её образ $\lambda' = V\lambda$ определяется равенством

$$\lambda'(A) = \int_E \int_E P(x, y, A) d\lambda(x) d\lambda(y) \quad (5)$$

для произвольного измеримого множества $A \in F$.

Определение 2. Квадратичный стохастический оператор V (5) назовем дискретным, если множество E не более чем счетно и в противном случае - непрерывным.

Дискретный к.с.о. (5) определяется кубической матрицей $\{P_{i,j,k}\}_{i,j,k=1}^n$ или $\{P_{i,j,k}\}_{i,j,k=1}^\infty$.

Определение 3. К.с.о. оператор V (5) назовем абсолютно непрерывным, если для любой меры $\lambda \in S(E, F)$, мера $V\lambda$ абсолютно непрерывна относительно меры λ т.е. $V\lambda \prec \lambda$.

Пусть $\xi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ конечное измеримое разбиение пространства E , т.е. $A_i \in F$ для всех i , $A_i \cap A_j = \emptyset$ при $i \neq j$ и $\bigcup_{i=1}^n A_i = E$.

На пространстве $E \times E$ определим соответствующее разбиение $\xi = \{B_{ij} : i, j = 1, 2, \dots, n\}$, где $B_{ii} = A_i \times A_i$ и $B_{ij} = A_i \times A_j \cup A_j \times A_i$ при $i \neq j$.

Тогда выделим семейства вероятностных мер $\{\mu_{ij} : i, j = 1, \dots, n\}$ на (E, F) такое что $\mu_{ij} = \mu_{ji}$ и определим переходную вероятность $P(x, y, A)$ следующим образом: для произвольного $A \in F$ $P(x, y, A) = \mu_{ij}(A)$ если $(x, y) \in B_{ij}$.

Положим $x_i = \lambda(A_i)$, $i = 1, \dots, n$ где $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in S^{n-1}$. Также положим $p_{ij,k} = \mu_{ij}(A_k)$. Тогда к.с.о. (5) можно переписать как $(Wx)_k = \sum_{i,j} p_{ij,k} x_i x_j$.

Пусть $E = Z_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ - множество неотрицательных целых чисел.

Определение 4. Разбиение $\xi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ множества E такое что $A_k = \{x \in Z_+ : x \equiv k \pmod{n}, k = 0, 1, \dots, n-1\}$ будем называть регулярным разбиением.

Напомним что к.с.о. называется Пуассоновским если $\{\mu_{ij} : i, j = 1, \dots, n\}$ является семейством Пуассоновских мер [3].

Предложение 1. Для произвольной меры Пуассона μ с параметром λ и регулярного разбиения $\xi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ определим $\mu(A_i)$.

$$\text{Пусть } A_k = \{x : x \equiv k \pmod{n}, k = \overline{0, n-1}, x \in Z_+\} \quad (7)$$

Тогда

$$\mu(A_k) = \frac{1}{e^\lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^{ni+k}}{(ni+k)!} \quad (k = \overline{0, n-1}) \quad (8)$$

$$\text{Положим } \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^{ni+k}}{(ni+k)!} = f_k(\lambda), \quad f_k(\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} + \frac{\lambda^{n+k}}{(n+k)!} + \frac{\lambda^{2n+k}}{(2n+k)!} + \frac{\lambda^{3n+k}}{(3n+k)!} + \dots + \frac{\lambda^{ni+k}}{(ni+k)!} + \dots$$

Решая это уравнение для начальных условий, находим что $\mu(A_k) = \frac{1}{e^\lambda} f_k(\lambda) \quad (k = \overline{0, n-1})$.

Пусть $n = 2$. Полагая $f_k(\lambda) = e^{k\lambda}$ видим $k^2 = 1$ и $k = \pm 1$.

Для $f_1(\lambda) = C_1 e^\lambda + C_2 e^{-\lambda}$ исходя из начальных условий $f_1(0) = 1$ и $f_1'(0) = 0$ находим значение C_1 и C_2 . Отсюда $f_2(\lambda) = \frac{1}{2} e^\lambda - \frac{1}{2} e^{-\lambda}$.

Следовательно, $\mu(A_1) = \frac{1}{e^\lambda} f_1(\lambda) = \frac{e^\lambda + e^{-\lambda}}{2e^\lambda}$ и $\mu(A_2) = \frac{1}{e^\lambda} f_2(\lambda) = \frac{e^\lambda - e^{-\lambda}}{2e^\lambda}$.

В этом случае переходные вероятности $P(i, j, A)$ определяются следующим образом:

$$P(i, j, A_1) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda_1} + e^{-\lambda_1}}{2e^{\lambda_1}} & (i, j) \in B_{11} \\ \frac{e^{\lambda_2} + e^{-\lambda_2}}{2e^{\lambda_2}} & (i, j) \in B_{22} \\ \frac{e^{\lambda_3} + e^{-\lambda_3}}{2e^{\lambda_3}} & (i, j) \in B_{12} \end{cases} \quad \text{И} \quad P(i, j, A_2) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda_1} - e^{-\lambda_1}}{2e^{\lambda_1}} & (i, j) \in B_{11} \\ \frac{e^{\lambda_2} - e^{-\lambda_2}}{2e^{\lambda_2}} & (i, j) \in B_{22} \\ \frac{e^{\lambda_3} - e^{-\lambda_3}}{2e^{\lambda_3}} & (i, j) \in B_{12} \end{cases}$$

В таком случае квадратичный стохастический оператор (11) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} x'_1 = \frac{e^{\lambda_1} + e^{-\lambda_1}}{2e^{\lambda_1}} x_1^2 + \frac{e^{\lambda_3} + e^{-\lambda_3}}{2e^{\lambda_3}} x_1 x_2 + \frac{e^{\lambda_2} + e^{-\lambda_2}}{2e^{\lambda_2}} x_2^2 \\ x'_2 = \frac{e^{\lambda_1} - e^{-\lambda_1}}{2e^{\lambda_1}} x_1^2 + \frac{e^{\lambda_3} - e^{-\lambda_3}}{2e^{\lambda_3}} x_1 x_2 + \frac{e^{\lambda_2} - e^{-\lambda_2}}{2e^{\lambda_2}} x_2^2 \end{cases}$$

Для квадратичных стохастических операторов, построенных таким образом, справедлива следующая теорема:

Теорема 1. Для всех $\lambda_i \geq 3n$, траектория любой точки симплекса $S(\Omega, F)$ сходится к точку $(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернштейн С.Н. Решение математической проблемы связанной с теорией наследственности. Учен, запис. Научно- Иссл. Каф. Укр. Отд. Мат. (1924) 1, 83-115.
2. Н.Н. Ганиходжаев, О.У. Аноров. Об одном классе непрерывных квадратичных стохастических операторов. Uzbek Mathematical Journal, 2008, 2, 26-34.
3. Ganikhodjaev N., Hamzah N.Z.A., On Poisson nonlinear transformations, Scientific World Journal, vol. 2014, pp. 832861.

$\mathbb{R}$ –АНАЛИТИЧНОСТЬ ВНЕ ОСОБОГО МНОЖЕСТВА СЕПАРАТНО $\mathbb{R}$ –АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Атамуратов А. А.¹, Расулов К.К.²

¹alimardon01@mail.ru, ²rasulov.kamol@gmail.com

¹Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз

²Ургенчский государственный университет

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию $\mathbb{R}$ –аналитичности по совокупности переменных сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитических функций.

Известная теорема Хартогса [1] утверждает, что сепаратно-аналитическая функция является аналитической, т.е. если функция $f(z, w)$ –аналитическая по w при фиксированном z и аналитическая по z при фиксированном w , то она будет аналитической по совокупности переменных (z, w) . Следует отметить, что в общем случае точный аналог этой теоремы для $\mathbb{R}$ –аналитических функций не справедлив.

Естественно возникает вопрос: Как вообще дать описание особого подмножества, на которой исходная сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитическая функция $f(x, y)$ не является $\mathbb{R}$ –аналитической? Другими словами: функция $f(x, y)$, определенная в открытом множестве $\Omega \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}$ – аналитическая или нет в каком то подмножестве в Ω , когда $f(x, y)$ $\mathbb{R}$ – аналитическая по x для каждого фиксированного y и $\mathbb{R}$ –аналитическая по y для каждого фиксированного x ?

Сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитические функции изучены в работах С.Раймонда [2], Й.Сичака [3], Й.Бочнака [4], З.Блоцкого [5]. Из работ выше указанных авторов возможно извлекать следующий результат.

Теорема 1. Если f является сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитической функцией на $\Omega \subset \mathbb{R}_x^n \times \mathbb{R}_y^m$, то существует замкнутое подмножество E в Ω такое, что f является $\mathbb{R}$ –аналитическим на $\Omega \setminus E$ и две ортогональные проекции E на пространствах $\mathbb{R}_x^n$ и $\mathbb{R}_y^m$ плюриполярны, и наоборот для любого замкнутого подмножества $E \subset \Omega \subset \mathbb{R}_x^n \times \mathbb{R}_y^m$ с плюриполярными ортогональными проекциями на пространствах $\mathbb{R}_x^n$ и $\mathbb{R}_y^m$, существует сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитическая функция которая является $\mathbb{R}$ –аналитической вне особого множества E .

Недавно А.Садуллаев [6] доказал аналог теоремы Форелли для $\mathbb{R}$ –аналитических функций. В работах С.Имомкулова [7] и А.Атамуратова, Ж.Тишабаева, Т.Туйчиева [8] было доказано аналог лемма Хартогса для $\mathbb{R}$ –аналитических функций о $\mathbb{R}$ –аналитическом продолжении вдоль фиксированное направления. С помощью разработанных, в этих работах, методов мы получили следующий более общий результат.

Теорема 2. Пусть даны две области $D \subset \mathbb{R}_x^n$, $G \subset \mathbb{R}_y^m$ и плюрирегулярные компактные подмножества $E \subset D$, $F \subset G$. Предположим, что функция $f(x, y)$ первоначально определенная на множестве $E \times F$, имеет следующие свойства:

- a) при каждом фиксированном $y^0 \in F$, функция $f(x, y^0)$ $\mathbb{R}$ –аналитически продолжается в D ,
 b) при каждом фиксированном $x^0 \in E$, функция $f(x^0, y)$ $\mathbb{R}$ –аналитически продолжается в G .

Тогда будем говорить, что функция $f(x, y)$ определяет сепаратно $\mathbb{R}$ –аналитическую функцию на множестве $\Omega = (D \times F) \cup (E \times G)$ и $f(x, y)$ $\mathbb{R}$ – аналитически по совокупности переменных продолжается в некоторой области $\hat{\Omega} \subset D \times G$ такое, что разность $\Omega \setminus \hat{\Omega}$ – плюриполярная.

ЛИТЕРАТУРЫ:

- [1] Shabat B.V. Introduction to complex analysis, Part II. Functions of several variables, Providence, RI: AMS, 1992. p 28.
 [2] Raymond J.S. Fonctions separement analytiques // *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 1990. 40. pp 79–101.
 [3] Siciak J. Singular sets of separately analytic functions // *Colloq. Math.* 1990. 60/61. pp. 281–290.
 [4] Bochnak J. and Siciak J. A characterization of analytic functions of several real variables // *Ann. Pol. Math.* 2019. 123. pp. 9–13.
 [5] Blocki Z. Singular sets of separately analytic functions // *Ann. Polon. Math.* LVI. 1992. 2. pp. 219–225.
 [6] Sadullaev A. Real analyticity of a C^∞ –germ at an origin // *Annales Polonici Mathematici* 2022. 128. pp. 87–97.
 [7] Imomkulov S.A. Continuation of $\mathbb{R}$ –analytic functions parallel lines // *TWMS J. Pure Appl. Math.* 2023. Vol. 14. N. 1. pp. 120-124.
 [8] Atamuratov A.A., Tishabaev J.K., Tuychiev T.T. An analogue of the Hartogs lemma for $\mathbb{R}$ –analytic functions // *Journal of Siberian Fed. Uni. Maths and Phy.* 2022. 15(2). pp. 194-198.

КРИТЕРИЙ $SO(n, p, K)$ -ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МНОГОМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

Гаффоров Р. А.¹, Журабоев С. С.²

¹gafforov.rahmatjon@mail.ru, ²saidaxbor.juraboyev@mail.ru

^{1,2}Ферганский государственный университет

Аннотация. Установлены необходимые и достаточные условия эквивалентности многомерных поверхностей относительно действия специальной псевдоортогональной группы.

Пусть $V = K^n$ - n -мерное векторное пространство над полем K , где K - либо поле действительных чисел R , либо поле K - комплексных чисел C , и пусть $GL(n, K)$ - группа всех обратимых линейных преобразований пространства V . Элементы из K^n представляются в виде n -мерных вектор-столбец $\vec{x} = \left\{ \vec{x}_j \right\}_{j=1}^n$, а преобразования $g \in GL(n, K)$ в виде $n \times n$ -матриц $(g_{ij})_{i,j=1}^n$, где $x_i, g_{ij} \in K, i, j = 1, \dots, n$. Действие $g \in GL(n, K)$ на вектор $\vec{x} = \left\{ \vec{x}_j \right\}_{j=1}^n \in K^n$ есть умножение матрицы g на вектор-столбец $\vec{x}$ (запись: $g\vec{x}$).

Бесконечно дифференцируемое отображение $x: [0, 1]^k \rightarrow V, 1 \leq k < n$ назовем параметризованной k -мерной поверхностью в конечномерном векторном пространстве V .

Говорят две k -мерные поверхности $x(t_1, \dots, t_k)$ и $y(t_1, \dots, t_k)$ G -эквивалентны, если существует такой элемент $g \in G$, что $y(t_1, \dots, t_k) = g x(t_1, \dots, t_k)$ для любых $t_1, \dots, t_k \in [0, 1]$.

Функция f от $x(t_1, \dots, t_k)$ и ее конечного числа частных производных называется G -инвариантной, если ее значения для G -эквивалентных поверхностей совпадают.

Для каждой поверхности $x(t_1, \dots, t_k)$, $n \times n$ -матрицу $M_{t_s}(x)$ имеющую вид $M_{t_s}(x) = (x x'_{t_s} \dots x^{(n-1)}_{t_s})$, где i -ый столбец имеет координаты $\frac{\partial^{i-1} x_j(t_1, \dots, t_k)}{\partial t_s^{i-1}}, j = 1, \dots, n, s = \{1, \dots, k\}$.

Через $M_{t_s t_l}(x)$ обозначается матрица $\left(x'_{t_l} \frac{\partial^2 x}{\partial t_s \partial t_l} \dots \frac{\partial^n x}{\partial t_s^{n-1} \partial t_l} \right)$. Всюду в дальнейшем рассматриваются только регулярные поверхности, т.е. те поверхности, $x(t_1, \dots, t_k)$ для которых $\det M_{t_s}(x)(t_1, \dots, t_k) \neq 0$ при всех $t_1, \dots, t_k \in [0, 1], s = \{1, \dots, k\}$.

Пусть $O(n, p, K)$ псевдоортогональная подгруппа в $GL(n, K)$, т.е. $O(n, p, K) = \{g \in GL(n, K) : g^T e_p g = e_p\}$, где g^T - транспонированная матрица к

матрице g , $e_p = (e_{ij}^p)_{i,j=1}^n$ матрица из $GL(n, K)$, для которой $e_{ii}^p = 1$ при $i = 1, 2, \dots, p$, $e_{ii}^p = -1$ при $i = p+1, \dots, n$, $e_{ij}^p = 0$ при $i \neq j$, $p \in \{1, \dots, n-1\}$.

Через $SO(n, p, K)$ обозначим специальную псевдоортогональную подгруппу в $GL(n, K)$, т.е. $SO(n, p, K) = \{g \in O(n, p, K) : \det g = 1\}$.

Следующая теорема дает необходимые и достаточные условия для $SO(n, p, K)$ эквивалентности двух поверхностей.

Теорема. Две поверхности $x(t_1, \dots, t_k)$, $y(t_1, \dots, t_k)$ в V являются $SO(n, p, K)$ - эквивалентны тогда и только тогда, когда выполнены следующие равенства:

$$\begin{aligned} M_{t_s}^{-1}(x) M_{t_s t_l}(x) &= M_{t_s}^{-1}(y) M_{t_s t_l}(y) \\ M_{t_s}^T(x) e_p M_{t_s}(x) &= M_{t_s}^T(y) e_p M_{t_s}(y) \\ \det M_{t_s}(x) &= \det M_{t_s}(y) \end{aligned}$$

для всех $l = 1, \dots, k$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Muminov K.K. Equivalence of multidimensional surfaces with respect to the operation of classical groups. Uzbek. Math. J. 2009 № 1, P. 99-107.
2. Bekbaev U.D., Muminov K.K. On differential rational invariants of the classical groups of motions of a vector space. Methods Functional Analysis and Topology Vol. 10(2004), no. 3, pp. 7-10.
3. Муминов К. К., Гаффоров Р. А Системы матричных дифференциальных уравнений для поверхностей. Современная математика. Фундаментальные направления. Т. 68, № 1, 2022, с. 70–79.

АССОЦИАТИВНЫЕ 4-Х МЕРНЫЕ АЛГЕБРЫ ПОРОЖДЕННЫЕ ВОЛЬТЕРОВСКИМИ ОПЕРАТОРАМИ

Дусмуродова Г. Х

dusmurodova77@gmail.com

Университет геологических наук

Annotatsiya. Мы будем рассматривать класс структурных констант имеющих генетическое значение и соответствующие алгебры будем называть генетическими алгебрами. Изучение таких алгебр выявляют алгебраическую структуру генетики и алгебраические свойства таких структур имеют генетический смысл [4-6]. В данной работе мы рассматриваем 4-х мерные генетические алгебры, порожденные квадратичными стохастическими операторами Вольтерра, и устанавливаем ассоциативность соответствующей генетической алгебры.

Предварительные сведения. Формулировка задачи

Пусть $S^{n-1} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n: x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$ - $(n - 1)$ - мерный симплекс. Преобразование $V: S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$ определяемое по формуле

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j, \quad (1)$$

где

$$P_{ij,k} \geq 0, P_{ij,k} = P_{ji,k} \text{ и } \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1,$$

называется **квадратичным стохастическим оператором** (ксо).

Определение 2. К.с.о. называется вольтерровским, если $P_{ij,k} = 0$ для всех $k \notin \{i, j\}$.

Биологический смысл этого определения достаточно прост-потомок повторяет одного из родителей. Вольтерровский оператор (1) можно записать в виде:

$$(Wx)_k = x_k(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i),$$

где $A = (a_{ij})_{i,j=1}^m$ - кососимметрическая матрица с $a_{ij} = 2p_{ji,j} - 1$ и $|a_{ij}| \leq 1$.

Поведение траекторий квадратичных стохастических операторов изучены в многочисленных работах (см. например [1-3] и ссылки приведенные в них).

Обозначим через V^n n -ую итерацию оператора V .

Алгебра порожденная ксо V - это алгебра A над полем действительных чисел с базисом $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и с таблицей умножения

$$a_i a_j = \sum_{k=1}^n p_{ij,k} a_k.$$

Как правило, генетические алгебры являются коммутативными, но не ассоциативными. Ниже мы рассмотрим ассоциативные алгебры с генетической реализацией. Известно, что n -мерная алгебра порожденная структурными константами $\{P_{ij,k} : i, j, k = 1, \dots, n\}$ ассоциативна, если для всех $i, j, k, s = 1, \dots, n$ верны следующие равенства

$$\sum_{r=1}^n P_{ij,r} P_{rk,s} = \sum_{r=1}^n P_{ir,s} P_{jk,r}$$

Рассмотрим семейство вольтерровских операторов определенных на S^3

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1^2 + 2\alpha x_1 x_2 + 2\beta x_1 x_3 + 2\gamma x_1 x_4 \\ x'_2 &= x_2^2 + 2(1 - \alpha)x_1 x_2 + 2\delta x_2 x_3 + 2\mu x_2 x_4 \\ x'_3 &= x_3^2 + 2(1 - \beta)x_1 x_3 + 2(1 - \delta)x_2 x_3 + 2\varphi x_3 x_4 \\ x'_4 &= x_4^2 + 2(1 - \gamma)x_1 x_4 + 2(1 - \mu)x_2 x_4 + 2(1 - \varphi)x_3 x_4 \end{aligned} \quad (2)$$

где $0 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu, \varphi \leq 1$.

В [6] было доказано, что из 64 возможных экстремальных операторов следующие 24 оператора порождают ассоциативные алгебры.

Ниже выясним при каких значениях $\alpha, \beta, \gamma, \mu, \varphi, \delta \in [0,1]$, алгебра порожденная произвольным вольтерровским оператором будет ассоциативной.

Громоздкий но не сложный анализ показывает что для этого частного случая 256 уравнений (3)

$$P_{i,j,1}P_{1,k,s} + P_{i,j,2}P_{2,k,s} + P_{i,j,3}P_{3,k,s} + P_{i,j,4}P_{4,k,s} = P_{i,1,s}P_{j,k,1} + P_{i,2,s}P_{j,k,2} + P_{i,3,s}P_{j,k,3} + P_{i,4,s}P_{j,k,4} \quad (3)$$

при различных значениях $i, j, k, s = 1, 2, 3, 4$, сводятся к следующим 10 уравнениям

$$\begin{aligned} \alpha(1 - \alpha) &= 0 \\ \beta(1 - \beta) &= 0 \\ \gamma(1 - \gamma) &= 0 \\ \mu(1 - \mu) &= 0 \\ \varphi(1 - \varphi) &= 0 \\ \delta(1 - \delta) &= 0 \\ \beta(\alpha + \mu - 1) &= \alpha\mu \\ \gamma(\alpha + \varphi - 1) &= \alpha\varphi \\ \gamma(\beta + \delta - 1) &= \beta\delta \\ \varphi(\delta + \mu - 1) &= \delta\mu \end{aligned} \quad (4)$$

Несложно проверить что параметры 24-х экстремальных операторов (3) и только они удовлетворяют уравнениям (4).

Таким образом справедлива следующее утверждение

Теорема 1. Генетическая алгебра порожденная Вольтерровским оператором ассоциативна если соответствующий оператор является экстремальным.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Любич Ю.И. Итерации квадратичных отображений. Математическая экономика и функциональный анализ. М.: Наука, 1974.
2. Ganikhodjaev N. N. ,Ganikhodjaev R. N. and Jamilov U. U. Quadratic stochastic operators and zero-sum game dynamics. Ergodic Theory Dynamical Syst., 35, 2015, pp. 1443-1473.
3. N. N. Ganikhodjaev, U. U. Jamilov and R. T. Mukhitdinov. On non-ergodic transformations on S^3 . J. Phys.: Conf. Ser. 435 (2013), 012005
4. Nasir Ganikhodjaev and Gavhar Dustmuradova. On classification of associative non-division genetic algebras. // AIP Conf. Proc. 1557, 26 (2013); doi: 10.1063/1.4823868
5. N.N.Ganikhodjaev and H.H.Hisamuddin. Malaysian Journal of Sciences 27, 131-136 (2008).

6. Ganikhodjaev N.N., Dusmurodova G. Kh. Four-dimensional and five-dimensional algebras created by quadratic stochastic operators. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5, №1, pp. 25-30. [In Russian]

ФОРМУЛА КАРЛЕМАНА ДЛЯ $A(z)$ – АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Жабборов Н М.¹, Хусенов Б Э.²

¹jabborov61@mail.ru, ²husenovbehzod@mail.ru

¹Белорусско-Узбекский межотраслевой институт прикладных технических квалификаций в городе Ташкенте,

²Бухарский государственный университет

Annotatsiya. Мы рассматриваем $A(z)$ – аналитических функций в случае, когда $A(z)$ является антианалитической функцией. Здесь, формула Карлемана методы Голузина-Крылова для $A(z)$ – аналитических функций приведена как аналог теоремы.

Пусть $A(z)$ антианалитическая, т.е. $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$, в области $D \subset \mathbb{C}$ такая, что $|A| \leq c < 1$, $\forall z \in D$, где $c = \text{const}$. Решения уравнения Бельтрами:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A(z) \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

напрямую связано с квазиконформными отображениями. В литературе решения уравнения (1) обычно называют $A(z)$ – аналитическими функциями. Класс $A(z)$ – аналитических функций обозначим через $O_A(D)$.

Пусть выпуклая область $D \subset \mathbb{C}$. Рассмотрим в этой области функция $\psi(z, a) = z - a + \int_{\gamma(a, z)} \overline{A(\tau)} d\tau$ является $A(z)$ – аналитической функцией, где

$\gamma(a, z)$ – гладкая кривая или касательная путь, соединяющая точки $a, z \in D$ (см. [1]).

Сначала, мы вводим класс Харди для $A(z)$ – аналитических функций во выпуклом области $D \subset \mathbb{C}$ имеет гладкую границу ∂D . Тогда классы Харди $H^1(D)$ для $A(z)$ – аналитических функций по определению состоят из таких функций f , $A(z)$ – аналитических в D , для которых

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\partial D} |f(\zeta - \varepsilon \nu_\zeta)| |d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}| < \infty, \quad (2)$$

где ν_ζ – вектор (единичной) внешней нормали к ∂D в точке ζ . Класс Харди для $A(z)$ – аналитических функций в области D обозначаем как $H_A^1(D)$. Обозначим через H_A^∞ класс функций, $A(z)$ – аналитических и ограниченных в области D .

Теперь мы проведем интегральную формулу Коши для класс H_A^1 во выпуклом области $D \subset \mathbb{C}$ со спрямляемой границей ∂D . Для функций f из класса Харди $H_A^1(D)$ справедлива формула Коши

$$f(z) = \int_{\partial D} f^*(\zeta) K(z, \zeta) (d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}), \quad z \in D. \quad (3)$$

На границе ∂D рассмотрим измеримое множество M положительной меры: $\mu(M) > 0$. Здесь, мере $\mu(M)$ определяется как:

$$\mu(M) = \int_M |d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}|.$$

Ставится задача восстановления $f(z)$ в D по граничным значениям не на всей границе ∂D , как в (3), а только на $M \subset \partial D$. Конечно, M должно быть множеством единственности для $A(z)$ – аналитических функций (например, тех из них, которые непрерывны на $\bar{D}$ или входят в класс Харди для $A(z)$ – аналитических функций $H_A^1(D)$). Применяя простую, но очень плодотворную идею Карлемана, построим «гасящую» функцию, которая позволить избавиться в (3) от интегрирования по $\partial D \setminus M$. Для этой цели нужно сконструировать вспомогательную функцию $\varphi(z) \in H_A^\infty(D)$, удовлетворяющую двум условиям:

- 1) $|\varphi(\zeta)| = 1$ почти всюду на $\partial D \setminus M$,
- 2) $|\varphi(z)| > 1$ в D .

Это можно сделать, решая подходящую задачу Дирихле для $A(z)$ – гармонических функций, например, рассматривая функцию

$$u(z) = \frac{1}{2\pi} \int_M \frac{\partial G}{\partial n} |d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}|, \quad (4)$$

где $\zeta \in \partial D$, а $G(z, \zeta)$ – функция Грина для $A(z)$ – гармонических функций в области D (см. [3]). Формула (4) представляет $A(z)$ – гармоническую и ограниченную в D функцию $u(z)$ такую, что

$$u(z) = \begin{cases} 1, & \text{п.в. на } M, \\ 0, & \text{п.в. на } \partial D \setminus M, \end{cases}$$

т.е. $A(z)$ – гармоническую меру M относительно области D . Пусть $v(z)$ – сопряженная к $u(z)$ $A(z)$ – гармоническая функция, тогда $\varphi(z) = e^{u+iv}$ удовлетворяет указанным условиям 1) и 2) (см. [2])

Теорема 1. (аналог теоремы Голузина-Крылова). Если $f \in H_A^1(D)$ и множество $M \subset \partial D$ положительной меры, то для любой точки $z \in D$ верна формула Карлемана для $A(z)$ – аналитических функций

$$f(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_M f^*(\zeta) K(z, \zeta) \left[\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(z)} \right]^m (d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}), \quad z \in D. \quad (5)$$

сходимость в (5) равномерна на компактах в D .

ЛИТЕРАТУРА

1. Sadullayev A., Jabborov N.M. On a class of A -analytic functions. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Volume 9. Issue 3. 2016, 374-383 p.
2. Хурсанов Ш.Я., $A(z)$ –гармонические функции, Вестник НУУЗ, №2\2, 2017, 5-8 с.
3. Husenov B.E., Construction of a quenching $A(z)$ –analytic function, Международная научная конференция "Уфимская осенняя математическая школа", Башкирский государственный университет, Институт математики с ВЦ УФИЦ РАН, 28 сентября - 1 октября 2022 год, 198-201 с.

РЕГУЛЯРНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

Камолов Х. К.

xkamolov@mail.ru

Ургенчский государственный университет

Аннотация. В данной работе изучается регулярное параболическое неприводимых аналитических поверхностей, и построены специальные примеры. А также доказывается регулярное параболическое дополнение к алгебраическому множеству на комплексном пространстве.

Рассмотрим аналитическую поверхность, т.е. неприводимое аналитическое множество X , $\dim X = n$, вложенное в комплексное пространство $\mathbb{C}^N$, $X \subset \mathbb{C}^N$, причем для любого шара $B(0, r) \subset \mathbb{C}^N$ пересечение $X \cap B(0, r) \subset\subset X$. Понятие параболическости поверхности X вводится аналогично параболическости многообразий (см. [1-5]).

Определение 1 (см. [6]). Аналитическая поверхность X называется параболической, если в ней не существует ограниченная плюрисубгармоническая функция, отличная от константы.

Аналитическая поверхность X называется S – параболической, если в ней существует специальная функция исчерпания $\rho(z)$, удовлетворяющая условиям

а) $\rho(z) \in psh(X)$, $\{\rho \leq c\} \subset\subset X \quad \forall c \in \mathbb{R}$;

б) вне некоторого компакта $K \subset\subset X$, функция ρ^* является максимальной функцией на $X \setminus K$. Это эквивалентно тому, что $(dd^c \rho^*)^n = 0$ на $X^0 \setminus K$.

Аналитическая поверхность X называется S^* – параболической, если существует непрерывная специальная функция исчерпания $\rho(z) \in C(X^0)$.

Ясно, что S^* – параболическая аналитическая поверхность является S – параболическим. Как мы отметили выше обратное утверждение остается открытым даже для комплексного многообразия (см. [1]).

Определение 2. Если функция $f \in \mathcal{O}(X)$ удовлетворяет неравенству

$$\ln|f(z)| \leq d\rho^+(z) + c_f \quad \forall z \in X, \quad (1)$$

где c_f и d положительные действительные числа (константы), то f называется ρ – полиномом. Наименьшее значение d удовлетворяющее условию (1), мы будем называть степенью полинома f .

Обозначим через $P_\rho^d(X)$ множество всех ρ – полиномов степени меньше или равной d и через $P_\rho(X)$ – объединение $P_\rho(X) = \bigcup_{d \geq 1} P_\rho^d(X)$.

Определение 3. Если пространство всех ρ – полиномов $P_\rho(X) = \bigcup_{d \geq 1} P_\rho^d(X)$ плотно в пространстве $\mathcal{O}(X)$, то S – параболическая поверхность X называется регулярной.

Пример 1 (см. [6]). Пусть $A = \{\Phi(z) = 0\} \subset \mathbb{C}^n$ – чисто $(n-1)$ – мерная аналитическая поверхность, такая, что

$$A \subset \{z = (z', z_n) \in \mathbb{C}^n : |z_n| < \varphi(z')\},$$

где $z' = (z_1, \dots, z_{n-1})$, $\varphi(z')$ – локально ограниченная, положительная функция. Тогда A является S^* – параболической поверхностью.

В работе ([1], см. также [3]) доказано, что дополнение $X = \mathbb{C}^n \setminus A$ нулей полинома Вейерштрасса $A = \{z_n^m + f_1(z')z_n^{m-1} + \dots + f_m(z') = 0\}$, где $f_1(z'), \dots, f_m(z')$ – целые функции, является S^* – параболическим многообразием со специальной функцией исчерпания

$$\rho(z) = \frac{1}{2} \ln \left(|z|^2 + \left| F(z) + \frac{1}{F(z)} \right|^2 \right),$$

где $F(z', z_n) = z_n^m + f_{m-1}(z')z_n^{m-1} + \dots + f_0(z')$. Однако, как показал А.Атамуратов (см. [3]), $X = \mathbb{C}^n \setminus A$ не всегда будет регулярным.

Тем не менее справедлив следующий результат.

Теорема. Дополнение $X = \mathbb{C}^n \setminus A$ произвольного чисто $(n-1)$ – мерного алгебраического множества $A = \{p(z) = 0\} \subset \mathbb{C}^n$, является регулярным S^* – параболическим многообразием. Если $p(0) \neq 0$, то функция

$$\rho(z) = -\frac{1}{\deg p} \ln|p(z)| + 2\ln z$$

будет специальной функцией исчерпания поверхности X .

ЛИТЕРАТУРА

1. Aytuna A., Sadullaev A., *Parabolic Stein Manifolds*, Mathematica Scandinavica Vol. 114, № 1, 2014, pp. 86-109.
2. Aytuna A., Sadullaev A., *Polynomials on Parabolic Manifolds*, Contemporary mathematics № 662, 2016, pp. 1-22.
3. Atamuratov A. A., *Polynomials on regular parabolic manifolds*, CMFD, 2022, Vol. 68, Issue 1, pp. 41–58.
4. Stoll W., *The characterization of strictly parabolic manifolds*, Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa, s. IV VII (1) (1980), pp. 87–154.
5. Griffiths P., King J., *Nevanlinna theory and holomorphic mappings between algebraic varieties*, Acta mathematica, 130(1973), pp. 145-220.
6. Sadullaev A.S., Kamolov Kh.K., *Green's function on a parabolic analytic surface*, Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2023, 16(2), pp. 253–264

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ, ПОСТАВЛЕННЫХ С.БЕРБЕРЯНОМ ДЛЯ *-БЭРОВЫХ АЛГЕБР.

Ким Дмитрий Игнатьевич
dmitriy.kim.1995.04.23@gmail.com
НУУз им. Мирзо Улугбека

Аннотация. Решения проблем, возникающих в результате научно-прикладных исследований области точных наук, часто сводятся к исследованию физических (динамических) систем и задач квантовой механики, теория которых тесно связана с теорией операторных алгебр. Согласно этой связи, наблюдаемой данной физической системе соответствует линейный самосопряженный оператор, действующий в некотором гильбертовом пространстве H , а всякому состоянию рассматриваемой динамической системы соответствует матрица плотности, действующая в H . Поскольку операторные алгебры, в частности (вещественные и комплексные) C^* , W^* -алгебры, являются именно такими математическими моделями квантовой механики и динамических систем, то каждый результат, полученный в этом направлении, имеет свою интерпретацию и применение в квантовой механике. AW^* -алгебры являются обобщением W^* -алгебр, естественно возникает вопрос об обобщении и расширении результатов, полученных для W^* -алгебр к AW^* -алгебрам. В статье даются решения некоторых задач, поставленных С.Берберяном для *-Бэровых алгебр, которые можно применять также для AW^* -алгебр, так как AW^* -алгебры являются Бэровыми C^* -алгебрами.

***-Бэровы алгебры.** *-кольцо- это кольцо с инволюцией $x \mapsto x^*$ со следующими свойствами: $(x^*)^* = x$, $(x + y)^* = x^* + y^*$, $(xy)^* = y^*x^*$. Когда A - алгебра, над полем с инволюцией $\lambda \mapsto \lambda^*$ мы предполагаем далее, что $(\lambda x)^* = \lambda^*x^*$ и назовем A *-алгеброй. Элемент $e \in A$ называется проектором, если он самосопряжен ($e^* = e$) и идемпотент ($e^2 = e$). Говорят, что e

эквивалентен f , и пишут $e \sim f$, если $e = w^*w$ и $f = ww^*$ для некоторой частичной изометрии $w \in A$. Элемент $w \in A$ такой, что $ww^*w = w$, называется частичной изометрией. Пусть A — вещественная или комплексная $*$ -алгебра и пусть S — непустое подмножество A . Положим $R(S) = \{x \in A \mid sx = 0 \text{ для всех } s \in S\}$ и назовем $R(S)$ правым аннулятором S .

Определение. $*$ -алгебра A называется $*$ -Бэровой алгеброй, если для любого непустого $S \subset A$ $R(S) = gA$ для некоторого проектора g .

Задача 1. [12, стр.8 1А] Пусть A $*$ -кольцо в котором под $2x = 0$ подразумевается что $x = 0$, и пусть e, f — проекторы в A .

А) Если $f - e$ — проектор, то $e \leq f$ Б) Если $e + f$ — проектор, то $ef = 0$

Доказательство: А) Проверим условие проектора для $f - e$

$$(f - e)^* = f^* - e^* = f - e \quad (f - e)^2 = f^2 - fe - ef + e^2 = f - e$$

$$f - fe - ef + e = f - e \quad (e - f)e = e(f - e)$$

$$e = fe = ef \Leftrightarrow e = f$$

Б) Для решения проверим условие проектора для $e + f$

$$(e + f)^* = e^* + f^* = e + f \quad (e + f)^2 = e^2 + ef + fe + f^2 = ef$$

$$e + ef + fe + f = e + f \quad \begin{cases} ef + fe = 0 \\ ef = -fe \end{cases} \Rightarrow 2ef = 0 \Rightarrow ef = 0$$

Задача 2. [12, стр.8 2А] Пусть A — $*$ -кольцо, в котором $x^*x + y^*y = 0$ влечет за собой что $x = y = 0$, и пусть e, f — проекторы в A . Тогда

А) $e \leq f$ тогда и только тогда, когда $f - e = x^*x$ для некоторого $x \in A$.

Б) $e \leq f$ тогда и только тогда, когда $f - e$ — проектор

В) $e + f$ — проектор тогда и только тогда, когда $ef = 0$

Доказательство: Б) $e \leq f$ тогда $e = ef = fe$ $-2e = -2ef \Rightarrow -e - e = -ef - fe \Rightarrow f - e = f - ef - fe + e$ $f - ef - fe + e = f^2 - ef - fe + e^2 = (f - e)^2$ А) $\Rightarrow e \leq f$. Тогда существует такой $x \in A$ что $f - e = x^*x$ и $e - f = xx^*$. $x^*x + xx^* = f - e + e - f = 0$ значит $x = 0$ следовательно $f = e$ В) Доказательство аналогично (1)Б

Задача 3. [12, стр.8 3А] Пусть A — $*$ -кольцо, $\{e_i\}_{i=1}^n$ и $\{f_i\}_{i=1}^n$ ортогональные проектора такие, что $e_i \lesssim f_i$ $i = \overline{1, n}$ то $e_1 + e_2 + \dots + e_n \lesssim f_1 + f_2 + \dots + f_n$

Доказательство: Условие $e_i \lesssim f_i$ означает e_i эквивалентно подпроектору f_i . Рассмотрим случай $e_i \sim f_i$ и $e_1 + e_2 + \dots + e_n \sim f_1 + f_2 + \dots + f_n$ $e_i \sim f_i \Leftrightarrow \exists w_i \in A$ такой что $w_i^*w_i = e_i$ $w_iw_i^* = f_i$ Также w_i называется частичной изометрией. Частичная изометрия w_i удовлетворяет условиям: а) $w_iw_i^*w_i = w_i$ б) $w_i^*w_iw_i^* = w_i^*$ которые мы применим для решения задания $w_iw_i^*w_i = w_i = f_iw_i = w_ie_i$ $w_i^*w_iw_i^* = w_i^* = e_iw_i^* = w_i^*f_i$. Для удобства проверим для случая $i = 2$. То есть $e_1 + e_2 \sim f_1 + f_2$ $e_1 + e_2 = w_1^*w_1 + w_2^*w_2 + 0 + 0 = w_1^*w_1 + w_2^*w_2 + \underbrace{w_1^*w_2}_0 + \underbrace{w_2^*w_1}_0 = w_1^*w_1 + w_2^*w_2 + \underbrace{w_1^*f_1f_2w_2}_0 + \underbrace{w_2^*f_2f_1w_1}_0 = (w_1 + w_2)^*(w_1 + w_2)$

Аналогичным образом можно выразить сумму $f_1 + f_2$

$$f_1 + f_2 = w_1w_1^* + w_2w_2^* + 0 + 0 = w_1w_1^* + w_2w_2^* + \underbrace{w_1^*w_2}_0 + \underbrace{w_2^*w_1}_0 =$$

$$= w_1 w_1^* + w_2 w_2^* + \underbrace{w_1 e_1 e_2 w_2^*}_0 + \underbrace{w_2 e_2 e_1 w_1^*}_0 = (w_1 + w_2)(w_1 + w_2)^*$$

Таким образом можно увидеть, что сумма частичных изометрий также является частичной изометрией. Руководствуясь доказательством задачи (1), что сумма ортогональных проекторов также проектор, можно также увидеть решение данного примера также является доказательством для примера [12, стр.8 4A].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S.K.Berberian. Baer *-rings. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg N.Y. 1972

ОПИСАНИЕ КЛАССА СЮРЪЕКТИВНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ ОПРЕДЕЛЕННЫХ НА S^3 .

Мейлиев Х.Ж.¹, Утаев А.Т.²

¹meyliyev70@bk.ru

²azizbekutayev42@gmail.com

^{1,2}Каршинский институт ирригации и агротехнологий
национального исследовательского университета “ТИИИМСХ”

Аннотация. Любой сюръективный квадратичный оператор определенный на симплексе S^3 гомеоморфизмом симплекса S^3 . Квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3 , сюръективен тогда и только тогда, когда он биективен.

В статье исследуются следующие задачи, связанные с изучением сюръективных квадратичных операторов. $V(S^{n-1}) = S^{n-1}$ где S^{n-1} симплекс и V -квадратичный оператор, определенный на S^{n-1} . На

$$S^3 = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) : x_l \geq 0, \quad l = \overline{1,4}; \sum_{l=1}^4 x_l = 1 \right\}$$

произвольный квадратичный оператор V , заданный следующим образом

$$(Vx)_k = \sum_{l,j=1}^4 P_{lj,k} x_l x_j, \quad k = \overline{1,4} \quad (1)$$

где $P_{lj,k} \geq 0$, $P_{lj,k} = P_{jl,k}$, $\sum_{l,j=1}^4 P_{lj,k} = 1$.

Мы определили 24 класса сюръективных квадратичных операторов и докажем, что они исчерпывают все множество сюръективных квадратичных операторов. Для описания этих классов воспользуемся хорошо известными группами само совмещений правильных многогранников [1], так как S^3 является правильным тетраэдром.

Заметим, что под само совмещением понимается перемещение, т.е. преобразование, сохраняющее метрику. Группа само совмещений тетраэдра в R^3 состоит из 12 элементов. Но мы рассматриваем симплекс в R^4 тогда

несложно показать, что группа само совмещений тетраэдра, G в R^4 состоит из группы всех перестановок вершин этого тетраэдра т.е. $G = \{\pi_l\}_{l=1}^{24}$

Будем говорить, что квадратичный оператор V , определенный на симплексе S^3 , соответствует некоторому само совмещению π_l , если V переводит вершины симплекса S^3 в вершины и ребра симплекса в ребра таким же образом, как само совмещение $\pi_l, l = \overline{1,24}$.

Теорема 1. Любой сюръективный квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3 , соответствует некоторому само совмещению $\pi_l, l = \overline{1,24}$.

Предложение 1. Любой сюръективный квадратичный оператор, соответствующий само совмещению π_l , является гомеоморфизмом симплекса S^3 .

Предложения 2. Для любого $l = \overline{1,24}$ выпуклая линейная комбинация квадратичных операторов из $\tilde{V}_l$ опять принадлежит $\tilde{V}_l$.

Теорема 2. Любой сюръективный оператор является гомеоморфизмом симплекса S^3 .

В качестве следствия приведем следующую теорему.

Теорема 3. Квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3 , сюръективен тогда и только тогда, когда он биективен.

Доказательство. Из рассмотренных выше случаев видно, что квадратичные операторы V_l из $\tilde{V}_l$ при любых $\alpha, \beta, \gamma, \xi, \eta, \delta \in [0,1]$ являются взаимно однозначными отображениями симплекса S^3 на S^3 .

ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Александров П.С. Введение в теорию групп. М.: Учпедгиз, 1938. 125с.
- [2]. Бернштейн С.Н. Решение одной математической проблемы, связанной с теорией наследственности. Уч. Зап. Н.И. кафедр. Украины, отд.матем.1924, вып.1.с 83-115.
- [3]. Ганиходжаев Р.Н. Квадратичные стохастические операторы. Функции Ляпунова и турниры.// Матем. Сб.,1992.Т.183, №8, с. 119-140.
- [4]. Генетика и наследственность. // Сб .статей. Мю,1987. 300 с.
- [5]. Абдирасулов, Х., & Холбеков, Ш. О. (2022). ПРИМЕНЕНИЕ БЕТА И ГАММА ФУНКЦИЕЙ К ВЫЧИСЛЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ВАЖНЫХ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 955-963.
- [6]. Meyliev, K.J., & Kholbekov, S.O. (2021). Voltaire quadratic stochastic operators of a bisexual population. ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal, 11(5), 56-64.

ОБ АССОЦИАТИВНОСТИ АЛГЕБР, ПОРОЖДЕННЫХ КОСЫМИ ПРОИЗВЕДЕНИЯМИ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ НА S^3

Мирходжаева Н.

najibaxon_7@mail.ru

Ташкентский государственный экономический университет

Аннотация. В этой статье мы рассмотрим четырехмерные алгебры, построенные с помощью отклоненных кратных квадратичных стохастических операторов, и установим условия, при которых соответствующая алгебра является ассоциативной.

Предварительные сведения. Формулировка задачи

Пусть $S^{n-1} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$ - $(n - 1)$ -мерный симплекс. Преобразование $V: S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

где $P_{ij,k} \geq 0, P_{ij,k} = P_{ji,k}$ и $\sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1$,

называется квадратичным стохастическим оператором (ксо).

Пусть $V_1: S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$ и $V_2: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ - квадратичные стохастические операторы, где $S^{n-1} = \{x = (x_1, \dots, x_n) : x_1 + \dots + x_n = 1\}$ и

$$S^{m-1} = \{y = (y_1, \dots, y_m) : y_1 + \dots + y_m = 1\}$$

На симплексе

$$S^{n+m-1} = \{(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) : x_1 + \dots + x_n + y_1 + \dots + y_m = 1\}$$

определим оператор $V = V_1 \times V_2$ полагая $(V(x, y))_i = (V_1(x))_i + g_i(x, y)$ для $i = 1, \dots, n$

$$(V(x, y))_{n+j} = (V_2(y))_j + g_{j+n}(x, y) \text{ для } j = 1, \dots, m$$

где $\sum_{k=1}^{n+m} g_k = 2(x_1 + \dots + x_n)(y_1 + \dots + y_m)$.

Так определенный оператор называется косым произведением операторов V_1 и V_2 (см [1]).

Пусть $V_1: S_1^1 \rightarrow S_1^1$ и $V_2: S_2^1 \rightarrow S_2^1$ квадратичные стохастические операторы на

$$S_1^1 = \{x = (x_1, x_2), x_1, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 = 1\}$$

$$S_2^1 = \{y = (y_1, y_2), y_1, y_2 \geq 0, y_1 + y_2 = 1\},$$

где

$$V_1 : \begin{cases} (V_1(x_1, x_2))_1 = x_1^2 + 2b_1 x_1 x_2 + x_2^2 \\ (V_1(x_1, x_2))_2 = x_1^2 + 2(1 - b_1) x_1 x_2 + x_2^2 \end{cases}$$

$$V_2 : \begin{cases} (V_2(y_1, y_2))_1 = y_1^2 + 2b_2y_1y_2 + y_2^2 \\ (V_2(y_1, y_2))_2 = y_1^2 + 2(1 - b_2)y_1y_2 + y_2^2 \end{cases} \quad (2)$$

где $0 \leq b_1, b_2 \leq 1$.

Полагая $y_1 = x_3, y_2 = x_4$, рассмотрим следующее косое произведение $V = V_1 \otimes V_2$

$$\begin{cases} x'_1 = x_1^2 + 2b_1x_1x_2 + 2\alpha_1x_1x_3 + 2\beta_1x_1x_4 \\ x'_2 = x_2^2 + 2(1 - b_1)x_1x_2 + 2\alpha_2x_2x_3 + 2\beta_2x_2x_4 \\ x'_3 = x_3^2 + 2(1 - \alpha_1)x_1x_3 + 2(1 - \alpha_2)x_3x_2 + 2b_2x_3x_4 \\ x'_4 = x_4^2 + 2(1 - \beta_1)x_1x_4 + 2(1 - \beta_2)x_2x_4 + 2(1 - b_2)x_3x_4 \end{cases} \quad (3)$$

Известно что алгебра порожденная этим оператором ассоциативна если коэффициенты P_{ijk} удовлетворяют следующим уравнениям

$$\begin{aligned} P_{ij,1} * P_{1k,s} + P_{ij,2} * P_{2k,s} + P_{ij,3} * P_{3k,s} + P_{ij,4} * P_{4k,s} \\ = P_{i1,s} * P_{jk,1} + P_{i2,s} * P_{jk,2} + P_{i3,s} * P_{jk,3} + P_{i4,s} * P_{jk,4} \end{aligned}$$

при различных значениях $i, j, k, s = 1, 2, 3, 4$, сводятся к следующим 10 уравнениям

1. $b_1(b_1 - 1) = 0$
2. $\beta_1(\beta_1 - 1) = 0$
3. $a_1(1 - a_1) = 0$
4. $b_2(b_2 - 1) = 0$
5. $a_2(1 - a_2) = 0$
6. $a_2(b_1 - a_1) = a_1(b_1 - 1)$
7. $b_1(a_2 - a_1) = a_1(a_2 - 1)$
8. $b_1(\beta_1 - \beta_2) = \beta_1(1 - \beta_2)$
9. $b_2(\beta_1 - a_1) = \beta_1(1 - a_1)$
10. $a_2(\beta_2 - b_2) = \beta_2(1 - b_2)$

тогда оператор (3) порождает ассоциативную алгебру. (см.[2]).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Bier, Z. Dollah, N. Ganikhodjaev, Construction of Non-Ergodic Quadratic Stochastic Operators, Nonlinear Analysis and Phenomena II (2005), No. 1, pp. 1-14.
2. Nasir Ganikhodjaev and Gavhar Dustmuradova, On classification of associative non-division genetic algebras. AIP Conf. Proc. 1557, 26 (2013); doi: 10.1063/1.4823868

АВТОМОРФИЗМЫ КОНЕЧНЫХ ОДНОРОДНЫХ AW^* -АЛГЕБР ТИПА I

Нурманов М. Ш.¹, Файзиев Ж. А.²

¹marufphd@mail.ru, ²j.fazyiyev@tsue.uz

^{1,2}Ташкентский государственный экономический университет

Аннотация В работе найден общий вид автоморфизмов конечных однородных AW^* -алгебр типа I.

Структурная теория C^* -модулей начинается с работ И. Капланского, использовавшего эти объекты для алгебраического подхода к теории W^* -алгебр [1,2]. Изучение автоморфизмов операторных алгебр начинается с работы И. Капланского, доказавшего, что всякий автоморфизм AW^* -алгебры типа I, оставляющий центр неподвижным является внутренним.

В этой заметке мы изучим общий вид автоморфизмов конечных однородных AW^* -алгебр типа I.

Пусть A – вещественная или комплексная $*$ -алгебра, S – непустое подмножество A . Положим

$$R(S) = \{x \in A : sx = 0 \text{ для всех } s \in S\}$$

и назовем $R(S)$ *правым аннулятором* S . Аналогично определяется *левый аннулятор*

$$L(S) = \{x \in A : xs = 0 \text{ для всех } s \in S\}.$$

Определение 1. $*$ -алгебра A называется *бэровской $*$ -алгеброй*, если правый аннулятор любого непустого множества $S \subset A$ порождается проектором, т.е. $R(S) = gA$ для некоторого проектора $g \in A$ (т.е. $g^2 = g = g^*$).

Поскольку $L(S) = (R(S^*))^* = (hA)^* = Ah$, то определение симметрично и может быть дано в терминах левых аннуляторов.

Определение 2. Вещественная или комплексная C^* -алгебра A , являющаяся бэровской $*$ -алгеброй, называется соответственно *вещественной* или *комплексной AW^* -алгеброй*.

Очевидно, что всякая вещественная (соответственно, комплексная) W^* -алгебра является вещественной (соответственно, комплексной) AW^* -алгеброй.

Вещественная или комплексная C^* -алгебра A называется *дискретной*, или *типа I*, если M изоморфна AW^* -алгебре с абелевым коммутантом.

Пусть M – W^* -алгебра типа I, z – центральный проектор в M . Предположим, что в M существует семейство $\{p_\alpha\}$ попарно ортогональных, эквивалентных абелевых проекторов, таких, что $z = \sum p_\alpha$. Тогда кардинальное число n семейства $\{p_\alpha\}$ зависит только от M , и не зависит от выбора $\{p_\alpha\}$. Такой центральный проектор z называется n -однородным. Если $z=1$, то говорят, что M – типа I_n .

Пусть A произвольная алгебра с центром $Z(A)$ и пусть $T: A \rightarrow A$ – автоморфизм. Ясно, что T переводит $Z(A)$ на себя. На самом деле, для всех $x \in A$ и $a \in Z(A)$ имеет место

$$T(a)T(x) = T(ax) = T(xa) = T(x)T(a),$$

Это означает, что $T(a) \in Z(A)$.

Оператор $T: A \rightarrow A$ называется $Z(A)$ -линейным, если $T(ax) = aT(x)$ для всех $a \in Z(A)$ и $x \in A$. Легко видеть, что автоморфизм $T: A \rightarrow A$ унитарной алгебры A является $Z(A)$ -линейной, если и только если оно тождественно на $Z(A)$.

Если M — AW^* -алгебра типа I_n для некоторого n , $n \in \mathbb{N}$ то M^* — изоморфна алгебре $M_n(Z(M))$ всех $n \times n$ -матриц над $Z(M)$. Если, e_{ij} , $i, j = \overline{1, n}$, матричные единицы $M_n(Z(M))$, то каждый $x \in M_n(Z(M))$ имеет вид

$$x = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} e_{ij}, \quad a_{ij} \in Z(M), \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Пусть $\phi: Z(M) \rightarrow Z(M)$ автоморфизм определенный по правилу

$$T_\phi \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij} e_{ij} \right) = \sum_{i,j=1}^n \phi(a_{ij}) e_{ij} \quad (1)$$

Тогда линейный оператор T_ϕ на $M_n(Z(M))$ является автоморфизмом. На самом деле, для элементов $x = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} e_{ij}$, $y = \sum_{i,j=1}^n b_{ij} e_{ij}$, $a_{ij}, b_{ij} \in Z(M), i, j = \overline{1, n}$,

мы имеем

$$\begin{aligned} T_\phi(xy) &= T_\phi \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij} e_{ij} \sum_{k,s=1}^n b_{ks} e_{ks} \right) = T_\phi \left(\sum_{i,j,s=1}^n a_{ij} b_{js} e_{is} \right) = \sum_{i,j,s=1}^n \phi(a_{ij} b_{js}) e_{is} = \\ &= \sum_{i,j,s=1}^n \phi(a_{ij}) \phi(b_{js}) e_{is} = \sum_{i,j=1}^n \phi(a_{ij}) e_{ij} \sum_{k,s=1}^n \phi(b_{ks}) e_{ks} = T_\phi(x) T_\phi(y), \end{aligned}$$

то есть $T_\phi(xy) = T_\phi(x) T_\phi(y)$.

Следующее свойство непосредственно следует из определения T_ϕ : если φ и ψ два автоморфизма $Z(M)$, то $T_\varphi T_\psi = T_{\varphi \circ \psi}$, в частности $T_\varphi^{-1} = T_{\varphi^{-1}}$ (см [3]).

Теорема. Если M — AW^* -алгебра типа I_n , то каждый автоморфизм $T: M \rightarrow M$ однозначно представляется в виде

$$T = T_a T_\varphi \quad (2)$$

где T_a — внутренний автоморфизм порожденный элементом $a \in M$ и T_φ автоморфизм вида

$$T_\phi \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij} e_{ij} \right) = \sum_{i,j=1}^n \phi(a_{ij}) e_{ij}$$

порожденный автоморфизмом ϕ на $Z(M)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Kaplansky, Algebras of type I, Ann. of Math. 56 (1952), 460-472.
2. I. Kaplansky, Modules over operator algebras, Amer. J. Math. 75 (1953), 839-859

3. S. Albeverio, Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov and R. Djumamuratov, Automorphisms of central extensions of type I von Neumann algebras, *Studia Mathematica*, № 1, (2011) 1-11.

О ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫХ МЕРАХ ГИББСА ДЛЯ НС МОДЕЛЕЙ В СЛУЧАЕ ПЛОДОРОДНОГО ГРАФА “ПЕТЛЯ”

Умирзакова К.О.

kamola-0983@mail.ru

Наманганский государственный университет

Аннотация. В этой работе изучается одна из НС моделей с тремя состояниями. Доказана гипотеза из работы [4] для НС модели в случае плодородного графа типа “Петля” на дереве Кэли порядков $k=4$, $k=5$ и $k=6$.

Пусть $\tau^k = (V, L)$ есть дерево Кэли порядка $k \geq 1$. Расстояние $d(x, y)$, $x, y \in V$ на дереве Кэли это количество ребер кратчайшей пути, соединяющей вершины x, y . Для фиксированного $x^0 \in V$ обозначим

$$W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}, \quad V_n = \bigcup_{j=0}^n W_j, \quad L_n = \{l = \langle x, y \rangle \in L \mid x, y \in V_n\}.$$

Для $x \in W_n$ обозначим $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$. Множество $S(x)$ называется множеством прямых потомков вершины x .

Рассмотрим НС-модель ближайших соседей с тремя состояниями. В этой модели каждой вершине x ставится в соответствие одно из значений $\sigma(x) \in \{0, 1, 2\}$. Значения $\sigma(x) \neq 0$ означают, что вершина x «занята», а значение $\sigma(x) = 0$ означает, что вершина x «вакантна». Конфигурация $\sigma = \{\sigma(x), x \in V\}$ на дереве Кэли задается как функция из V в $\Phi = \{0, 1, 2\}$. Множество всех конфигураций на V обозначается через Ω .

Рассмотрим множество Φ как множество вершин некоторого графа G . Конфигурация σ называется G -допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\}$ – ребро графа G для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G -допустимых конфигураций через Ω^a ($\Omega_{V_n}^a$).

Множество активности [1] для графа G есть функция $\lambda : G \rightarrow R_+$. Значение λ_i функции λ в вершине $i \in \{0, 1, 2\}$ называется ее “активностью”.

Для данных G и λ определим гамильтониан G -НС-модели как

$$H_G^\lambda(\sigma) = \sum_{x \in V} \ln \lambda_{\sigma(x)}, \quad \text{если } \sigma \in \Omega^a.$$

Понятие меры Гиббса вводится стандартным образом (см, например, [1]-[3]).

Пусть $L(G)$ – множество ребер графа G , обозначим через $A \equiv A^G = (a_{ij})_{i,j=0,1,2}$ матрицу смежности G , т.е.

$$a_{ij} \equiv a_{ij}^G = \begin{cases} 1, & \text{если } \{i, j\} \in L(G), \\ 0, & \text{если } \{i, j\} \notin L(G). \end{cases}$$

Известно [3], что каждой мере Гиббса для НС-модели на дереве Кэли можно сопоставить совокупность величин $z = \{z_x, x \in G_k\}$, удовлетворяющих

$$z'_{1,x} = \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{10} + a_{11}z'_{1,y} + a_{12}z'_{2,y}}{a_{00} + a_{01}z'_{1,y} + a_{02}z'_{2,y}}, \quad z'_{2,x} = \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{20} + a_{21}z'_{1,y} + a_{22}z'_{2,y}}{a_{00} + a_{01}z'_{1,y} + a_{02}z'_{2,y}},$$

где $z'_{i,x} = \lambda \frac{z_{i,x}}{z_{0,x}}, i=1,2$. Мы полагаем, что $z_{0,x} \equiv 1$ и $z_{i,x} = z'_{i,x} > 0, i=1,2$.

Рассмотрим трансляционно-инвариантные решения, в которых $z_x = z \in R_+^2, x \neq x_0$. Мера Гиббса, соответствующая таким решениям, называется трансляционно-инвариантной мерой Гиббса (ТИМГ).

Определение 1. [1] *Граф называется плодородным, если существует набор активности λ такой, что соответствующий гамильтониан имеет не менее двух трансляционно-инвариантных мер Гиббса.*

В работе [1] выделены четыре типа плодородных графов с вершинами 0,1,2. Рассмотрим один из них $G = \text{петля}$: $\{0,0\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,1\}, \{2,2\}$. В этой работе рассмотрим случай $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ и изучим соответствующие этому случаю ТИМГ.

Известна следующая теорема.

Теорема 1. [4] Пусть $k \geq 2$ и $\lambda_{cr} = \frac{1}{k-1} \left(\frac{k+1}{k} \right)^k$. Тогда для НС-модели в случае $G = \text{петля}$ при $0 < \lambda \leq \lambda_{cr}$ существуют ровно одна ТИМГ, при $\lambda > \lambda_{cr}$ существует не менее трех ТИМГ.

Замечание. В работах [5] и [6] соответственно при $k=2$ и $k=3$ было доказано, что при $\lambda > \lambda_{cr}(k)$ существуют ровно три ТИМГ для НС-модели в случаях $G = \text{петля}$.

Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Пусть $k=4,5,6$ и $\lambda_{cr}(4) = \frac{625}{768}, \lambda_{cr}(5) = \frac{7776}{12500}, \lambda_{cr}(6) = \frac{117649}{233280}$. Тогда для НС-модели в случае $G = \text{петля}$ при $\lambda \leq \lambda_{cr}$ существуют ровно одна ТИМГ μ_0 , а при $\lambda > \lambda_{cr}$ существует ровно три ТИМГ μ_0, μ_1, μ_2 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brightwell G., Winkler P. Graph homomorphisms and phase transitions. J. Combin. Theory Ser. B. – 1999. – 77, – P. 221–262.
2. Георги Х.-О. Гиббсовские меры и фазовые переходы. – М.: Мир, 1992.

3. Rozikov U. A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. – 2013.
4. Rozikov U.A., Khakimov R.M. Gibbs measures for the fertile three-state hard core models on a Cayley tree, Queueing Systems. 81(1),2015,p.49-69.
5. Rozikov U. A.,Shoyusupov Sh.A. Fertile HC models with three states on a Cayley tree, Theor. Math. Phys., 156(3),2008, p.1319-1330.
6. Хакимов Р.М. Трансляционно-инвариантные меры Гиббса для плодородных моделей “hard-core” с тремя состояниями на дереве Кэли. ТМФ, 2015, том 183(3), стр. 441-449.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ УСЕЧЕННЫХ ДРОБНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ψ – МАРШО

Яхшибоев М. У.¹, Усманов А.А.²

¹m.yakhshiboev@gmail.com

¹Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразмий,

²Самаркандский государственный университет

Аннотация. *Дробные интегралы типа ψ – Римана-Лиувилля и производные на оси исследуются в пространствах p -суммируемых функций. В настоящей работе построено обобщение так называемой дробной производной ψ – Маршо на отрезке. Рассматривается интегральное представление так называемой усеченной дробной производной ψ – Маршо. Кроме того, получена теорема об обращении дробных интегралов типа ψ – Римана-Лиувилля.*

В работах [1, 2] представлена обобщенная форма для дробных операторов Римана-Лиувилля, названных дробными операторами типа ψ – Римана-Лиувилля, получены и доказаны важные свойства новых обобщенных операторов ψ – Римана-Лиувилля в пространстве $L^p(a, b)$.

Дробные производные типа ψ – Маршо еще не изучены. В данной работе мы вводим новые обобщения дробных производных типа ψ – Маршо на отрезке. Доказаны теоремы обращения дробных интегралов типа ψ – Римана-Лиувилля от функций в пространстве $L^p(a, b)$.

Определение 1 ([1]). Пусть $\alpha > 0$, $-\infty \leq a < b \leq \infty$ и пусть функция φ интегрируема на отрезке $[a, b]$ и $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Левосторонние и правосторонние дробные интегралы типа ψ – Риман-Лиувилля функции φ относительно другой функции ψ на отрезке $[a, b]$, с порядком α , определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} (I_{a+}^{\alpha,\psi} \varphi)(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \psi'(t) (\psi(x) - \psi(t))^{\alpha-1} \varphi(t) dt \quad \text{при } x > a, \\ (I_{b-}^{\alpha,\psi} \varphi)(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^b \psi'(t) (\psi(t) - \psi(x))^{\alpha-1} \varphi(t) dt \quad \text{при } x < b \end{aligned}$$

соответственно.

Определение 2 ([1]). Пусть $\alpha > 0$, $n-1 < \alpha \leq n$, $n \in \mathbb{N}$, $-\infty \leq a < b \leq \infty$ и пусть функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$ и $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Левосторонние и правосторонние производные ψ – Римана-Лиувилля функции f относительно другой функции ψ на $[a, b]$, с порядком α , определяются следующим образом:

$$(D_{a+}^{\alpha,\psi} f)(x) = \left(\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \right)^n I_{a+}^{n-\alpha,\psi} f(x), \quad x > a \quad (1)$$

$$(D_{b-}^{\alpha,\psi} f)(x) = \left(-\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \right)^n I_{b-}^{n-\alpha,\psi} f(x), \quad x < b \quad (2)$$

соответственно, где $n = [\alpha] + 1$. При $0 < \alpha < 1$ формулы (1) и (2) принимают вид

$$\begin{aligned} (D_{a+}^{\alpha,\psi} f)(x) &= \frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \psi'(t) (\psi(x) - \psi(t))^{-\alpha} f(t) dt, \quad x > a \\ (D_{b-}^{\alpha,\psi} f)(x) &= -\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_x^b \psi'(t) (\psi(t) - \psi(x))^{-\alpha} f(t) dt, \quad x < b \end{aligned}$$

соответственно.

При $0 < \alpha < 1$, $0 < \varepsilon < 1$ мы полагаем:

$$\begin{aligned} (D_{a+,\varepsilon}^{\alpha,\psi} f)(x) &= \\ &= \begin{cases} \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)(\psi(x) - \psi(a))^\alpha} + \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_\varepsilon^{\psi(x) - \psi(a)} \frac{f(x) - f(\psi^{-1}(\psi(x) - \tau))}{\tau^{\alpha+1}} d\tau, & \delta(\varepsilon) \leq x \leq b, \\ \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)\varepsilon^\alpha}, & a \leq x \leq \delta(\varepsilon), \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

которую будем называть «усеченной» дробной производной типа ψ – Маршо, где $\delta(\varepsilon) = \psi^{-1}(\psi(x) + \varepsilon)$.

Теорема 1. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha,\psi} \varphi)(x)$, $\varphi \in L^p(a, b)$, где $0 < \alpha < 1$, $1 \leq p < \infty$, и $0 < \varepsilon < 1$ и пусть $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Тогда усеченная дробная производная $(D_{a+}^{\alpha,\psi} f)(x)$ имеет следующее интегральное представление

$$(D_{a+,\varepsilon}^{\alpha,\psi} f)(x) = \int_0^{r(x,\varepsilon)} K_\alpha^+(t) \varphi(\psi^{-1}(\psi(x) - \varepsilon t)) dt,$$

где $r(x, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}(\psi(x) - \psi(a))$, ядро $K_{\alpha}^{+}(t) = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} [t_{+}^{\alpha} - (t-1)_{+}^{\alpha}] \in L^1(\mathbb{R})$

является усредняющим $\int_0^{\infty} K_{\alpha}^{+}(t) dt = 1$ и $K_{\alpha}^{+}(t) > 0$ (см. [3], с. 105).

Следствие. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha, x} \varphi)(x)$, $\varphi \in L^p(a, b)$, где $0 < \alpha < 1$, $1 \leq p < \infty$, и $0 < \varepsilon < 1$. Тогда усеченная дробная производная $(D_{a+}^{\alpha, x} f)(x)$ имеет следующее интегральное представление

$$(D_{a+}^{\alpha, \psi} f)(x) = \int_0^{\frac{x-a}{\varepsilon}} K_{\alpha}^{+}(t) \varphi(x - \varepsilon t) dt,$$

где ядро $K_{\alpha}^{+}(t) = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} [t_{+}^{\alpha} - (t-1)_{+}^{\alpha}] \in L^1(\mathbb{R})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sousa, J. Vanterler da C., and E. Capelas de Oliveira. On the Hilfer fractional derivative // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2018. № 60. P. 72-91.
2. César Ledesma, J. Vanterler da C. Sousa, Amado Cruz. Hardy-Littlewood type inequality for ψ -Riemann-Liouville fractional integrals // HAL Id: hal-03189239. 2021. 2. April.

ON DIVERGENCE OF TRAJECTORIES OF LOTKA-VOLTERRA OPERATORS

Jamilov U¹, Mukhitdinov R²

¹uygun.jamilov@mathinst.uz, ²muxitdinov-ramazon@rambler.ru

¹V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics

²Tashkent Institute of Chemical Technology

Let $E = \{1, \dots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on E

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$$

$(m-1)$ - dimensional simplex.

A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $x \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$ where

$$p_{ij,k} \geq 0, p_{ij,k} = p_{ji,k}, \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1. \quad (2)$$

A quadratic stochastic operator is called a Volterra operator if

$$p_{ij,k} = 0, \text{ for any } k \notin \{i, j\}, i, j, k = 1, \dots, m.$$

The trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{n=\infty}$ of an operator V for an initial point $x \in S^{m-1}$ is defined by $x^{(n+1)} = V(x^{(n)})$ for all $n = 0, 1, 2, \dots$, with $x^{(0)} = x$.

Denote by $\omega_V(x^{(0)})$ the set of limit points of the trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{n=\infty}$.

An operator V is called regular if there is the limit $\lim_{n \rightarrow \infty} V^n(\mathbf{x})$ for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$.

An operator V is called ergodic if the limit $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} V^k(\mathbf{x})$ exists for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$.

On the basis of numerical calculations Ulam, conjectured that the any QSO is ergodic [3]. But in 1977 in [4], Zakharevich considered the following QSO on S^2

$$x_1' = x_1^2 + 2x_1x_2, \quad x_2' = x_2^2 + 2x_2x_3, \quad x_3' = x_3^2 + 2x_1x_3 \quad (3)$$

and showed that it is a non-ergodic transformation, that is he proved that Ulam's conjecture is false in general. The Zakharevich's QSO (3) is called the Stein Ulam Spiral map in some references. Later in [1] established a necessary condition for a QSO defined on S^2 to be a non-ergodic transformation, that is Zakharevich's result was generalized to a class of Volterra QSOs defined on S^2 .

A discrete-time Kolmogorov system $\Psi: R_+^m \rightarrow R_+^m$ is given by

$$\Psi(x) := (x_1g_1(x), x_2g_2(x), \dots, x_mg_m(x)), \quad x \in R_+^m$$

where x_i is a population density of the species i and the function g_i is a growth rate of the species i which depends on a population density vector $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Depending on the properties of the functions g_i , the discrete-time Kolmogorov system represents different kinds of species interactions.

A mapping $\Psi: R_+^m \rightarrow R_+^m$ is called stochastic if $V(S^{m-1}) \subset S^{m-1}$. In what follows, a stochastic Kolmogorov system $\Psi: R_+^m \rightarrow R_+^m$ is called a *Lotka-Volterra operator* (in short, an LV-operator). If Ψ is an LV-operator, then every face of the simplex is invariant under Ψ , i.e., $\Psi(\Gamma_\alpha) \subset \Gamma_\alpha$, for all $\alpha \subset \Gamma$.

A continuous function $\varphi: S^{m-1} \rightarrow R$ is called a Lyapunov function for an operator V if the limit $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(V^n(x))$ exists and finite for all $\mathbf{x} \in S^{m-1}$.

Let $f(x): S^2 \rightarrow [0, 1]$ be a continuous function and let $\tau > 0$ be a real number. Consider on S^2 the following operator

$$V: \begin{cases} x_1' = x_1 \left(1 + \left(\frac{x_1^r x_2}{s - x_1 + \|x\|} - \frac{x_3^{r+1}}{s - x_3 + \|x\|} \right) f(x) \right), \\ x_2' = x_2 \left(1 + \left(\frac{x_2^r x_3}{s - x_2 + \|x\|} - \frac{x_1^{r+1}}{s - x_1 + \|x\|} \right) f(x) \right), \\ x_3' = x_3 \left(1 + \left(\frac{x_3^r x_1}{s - x_3 + \|x\|} - \frac{x_2^{r+1}}{s - x_2 + \|x\|} \right) f(x) \right), \end{cases} \quad (4)$$

where $\|\cdot\|$ a norm in R^3 and $s \geq 3$ is a natural number.

Let $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$ be the vertexes of the simplex S^2 . It is easy to verify that the faces $\Gamma_{\{1,2\}}$, $\Gamma_{\{1,3\}}$, $\Gamma_{\{2,3\}}$ are invariant sets with respect to V . The vertexes e_1 , e_2 , e_3 and the point $c = (1/3, 1/3, 1/3)$ are the fixed points of the operator (4).

Theorem. For the operator V defined by (4) the following assertions true:

- i) The function $\varphi(x) = x_1 x_2 x_3$ is a Lyapunov function for LV-operator (4);
- ii) $\omega_V(x^{(0)})$ is an infinite subset of ∂S^2 for any $x^{(0)} \in S^2 \setminus \{c\}$;
- iii) For any $x^{(0)} \in S^2 \setminus \{c\}$ and the LV-operator V the sequence of averages $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} V^k(x)$ diverges.

REFERENCES

1. N. N. Ganikhodzhaev, D. V. Zanin. On a necessary condition for the ergodicity of quadratic operators defined on a two-dimensional simplex, Russ. Math. Surv. 59 (3) (2004) 571–572.
2. R. N. Ganikhodzhaev. Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76 (2) (1993), 489–506.
3. S. M. Ulam. A collection of mathematical problems, Interscience Tracts in Pure and Applied Mathematics, no. 8, Interscience Publishers, New York-London, 1960.
4. M. I. Zakharevich. On the behaviour of trajectories and the ergodic hypothesis for quadratic mappings of a simplex, Russ. Math. Surv. 33 (6) (1978) 265–266.

ON TRAJECTORIES OF A QUADRATIC OPERATOR

Jamilov U.U.¹, O‘roqova N. R.²

¹jamilovu@yandex.ru, ²nilufaroroqova6@gmail.com

¹V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics;

²National University of Uzbekistan;

Let

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$$

$(m-1)$ – dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $x \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$ where

$$p_{ij,k} \geq 0, p_{ij,k} = p_{ji,k}, \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1. \quad (2)$$

A quadratic stochastic operator is called a Volterra operator if

$$p_{ij,k} = 0, \text{ for any } k \notin \{i, j\}, i, j, k = 1, \dots, m.$$

The trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{n=\infty}$ of an operator V for an initial point $x \in S^{m-1}$ is defined by $x^{(n+1)} = V(x^{(n)})$ for all $n = 0, 1, 2, \dots$, with $x^{(0)} = x$. Denote by $\omega_V(x^{(0)})$ the set of limit points

of the trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{n=\infty}$. The asymptotic behavior of trajectories Volterra QSOs was analysed in [2]

Definition 1. A point $x \in S^{m-1}$ is called a periodic point of V if there exists an n so that $V^n(x) = x$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the prime period or least period of the point x . A period-one point is called a fixed point of V . Denote the set of all fixed points by $Fix(V)$ and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period n by $Per_n(V)$. Let $D(V(x^*)) = (\partial V_i / \partial x_j)(x^*)$ be a Jacobian of V at the point x^* .

Definition 2. [1] A fixed point x^* is called hyperbolic if its Jacobian $D(V(x^*))$ has no eigenvalues on the unit circle. A hyperbolic fixed point x^* is called:

- i) *attracting*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are less than 1 in absolute value;
- ii) *repelling*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are greater than 1 in absolute value;
- iii) *a saddle*, otherwise.

We let $intS^{m-1}$ denote the interior of S^{m-1} be the set $intS^{m-1} = \{x \in S^{m-1} : x_1 x_2 \cdots x_m > 0\}$ and a face of the simplex S^{m-1} be the set $\Gamma_I = \{x \in S^{m-1} : x_i = 0, i \notin I \subset \{1, 2, \dots, m\}\}$.

Let us consider a QSO defined on the one-dimensional simplex which has the form

$$V : \begin{cases} x_1' = ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2, \\ x_2' = (1-a)x_1^2 + 2(1-b)x_1x_2 + (1-c)x_2^2 \end{cases} \quad (3)$$

where $a, b, c \in [0, 1]$.

Obviously that $a = p_{11,1}$, $b = p_{12,1}$ and $c = p_{22,1}$. Using $x_2 = 1 - x_1$ and introducing new variables $x = x_1$, $x_1' = f(x)$ from (1) one has $f(x) = (a - 2b + c)x^2 - 2(b - c)x + c$.

Let $\Delta = 4(1-a)c + (1-2b)^2$.

Theorem 1. For the function f the following statements are true:

- i) for any parameters $a, b, c \in [0, 1]$ the function f has a unique fixed point in $x^* \in [0, 1]$;
- ii) if $0 \leq \Delta \leq 4$ then any trajectory converges to $x^* \in [0, 1]$;
- iii) if $4 < \Delta \leq 5$ then there is a 2-periodic cycle $\{\hat{x}, \tilde{x}\}$ and any trajectory converges to this periodic cycle.

Remark 1. We notice that Theorem 1 also presented in [1] by Yu. Lyubich. But our proof based on the topological conjugate which differs from the Lyubich's proof.

REFERENCES

1. Yu. I. Lyubich, Iterations of quadratic transformations, Mathematical economics and functional analysis 109-138 (1974).

UCHINCHI TARTIBLI OPERATORLI MATRITSALAR OILASI MUHIM SPEKTRINING JOYLASHUV O'RNI

Tosheva N.A.

nargiza_n@mail.ru

Buxoro davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu ishda uchinchi tartibli operatorli matritsalar oilasi uchun diskret spektri aniqlangan hamda muhim spektri va uning joylashuv o'rni o'rganilgan.

$\mathcal{H}$ orqali $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$, $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}^3)$ va $\mathcal{H}_2 := L_2^s((\mathbb{T}^3)^2)$ fazolarning to'g'ri yig'indisini belgilaymiz, ya'ni $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$. Bunda $\mathcal{H}_0$, $\mathcal{H}_1$ va $\mathcal{H}_2$ fazolarga $L_2(\mathbb{T}^3)$ fazo yordamida qurilgan $\mathcal{F}_s(L_2(\mathbb{T}^3))$ bozonli Fok fazoning mos ravishda nol zarrachali, bir zarrachali va ikki zarrachali qism fazolari deyiladi.

$\mathcal{H}$ Hilbert fazosida ta'sir qiluvchi quyidagi

$$H(K) := \begin{pmatrix} H_{00}(K) & H_{01} & 0 \\ H_{01}^* & H_{11}(K) & H_{12} \\ 0 & H_{12}^* & H_{22}(K) \end{pmatrix} \quad (1)$$

uchinchi tartibli operatorli matritsalar oilasini qaraymiz. Bu yerda matritsaviy elementlar

$$H_{00}(K)f_0 = w_0(K)f_0, \quad H_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}^3} v_0(t)f_1(t)dt;$$

$$(H_{11}(K)f_1)(p) = w_1(K; p)f_1(p), \quad (H_{12}f_2)(p) = \int_{\mathbb{T}^3} v_1(t)f_2(p, t)dt;$$

$$(H_{22}(K)f_2)(p, q) = w_2(K; p, q)f_2(p, q), \quad f_i \in \mathcal{H}_i, \quad i = 0, 1, 2$$

kabi aniqlangan bo'lib, H_{ij}^* ($i < j$) orqali H_{ij} operatorga qo'shma operator belgilangan. Bundan tashqari $w_0(\cdot)$ va $v_i(\cdot)$, $i = 0, 1$ funksiyalar $\mathbb{T}^3$ da aniqlangan haqiqiy qiymatli chegaralangan funksiyalar, $w_1(\cdot; \cdot)$ va $w_2(\cdot; \cdot, \cdot)$ funksiyalar esa mos ravishda

$$w_1(K; p) := l_1 \varepsilon(p) + l_2 \varepsilon(K - p) + 1,$$

$$w_2(K; p, q) := l_1 \varepsilon(p) + l_1 \varepsilon(q) + l_2 \varepsilon(K - p - q),$$

tengliklar yordamida aniqlanib, $l_1, l_2 > 0$ va

$$\varepsilon(q) := \sum_{i=1}^3 (1 - \cos(nq^{(i)})), \quad q = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in \mathbb{T}^3, \quad n \in \mathbb{N}.$$

$H(K)$ operatorli matritsalar oilasining spektral xossalarini o'rganishda muhim sanalgan $\mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ Hilbert fazosida

$$h(k) := \begin{pmatrix} h_{00}(k) & h_{01} \\ h_{01}^* & h_{11}(k) \end{pmatrix}$$

kabi aniqlangan va umumlashgan Fridriks modellari oilasi deb ataluvchi $h(k)$, $k \in \mathbb{T}^3$ ikkinchi tartibli operatorli matritsalar oilasini qaraymiz. Bu yerda

$$h_{00}(k)f_0 = (l_2 \varepsilon(k) + 1)f_0, \quad h_{01}f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\mathbb{T}^3} v_1(t)f_1(t)dt,$$

$$(h_{11}(k)f_1)(q) = E_k(q)f_1(q), \quad E_k(q) := l_1 \varepsilon(q) + l_2 \varepsilon(k - q).$$

$h(k)$, $k \in \mathbb{T}^3$ operatorli matritsaning muhim spektri uchun

$$\sigma_{\text{ess}}(h(k)) = [E_{\min}(k); E_{\max}(k)]$$

tenglik o'rinli

Bu yerda

$$E_{\min}(k) := \min_{q \in \mathbb{T}^3} E_k(q) \quad \text{va} \quad E_{\max}(k) := \max_{q \in \mathbb{T}^3} E_k(q).$$

Har qanday $k \in \mathbb{T}^3$ uchun $\mathbb{C} \setminus [E_{\min}(k); E_{\max}(k)]$ sohada analitik bo'lib,

$$\Delta(k; z) := l_2 \varepsilon(k) + 1 - z - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{v_1^2(t) dt}{E_k(t) - z}$$

tenglik yordamida aniqlangan funktsiyani qaraymiz. Odatda $\Delta(k; \cdot)$ funktsiyaga $h(k)$ operatorli matritsaga mos Fredgolm determinanti deyiladi.

1-lemma. Har bir $k \in \mathbb{T}^3$ uchun $z \in \mathbb{C} \setminus [E_{\min}(k); E_{\max}(k)]$ soni $h(k)$ operatorli matritsaning xos qiymati bo'lishi uchun $\Delta(k; z) = 0$ bo'lishi zarur va yetarlidir.

Quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

$$m_K := \min_{p, q \in \mathbb{T}^3} w_2(K; p, q), \quad M_K := \max_{p, q \in \mathbb{T}^3} w_2(K; p, q),$$

$$\sigma_K := \bigcup_{p \in \mathbb{T}^3} \{\sigma_{\text{disc}}(h(K - p)) + l_1 \varepsilon(p) I\}, \quad \Sigma_K := [m_K; M_K] \cup \sigma_K$$

bu yerda I orqali $\mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ fazodagi birlik operator belgilangan.

Asosiy natijalarni bayon qilish maqsadida quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$E_{\min}^{(l)}(K) := \min\{\sigma_K \cap (-\infty; m_K]\}, \quad E_{\max}^{(l)}(K) := \max\{\sigma_K \cap (-\infty; m_K]\},$$

$$E_{\min}^{(r)}(K) := \min\{\sigma_K \cap [M_K; +\infty)\}, \quad E_{\max}^{(r)}(K) := \max\{\sigma_K \cap [M_K; +\infty)\},$$

$$\sigma_{\text{two}}^{(l)}(K) := [E_{\min}^{(l)}(K); E_{\max}^{(l)}(K)], \quad \sigma_{\text{two}}^{(r)}(K) := [E_{\min}^{(r)}(K); E_{\max}^{(r)}(K)].$$

$\mathbb{C} \setminus [E_{\min}(K, k); E_{\max}(K, k)]$ sohada

$$I_K(k; z) := \int_{\mathbb{T}^3} \frac{v_1^2(t) dt}{w_2(K; k, t) - z}$$

yordamchi funktsiyani qaraymiz.

1-teorema. Faraz qilaylik, har bir tayinlangan $K \in \mathbb{T}^3$ uchun $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; m_K - l_1 \varepsilon(k)) \geq 0$ bo'lsin.

(a) Agar $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$ bo'lsa, u holda

$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [m_K; M_K]$ bo'ladi;

(b) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$ va $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$

bo'lsa, u holda $\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [m_K; E_{\max}^{(r)}(K)]$ bo'ladi;

(c) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$ bo'lsa, u holda

$$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [m_K; M_K] \cup \sigma_{\text{two}}^{(r)}(K)$$

munosabat o'rinli bo'ladi. Bundan tashqari, $E_{\min}^{(l)}(K) = m_K$ tenglik o'rinli bo'ladi.

2-teorema. Faraz qilaylik, har bir tayinlangan $K \in \mathbb{T}^3$ uchun

$\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; m_K - l_1 \varepsilon(k)) < 0$, $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; m_K - l_1 \varepsilon(k)) \geq 0$ bo'lsin.

(a) Agar $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$ bo'lsa, u holda

$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [E_{\min}^{(l)}(K); M_K]$ bo'ladi;

(b) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$ va $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$

bo'lsa, u holda $\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [E_{\min}^{(l)}(K); E_{\max}^{(r)}(K)]$ bo'ladi;

(c) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$ bo'lsa, u holda

$$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = [E_{\min}^{(l)}(K); M_K] \cup \sigma_{\text{two}}^{(r)}(K)$$

munosabatga ega bo'lamiz. Bundan tashqari, $E_{\min}^{(l)}(K) < m_K$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

3-teorema. Faraz qilaylik, har bir tayinlangan $K \in \mathbb{T}^3$ uchun $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; m_K - l_1 \varepsilon(k)) < 0$ bo'lsin.

(a) Agar $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$ bo'lsa, u holda

$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = \sigma_{\text{two}}^{(l)}(K) \cup [m_K; M_K]$ bo'ladi;

(b) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) \leq 0$, $\max_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$ bo'lsa u holda

$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = \sigma_{\text{two}}^{(l)}(K) \cup [m_K; E_{\max}^{(r)}(K)]$ bo'ladi;

(c) agar $\min_{k \in \mathbb{T}^3} \Delta(K - k; M_K - l_1 \varepsilon(k)) > 0$ bo'lsa, u holda

$$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = \sigma_{\text{two}}^{(l)}(K) \cup [m_K; M_K] \cup \sigma_{\text{two}}^{(r)}(K)$$

bo'ladi. Bundan tashqari, $E_{\max}^{(l)}(K) < m_K$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Ta'kidlash joizki, 1–3-teoremlarning birinchi tasdiqlarida $E_{\max}^{(r)}(K) = M_K$, ikkinchi tasdiqlarida $E_{\max}^{(r)}(K) > M_K$ uchinchi tasdiqlarida esa $E_{\min}^{(r)}(K) > M_K$ munosabat o'rinli bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. М.Рид, Б.Саймон. Методы современной математической физики Т. 4. Анализ операторов. М.: Мир. 1982.

INTEGRAL FORMULALAR TASNIFI HAQIDA.

Yusupova Sh. B.¹ Xujamova Sh. A.²

¹shaxlo.yusupova@gmail.com, ²xujamovashohsanam@gmail.com

¹Belorus-O'zbekiston qo'shma tarmoqlararo amaliy texnik kvalifikatsiyalar instituti

²Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya: Bizga ma'lumki integral formulalar kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, matematikadagi bir qancha masalalarni yechimini topishda, balki hayotimizdagi boshqa sohalarida ham muhim ahamiyatga ega. Shu kungacha bir qancha olimlar integral formulalar ustida ish olib borishgan. Bu maqolada integral formulalarning o'zaro bog'liqligi va farqlari haqida qisqacha keltirilgan.

Aytaylik, C^n da $D = D_1 \times \dots \times D_n$ polidoirasimon soha berilgan bo'lsin. Bilamizki bu soha uchun quyidagi Koshining integral formulasi o'rinli [4]:

$$f(z) = \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_{\Gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi. \quad (1)$$

bunda, $\Gamma = \partial D_1 \times \dots \times \partial D_n$ polidoiraning ostovi va

$$\frac{d\xi}{\xi - z} = \frac{d\xi_1 \wedge \dots \wedge d\xi_n}{(\xi_1 - z_1) \dots (\xi_n - z_n)}$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Biz quyida ixtiyoriy chegaralangan sohaning silliq yoki bo'lakli silliq chegarasi bo'yicha olingan integral formulani keltiramiz:

D soha uchun $f(z) \in \theta(D) \cap C(\bar{D})$ bo'lsa,

$$f(Z) = \int_{\partial D} f(\xi) \omega(\xi - z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int_{\partial D} f(\xi) \frac{\sigma(\xi - z)}{|\xi - z|^{2n}} \quad (2)$$

formula o'rinli bo'ladi, bu integral formula Martinelli-Boxner formulasi deyiladi.

$$n=1 \text{ da } \sigma(\xi - z) = (\bar{\xi} - \bar{z}) d\xi, \quad |\xi - z|^2 = (\xi - z)(\bar{\xi} - \bar{z})$$

bo'lib, (2) formula Koshining integral formulasiga aylanadi.

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} f(\xi) \frac{\sum_{v=1}^n (-1)^{v-1} (\bar{\xi}_1 - \bar{z}_1) d\bar{\xi} [1] \wedge d\xi}{|\xi - z|^2} = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi) (\bar{\xi}_1 - \bar{z}_1) d\xi}{(\bar{\xi}_1 - \bar{z}_1)(\xi_1 - z_1)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi \\ f(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \begin{cases} f(z), & z \in D \\ 0, & z \notin \bar{D} \end{cases} \end{aligned}$$

Xususiyl holda, bu formulada $f(z) \equiv 1$ deb qarab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_{\partial D} \omega(\xi - z) = \chi(z) \text{ bunda, } \chi - D \text{ sohadagi xarakteristik funksiya bo'lib, } z \in D \text{ da}$$

1 ga teng, $\bar{D}$ ni to'ldiruvchisida esa 0 ga teng bo'ladi.

Lere teoremasi: Aytaylik $f \in \mathcal{G}(D) \cap C(\bar{D})$, $D \subset C^n$ chegarasi silliq soha bo'lib, $\chi_z(\varphi)$ -silliq funksiya va $\forall z \in D, \forall \varphi \in \partial D$ uchun $\langle \varphi - z, \chi_z(\varphi) \rangle \neq 0$ bo'lsin.

Agar $f \in \mathcal{G}(D) \cap C(\bar{D})$ bo'lsa, u holda

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int_{\partial D} \frac{f(\varphi) \delta(\chi_z(\varphi)) \wedge d\varphi}{\langle \varphi - z, \chi_z(\varphi) \rangle} \quad (3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

$\mathbb{C}^n$ dagi $B = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\}$ birlik shar uchun

$$\varphi(\zeta) = \sum_{v=1}^n \zeta_v \bar{\zeta}_v = 1, \quad \Delta \varphi = \bar{\zeta}, \quad \chi_z(\zeta) = \bar{\zeta}$$

$$\langle \zeta - z, \bar{\zeta} \rangle = 1 - \sum_{v=1}^n \bar{\zeta}_v z_v$$

bundan shar uchun Lere formulasi

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)} \int_{|\zeta|=1} f(\zeta) \frac{\sum_{v=1}^n (-1)^{v-1} \cdot \bar{\zeta}_1 d\bar{\zeta}_1 \wedge \dots \wedge \dots \wedge d\bar{\zeta}_n}{(1 - \sum_{v=1}^n \bar{\zeta}_v z_v)^n} \wedge d\zeta$$

ko'rinishga kelar ekan. $n=1$ bo'lganda birlik doira uchun Koshi integral

formulasiga keladi:
$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=1} f(\zeta) \frac{\bar{\zeta}}{1 - \bar{\zeta}z} d\zeta$$

Xulosa: Lere formulasidagi yadro $\langle \zeta - z, \chi_z(\zeta) \rangle = 0$ bo'ladigan $\zeta \in \mathbb{C}^n$ nuqtalarda maxsuslikka ega bo'ladi. Martinelli-Boxner formulasida esa faqatgina $\zeta = z$ nuqtada maxsuslik bor. Ammo umumiy holda qaraganda $\bar{D}$ dan tashqarida boshqa maxsus nuqtalarga ega bo'lishi mumkin. Bundan ko'rinadiki Lere integrali D sohadan tashqarida nolga teng emas, Martinelli-Boxner integrali esa nolga teng.

Martinelli-Boxner formulasini Koshi integral formulasi bilan bog'laydigan yana bitta xossasini qaraymiz, agar $f \in \theta(\bar{D})$ bo'lsa, u holda (2) formulaning o'ng qismi $\bar{D}$ ni tashqarisida nolga aylanadi.

Koshining integral formulasi hamma sohalar uchun o'rinli bo'lmasada, uning qulayliklari juda ko'p. Unda integral sohaning chegarasi bo'yicha emas, balki uning ostovida hisoblanadi.

Martinelli-Boxner formulasining Koshining integral formulasidan farqi, Koshi integral formulasi polidoirasimon sohalar uchun o'rinli bo'lsa, (2) formula esa ixtiyoriy silliq chegarali (yoki bo'lakli silliq) sohalar uchun o'rinli va integrallash barcha chegara bo'yicha olinadi.

Demak, $n=1$ da Martinelli-Boxner integral formulasi va Lere formulasi Koshining integral formulasiga aylanar ekan. (2) va (3) formulani Koshining integral formulasining umumlashmalaridan biri deyish mumkin ekan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Тронимчук Ю.Ю. О дифференциальными свойствами вещественным и комплексных функций. «Десятая математическая школа». – Киев: АН УССР, 1974, -с 330-360 ст
2. Векуа И.Н. Обобщенные аналитическая функции. – М.Наука, 1998-510 ст.
3. Ayzenberg Yuяakov. Интегральные представление и вычеты в многомерном комплексном анализе. Нв. 1979
4. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. 1,2 часть. М. 1976
5. Xudoyberganov G., Vorisov A., Mansurov . Kompleks analiz. – Т. 1998y.
6. Привалов И. И. Введение в теорию функции комплексного переменного.

CONFORMALLY INVARIANT VARIATIONAL PROBLEM FOR TIMELIKE CURVES IN THE N -DIMENSIONAL EINSTEIN UNIVERSE

Eshkabilov O.Y.

olim_0190@mail.ru

Turin Polytechnic University in Tashkent

In this work, the aim is disquisition on the critical points of the simplest conformally invariant variational problem for timelike curves in the n -dimensional Einstein universe. Such critical curves are called conformal timelike geodesics. The functional defining the variational problem is the Lorentzian analogue of the conformal arc length functional in the Möbius geometry.

Let $E^{1,n-1}$ denote the conformal compactification of Minkowski n -space ($n > 1$), realized as the set of oriented null lines through the origin in pseudo-Euclidean space $\mathbb{R}^{2,n}$. Topologically, $E^{1,n-1}$ is the sphere product $S^1 \times S^{n-1}$. The restriction to $E^{1,n-1}$ of the pseudo-Euclidean structure of $\mathbb{R}^{2,n}$ makes $E^{1,n-1}$ into an oriented, time-oriented, Lorentz manifold with product metric $-dt^2 + g_{S^{n-1}}$, where dt^2 is the standard metric on S^1 and $g_{S^{n-1}}$ that on S^{n-1} . The Lorentz manifold $E^{1,n-1}$ is known in the literature as the compact Einstein universe. The role of $E^{1,n-1}$ in conformal Lorentz geometry is similar to that of the conformal n -sphere S^n (the Möbius n -space) in conformal Riemannian geometry [1]. It is well known that along a generic curve in the conformal sphere S^n there exists a canonical conformally invariant arc element whose integral defines a conformally invariant functional, called the arclength functional.

The purpose of this paper is to study the timelike curves in $E^{1,n-1}$ which are critical for the conformal strain functional, the Lorentz analogue of the arclength functional for curves in S^n . These curves are referred to as conformal timelike geodesics, or conformal worldlines. The conformal strain functional defines the simplest conformally invariant variational problem on the space of generic timelike curves (i.e., timelike curves without conformal vertices) and generalizes the functional for timelike curves in $E^{1,2}$. Proceeding by the method of moving frames in analogy with [2], we compute the variational equations satisfied by the conformal worldlines.

Let $E^{1,n-1}$ denote the n -dimensional submanifold of $\mathbb{R}^{n+2}$, $n > 1$, defined by the equations $x_0^2 + x_1^2 = 1$ and $x_2^2 + \dots + x_{n+1}^2 = 1$. As a manifold, $E^{1,n-1}$ is the Cartesian product $S^1 \times S^{n-1}$. The restriction to $E^{1,n-1}$ of the quadratic form

$$g = -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_{n+1}^2$$

induces on $E^{1,n-1}$ a Lorentz pseudo-metric g_e . The Lorentz manifold $(E^{1,n-1}, g_e)$, with the orientation and time-orientation, is called the n -dimensional Einstein universe.

Let $\gamma: I \subset \mathbb{R} \rightarrow E^{1,n-1}$ be a parametrized timelike curve, $n \geq 3$. A null lift of γ is a map $\Gamma: I \rightarrow \mathbb{R}^{2,n}$, such that $\gamma(t) = [\Gamma(t)]$, for every $t \in I$. If γ is generic, there exists a unique null lift Γ , referred to as the canonical lift, such that $Q_\gamma = \langle \Gamma', \Gamma' \rangle^2 dt^4$. The smooth positive function $v_\gamma = |\langle \Gamma', \Gamma' \rangle|^{1/2}$ is called the conformal strain density and the exterior differential 1-form $\sigma_\gamma = v_\gamma dt$ is called the

infinitesimal conformal strain (or conformal arc element) of γ . By construction, σ_γ is invariant under the action of the restricted conformal group and orientation preserving changes of parameter. The 1-form σ_γ is the Lorentzian analogue of the conformal arc element of a curve in the 3-dimensional round sphere [3] and generalizes the analogue notion for a generic timelike curve in the (1+2)-dimensional Einstein universe.

We implicitly assume that all timelike curves are generic and equipped with intrinsic orientations. For any such a curve γ , we denote by Γ its canonical null lift. There are two canonical cross sections, first S_γ is defined by $S_\gamma = \text{pr}_3(\dot{M}_2)$. Next, let $h_1 = \langle \dot{M}_1, M_{n+1} \rangle$, $h_2 = \sqrt{\langle S_\gamma, S_\gamma \rangle}$. Then, we define second cross section W_γ by

$$W_\gamma := (\dot{h}_1 - 3h_2\dot{h}_2)M_2 - (h_2^2 - 2h_1)S_\gamma + D^2(S_\gamma),$$

where D^2 is the second-order covariant derivative and

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{|\langle \Gamma', \Gamma' \rangle|^{1/2}} \Gamma', & M_2 &= \frac{\text{pr}_{(2)}(\Gamma''')}{\langle \text{pr}_{(2)}(\Gamma'''), \text{pr}_{(2)}(\Gamma''') \rangle^{1/2}}, \\ M_{n+1} &= -\frac{1}{\langle \Gamma, \Gamma'' \rangle} \Gamma'' + \frac{\langle \Gamma', \Gamma'' \rangle}{\langle \Gamma, \Gamma'' \rangle} \Gamma' + \frac{1}{2} \left(\frac{\langle \Gamma'', \Gamma'' \rangle}{\langle \Gamma, \Gamma'' \rangle^2} - \frac{\langle \Gamma'', \Gamma' \rangle^2}{\langle \Gamma, \Gamma'' \rangle^2} \right) \Gamma \end{aligned}$$

For a generic timelike curve γ , we have seen that there is a canonical arc element σ_γ on I . If $K \subset I$ is a closed interval in I , we can define the total strain functional $\mathcal{S}_K(\gamma) = \int_K \sigma_\gamma$ on the space of smooth, generic, timelike immersions of I into $E^{1,n-1}$. We say that a generic timelike curve γ is a conformal timelike geodesic, or a conformal worldline, if for any closed interval $K \subset I$ and for any smooth variation $g: I \times (-\epsilon, \epsilon) \ni (t, \tau) \mapsto \gamma_\tau(t) \in E^{1,n-1}$, with $\gamma_0 = \gamma$ and $\text{supp}(g) \subset K$, $\left. \frac{d}{d\tau} (\mathcal{S}_K(\gamma_\tau)) \right|_{\tau=0} = 0$.

We can formulate our result with the following theorem:

Theorem. A generic timelike curve γ equipped with its intrinsic orientation is a conformal timelike geodesic if and only if W_γ vanishes identically.

REFERENCES

- [1] T. Barbot, V. Charette, T. Drumm, W. M. Goldman, and K. Melnick, A premier on the (2+1)-Einstein universe, in Recent developments in pseudo-Riemannian geometry, 179–229, ESI Lect. Math. Phys., Eur. Math. Soc., Zurich, 2008; arXiv:0706.3055 [math.DG]
- [2] M. Magliaro, L. Mari, and M. Rigoli, On the geometry of curves and conformal geodesics in the Möbius space, Ann. Global Anal. Geom. 40 (2011), 133–165.
- [3] E. Musso and L. Nicolodi, Quantization of the conformal arclength functional on space curves, Comm. Anal. Geom. 25 (2017), no. 1, 209–242.

IKKI O'LCHAMLI SIMPLEKSDA BA'ZI VOLTERRA TIPIDAGI KVADRATIK STOXASTIK OPERATORLAR KOMPOZITSIYASINING DINAMIKASI

Boboqulova M.A¹, Kurganov K.A².

¹Marjonaboboqulova1999@gmail.com

^{1,2}O'zbekiston Milliy universiteti

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\} \quad \text{simpleksda}$$

aniqlangan $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ -kvadratik stoxastik operator (KSO) berilgan bo'lsin, ya'ni

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

bu yerda $P_{ij,k} \geq 0$, $P_{ij,k} = P_{ji,k}$ va $\sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1$, $\forall i, j, k \in \{1, 2, \dots, m\}$

Ta'rif 1. Agar (1) operator uchun $P_{ij,k} = 0$, $\forall k \notin \{i, j\}$ shart bajarilsa, u *Volterra tipidagi operator* deyiladi.

Teorema 1. (G'anixodjayev R.N.) *Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlari ko'rinishini quyidagicha yozish mumkin:*

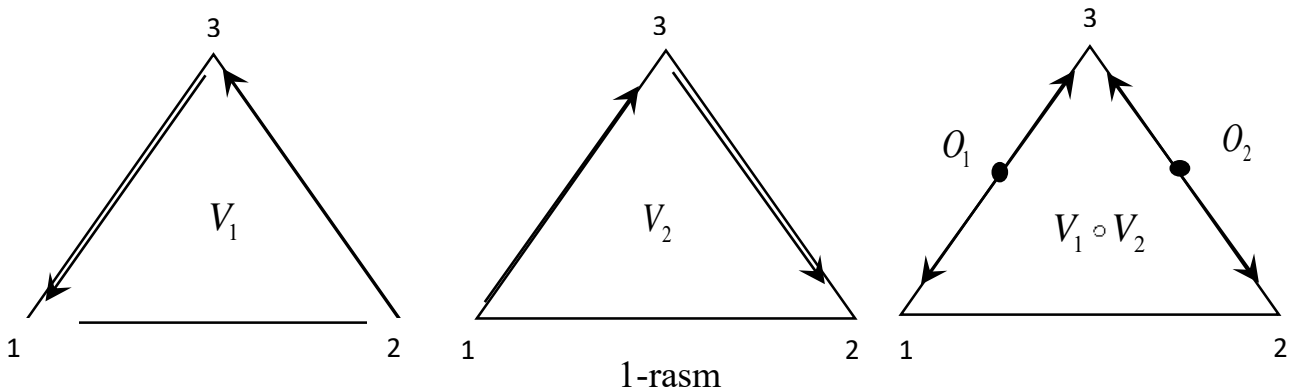
$$V : x'_k = x_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right) \quad (2)$$

bu yerda $a_{ki} = 2P_{ik,k} - 1$, $i \neq k$, $a_{kk} = 0$, $k = \overline{1, m}$ ga teng bo'ladi.

$V_1(x)$ va $V_2(x)$ Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlar berilgan bo'lsin.

Ta'rif 2. $V_1(x) \circ V_2(x) = V_1(V_2(x))$ tenglikni qanoatlantiruvchi $V_1(x) \circ V_2(x)$ operatorga $V_1(x)$ va $V_2(x)$ operatorlarning kompozitsiyasi deyiladi.

To'la yo'nalishlarga ega bo'lmagan graflarga mos Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlarning kompozitsiyalarini ko'raylik. Bizga quyidagi (1-rasm) to'la yo'nalishlarga ega bo'lmagan graflarga mos Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlar va ularning kompozitsiyasi berilgan bo'lsin



Bu graflarga mos Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlar

$$V_1 : \begin{cases} x'_1 = x_1(1 + ax_3) \\ x'_2 = x_2(1 - bx_3) \\ x'_3 = x_3(1 - ax_1 + bx_2) \end{cases}, \quad V_2 : \begin{cases} x'_1 = x_1(1 - ax_3) \\ x'_2 = x_2(1 + bx_3) \\ x'_3 = x_3(1 + ax_1 - bx_2) \end{cases} \quad (3)$$

ko'rinishda bo'lib, bu yerda $0 < a, b \leq 1$ bo'ladi. Ularning kompozitsiyasi esa

$$V_1 \circ V_2 : \begin{cases} x'_1 = x_1(1 - ax_3)(1 + ax_3(1 + ax_1 - bx_2)) \\ x'_2 = x_2(1 + bx_3)(1 - bx_3(1 + ax_1 - bx_2)) \\ x'_3 = x_3(1 + ax_1 - bx_2)(1 - ax_1(1 - ax_3) + bx_2(1 + bx_3)) \end{cases} \quad (4)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Teorema 2. a). (4) operatorning simpleks uchlaridan tashqari qirralarda qo'zg'almas nuqtalari mavjud bo'lib, Γ_{13} hamda Γ_{23} qirrada yotadi va itaruvchi nuqta bo'ladi.

b) Agar $O(x_0, y_0, z_0) \in S^2$ ichki nuqta bo'lsa, uning traektoriyasi simpleks uchlaridan biriga yaqinlashadi.

ADABIYOTLAR.

1. Horn R., Johnson Ch. Matrix analysis. Cambridge [England]; New York: Cambridge University Press. Second Edition. 2013. P. 645.
2. Ganikhodzhaev R. N., Eshmamatova D. B., Quadratic automorphisms of a simplex and the asymptotic behavior of their trajectories, Vladikavkazskii Matematicheskii Zhurnal, 2006, Vol. 8, № 2, P. 12–28.
2. Ganikhodzhaev R. N., Tadzieva M. A. and Eshmamatova D. B., Dynamical properties of quadratic homeomorphisms of a finite-dimensional simplex, Journal of Mathematical Sciences. 245(3), pp. 398–402, 2020.

IKKINCHI TUR MATRITSAVIY POLIKRUGDA GOLOMORF DAVOM ETTIRISH MASALASI HAQIDA.

Durmanov S.J¹., Qurbonova G.T²., Xolmurzayev M.M³.

¹safarjurrqulovich@gmail.com

^{1,2,3}Termiz davlat universiteti

Sohaning chegarasida yoki chegaraning bir qismida berilgan funktsiyani sohaga golomorf davom ettirish funktsiyalar nazariyasining muhim masalalaridan biri hisoblanadi. Bu masala bilan ko'plab olimlar shug'ullanishgan, jumladan: G.M. Xenkin ([1]), E.M. Chirka ([1]), U. Rudin ([2]), A. Sadullayev ([3]), G. Xudoyberganov ([4,5]), A.M. Kitmanov ([5,6]), B.A. Shoimqulov ([4,5]) va boshqalar.

Bizga

$$D_2 = \{Z_2 \in \mathbb{C}[m \times m] : Z_2 \overline{Z_2} < I\}$$

ikkinchi tur klassik soha [5,7], (bu yerda Z_2 $n \times n$ – tartibli kvadrat matritsa, $\overline{Z_2}$ – matritsa Z_2 matritsaning qo‘shmasi, I – birlik matritsa) va

$$S_2 = \{\xi_2 \in \mathbb{C}[m \times m] : \xi_2 \overline{\xi_2} = I\}$$

D_2 sohaning ostovi [5,7] berilgan bo‘lsin. Biz D_2 sohalarning n tasining dekart ko‘paytmasi

$$\underbrace{D_2 \times D_2 \times \dots \times D_2}_{n\text{ta}}$$

ni ikkinchi tur matritsaviy polikrug deb ataymiz va T_2^n bilan belgilaymiz ya’ni

$$T_2^n = \left\{ Z = (Z_2^{(1)}, Z_2^{(2)}, \dots, Z_2^{(n)}) \in \mathbb{C}^n[m \times m] : Z_2^{(j)} \overline{Z_2^{(j)}} < I, Z_2^{(j)} \in D_2 \right\}.$$

Ikkinchi tur matritsaviy polikrugning ostovini ham mos ravishda S_2 larning n tasining dekart ko‘paytmasi ko‘rinishida olamiz va $S(T_2^n)$ bilan belgilaymiz, ya’ni

$$S(T_2^n) = \left\{ \xi = (\xi_2^{(1)}, \xi_2^{(2)}, \dots, \xi_2^{(n)}) \in \mathbb{C}^n[m \times m] : \xi_2^{(j)} \overline{\xi_2^{(j)}} = I, \xi_2^{(j)} \in S_2 \right\}.$$

Bizga T_2^n sohada aniqlangan $f(Z)$ funksiya berilgan bo‘lsin.

Ta’rif: Agar $f(Z)$ funksiya T_2^n sohada golomorf bo‘lib, quyidagi shartni qanoatlantirsa

$$\sup_{0 \leq r < 1} \int_{S(T_2^n)} |f(r\xi)| d\mu(\xi) < \infty,$$

bu yerda $d\mu(\xi) - S(T_2^n)$ dagi normallangan Lebeg o‘lchovi, u holda $f(Z)$ funksiya T_2^n sohada Xardi sinfiga tegishli deyiladi va $f(Z) \in H^1(T_2^n)$ orqali belgilanadi.

Bizga nm^2 o‘zgaruvchili

$$F(Z) = F(Z_2^1, Z_2^2, \dots, Z_2^n) \in H^2(S(T_2^n), d\mu)$$

funksiya berilgan bo‘lsin.

Ma’lumki, agar $F(Z) \in H^2(S(T_2^n), d\mu)$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $Z \in T_2^n$ nuqta uchun quyidagi integral formula o‘rinli

$$F(Z) = \int_{S(T_2^n)} \frac{f(\xi) d\mu(\xi)}{\prod_{j=1}^n \det^{\frac{m+1}{2}}(\xi_2^j - Z_2^j)}. \quad (1)$$

Endi quyidagicha sohalarni kiritib olamiz

$$D_\beta = \left\{ Z \in \mathbb{C}^n[m \times m] : (-1)^{\beta_1} (Z_2^{(1)} \overline{Z_2^{(1)}} - I) < 0, (-1)^{\beta_2} (Z_2^{(2)} \overline{Z_2^{(2)}} - I) < 0, \dots \right.$$

$$..., (-1)^{\beta_n} \left(Z_2^{(n)} \overline{Z_2^{(n)}} - I \right) < 0, Z_2^{(j)} \in D_2, j = \overline{1, n} \}$$

bu yerda $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n), |\beta| = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n, \beta_j = \overline{0, 1}, j = \overline{1, n}$ multiindeks. Hamma $\beta_j = 0$ bo'lsa, u holda $D_{(0,0,\dots,0)}$ soha T_2^n soha bilan ustma-ust tushadi. (1) integralning mos D_β sohalardagi qiymatlarini $F_\beta(Z)$ bilan belgilaymiz.

Bu ishda biz $S(T_2^n)$ dan T_2^n sohaga golomorf davom ettirish masalasini o'rganamiz ya'ni T_2^n sohaning ostovi $S(T_2^n)$ da kvadrati bilan integrallanuvchi L_2 funksiyalar sinfiga tegishli bo'lgan $f(Z)$ funksiya berilgan bo'lsin. Bu funksiya qanday shartlarni bajarganda T_2^n sohaga golomorf davom etadi.

Koshi tipidagi (1) integralning yadrosini D_β sohalarda qatorga yoyish orqali quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$F_\beta(z) = (-1)^{|\beta|} \sum_{\alpha} c_\beta(\alpha) z^{(-1)^\beta \alpha},$$

Bu yerda

$$c_\beta(\alpha) = \int_{T_2^n} f(\xi) \xi^{(-1)^\beta \alpha} dm_n,$$

qator koeffitsientlari va $z^{(-1)^\beta \alpha} = z_1^{(-1)^{\beta_1} \alpha_1} z_2^{(-1)^{\beta_2} \alpha_2} \dots z_n^{(-1)^{\beta_n} \alpha_n}, \alpha \in \mathbb{Z}_+^n$.

Dastlab (1) ko'rinishdagi Koshi tipidagi integral uchun sakrash haqidagi teoremani keltiramiz.

Teorema 1. Aytaylik $f(\xi) \in L^2(T_2^n, dm_n)$ bo'lsin. U holda barcha $F_\beta(z) \in H^2(D_\beta)$ funksiyalar T_2^n ning deyarli hamma joyida radial limit qiymatlarga ega va quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$F_{(0,0,\dots,0)}(z) \Big|_{T_2^n} + \sum_{\beta, |\beta| > 0} \left[(-1)^{|\beta|} F_\beta(z) \right] \Big|_{T_2^n} = f(\xi).$$

Yuqorida qo'yilgan masalaga javob bo'ladigan asosiy teoremani keltiramiz:

Teorema 2. Aytaylik, $f \in L^2(T_2^n, dm_n)$ bo'lsin. U holda T_2^n ning deyarli hamma joyida limit qiymatlari $f(\xi)$ bilan ustma-ust tushuvchi $F \in H^2(D_{(0,0,\dots,0)})$ funksiya mavjud bo'lishi uchun D_β ($|\beta| > 0$) sohalarda $F_\beta(z) = 0$ shartlarning bajarilishi zarur va yetarli.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Хенкин Г.М., Чирка Е.М. Граничные свойства голоморфных функций нескольких комплексных переменных. Современные проблемы математики, –М., ВИНТИ, 1975, Т.4, –С.12-142.
2. Рудин У. Теория функций в поликруге. –М.: Мир, 1974. –160 с.

3. Садуллаев А.С., Шаимкулов Б.А. О теореме Ф. и М. Риссов//Узб. матем. журнал.–1991. №2. –С. 37–41.
4. Худайберганов Г., Шаимкулов Б.А. Критерий голоморфной продолжимости функций, заданных на части границы Шилова классических областей//Узб. Матем. Журнал. 2009. №1. –С.45-52.
5. Худайберганов Г., Кытманов А.М., Шаимкулов Б.А. Анализ в матричных областях. Монография. Красноярск, Ташкент. 2017. –293 с.
6. Кытманов А.М., Мысливец С.Г. Интегральные представления и их приложения в многомерном комплексном анализе. Красноярск, СФУ, 2010, –389 с.
7. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. –М., Изд. иност. лит., 1959. –163 с.

2-SHO‘BA. DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIK FIZIKA

INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN LOKAL SHARTLI MASALA

Abdubannopova O.A.
abdubannopovao@gmail.com
Farg‘ona davlat universiteti

Annotatsiya. *Ushbu ishda bir jinsli bo‘lmagan chiziqli integro-differensial tenglamalar sistemasi uchun nolokal shartli chegaraviy masalaning yechimi oshkor ko‘rinishda aniqlangan.*

Ushbu

$$(1) \quad \begin{cases} x'(t) = aI_{mt}^{\gamma} x(t) + bI_{mt}^{\gamma} y(t) + f_1(t), & t > m, m \in R, \\ y'(t) = cI_{mt}^{\gamma} x(t) + dI_{mt}^{\gamma} y(t) + f_2(t), & \gamma > 0 \end{cases}$$

sistemaning

$$(2) \quad x(m) = x_0, \quad x(n) = \xi_0 y(n) + \xi_1, \quad m < n \in R$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasini qaraylik, bu yerda I_{mt}^{γ} kasr tartibli Riman-Liuvill ma’nosidagi integral operator bo‘lib [1], u quyidagicha aniqlanadi:

$$I_{mt}^{\gamma} z(t) = \Gamma^{-1}(\gamma) \int_m^t (t-s)^{\gamma-1} z(s) ds,$$

$\Gamma(z)$ – Eylerning gamma funksiyasi [2], $\gamma, \xi_0, \xi_1, a, b, c, d, x_0, y_0$ – berilgan haqiqiy sonlar, $f_1(t)$ va $f_2(t)$ berilgan funksiyalar, $x(t)$ va $y(t)$ lar esa noma’lum funksiyalar.

(1),(2) masala yechimini topish masalasini qaraylik. Ushbu belgilashni kiritamiz:

$$(3) \quad y(m) = y_0,$$

bu yerda y_0 —noma’lum son.

U holda (1) sistemaning

$$(4) \quad x(m) = x_0, \quad y(m) = y_0$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini Dalamber usulidan foydalanib, [3] ishda bajarilgani kabi aniqlashimiz mumkin. (3),(4) masalaning yechim formulasini (2) shartlarga bo‘ysundirib, y_0 noma’lum sonni bir qiymatli aniqlashimiz mumkin. y_0 ning topilgan qiymatini (3),(4) masala yechimi formulasiga qo‘yib, (1),(2) masala yechimi aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A.Kilbas, H.M.Srivastava and Trujilo. Theory and Applications of Fractional Differential equations. North Holland Mathematics Studies, 204p.

2. A.Q. O‘rinov. Maxsus funksiyalar va maxsus operatorlar. Farg‘ona: “Farg‘ona” nashriyoti, 2012, -112 bet.
3. O.A.Abdubannopova. Integro-differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasi. Ijodkor o‘qituvchi. 28-son. 110-113-betlar. 2023.

AN IMPULSIVE SYSTEM OF FRACTIONAL ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH REDEFINITION VECTOR

Abduvahobov T.A.

tohirjonabduvahopov2603@gmail.com

Tashkent State University of Economics

Annotation. *A nonlocal integral problem for a system of ordinary differential equations with impulsive effects, nonlinear maxima and redefinition vector is investigated. The nonlocal inverse boundary value problem is given by the integral condition with nonlinear kernel. This problem is reduced to investigate of solvability of nonlinear functional-integral equations with nonlinear maxima [1]. In proofing of the theorem on one valued solvability is used the method of successive approximations in combination it with the method of compressing mapping. The existence and uniqueness of the solution of the inverse boundary value problem are proved.*

In the theory of fractional integro-differentiation plays important role the Riemann-Liouville fractional order integral. Let $(t_0; T) \subset \mathbb{R}^+ \equiv [0; \infty)$ be an interval on the set of positive real numbers, where $0 \leq t_0 < T < \infty$. The Riemann-Liouville $0 < \alpha$ -order fractional integral of a function $\eta(t)$ is defined as follows:

$$I_{t_0 t}^{\alpha} \eta(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t-s)^{\alpha-1} \eta(s) ds, \quad \alpha > 0, \quad t \in (t_0; T),$$

where $\Gamma(\alpha)$ is the Gamma-function. By the Riemann-Liouville $0 < \alpha$ -order fractional integral of a function $\eta(t)$ one can define the Riemann-Liouville α -order fractional derivative and the Gerasimov-Caputo α -order fractional derivative of a function $\eta(t)$.

Let $n-1 < \alpha \leq n$, $n \in \mathbb{N}$. Then the Riemann-Liouville α -order fractional derivative of a function $\eta(t)$ is defined as follows:

$$D_{t_0 t}^{\alpha} \eta(t) = \frac{d^n}{dt^n} I_{t_0 t}^{n-\alpha} \eta(t), \quad t \in (t_0; T).$$

The Gerasimov-Caputo α -order fractional derivative of a function $\eta(t)$ is defined by

$${}_C D_{t_0 t}^{\alpha} \eta(t) = I_{t_0 t}^{n-\alpha} \eta^{(n)}(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t \frac{\eta^{(n)}(s) ds}{(t-s)^{\alpha-n+1}}, \quad t \in (t_0; T).$$

These derivatives are reduced to the n -th order derivatives for $\alpha = n \in \mathbb{N}$:

$$D_{t_0 t}^n \eta(t) = {}_C D_{t_0 t}^n \eta(t) = \frac{d^n}{dt^n} \eta(t), \quad t \in (t_0; T).$$

In this paper, we use the case $0 < \alpha \leq 1$ for a Gerasimov-Caputo type fractional operator.

Problem statement

On the interval $[0, T]$ for the $t \neq t_i, i = 1, 2, \dots, p$ we consider the following system of ordinary differential equations

$${}_C D_{0t}^\alpha x(t) = A(t)x(t) + f\left(t, x(t), x[h(t, x(t))]\right) \quad (1)$$

with nonlinear boundary value condition

$$B(t)x(0) + \int_0^T K(t, s)x(s)ds = C + \varphi\left(t, \int_0^T H(t, s, x(s))ds\right), \quad (2)$$

impulsive effect

$$x(t_i^+) - x(t_i^-) = F_i(x(t_i)), \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

and additional condition

$$x(\bar{t}) = D \in R^n, \quad D = \text{const}, \quad \bar{t} \in (0, T), \quad \bar{t} \neq t_i, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (4)$$

where $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_p < t_{p+1} = T$, $A(t), B(t) \in R^{n \times n}$, $K(t, s) \in R^{n \times n}$ are given

matrix and $\det P(t) \neq 0$, $P(t) = B(t) + \int_0^T K(t, s)ds$, $f: [0, T] \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$,

$\varphi: [0, T] \times R^n \rightarrow R^n$, $F_i: R^n \rightarrow R^n$ are given functions; $C \in R^n$, $0 < h < t$, $h = h(t, x(t))$, $x(t_i^+) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} x(t_i + \eta)$, $x(t_i^-) = \lim_{\eta \rightarrow 0^-} x(t_i - \eta)$ are right-sided and left-sided limits of function $x(t)$ at the point $t = t_i$, respectively.

We recall some notations that will be used below. We denote by $C([0, T], R^n)$ the Banach space, which consists of continuous vector functions $x(t)$ with the norm

$$\|x(t)\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \max_{[0, T]} |x_j(t)|}.$$

By $PC([0, T], R^n)$ we denote the linear space

$$PC([0, T], R^n) = \left\{ x: [0, T] \rightarrow R^n; x(t) \in C((t_i, t_{i+1}], R^n), i = 1, \dots, p \right\},$$

where $x(t_i^+)$ and $x(t_i^-)$ ($i = 0, 1, \dots, p$) exist and bounded; $x(t_i^-) = x(t_i)$.

It is obvious, that the linear space $PC([0, T], R^n)$ is Banach space with the following norm

$$\|x(t)\|_{PC} = \max \left\{ \|x(t)\|_{C((t_i, t_{i+1}])}, i = 1, 2, \dots, p \right\}.$$

Formulation of problem. To find a pair of quantities $\{x(t) \in PC([0, T], R^n), C \in R^n\}$, which of first is continuous function for all $t \in [0, T], t \neq t_i, i = 1, 2, \dots, p$ satisfying differential equation (1), nonlocal integral condition (2) and for $t = t_i, i = 1, 2, \dots, p$, satisfies the limit condition (3) and additional condition (4).

REFERENCE

1. Yuldashev T.K. Nonlinear optimal control of thermal processes in a nonlinear inverse problem. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2020, vol. 41, No 1, P. 124-136

MOMENTLAR MUAMMOSI BILAN OPTIMAL BOSHQARUV FUNKSIYASINI TOPISH USULLARI

Aliyeva J., Turg'unboyev M.

zhralieva@mail.ru,

Andijon davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqolada ekstremal masalalarda optimal boshqarish funksiyasini topish usullaridan biri ya'ni momentlarning l -problemasiga keltirish yoritilgan. Momentlarning l – problemasini yechishning zaruriy va yetarli sharti keltirilgan.

Ekstremal masalalarda optimal boshqarish funksiyasini topish usullaridan biri qaralayotgan masalani momentlarning l -problemasiga keltirishdir. $L_p (l \leq p \leq \infty)$ fazoda norma bo'yicha $l (l > 0)$ soni bilan cheklangan $u = u(t)$ funksiyalar orasida eng kichik $T > 0$ uchun

$$\int_0^T g_k(t)u(t)dt = \alpha_k, k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

cheksiz tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi $u(t), 0 \leq t \leq T$ funksiya izlanadi, bu yerda $\alpha_k, k = 1, 2, \dots$ berilgan sonlar, $g_k(t), k = 1, 2, \dots$ qiymatlarni $L_p (l \leq p \leq \infty)$ fazodan qabul qiluvchi chiziqlar erkli funksiyalardir.

Momentlarning l – problemasini yechishning zaruriy va yetarli sharti quyidagi ko'rinishga ega.

Teorema. $L_p (l \leq p \leq \infty)$ fazoda normasi l soni bilan chegaralangan $u(t), 0 \leq t \leq T$ funksiya va $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ momentlar ketma-ketligi mavjud bo'lishi uchun chekli sondagi $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ sonlari uchun

$$|\sum_{k=1}^n \alpha_k \xi_k| \leq l \left(\int_0^T |\xi_k g_k(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}, \frac{1}{p} + \frac{1}{p} = 1 \quad (2)$$

tengsizlikni bajarilishi zarur va yetarli

(2) tengsizlikka asosan $u(t), 0 \leq t \leq T$ optimal boshqaruvni toppish masalasi $\sum_{k=1}^n \xi_k \alpha_k = 1$ shartda

$$\min_{\xi_1, \dots, \xi_n} \int_0^T |\sum_{k=1}^n \xi_k g_k(t)|^p dt = \int_0^T |\sum_{k=1}^n \xi_k^0 g_k(t)|^p dt = \frac{1}{l^p}$$

ni qanoatlantiruvchi $\xi_1^0, \xi_2^0, \dots, \xi_n^0$ sonlarni topishga teng kuchli.

Misol tariqasida quydagi optimallashtirish masalasini qaraymiz.

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 + u, x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}$$

$$\int_0^T |u(t)| dt \leq \rho, x_1(T) = x_2(T) = 0, T \rightarrow \min$$

Bu sistemaning yechimini

$$x_1(t) = x_{10} \cos t + x_{20} \sin t + \int_0^T \sin(t-s) u(s) ds$$

$$x_2(t) = -x_{10} \sin t + x_{20} \cos t + \int_0^T \cos(t-s) u(s) ds$$

ko'rinishida ifodalash hamda $x_1(T) = x_2(T) = 0$ shartga ko'ra

$$\int_0^T \sin s \cdot u(s) ds = x_{10}, \int_0^T \cos s \cdot u(s) ds = -x_{20}$$

tengliklarni hosil qilamiz.

$\int_0^T |u(s)| ds \leq \rho$ bo'lgani uchun, $u(t)$ optimal boshqarish funksiyasi, $|\mu_1| + |\mu_2| = 1$ shartda

$$u^\alpha(t) = \rho[\mu_1 - \delta(t - \tau_1) + \mu_2 - \delta(t - \tau_2)]$$

ko'rinishida bo'lishini isbotlash mumkin, bu yerda $\delta(t)$ -Dirakning delta funksiyasi.

Demak, optimal boshqarishni topish masalasi $x_{10}\xi_1 - x_{20}\xi_2 = 1$ shartda

$$\min_{\xi_1, \xi_2} \left(\max_{[0, T]} |\xi_1 \sin t + \xi_2 \cos t| \right) = \frac{1}{\rho}$$

masalani yechishga keltiriladi, bu yerda ξ_1^0, ξ_2^0 optimal parametrlarda $|\xi_1^0 \sin t + \xi_2^0 \cos t|$ da maksimum erishadigan $[0, T]$ kesma nuqtalaridir.

Ammo $\max_{[0, T]} |\xi_1 \sin t + \xi_2 \cos t| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$ bo'lgani uchun kelgusida

$$f(\xi_1, \xi_2) = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} + \lambda(\xi_1 x_{10} - \xi_2 x_{20} - 1) \rightarrow \min$$

shartli extimollik masalasini qarash mumkin.

Bu masalani yechib

$$\xi_1^0 = \frac{x_{10}}{\|x_0\|^2}, \xi_2^0 = -\frac{x_{20}}{\|x_0\|^2}$$

ekanligini aniqlaymiz, bu yerda $\|x_0\| = \sqrt{x_{10}^2 + x_{20}^2}$.

$$\varphi(t) = |\xi_1^0 \sin t + \xi_2^0 \cos t| = \frac{|x_{10} \sin t - x_{20} \cos t|}{x_{10}^2 + x_{20}^2}$$

funksiya, yagona $t = \arctg \frac{x_{20}}{x_{10}}$ nuqtada nolga aylangani uchun ifodaning ekstremal qiymatlari $t = 0$ yoki $t = T$ chetki nuqtalarda erishiladi.

Shu sababli

$$u^0(t) = \mu_1 \delta(t - 0) \mu_2 \delta(t - T)$$

optimal boshqaruv funksiyasini olish lozim.

Bir qancha sodda hisoblashlardan so'ng qaralayotgan misoldagi optimal boshqarish funksiyasi

$$u^0(t) = \rho \left[-(x_{20} + x_{10} \operatorname{ctg} T) \delta(t - 0) + \frac{x_{10}}{\sin T} \delta(t - T) \right]$$

ko'rinishida bo'lishini aniqlashimiz mumkin.

1. А.Г.Бутковский. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами-М.Наука, 1965 г.
2. Ю.О.Савельева. Моделирование процесса оптимального управления системой с распределенными параметрами. Вестник НГИЭИ. 2019 г. № 3.
3. Г.М.Муминов, Ж.Р.Алиева. Моментлар проблемасини оптимал бошқариш усуллари. Узлуксиз таълим тизимида математика фанини уқитишни такомиллаштириш усуллари. Андижон-2006 й.

ON THE CAUCHY PROBLEMS FOR A FRACTIONAL SUBDIFFUSION EQUATIONS

Ashurov R.R.¹, Fayziev Yu.E.², Baxriddinova N.A.³

¹*Institute of Mathematics, the Academy of Sciences of the Uzbekistan,*

^{2,3}*National University of Uzbekistan,*

¹ashurovr@gmail.com

Let H be a separable Hilbert space with the scalar product $(\cdot, \cdot)$ and the norm $\|\cdot\|$ and $A: H \rightarrow H$ be an arbitrary unbounded positive self-adjoint operator in H . Suppose that A has a complete in H system of orthonormal eigenfunctions $\{v_k\}$ and a countable set of positive eigenvalues λ_k . It is convenient to assume that the eigenvalues do not decrease as their number increases, i.e. $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \rightarrow +\infty$. Let $C((a, b); H)$ stand for a set of continuous functions $u(t)$ of $t \in (a, b)$ with values in H .

Consider the following problem

$$\begin{cases} D_t^\rho u(t) + A^a(D_t^\rho u(t)) + A^b u(t) = f(t), & 0 < t \leq T; \\ u(+0) = \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

where $\varphi, f \in H$, D_t^ρ – the Gerasimov-Caputo derivative of order ρ , $0 < \rho < 1$ [1]. These problems are also called *the forward problems*.

Definition 1. A function $u(t) \in C((0, T]; H)$ with the properties $D_t^\rho u(t)$, $A^a(D_t^\rho u(t))$, $A^b u(t) \in C((0, T]; H)$ and satisfying conditions (1) is called **the solution of the Cauchy problem (1)**.

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a solution to the direct problem (1).

Theorem 1. Let $0 < \rho < 1$ and $f \in H$.

1) If $b \leq a$ and $\varphi \in D(A^b)$, then problem (1) has a unique solution and this solution has the form

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\varphi_k E_{\rho, 1}(-\mu_k t^\rho) + \frac{f_k}{1 + \lambda_k^a} t^\rho E_{\rho, \rho+1}(-\mu_k t^\rho) \right] v_k, \quad (2)$$

where are φ_k, f_k – the Fourier coefficients of the function φ and $\mu_k = \frac{\lambda_k^b}{1 + \lambda_k^a}$.

2) If $b > a$ and $\varphi \in D(A^a)$, then problem (1) has a unique solution and this solution has the form (2).

Moreover, inverse problem of finding the function f is studied, and the solution of the inverse problem is also the existence and uniqueness is shown.

REFERENCES

[1] A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).

THE SOLUTIONS OF AN INTEGRAL EQUATION ARISING FROM A PROBLEM IN MATHEMATICAL BIOLOGY

Atamuratov A.R.

atamuratovalijon1@gmail.com

Urgench State University

Problems of physics, mechanics of theoretical and practical importance are solved by the method of integral equations. Mathematical physics uses integral equations to solve problems. Therefore, it is important to find solutions to integral equations. However, it is not always possible to find analytical solutions of integral equations. Thus, we study the numerical methods of integral equations. The paper deals with an integral equation arising from a problem in mathematical biology. We propose approximating its solution by Nystrom methods based on Gaussian rules and on product integration rules according to the smoothness of the kernel function. In particular, when the latter is weakly singular we propose two Nystrom methods constructed by means of different product formulas. The first one is based on the Lagrange interpolation while the second one is based on discrete spline quasi-interpolants. The stability and the convergence of the proposed methods are proved in uniform spaces of continuous functions. Finally, some numerical tests showing the effectiveness of the methods and the sharpness of the obtained error estimates are given.

We consider the following integral equations of second kind

$$f(x) \int_0^1 k(x-y)dy + \int_0^1 k(y-x)f(y)dy = g(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (1)$$

where k is a given convolution kernel such that

$$T(x) = \int_0^1 k(x-y)dy \neq 0, \quad \forall x \in [0,1],$$

g is a known function and f is the unknown.

We include the following

$$(Kf)(x) = \int_0^1 k(y-x)f(y)dy$$

and

$$(M_T f)(x) = f(x)T(x),$$

we can rewrite (1) as follows

$$(M_T + K)f(x) = g(x), \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (2)$$

These types of integral equations are of interests because arise from a problem in mathematical biology [3,11]. In particular in [3] the authors introduced two Kantorovic methods for approximating the solution of (2), proving their convergence in L_2 spaces. If the kernel is smooth we discretize the integral $(Kf)(x)$ by a Gauss-Legendre rule. Two Nystrom methods based on product quadrature rules are proposed when k is weakly singular. The first one consists in approximating the unknown solution by a Lagrange polynomial based on Legendre zeroes, while the second one approximates the function f by the discrete spline quasi-interpolant introduced in [23].

REFERENCE

1. Chebbah H., Mennouni A., Zennir K., Three methods to solve two classes of integral equations of the second kind, Bol. Soc. Parana. Mat. 223 (2010) 2855–2866.
2. Eveson S, An integral equation arising from a problem in mathematical biology, Bull. Lond. Math. Soc. 23(3) (1991) 293–299.
3. Sablonnière P, Univariate spline quasi-interpolants and applications to numerical analysis, Rend. Semin. Mat. 63(3) (2005) 211–222.
4. Verlan A.F., Sizikov V.S. Integral equations: methods, algorithms, programs. - Kiev.: Naukova Dumka, 1986. - 544 p.
5. Manzhilov A.V., Polyanin A.D. Handbook of integral equations: solution methods. M.: Publishing House-Factorial Press, 2000. - 384 p.
6. Mikhlin S.G. Lectures on linear integral equations. M.: State publishing house of physical and mathematical literature, 1959. - 232 p.
7. Bakhvalov N.S. Numerical methods. M.: Publishing house-Naukaa, 1975. 636 p.
8. Glazyrina L.L., Karchevsky M.M. An introduction to numerical methods: a tutorial. - Kazan.: Kazan. un-t, 2012. - 122 p.
9. Krylov V.I. Approximate calculation of integrals. M.: Publishing house-Naukaa, 1967. -- 500 p.
10. Mikhlin S.G., Smolitsky H.L. Approximate Solution Methods differential and integral equations. M.: Publishing House Naukaa, 1965. -- 384 p.
11. Mikhlin S.G. Variational methods in mathematical physics. M.: Publishing House. Naukaa, 1970. -- 512 p.
12. Demidovich B.P., Maron I.A., Shuvalova E.Z. Numerical methods Data analysis. Function approximation, differential and integral equations. M.: Naukaa Publishing House, 1967. 368 p.
13. Bakhvalov N.S. Numerical methods. M.: Naukaa Publishing House, 1975. - 632 p.

О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Апаков Ю.П.^{1,a}, Умаров Р.А.^{2,b},

^ayusurjonapakov@gmail.com, ^br.umarov1975@mail.ru

¹Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз,

^{1,2}Наманганский инженерно-строительный институт

Аннотация: В работе исследуется краевая задача для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками в прямоугольной области. Единственность решения доказана методом интегралов энергии, а существование с построением функции Грина.

В области $D = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$ рассмотрим следующее уравнение третьего порядка в виде

$$L(u) = U_{xxx} - U_{yy} + A_1(x)U_{xx} + A_2(x)U_x + A_3(x)U + A_4U_y = g_1(x, y), \quad (1)$$

где $p, q, A_i \in R$, $A_i(x), i = \overline{1, 3}$, $g_1(x, y)$ заданные достаточно гладкие функции.

Заменой

$$U(x, y) = \exp\left(-\frac{1}{3} \int_0^x A_1(\xi) d\xi + \frac{A_4}{2} y\right) u(x, y),$$

уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx} - u_{yy} + a_1(x)u_x + a_2(x)u = g(x, y). \quad (2)$$

Здесь

$$g(x, y) = \exp\left(\frac{1}{3} \int_0^x A_1(\xi) d\xi - \frac{A_4}{2} y\right) g_1(x, y), \quad a_1(x) = -A_1'(x) - \frac{1}{3} A_1^2(x) + A_2(x),$$

$$a_2(x) = -\frac{1}{3} A_1''(x) + \frac{2}{27} A_1^3(x) - \frac{1}{3} A_1(x) A_2(x) + A_3(x) + \frac{A_4^2}{4}.$$

Задача В. Найти функцию $u(x, y)$ из класса $C_{x,y}^{3,2}(D) \cap C_{x,y}^{2,1}(\overline{D})$, удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u(x, 0) = 0, \quad u_y(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p, \quad (3)$$

$$u(0, y) = \psi_1(y), \quad u_x(p, y) = \psi_2(y), \quad u_{xx}(p, y) = \psi_3(y), \quad 0 \leq y \leq q, \quad (4)$$

где $\psi_i(y), x \in [0, p], i = \overline{1, 3}$, $g(x, y)$ заданные достаточно гладкие функции.

В работах [1, 2] решение поставленной задачи для уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами было найдено с другими краевыми условиями.

Теорема 1. Если задача В имеет решение, то при выполнении условий $a_1(x) \geq 0, a_2(x) - \frac{1}{2} a_1'(x) \geq 0$, оно единственно.

Теорема 1. доказана методом интегралов энергии. Построен контр пример в случае нарушения условий теоремы 1.

Теорема 2. Если выполняются следующие условия:

- 1) $\psi_i(y) \in C^3[0, q], i = \overline{1, 3}; \psi_i(0) = \psi_i'(q) = \psi_i''(0) = 0, i = \overline{1, 3},$
- 2) $\frac{\partial^3 g(x, y)}{\partial x \partial y^2} \in C[\bar{D}], \quad g(x, 0) = g_\eta(x, q) = 0;$
- 3) $C < \frac{\lambda_1^2}{Kp(1 + \lambda_1)},$
- 4) $a_1(p) = 0,$

то решение задачи B существует.

Здесь $C = \max \left\{ |a_1(x)|, |a_1'(x) - a_2(x)|, x \in [0, p] \right\}, \lambda_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{\pi}{q}\right)^2},$

$$K = \frac{4}{3} \left(1 - \exp \left(-\frac{2\sqrt{3}\pi}{3} \right) \right)^{-1}.$$

Теорема 2 доказана и решение задачи используя метода Фурье получена в виде:

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^3 \left(\int_0^p G_n(x, \xi) f_n(\xi) d\xi + \int_0^p R_n(x, \xi) \left(\int_0^p G_n(x, s) f_n(s) ds \right) d\xi + \right. \\ \left. + \psi_{1n} + x\psi_{2n} + \frac{x^2 - 2xp}{2} \psi_{3n} \right) \sin \left(\frac{\pi(1 + 2n)}{2q} y \right).$$

Здесь

$$f_n(x) = - \left(\frac{a_2(x)}{\lambda_n^3} + 1 \right) \psi_{1n} - \left(\frac{xa_2(x) + a_1(x)}{\lambda_n^3} + x \right) \psi_{2n} - \\ - \left(\frac{xa_1(x) - pa_1(x) - xa_2(x)p}{\lambda_n^3} + \frac{a_2(x)}{\lambda_n^3} x^2 + \frac{x^2 - 2xp}{2} \right) \psi_{3n} + \frac{g_n(x)}{\lambda_n^3},$$

$$R_n(x, \xi) = \bar{G}_n(x, \xi) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{G}_{mn}(x, \xi),$$

$$\bar{G}_n(x, \xi) = \frac{\partial G_n(x, \xi)}{\partial \xi} a_1(\xi) + G_n(x, \xi) (a_1'(\xi) - a_2(\xi)),$$

$G_n(x, \xi)$ функция Грина для задачи:

$$\begin{cases} V''' + \lambda_n^3 V = 0, \\ V(0) = V'(p) = V''(p) = 0. \end{cases}$$

Доказана, что решение $u(x, y)$ и его частные производные u_{xx}, u_{yy} сходятся абсолютно и равномерно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Apakov Y. P., Umarov R. A. Solution of the Boundary Value Problem for a Third Order Equation with Little Terms. Construction of the Green's Function // Lobachevskii Journal of Mathematics, 43:3 (2022), 738–748.
2. Apakov Y. P., Umarov R. A. Construction of a solution of the boundary-value problem for the third-order equation with lower terms by using Green's function // Nonlinear Oscillations. 25 (2022), No. 2, pp. 161-173.
3. Apakov Yu.P., Umarov R.A. On the third boundary problem for a nonhomogeneous third order equation with multiple characteristics // Uzbek Mathematical Journal. 2023, Volume 67, Issue 1, pp.4-14.

БАЗИСНОСТЬ ПО РИССУ СИСТЕМЫ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ПАРАБОЛО- ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ ГЕРАСИМОВА-КАПУТО

Ахмадов И.А.

ahmadov.ilhom@mail.ru

Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека

Аннотация: В данной работе изучается краевой задаче со смещением для смешанного параболо-гиперболического уравнения с оператором дробного порядка в смысле Герасимова-Капуто. Доказана теорема существования и единственности сильного решения поставленной задачи. Получена оценка решения. Кроме того, доказаны полнота и базисность по Риссу системы корневых функций краевой задачи со смещением для параболо-гиперболического уравнения смешанного типа дробного порядка.

1. Введение

Впервые 1962 году краевая задача для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с граничным условием, связывающим значения искомой функции на двух независимых характеристиках в гиперболической части области, была сформулирована и исследована в работе [1]. В работах [2]-[3] А.М. Нахушев исследовал нелокальные краевые задачи(задачи со смещением) для вырождающегося уравнения гиперболического и смешанного типов.

Спектральным вопросам дифференциальных операторов и базисности корневых функций краевых задач посвящены работы [4-6]. А.С Бердышев [7] доказал базисность по Риссу системы корневых функций краевой задачи со смещением для параболо-гиперболического уравнения смешанного типа второго порядка.

Спектральные вопросы краевых задач для параболо-гиперболического уравнения с оператором Герасимова-Капуто не изучены.

В настоящей работе изучается краевой задаче со смещением для смешанного параболо-гиперболического уравнения с оператором дробного порядка в смысле Герасимова-Капуто. Доказывается базисности

системы корневых (собственных и присоединенных) функций поставленной задачи.

2. Постановка и разрешимость задачи

Пусть $\Omega \subset R^2$ - конечная область, ограниченная при $y > 0$ отрезками прямых $AA_1: x=0$, $A_1B_1: y=1$, $BB_1: x=1$, а при $y < 0$ характеристиками $AC: x+y=0$ и $BC: x-y=-1$.

Рассмотрим уравнение

$$Lz(x, y) = g(x; y), \quad (1)$$

где

$$Lz(x, y) = \begin{cases} {}_c D_{0x}^\alpha z(x, y) - z_{yy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_0, \\ z_{xx}(x, y) - z_{yy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_1, \end{cases} \quad (2)$$

а ${}_c D_{0x}^\alpha [\cdot]$ - интегральный оператор дробного порядка α в смысле Герасимова-Капуто [8] и имеет вид:

$${}_c D_{0x}^\alpha h(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^x (x-t)^{-\alpha} h'(t) dt, & 0 < \alpha < 1, \\ h'(x), & \alpha = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Задача S_α . Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$z(x, y)|_{y=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (4)$$

$$z_y(x, y)|_{y=1} = \beta^2 z(x, y)|_{y=1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (5)$$

$$\frac{dz[\theta_0(t)]}{dt} = \beta \frac{dz[\theta_1(t)]}{dt}, \quad 0 < t < 1. \quad (6)$$

и на линии измененного типа удовлетворяет условию сопряжения

$$\lim_{y \rightarrow +0} z(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} z(x, y), \quad (0, y) \in \bar{J}, \quad \lim_{y \rightarrow +0} y^{1-\alpha} z_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} z_y(x, y), \quad (0, y) \in J. \quad (7)$$

где $\theta_0(t) = \left(\frac{t}{2}, -\frac{t}{2}\right)$; $\theta_1(t) = \left(\frac{t-1}{2}, \frac{t+1}{2}\right)$ точки пересечения AC и AB с характеристиками $x-y=t$ и $x+y=t$ соответственно; β - произвольное комплексное число.

Введем обозначения

$$\Omega_0 = \Omega \cap \{x > 0, y > 0\}, \quad \Omega_1 = \Omega \cap \{x > 0, y < 0\}, \quad J = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}.$$

Через $W_2^l(\Omega)$ обозначим пространство С.Л.Соболева со скалярным произведением $(\cdot, \cdot)_l$ и нормой $\|\cdot\|_l$, $W_2^0(\Omega) \equiv L_2(\Omega)$ - пространство квадратично суммируемых функций.

Определение 1. Классическим решением задачи S_α назовем функцию

из класса $P_1 = \{z(x, y) : z(x, y) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C_y^2(\Omega_0) \cap C_{x,y}^{2,2}(\Omega_1)\}$, удовлетворяющую краевым условиям (4), (5) и (6) задачи S_α и обращающую уравнение (1) в тождество.

Заметим, что из класса $z(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$ с учетом (3) следует ${}_c D_{0x}^\alpha z \in C(\bar{\Omega}_1)$.

Определение 2. Функцию $z(x, y) \in L_2(\Omega)$ назовем сильным решением задачи S_α , если существует последовательность функций $z_n(x, y) \in P_1$, удовлетворяющую краевым условиям (4), (5), (6) задачи S_α , такая, что последовательности $z_n(x, y)$ и $Lz_n(x, y)$ сходятся в $L_2(\Omega)$ к функциям $z(x, y)$ и $g(x, y)$ соответственно, т.е.

$$\|z_n(x, y) - z(x, y)\|_0 \rightarrow 0, \quad \|Lz_n(x, y) - g(x, y)\|_0 \rightarrow 0, \quad \text{при } n \rightarrow \infty.$$

Теорема 1. Пусть $\beta \neq 0$ и при всех $k \in Z$ выполнено условие

$$\lambda_k(1 - \beta)\Gamma(\alpha) + \lambda_k^2 \neq 0, \quad (9)$$

где λ_n - собственные значения $\text{ctg} \lambda = \beta^2 \lambda$ уравнением.

Тогда для любой функции $g(x, y) \in L_2(\Omega)$ сильное решение задачи S_α существует, единственно, удовлетворяет неравенству

$$\|z(x, y)\|_0 \leq c \|g(x, y)\|_0. \quad (10)$$

и представимо в виде

$$z(x, y) = \iint_{\Omega} K(x, y, x_1, y_1) g(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (11)$$

где $K(x, y, x_1, y_1) \in L_2(\Omega \times \Omega)$.

Теорема 2. Пусть $\beta \neq 0$ и выполнены условия (9). Тогда система корневых функций задачи S_α полна и образует базис Рисса в $L_2(\Omega)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жегалов В. И. Краевая задача для уравнения смешанного типа с граничными условиями на обеих характеристиках и с разрывами на переходной линии. // "Учен. зап. Казан. ун-та". 1962. Т. 122. № 3. С. 3–16.
2. Нахушев А. М. Новая краевая задача для одного вырождающегося гиперболического уравнения. // "Докл. АН СССР". 1969. Т. 187. № 4. С. 736–739.
3. Нахушев А. М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа. // "Дифференциальные уравнения". 1969. Т. 5. № 1. С. 44–59.
4. Ильин В. А. Спектральная теория дифференциальных операторов. М., 1991.

5. Моисеев В. И. Уравнения смешанного типа со спектральным параметром. М., 1988.
6. Ильин В. А., Моисеев Е. И. Об отсутствии свойства базисности у системы корневых функций задачи с наклонной производной. // "Дифференц. уравнения". 1994. **30**(1). С.128–143
7. Бердышев А.С. Краевые задачи и их спектральные свойства для уравнения смешанного парабола-гиперболического и смешанного-составного типов. Алматы. 2015. 224 с.
8. Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука. 2005. 199 с.

ON THE INTEGRATION OF THE PERIODIC HUNTER – SAXTON EQUATION WITH AN INTEGRAL TYPE SOURCE

Babajanov B.A.^{1,2}, Atajonov D.O.¹

a.murod@mail.ru, diwa_4848@mail.ru

¹ Urgench State University.

² Khorezm branch of Uzbekistan Academy of Sciences V.I.Romanovskiy
Institute of Mathematics

Annotation. *In this paper, we consider the Cauchy problem for the Hunter – Saxton equation with an integral type source in the class of periodic functions. The main result of this work is a theorem on the evolution of the spectral data of the weighted Sturm – Liouville operator whose potential is a solution to the periodic Hunter – Saxton equation with an integral type source.*

The Hunter-Saxton (HS) equation

$$u_{xxt} + uu_{xxx} + 2u_x u_{xx} = 0$$

where $u(x, t)$ is the function of spatial variable x and time variable t . It arises in two different physical contexts in two nonequivalent variational forms [1], [2]. The first is shown to describe the propagation of weakly nonlinear orientation waves in a massive nematic liquid crystal director field [1]-[3].

In this paper, we consider the periodic HS equation with an integral type source

$$u_{xxt} = -uu_{xxx} - 2u_x u_{xx} + \int_0^\infty \beta(\lambda, t) s(\pi, \lambda, t) \left[q_x \psi_+ \psi_- + 2q(\psi_+ \psi_-)'_x \right] d\lambda \quad (1)$$

in the class of real-valued π -periodic on the spatial variable x function $u = u(x, t)$ which satisfy the regularity of assumption

$$u \in C^3(t > 0) \cap C(t \geq 0) \quad (2)$$

with the initial condition

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

where $q(x, t) = u_{xx}(x, t)$ is the given real-valued π -periodic function and $\psi_\pm(x, \lambda, t)$ are the Floquet solution (normalized by the condition $\psi_\pm(0, \lambda, t) = 1$) of the weighted Sturm – Liouville equation

$$y'' = \lambda q(x, t)y, \quad x \in R. \quad (4)$$

We denote by $s(x, \lambda, t)$ the solutions of equation (4) satisfying the initial conditions $s(0, \lambda, t) = 0$, $s'(0, \lambda, t) = 1$ respectively. In system (1), $\beta(\lambda, t)$ is a given real-valued continuous function having uniform asymptotic behavior $\beta(\lambda, t) = O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$, $\lambda \rightarrow +\infty$.

The aim of this work is to provide a procedure for constructing the solution $u(x, t)$, $\psi(x, \lambda, t)$ of problem (1)-(3) using the inverse spectral theory for the weighted Sturm – Liouville equation (4).

For the sake of completeness, in this section, we summarize some facts from the inverse spectral theory of the weighted Sturm – Liouville equation (4). (see [4], [5], [6]).

The spectrum of the weighted Sturm – Liouville operator (4) is absolutely continuous and coincides with the set

$$E = \{\lambda \in R : -2 \leq \Delta(\lambda) \leq 2\} = [\lambda_0, \lambda_1] \cup [\lambda_2, \lambda_3] \cup \dots \cup [\lambda_{2n}, \lambda_{2n+1}] \dots$$

The intervals $(-\infty, \lambda_0)$, $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n})$, $n \geq 1$ are called the gaps or lacunas.

The numbers ξ_n , $n \geq 1$ with the signs $\sigma_n = \text{sign}\{s'(\pi, \xi_n) - c(\pi, \xi_n)\}$, $n \geq 1$ are called the spectral parameters of the weighted Sturm – Liouville equation (4).

The main result of the paper is stated in the theorem below.

Theorem 1. *Let $u(x, t)$ and $\psi(x, \lambda, t)$ be solution of the problem (1)-(3). Then the spectrum of the problem (4) does not depend on t , and the spectral parameters $\xi_n = \xi_n(t)$, $\sigma_n = \sigma_n(t)$, $n \geq 1$ satisfy the analogue of the system of Dubrovin equations*

$$\frac{\partial \xi_n}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{2\xi_n} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_k} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} + \int_0^{\infty} \frac{\xi_n \beta(\lambda, t) s(\pi, \lambda, t)}{\lambda - \xi_n} d\lambda \right\} h_n,$$

where

$$h_n(\xi) = - \frac{\sigma_n \xi_n \sqrt{\left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_0}\right) \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_{2i-1}}\right) \left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\prod_{j=1, j \neq n}^{\infty} \left(1 - \frac{\xi_n}{\xi_j}\right)}.$$

The sign $\sigma_n(t) = \pm 1$ changes at each collision of the point $\xi_n(t)$ with the boundaries of its gap $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$. Moreover, the following initial conditions are fulfilled:

$$\xi_n(t)|_{t=0} = \xi_n^0, \quad \sigma_n(t)|_{t=0} = \sigma_n^0, \quad n \geq 1,$$

where ξ_n^0 , σ_n^0 , $n \geq 1$ are the spectral parameters of the weighted Sturm – Liouville equations (4) corresponding to the coefficients $q_0(x) = u_{xx}(x, 0)$.

REFERENCES

1. J.K. Hunter, R. Saxton, Dynamics of director fields, SIAM J. Appl. Math. 51 (1991), 1498–1521.
2. J.K. Hunter, Y.X. Zheng, On a completely integrable nonlinear hyper-bolic variational equation, Physica D. 79 (1994) 361–386.
3. J.K. Hunter, Y.X. Zheng, On a nonlinear hyperbolic variational equation: I, global existence of weak solutions, Arch. Ration. Mech. Anal. 129 (1995) 305–353.
4. R. Camassa and D. Holm, “An integrable shallow water equation with peaked solitons,” Phys. Rev. Lett. 71, 1661–1664 (1993).
5. R. Johnson, “Camassa-Holm, Korteweg-de Vries and related models for water waves,” J. Fluid Mech. 455, 63–82 (2002).
6. A. Constantin, “A general-weighted Sturm-Liouville problem,” Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 24, 767–782 (1997).

TO`RTINCHI TARTIBLI GIPERBOLIK TENGLAMA UCHUN GURSA MASALASINI RIMAN USULIDA YECHISH.

Botirova X.I.

FarDU

Annotatsiya. Ushbu tezisda to`rtinchi tartibli bir jinsli bo`lmagan giperbolik tenglamani Riman usuli yordamida yechish ko`rsatilgan.

$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq h\}$ sohada

$$u_{xxyy} + cu = f(x, y) \quad (1)$$

tenglama uchun Gursa masalasini qaraymiz, bu yerda $c = \text{const}$, $f(x, y) \in C[\Omega]$.

Gursa masalasi. Ω sohada (1) tenglamani quyidagi

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), u_y(x, 0) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (2)$$

$$u(0, y) = \psi_1(y), u_x(0, y) = \psi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h \quad (3)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi klassik yechimi topilsin, bu yerda $\varphi_k(y), \psi_k(x) (k=1,2)$ - berilgan funksiyalar bo`lib, $\varphi_1(0) = \psi_1(0)$ kelishuv shartlarini qanoatlantiradi

Ushbu tenglamani yechish uchun (1) tenglamaga qo`shma bo`lgan

$$M^*(v) = v_{xxyy} + cv = 0 \quad (4)$$

operatorni kiritamiz va quyidagi Grin formulasiga ega bo`lamiz:

$$vMu - uM^*v \equiv \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}, \quad (5)$$

bu yerda

$$P = vu_{xxyy} + v_{xy}u_y$$

$$Q = v_{xxy}u + v_xu_{xy}$$

$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq h\}$ sohada (1) tenglamani xarakteristikalarini o`tkazamiz natijada  $\Omega_0 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq y_0\}$  soha hosil bo`ladi.

(5) ayniyatni Ω_0 soha bo'yicha integrallash (1) tenglamani yechimini topish imkonini beradi.

$$\iint_{\Omega_0} [vMu - uM^*v] dxdy \equiv \iint_{\Omega_0} \left[\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y} \right] dxdy = \oint_{\partial\Omega_0} [Qdx + Pdy] = \iint_{\Omega_0} vf(x, y) dxdy \quad (6)$$

Faraz qilamiz $u(x, y)$ (1) tenglamani yechimi, $v(x, y)$ esa $M^*(v) = v_{xyy} + cv = 0$ tenglamaning yechimi bo'lsin.

Tarif. Riman funksiyasi deb (1) tenglamaga qo'shma bo'lgan $M^*(v) = v_{xyy} + cv = 0$ tenglamani va quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$\begin{aligned} v(x_0, y) = 0, v_{xyy}(x_0, y) = 0, v_{xy}(x_0, y_0) = 1, \\ v_{xy}(x, y_0) = 0, v_x(x, y_0) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$v(x, y)$ funksiyaga aytiladi.

$v(x, y)$ -Riman funksiyasini (4) tenglama va (7) shartlardan foydalanib quyidagiga teng ekanligini topamiz [2]:

$$v(x, y) = (x - x_0)(y - y_0)F(3/2, 3/2, 1; \sigma) \quad (8)$$

bu yerda
$$\sigma = -\frac{c}{16}(x - x_0)^2(y - y_0)^2$$

(1)-(3) Gursa masalasining yechimini quyidagicha topamiz.

$$\begin{aligned} u(x_0, y_0) = \iint_{\Omega_0} vf(x, y) dxdy - \int_0^{x_0} [\varphi_1(x)v_{xy} + \varphi_2'(x)v_x] \big|_{y=0} dx + \\ + \varphi_1(x_0)v_{xy}(x_0, 0) + \int_0^{y_0} [v\psi_2'(y) + \psi_1''(y)v_{xy}] \big|_{x=0} dy \end{aligned} \quad (9)$$

Riman funksiyasini mos hosilalarini hisoblab (9) tenglikka qo'ysak (1)-(3) Gursa masalasining yechimi

$$\begin{aligned} U(x_0, y_0) = \frac{cy_0^2}{2} \int_0^{x_0} (x - x_0)F(3/2, 3/2, 1; \frac{-c}{16}y_0^2(x - x_0)^2)\varphi_1(x)dx - \frac{c^3y_0^6}{1458} \\ \int_0^{x_0} (x - x_0)^4F(7/2, 7/2, 3; \frac{-c}{16}y_0^2(x - x_0)^2)\varphi_1(x)dx - \\ - y_0 \int_0^{x_0} F(3/2, 3/2, 1; \frac{-c}{16}y_0^2(x - x_0)^2)\varphi_2'(x)dx - \\ - \frac{cy_0^3}{18} \int_0^{x_0} (x - x_0)F(5/2, 5/2, 2; \frac{-c}{16}y_0^2(x - x_0)^2)\varphi_2'(x)dx - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -x_0 \int_0^{y_0} (y-y_0) F(3/2, 3/2, 1; \frac{-c}{16} x_0^2 (y-y_0)^2) \psi_2'(y) dy + \\
& + \int_0^{y_0} F(3/2, 3/2, 1; \frac{-c}{16} x_0^2 (y-y_0)^2) \psi_2''(y) dy - \\
& - \frac{2cx_0^2}{9} \int_0^{y_0} (y-y_0)^2 F(5/2, 5/2, 2; \frac{-c}{16} x_0^2 (y-y_0)^2) \psi_2''(y) dy - \\
& - \frac{c^2 x_0^4}{324} \int_0^{y_0} (y-y_0)^4 F(7/2, 7/2, 3; \frac{-c}{16} x_0^2 (y-y_0)^2) \psi_2''(y) dy + \varphi_1(x_0) F(3/2, 3/2, 1; 0)
\end{aligned}$$

ko`rinishda bo`ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ю. О. Яковлева, А. В. Тарасенко, Решение задачи Коши для системы уравнений гиперболического типа четвертого порядка методом Римана, *Вестн. СамУ. Естественнаучн. сер.*, 2019, том 25, выпуск 3, 33–38
2. Уринов А. К., Каримов Ш.Т. Операторы Эрдейи – Кобера и их приложения к дифференциальным уравнениям в частных производных: монография; научное издание; на русском языке; / А.К.Уринов, Ш.Т.Каримов. - Фергана: изд. “Фарғона”, 2021. - 202 стр

IKKINCHI TARTIBLI INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIR TESKARI MASALA HAQIDA

Bozorova M.M., Omonova D.D.

madinaxonbozorova225@gmail.com

Farg`ona davlat universiteti

Annotatsiya. *Ushbu ishda ikkinchi tartibli integro-differensial tenglama uchun bir integral shartli teskari masalani bir qiymatli yechilishi isbotlangan.*

So`nggi vaqtlarda noma`lum manbali differensial tenglamalar bilan shug`illanishga bo`lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko`plab issiqlik taqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish noma`lum manbali differensial tenglama uchun qo`yiladigan masalalarga keltiriladi. Shu sababdan biz ushbu ishda ikkinchi tartibli integro-differensial tenglama uchun bir teskari masalani tadqiq etamiz.

(0, 1) oraliqda ushbu

$$y''(x) - \lambda I_{0x}^{\gamma} y(x) = kf(x) \quad (1)$$

ikkinchi tartibli integro-differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(x)$ -noma`lum funksiya,  $\lambda, \gamma$ -o`zgarimas haqiqiy sonlar, $f(x)$ -berilgan funksiya, k -noma`lum sonlar bo`lib, $I_{0x}^{\gamma} y(x)$ -Riman-Liuvill ma`nosida kasr tartibli integral [1]

$$I_{0x}^{\gamma} y(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^x (x-t)^{\gamma-1} y(t) dt.$$

T₁ masala Shunday $y(x)$ -funksiya va k sonni topilsinki u quyidagi xossalarga ega bo'lsin:

- 1) $(0, 1)$ oraliqda (1) tenglamani qanoatlantirsin;
- 2) $C^1[0,1] \cap C^2(0,1)$ sinfga tegishli bo'lsin;
- 3) $x=0$ nuqtada esa

$$y(0) = A_1, \quad y'(0) = A_2 \quad (2)$$

$$y(1) - a \int_0^1 y(x) dx = D \quad (3)$$

shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda A_1, A_2, a, D – berilgan o'zgarmas haqiqiy sonlar.

(1) tenglamani (2) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini

$$y(x) = A_1 E_{\beta,1}(\lambda x^{\beta}) + A_2 x E_{\beta,2}(\lambda x^{\beta}) + k \int_0^x (x-z) E_{\beta,4}[\lambda(x-z)^{\beta}] f(z) dz \quad (4)$$

yozib olamiz [2], bu yerda $E_{\xi,\eta}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\xi n + \eta)}$ - Mittag –Leffler funksiyasi [1],

$$\beta = \gamma + 1.$$

(4) ni (3) shartga qo'yib, ba'zi hisoblashlarni amalga oshirib k sonini

$$k = \frac{D - A_1 [E_{\beta,1}(\lambda) - a E_{\beta,2}(\lambda)] - A_2 [E_{\beta,2}(\lambda) - a E_{\beta,3}(\lambda)]}{\int_0^1 (1-z) E_{\beta,2}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz - a \int_0^1 (1-z)^2 E_{\beta,3}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz} \quad (5)$$

ko'rinishda topamiz.

(5) formulani (4) formulga qo'yib (1), (2) masalaning yechimini

$$\begin{aligned} y(x) = & A_1 E_{\beta,1}(\lambda x^{\beta}) + A_2 x E_{\beta,2}(\lambda x^{\beta}) + \\ & + \frac{D - A_1 [E_{\beta,1}(\lambda) - a E_{\beta,2}(\lambda)] - A_2 [E_{\beta,2}(\lambda) - a E_{\beta,3}(\lambda)]}{\int_0^1 (1-z) E_{\beta,2}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz - a \int_0^1 (1-z)^2 E_{\beta,3}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz} \times \\ & \times \int_0^x (x-z) E_{\beta,4}[\lambda(x-z)^{\beta}] f(z) dz \end{aligned} \quad (6)$$

ko'rinishda topamiz.

1-teorema. Agar

$$\int_0^1 (1-z) E_{\beta,2}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz \neq a \int_0^1 (1-z)^2 E_{\beta,3}[\lambda(1-z)^{\beta}] f(z) dz$$

bo'lsa, u holda T_1 masala yagona yechimga ega bo'ladi va u (5), (6) formulalar bilan aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.

2. Bozorova M.M. Ikkinchi tartibli integro-differensial tenglama uchun to'g'ri va teskari masalalar // "O'zbekiston fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar" respublika ilmiy jurnali. 2023. 18 - son. 355-360 betlar.

TO'RTBURCHAK SOHADA KAPUTO KASR-TARTIBLI OPERATOR QATNASHGAN PARABOLA-GIPERBOLIK TIPIDAGI TENGLAMALAR UCHUN NOLAKAL MASALA

Do'sanova U.X¹, Toshqulova D.A²

¹umidakhon8996@gmail.com, ²dilshodatoshqulova@gmail.com

^{1,2} Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqola to'rtburchak sohada Kaputo operatori yordamida parabolik-giperbolik turdagi nolakal masala yechimining turg'unligini isbotlashga va yechimning mavjudligi va yagonaligi shartlarini ko'rsatishga bag'ishlangan. Yechimning mavjudligi va yagonaligi uchun shartlar Furye usuli bilan olingan, turg'unligi esa baholash va Koshi –Bunyakovskiy tengsizliklari bilan isbotlangan.

1. Quyidagi aralash parabola-giperbolik tipidagi tenglamani qaraylik

$$Lu = \begin{cases} D_t^\rho u - u_{xx} = 0, & t > 0, \\ u_{tt} - u_{xx} = 0, & t < 0. \end{cases} \quad (1)$$

$D = \{(x, t) | 0 < x < 1, -\alpha < t < \beta\}$, to'rtburchak sohada, bu yerda $\alpha > 0$ va $\beta > 0$ – berilgan haqiqiy sonlar. $0 < \rho < 1$, va $D_+ = D \cup \{t > 0\}$, $D_- = D \cap \{t < 0\}$ bo'lsin.

Ta'rif. Regulyatsiya qilingan kasr hosilasi (Kaputo hosilasi) quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$D_{0t}^\rho h(z) = \frac{1}{\Gamma(1-\rho)} \int_0^t (t-z)^{-\rho} h'(z) dz.$$

Masala. D sohada quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, t)$ funksiyani toping:

$$u(x, t) \in C^2(D_-) \cap C_{x,t}^{2,1}(D_+), \quad (2)$$

$$Lu(x, t) \equiv 0, \quad (x, t) \in D_+ \cup D_-, \quad (3)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta, \quad (4)$$

$$u_k(0+0) = u_k(0-0), \quad D_t^\rho u(0+0) = u_t(0-0), \quad (5)$$

$$u(x, -\alpha) - u(x, -\beta) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (6)$$

bu yerda $\varphi(x)$ – berilgan yetarlicha silliq funksiya, shuningdek

$$\varphi(0) = \varphi(1) = 0.$$

1. $u(x, t)$ – berilgan (2)–(6) masalaning yechimi bo'lsin. Quyidagi funksiyani qaraymiz

$$u_k(t) = \sqrt{2} \int_0^1 u(x,t) \sin kx dx, \quad k = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Yuqorida ko'rsatilgan tenglamalardan, ichki qismlarni nolga tenglab, biz qat'iy quyidagiga ega bo'lamiz

$$D_t^\rho u_k + \lambda_k^2 u_k(t) = 0, \quad t > 0, \quad (8)$$

$$u_k'' + \lambda_k^2 u_k(t) = 0, \quad t < 0, \quad \lambda_k = \pi k. \quad (9)$$

(8) va (9) differensial tenglamalar quyidagi umumiy yechimga ega

$$u_k(t) = \begin{cases} c_k E_{\rho,1}(-\lambda_k^2 t^\rho), & t > 0 \\ a_k \cos \lambda_k t + b_k \sin \lambda_k t, & t < 0, \end{cases} \quad (10)$$

bu yerda a_k, b_k va c_k – ixtiyoriy o'zgarmas sonlar. (5)-(6) shartlardan foydalanib,

biz qat'iy quyidagi tenglikni olamiz $a_k = c_k$ va $b_k = -c_k \lambda_k$, $c_k = \frac{\varphi_k}{\delta_{\alpha\beta}(k)}$.

bu yerda barcha $k \in N$ lar uchun $\delta_{\alpha\beta}(k)$ quyidagi ko'rinishga ega:

$$\delta_{\alpha\beta}(k) = \cos \lambda_k \alpha + \lambda_k \sin \lambda_k \alpha - E_{\rho,1}(-\lambda_k^2 \beta^\rho) \neq 0 \quad (11)$$

Shunday qilib, biz tomonimizdan quyidagi yagonalik kriteriyasi o'rnatilgan.

Teorema 1. *Barcha $k \in N$ lar uchun (11) shart bajarilsa, u holda (2)–(6) masala yechimi mavjud va u yagona bo'ladi.*

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ф.И.ФРАНКЛЬ. Обтекание профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уклонения. ПММ:20:2 (1956), 196-202.
2. А. В. БИЦАДЗЕ, А. А. САМАРСКИЙ, О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач, 185,4,739-740,1969.
3. К.Б.САБИТОВ, Задача Трикоми для уравнения смешанного параболо – гиперболического в прямоугольной области, Матем. Заметки, 86,4,(2009), 273-279.
4. К.Б.САБИТОВ, Нелокальная задача для уравнения параболо – гиперболического типа в прямоугольной области, Матем. Заметки, 89 4 (2011), 596-602
5. Н.И.ИОНКИН, Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием, Дифференц. уравнения, 13:2 (1977), 294-304.

A DIRECT PROBLEM OF 1D PSEUDOPARABOLIC INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

Elmuradova H.B.

h.b.elmurodova@buxdu.uz

Bukhara State University

Annotation. *In this thesis, we consider a well-posed problem for a pseudoparabolic equation. It is proved that there is a unique global solution to the direct problem and estimates of its stability are obtained [1].*

Let $\mathbb{M}_{lT} = \{(x, t) | 0 < x < l, 0 < t \leq T\}$ be a rectangle domain. In this present paper, we consider the following inverse problems of determining a pair of functions $\{u(x, t), k(t)\}$, which satisfy the non-linear 1D pseudoparabolic equation

$$u_t(x, t) - u_{xxt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = \int_0^t k(t - \tau)[u_{xx\tau} + u_{xx}](x, \tau)d\tau \text{ in } \mathbb{M}_{lT}, \quad (1)$$

the initial condition

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

the Dirichlet boundary condition

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

and the overdetermination condition

$$u(x_0, t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4)$$

The problem of determining

$$u(x, t) \in C_{x,t}^{2,1}(\mathbb{M}_{lT}) \cap C(\overline{\mathbb{M}_{lT}}) \quad (A)$$

from (1)-(3) with given $k(t)$ and $\varphi(x)$ is called the direct problem for a 1D pseudoparabolic integro differential equation, where

$$\overline{\mathbb{M}_{lT}} = \{[0, l] \times [0, T]\}.$$

Definition. *The pair of the functions $\{u(x, t), k(t)\}$ is called a classical solution to the inverse problem, if*

$$u(x, t) \in C_{x,t}^{2,1}(\mathbb{M}_{lT}), \text{ and } k(t) \in C^1[0, T]$$

and satisfying the every relation of the system (1)-(4) at every point of the corresponding their domain.

Everywhere in this paper, we require the following conditions for known functions:

A1) $\varphi'' \in C^2[0, l]$, $\varphi''' \in L_2(0, l)$: $\varphi(0) = \varphi(l) = \varphi''(0) = \varphi''(l) = 0$

Theorem 1. *Let that the conditions A1) and $k \in C^1[0, T]$ hold. Then the direct problem has a unique classical solution.*

Lemma 1. *Let the condition A1) be holds. Then the following representations are valid:*

$$\varphi_n = -\left(\frac{l}{\pi n}\right)^3 \varphi_n^{(3)} \quad (5)$$

here $\varphi_n^{(3)}$ are coefficients of the expansion of function $\varphi'''(x)$ in series with respect to the function system $\left\{\frac{2}{l} \cos \frac{\pi n}{l} x\right\}_{n \geq 1}$ such that

$$\sum_n^\infty |\varphi_n^{(3)}|^2 \leq \int_0^l (\varphi'''(x))^2 dx. \quad (6)$$

Theorem 2. Assume that conditions of Theorem 1 hold. Then problem (1)-(3) solution (9) can be estimated with

$$\|u(x, t)\|_{L^2(0, l)} \leq c_2 \|\varphi(x)\|_{L^2(0, l)}, \quad (7)$$

$$\|u(x, t)\|_{C(\overline{\Pi}_{IT})} \leq c_3 \|\varphi'(x)\|_{L^2(0, l)}, \quad (8)$$

for all $t \in [0, T]$, where c_i do not depend on the function $\varphi(x)$.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{-\frac{\lambda_n}{1+\lambda_n}(1+k(0))t} + \frac{\lambda_n}{1+\lambda_n} \int_0^t e^{-\frac{\lambda_n}{1+\lambda_n}(1+k(0))(t-\tau)} k(\tau) d\tau \right) \varphi_n \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x -$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^t e^{-\frac{\lambda_n}{1+\lambda_n}(1+k(0))(t-\tau)} d\tau \int_0^{\tau} (k'(\tau-s) + k(\tau-s)) u_n(s) ds \right) \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (9)$$

LITERATURE

1. Аблабеков Б. Обратные задачи для дифференциальных уравнений третьего порядка. Saarbrücken 2013. 10.D

INVERSE PROBLEM FOR WHITHAM TYPE MULTI-DIMENSIONAL DIFFERENTIAL EQUATION WITH IMPULSE EFFECTS

Fayziyev A.K.

fayziyev.a@inbox.ru

Tashkent State University of Economics

Annotation: In the article the questions of unique solvability and determination of the redefinition coefficient function in the inverse problem for multi-dimensional Whitham-type partial differential equation with impulse effects are studied. The modified method of characteristics allows partial differential equations of the first order to be represented as ordinary differential equations that describe the change of an unknown function along the line of characteristics. The unique solvability of the multi-dimensional inverse problem is proved by the method of successive approximations and contraction mappings. The definition of the unknown coefficient is reduced to solving the Volterra integral equation of the first kind.

In this paper we consider the questions of unique solvability and determination of the redefinition coefficient function in the inverse problem for multi-dimensional Whitham-type partial differential equation with nonlinear initial value and nonlinear impulse conditions. So, in the domain $\Omega \equiv [0; T] \times \mathbb{R}^n$ for $t \neq t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$ we study the following multi-dimensional quasilinear equation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \right) u(t, x_1, x_2, \dots, x_n) =$$

$$= \alpha(t)\beta(x_1, x_2, \dots, x_n) + F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)) \quad (1)$$

with nonlinear initial value condition

$$u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)|_{t=0} = \varphi \left(x_1, x_2, \dots, x_n, \int_0^T K(\xi) u(\xi, x_1, x_2, \dots, x_n) d\xi \right) \quad (2)$$

and nonlinear impulsive condition

$$u(t_i^+, x_1, x_2, \dots, x_n) - u(t_i^-, x_1, x_2, \dots, x_n) = G_i(u(t_i, x_1, x_2, \dots, x_n)), \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

where $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ is desired function, $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, $\alpha(t)$ unknown coefficient function, $t \neq t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$, $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_p < t_{p+1} = T < \infty$,

$\mathbb{R} \equiv (-\infty, \infty)$, $\beta(x_1, x_2, \dots, x_n) \in C^{1,1,\dots,1}(\mathbb{R}^n)$, $F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u) \in C^{0,1,1,\dots,1,0}(\Omega \times \mathbb{R})$,

$$\int_0^T |K(\xi)| d\xi < \infty, \quad \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \in C^1(\mathbb{R}^{n+1}),$$

$$u(t_i^+, x_1, x_2, \dots, x_n) = \lim_{\nu \rightarrow 0^+} u(t_i + \nu, x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$$u(t_i^-, x_1, x_2, \dots, x_n) = \lim_{\nu \rightarrow 0^-} u(t_i - \nu, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

are right-hand side and left-hand side limits of function $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ at the point $t = t_i$, respectively.

We use some Banach spaces: the space $C(\Omega, \mathbb{R})$ consists continuous function $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ with the norm

$$\|u\|_C = \sup_{(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega} |u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)|;$$

we also need in using the linear space

$$PC(\Omega, \mathbb{R}) = \{u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}; u(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in C(\Omega_{i,i+1}, \mathbb{R}), i = 1, \dots, p\}$$

with the following norm

$$\|u\|_{PC} = \max \left\{ \|u\|_{C(\Omega_{i,i+1})}, i = 1, 2, \dots, p \right\},$$

where $\Omega_{i,i+1} = (t_i, t_{i+1}] \times \mathbb{R}^n$, $u(t_i^+, x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $u(t_i^-, x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($i = 0, 1, \dots, p$) exist and are bounded; $u(t_i^-, x_1, x_2, \dots, x_n) = u(t_i, x_1, x_2, \dots, x_n)$.

To determine the redefinition coefficient function $\alpha(t)$ in the initial value problem (1)-(3), we use the following condition

$$u(t, x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = \psi(t), \quad (4)$$

where $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \in \mathbb{R}$, $\psi(t) \in C^1[0; T]$, $\varphi \left(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0, \int_0^T K(\xi) \psi(\xi) d\xi \right) = \psi(0^+)$.

Multi-dimensional direct problem (1)-(3). Find a unknown function $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in PC(\Omega, \mathbb{R})$, that the function $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ for all $(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, $t \neq t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$ satisfies the differential equation (1), initial

value condition (2) and for $(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, $t = t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$ satisfies the nonlinear limit condition (3).

Multi-dimensional inverse problem (1)-(4). Find a pair of unknown functions $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in PC(\Omega, \mathbb{R})$ and $\alpha(t) \in C([0, T], \mathbb{R})$, that the function $u(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ for all $(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, $t \neq t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$ satisfies the differential equation (1), initial value condition (2), for $(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, $t = t_i$, $i = 1, 2, \dots, p$ satisfies the nonlinear limit condition (3) and additional condition (4).

REFERENCES

1. Yuldashev T. K., Fayziyev A. K. On a nonlinear impulsive system of integro-differential equations with degenerate kernel and maxima. *Nanosystems: Phys. Chem. Math.*, 2022, 13(1), P. 36-44. doi:<https://doi.org/10.17586/2220-8054-2022-13-1-36-44>
2. Yuldashev T. K., Fayziyev A. K. Integral condition with nonlinear kernel for an impulsive system of differential equations with maxima and redefinition vector. *Lobachevskii Journ. Math.*, 2022, 43(8), P. 2332-2340.
3. Yuldashev T. K., Fayziyev A. K. Inverse problem for a second order impulsive system of integro-differential equations with two redefinition vectors and mixed maxima, *Nanosystems: Phys. Chem. Math.*, 2023. T. 14. № 1. C. 13–21. doi: 10.17586/2220-8054-2023-14-1-13-21
4. Yuldashev T. K., Fayziyev A. K. On a nonlinear impulsive differential equations with maxima. *Bulletin of the institute of Mathematics*, 2021, Vol.4, №6, ISSN- 2181-9483, pp 42-49.

NAV'E-STOKS TENGLAMASIGA QO'YILGAN NOLOKAL MASALA YECHIMINING YAGONALIGI

Hamdamova A.S.

crccrcrcrtvtvt@gmail.com

Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda Nav'e-Stoks tenglamasiga qo'yilgan nolokal masala yechimining C_L sinfdagi funksiyalarning norma bo'yicha yopilmasidan iborat fazoda yagonaligi o'rganilgan.

Kley nomidagi matematika institutiga (Clay mathematics institute) 1998-yilda Bostonlik milliarder Landon Kley (Landon T. Clay) mablag'i hisobida Kembrejda (Massachusetts, AQSH) asos solindi va hozirgi zamon matematikasining bir qator muammolariga mukofotlar belgilandi. Institutning ekspertlari 2000-yil 24-mayda yettita muammo tanlashib, ularning har biriga million dollar belgilashdi. Bu ro'yxat Millennium Prize Problems (million yutuqli muammolar) nomini oldi. Bulardan oltinchisi "Nav'e-Stoks tenglamasining yechimi mavjudligi va silliqiligi" haqidagi muammodir. Bu muammoni yechishda mukofot e'lon qilingandan avval va undan keyin ham ko'plab mashhur olimlar qiziqib kelganlar hamda samarali

natijalarga erishganlar. Bular

O.A. Ladyjenskaya, R. Temam, A.N.

Kolmogorov, J. Leray, E. Hopf, J.L. Lions, M.I. Vishik, V.A. Solonnikov, M. Otelbayev va boshqalar[1]. Oltinchi muammoda Nav'e-Stoks tenglamasiga qo'yilgan nolokal masala yechimining mavjudligi va silliqqligini o'rganish talab etiladi. 2014-yilda matematika jurnalida e'lon qilingan M.Otelbayevning «Существование сильного решения уравнения Навье-Стокса» maqolasida muammosi hal bo'lganligi ma'lum qilindi[2], ammo keyinchalik ishda xatolik topildi. Muammo ochiq qoldi.

$Q \subset R^2$ – markazi koordinata boshida va tomoni 2π ga teng bo'lgan kvadrat, $\Omega = (0, T) \times Q$, $T > 0$ bo'lsin.

Nolokal masala.

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^2 u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \nu \Delta u_j - \frac{\partial p}{\partial x_j} + f_j(t, x_1, x_2), \quad (t, x_1, x_2) \in \Omega, \quad j = 1, 2; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} u = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (t, x_1, x_2) \in \Omega. \quad (2)$$

tenglamalar sistemasini hamda

$$u(t, x_1, x_2) \Big|_{t=0} = u_0(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \bar{Q}; \quad (3)$$

$$u(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = u(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_k}(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = \frac{\partial u}{\partial x_k}(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi} \quad k = 1, 2; \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4)$$

$$p(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = p(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi}, \quad (5)$$

boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x))$ vektor funksiya va $p(t, x)$ skalyar funksiya topilsin.

C_L orqali $C^2(\Omega)$ fazodagi (2), (4) shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyalar sinfini belgilaymiz.

$H(\Omega)$ orqali esa C_L sinfdagi funksiyalarning

$$\|u\|_{H(\Omega)}^2 = \int_{\Omega} (u_x^2 + u_t^2 + u^2) d\Omega$$

norma bo'yicha yopilmasidan iborat fazoni belgilaymiz.

(1) - (5) masalaning $H(\Omega)$ fazodagi umumlashgan yechimi deb,

$$\int_{\Omega} (u_t v + \nu u_x v_x + \sum_{i=1}^2 u_i u_{x_i} v + p_x v) d\Omega = \int_{\Omega} f v d\Omega, \quad \forall v \in C_L$$

integral ayniyatni qanoatlantiruvchi funksiyaga aytiladi.

Teorema. (1) – (5) masala $H(\Omega)$ fazoda yagona yechimga ega.

Teorema [3, 85 bet] ga o'xshash, masala ikkita yechimga ega bo'lsin deb, yechimlar ayirmasi uchun aprior baho olish orqali isbotlanadi.

ADABIYOTLAR

1. О.А.Ладыженская. Шестая проблема тысячелетия: уравнения Навье-Стокса, существование и гладкость, УМН, 2003, том 58, выпуск 2 (350), 45 – 78.

2. М.Отелбаев. Существование сильного решения уравнения Навье-Стокса. Математический журнал, 2013, том 13, №4 (50)
3. Ж.-Л.Лионс. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М., Мир, 1972, 588 с.
4. A.S.Hamdanova. Nav'e-Stoks tenglamasiga qo'yilgan nolokal masala. Тезисы докладов » Новые теоремы молодых математиков – 2022». Наманган, 13-14 май, 2022, с. 153 -154.

CONSTRUCTING THE MOTHER WAVELET.

Husanov E.A., Xudoyberdiyev A.A.

elbekhusanov02@gmail.com

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov

Abstract. *In this work, the theoretical analysis of wave propagation is studied. Common problems in wave and signal control are covered.*

We are now in a position to determine the mother wavelet $\psi(t)$ that enables us to establish an orthonormal basis $\{\psi(t-n), n \in \mathbb{Z}\}$ for $L^2(\mathbb{R})$. Recall that a mother wavelet $\psi(t) = \psi_{0,0}(t)$ resides in a space W_0 spanned by the next subspace of the scaling function V_1 , i.e., $W_0 \subset V_1$. Hence, in the same context as in the previous subsection, $\psi(t)$ can be represented by a weighted sum of the shifted scaling function $\phi(2t)$ by

$$\psi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n \sqrt{2} \phi(2t-n), \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

The expansion coefficients q_n are called **wavelet coefficients** and are given by

$$q_n = (-1)^{n-1} p_{-n-1} \quad (2)$$

as stated below.

Theorem 1. *If $\{V_m\}$ is a multiresolution analysis with the scaling function $\phi(t)$, the mother wavelet $\psi(t)$ is given by*

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} p_{-n-1} \phi(2t-n), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (3)$$

where p_n is the scaling function coefficient of $\phi(t)$ [1].

Remember that p_n in (3) is uniquely determined by the function form of the scaling function $\phi(t)$; See $p_n = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi_{1,n}(t) dt$. Thus the above theorem states that the mother wavelet $\psi(t)$ is obtained once the scaling function $\phi(t)$ of a given multiresolution analysis is specified.

Remark. *The relation $q_n = (-1)^n p_{1-n}$ employed in equation (3) is one possible choice for constructing the mother wavelet $\psi(t)$ from the father wavelet*

$\phi(t)$. In fact, there are alternative choices such as $q_n = (-1)^n p_{1-n}$ or $q_n = (-1)^{n-1} p_{2N-1-n}$ with certain $N \in \mathbb{Z}$. Hence, the mother wavelet $\psi(t)$ associated with a given multiresolution analysis is not unique. In practice, however, any preceding definition of q_n can be used to obtain a mother wavelet $\psi(t)$ because it leads to an orthonormal basis for the space W_0 .

The proof of equation (3) requires the following two lemmas [2]:

Lemma 1. The Fourier transform $\Phi(\omega)$ of the scaling function $\phi(t)$ satisfies

$$\Phi(\omega) = M\left(\frac{\omega}{2}\right)\Phi\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

where $M(\omega)$ is the generating function of the multiresolution analysis defined by

$$M(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n e^{-in\omega} \quad (4)$$

with the scaling function coefficient p_n of $\phi(t)$.

Lemma 2. The Fourier transform $F(\omega)$ of any function $f \in W_0$ can be expressed by

$$F(\omega) = V(\omega) e^{\frac{i\omega}{2}} M^*\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (5)$$

where $V(\omega)$ is a 2π -periodic function, i.e., $V(\omega) = V(\omega + 2\pi)$. [3]

We should keep in mind that $V(\omega)$ is the only term on the right-hand side of (5) that depends on $f(t)$; the remainder term $e^{\frac{i\omega}{2}} M^*\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right)$ is independent of $f(t)$. Now we turn to a proof of equation (3) for the construction of the mother wavelet $\psi(t)$ from the scaling function $\phi(t)$.

Proof 1. Since the mother wavelet $\psi(t)$ gives an orthonormal basis $\{\psi(t-n), n \in \mathbb{Z}\}$ for the space W_0 , any function $f \in W_0$ can be expressed by

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n \psi(t-n)$$

with appropriate coefficients h_n . Its Fourier transform $F(\omega)$ reads

$$F(\omega) = \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n e^{-in\omega} \right) \Psi(\omega),$$

where the sum in parentheses is 2π -periodic. Comparing this with (5), we obtain

$$\Psi(\omega) = e^{\frac{i\omega}{2}} M^*\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (6)$$

Substituting expression (4) into (6) yields

$$\begin{aligned}
\Psi(\omega) &= \frac{e^{\frac{i\omega}{2}}}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n e^{in[\frac{\omega}{2}+\pi]} \Psi\left(\frac{\omega}{2}\right) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n e^{in\pi} e^{i(n+1)\frac{\omega}{2}} \Psi\left(\frac{\omega}{2}\right) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{-k-1} (-1)^{k-1} e^{\frac{-ik\omega}{2}} \Psi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad [k \equiv -n-1].
\end{aligned}$$

Take the inverse Fourier transform of the both sides to find

$$\begin{aligned}
\psi(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{-k-1} (-1)^{k-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-ik\omega}{2}} e^{i\omega t} \Psi\left(\frac{\omega}{2}\right) d\omega = \\
&= \frac{2}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{-k-1} (-1)^{k-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega'(2t-k)} \Psi(\omega') d\omega' \quad [\omega' \equiv \frac{\omega}{2}] \\
&= \frac{2}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{-k-1} (-1)^{k-1} \phi(2t-k).
\end{aligned}$$

This is our desired result (3).

REFERENCES

1. Boggess, A., Narcowich, F.J.: A First Course in Wavelets with Fourier Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs (2001).
2. Beylkin, G.: On wavelet-based algorithms for solving differential equations. In: Wavelets: Mathematics and Applications.
3. Bryson, A.E., Ho, Y.C.: Applied Optimal Control, Optimization, Estimation and Control. Hemisphere, Washington (1975).

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Исломов Б.И.¹, Холбеков Ж.А.²

islomovbozor@yandex.com, juratxolbekov@gmail.com

¹Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, г. Ташкент,

²Ташкентский государственный технический университет им. И.Каримова

Аннотация. В данной работе доказывается однозначная разрешимость краевой задачи для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа.

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y - \lambda_0 u, & x > 0, y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy} + \lambda_1 u + \mu_1 u(x, 0), & x > 0, y < 0, \\ u_{xx} - u_{yy} - \lambda_2 u - \mu_2 u(0, y), & x < 0, y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy} - \lambda_3 u - \mu_3 u(1, y), & x > 1, y > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Пусть Ω_0 – область, ограниченная при $x > 0, y > 0$ отрезками AB, BC, CD, DA прямых $y=0, x=1, y=1, x=0$ соответственно. Ω_1 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком AB оси Ox и двумя характеристиками $AN: x+y=0, BN: x-y=1$ уравнения (1) при $x > 0, y < 0$, выходящими из точек $A(0,0)$ и $B(1,0)$, пересекающимися в точке $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Ω_2 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком AD оси Oy и двумя характеристиками $AK: x+y=0, DK: y-x=1$ уравнения (1) при $x < 0, y > 0$, выходящими из точек $A(0,0)$ и $D(0,1)$, пересекающимися в точке $K\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ω_3 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком BC и двумя характеристиками $CM: x+y=2, BM: y-x=1$ уравнения (1) при $x > 1, y > 0$, выходящими из точек $B(1,0)$ и $C(1,1)$, пересекающимися в точке $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

В уравнении (1) $\lambda_0, \lambda_j, \mu_j$ ($j = \overline{1,3}$) – заданные действительные числа, причем

$$\lambda_0 \geq 0, \quad \mu_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,3}). \quad (2)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega_0 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup AB \cup AD \cup BC, \\ \Omega_1^* &= \Omega_1 \cup AB \cup \Omega_0, \quad \Omega_2^* = \Omega_2 \cup AD \cup \Omega_0 \cup BC \cup \Omega_3, \\ W &= \left\{ u: u \in C(\overline{\Omega}), u_y \in C(\Omega_2^*) \cap C(\Omega_0 \cup AB) \cap C(\Omega_1 \cup AB), \right. \\ &\quad \left. u_x \in C(\Omega_1^*) \cap C(\Omega_0 \cup AD \cup BC) \cap C(\Omega_2 \cup AD) \cap C(\Omega_3 \cup BC) \right\}. \end{aligned}$$

Определение. Решение уравнения (1) при $y \neq 0, x \neq 0, x \neq 1$ будем называть регулярным, если функция $u(x, y)$ обладает непрерывными производными, входящими в уравнение (1).

Задача. Найти регулярное решение уравнения (1) в области Ω из класса W , удовлетворяющее краевым условиям

$$\begin{aligned} u(x, y)|_{AN} &= \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, & u(x, y)|_{DK} &= \varphi_2(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \\ u(x, y)|_{BM} &= \varphi_3(y), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

а на линиях изменения типа условиям склеивания

$$u_y(x, +0) = \alpha u_y(x, -0), \quad x \in (0, 1), \quad u_x(+0, y) = \beta u_x(-0, y), \quad y \in (0, 1),$$

$$u_x(1+0, y) = \gamma u_x(1-0, y), \quad y \in (0, 1),$$

где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$, $\varphi_3(y)$ – заданные функции, причем

$$\varphi_1(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0, \frac{1}{2}\right), \quad (3)$$

$$\varphi_2(y) \in C^1\left[\frac{1}{2}, 1\right] \cap C^2\left(\frac{1}{2}, 1\right), \quad (4)$$

$$\varphi_3(y) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0, \frac{1}{2}\right). \quad (5)$$

Заметим, что задача типа задачи для уравнения (1) при $\lambda_i \equiv 0$, ($i = \overline{0, 3}$), $\mu_j \equiv 0$, ($j = \overline{1, 3}$) изучена в работе [1], а при $\mu_j \equiv 0$, ($j = \overline{1, 3}$) – в работах [2], [3]. Задача для уравнения (1) при $\lambda_i \equiv 0$, ($i = \overline{0, 3}$), $\mu_j \neq 0$, ($j = \overline{1, 3}$) исследована в [4].

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma < 0$ и выполнены условия (2), (3), (4), (5), то поставленной задачи имеет единственное регулярное решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эгамбердиев У. // В кн.: «Краевые задачи механики сплошных сред». Т.: Фан. 1982. С. 117-128.
2. Рахматуллаева Н.А. // «Узбек. мат. журнал». Ташкент. 2010. № 1. С. 118-130.
3. Бердышев А.С., Рахматуллаева Н.А. // «ДАН РУз». Ташкент. 2010. № 4. С. 8-12.
4. Исломов Б., Холбеков Ж.А. // Тезисы докл. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Ташкент. 2013. С. 56-57.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА НОВОГО ТИПА ДЛЯ СМЕШАННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Исломов Б.И.¹, Кылышбаева Г.К.²

islomovbozor@yandex.com, kalbaevna85@mail.ru

^{1,2}Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека

Аннотация. В работе предлагается метод решения задачи для дифференциального уравнения третьего порядка путём сведения к обратной задаче для дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка с неизвестными правыми частями. Доказано, что однозначная разрешимость поставленной задачи существенным образом зависит от выбора границы прямоугольной области. Установлена единственность и существования решения задачи. Доказана устойчивость решения по граничным данным.

Краевые задачи для уравнений парабола-гиперболического и эллипτικο-гиперболического типов третьего порядка, когда главная часть оператора содержит производную по x или y изучены в работах А.В. Бицадзе и М.С.Салохитдинова[1-2], Т.Д.Джураева[3], Т.Д.Джураева, А.Сопуева и М. Мамажонова[4]. В этих работах рассматриваемая смешанная область, состоит из характеристического треугольника и прямоугольника.

В работах[5-8] изучаются прямые и обратные задачи для модельного уравнения смешанного типа второго порядка в прямоугольной области.

Краевые задачи для уравнения третьего порядка парабола-гиперболического типа в прямоугольной области, случай, когда уравнения содержат произведения неперестановочных дифференциальных операторов, ранее не изучены.

В настоящей работе предлагается метод решения задачи для дифференциального уравнения третьего порядка путём сведения к обратной задаче для дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка с неизвестными правыми частями.

В прямоугольной области $D = \{(x, y): 0 < x < 1, -p < y < q\}$ рассмотрим уравнение смешанного типа

$$0 = \left(a \frac{\partial}{\partial x} + c \right) \begin{cases} u_{xx} - u_y - \lambda^2 u, & \text{при } y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy} - \lambda^2 u, & \text{при } y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $p > 0, q > 0, c \in R = (-\infty, +\infty)$ и $a, \lambda \in R \setminus \{0\}$.

Введем обозначения: $J = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}$,

$$D_1 = D \cap \{(x, y): x > 0, y > 0\}, \quad D_2 = D \cap \{(x, y): x > 0, y < 0\}, \quad D = D_1 \cup D_2 \cup J.$$

Через $C_\theta^k(M)$ обозначим класс функций, непрерывных вместе со своими частными производными по θ до k -го порядка включительно в области M .

В области D исследуем следующую задачу.

Задача. T_{ac} . Найти в области D функцию $u(x, y)$,

удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x, y) \in C^1(\bar{D}), \quad u \in C_x^3(D_1 \cup D_2), \quad u_{xy} \in C(D_1), \quad u_{xyy} \in C(D_2), \quad (2)$$

$$\left(a \frac{\partial}{\partial x} + c \right) Lu = 0, \quad (x, y) \in D_1 \cup D_2, \quad (3)$$

$$au_x(0, y) + cu(0, y) = 0, \quad au_x(1, y) + cu(1, y) = 0, \quad -p \leq y \leq q, \quad (4)$$

$$u(0, y) = \psi(y), \quad -p \leq y \leq q, \quad (5)$$

$$u(x, -p) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (6)$$

где $\varphi(x), \psi(y)$, – заданные достаточно гладкие функции.

Уравнение (1) в области D равносильно уравнению парабола-гиперболического типа второго порядка с неизвестной правой частью

$$Lu(x, y) \equiv f(x, y) \exp\left(-\frac{c}{a}x\right), \quad (x, y) \in D_1 \cup D_2, \quad (7)$$

где

$$f(x, y) = \begin{cases} f_1(y) & \text{при } 0 < y < q, \\ f_2(y) & \text{при } -p < y < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Тогда задача T_{ac} сводится к следующей обратной задаче.

Задача. T_f . Найти в области D функции $u(x, y)$ и $f_j(y)$, удовлетворяющие условиям (2), (4)-(6) и уравнению (7) где

$$f_1(y) \in C(-p, 0) \cap L_2[-p, 0], \quad f_2(y) \in C(0, q) \cap L_2[0, q]. \quad (9)$$

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Если существует решение обратной задачи (2), (4)-(7), то оно единственно тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$\Delta_{pq}(n) = \cos \rho_n p + \rho_n \sin \rho_n p \neq 0, \quad \text{при всех } n \in N, \quad (10)$$

где $\rho_n = \sqrt{\mu_n^2 + \lambda^2}$, $\mu_n = \pi n$, $n \in N$.

Теорема 2. Если выполнены условия (10), $\Delta_{pq}(n) > C_0 > 0$ при всех $k > k_0$ и $\varphi(x), \psi(x) \in C^4[0, 1]$, $\psi^{(i)}(0) = \psi^{(i)}(1) = 0$, $\varphi^{(i)}(0) = \varphi^{(i)}(1) = 0$, $i = 0, 2$, то существует единственное решение $u(x, y)$ задача T_f и оно

определяется рядом $u(x, y) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(y) \sin \pi n x$, где

$$\tilde{\varphi}_n = \sqrt{2} \int_0^1 \tilde{\varphi}(x) \sin \mu_n x dx, \quad \tilde{\varphi}(x) = a\varphi'(x) + c\varphi(x), \quad u_n(y) = \begin{cases} \alpha_n \exp\{-\rho_n^2 y\}, & 0 < y < q, \\ \beta_n \cos \rho_n y + \gamma_n \sin \rho_n y, & -p < y < 0, \end{cases}$$

$$\alpha_n = \beta_n = \frac{\tilde{\varphi}_n}{\Delta_{pq}(n)}, \quad \gamma_n = -\frac{\rho_n \tilde{\varphi}_n}{\Delta_{pq}(n)},$$

а $f_j(y)$ — определяются из формулы:

$$f_1(y) = -\psi'(y) + \left(\frac{c^2}{a^2} - \lambda^2\right) \psi(y) + \frac{\sqrt{2}}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \mu_n e^{-\rho_n^2 y}, \quad 0 < y < q,$$

$$f_2(y) = -\psi''(y) + \left(\frac{c^2}{a^2} - \lambda^2\right) \psi(y) + \frac{\sqrt{2}}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n (\alpha_n \cos \rho_n y + \gamma_n \sin \rho_n y), \quad -p < y < 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В., Салахитдинов М.С. К теории уравнений смешанно-составного типа. // «Сибирский математический журнал». Новосибирск. 1961. Т. II. №1. С. 7-19.
2. Салахитдинов М.С. Уравнение смешанно-составного типа. Т.: Фан. 1974. 156 с.
3. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типа. Издательство: ФАН. 1979. 240 с.

4. Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажонов М. Краевые задачи для уравнений парабола-гиперболического типа. Т.: ФАН. 1986. 220 с.
5. Хачев М.М. Задача Дирихле для обобщенного уравнения Лаврентьев – Бицадзе в прямоугольной области. // «Дифф. уравнения». 1978. Т.14. № 1. С.136-139.
6. Сабитов К.Б. Краевая задача для уравнений смешанного типа третьего порядка в прямоугольной области. // «Дифф. уравнения». 2011. Т.47. № 5. С.705-713.
7. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. Об оценке решения одной задачи для парабола-гиперболического уравнения с помощью рядов Фурье. // «Дифф. уравнения». 2003. Т.39. № 5. С. 656-662.
8. Сабитов К.Б., Сафин Э.М. Обратная задача для уравнения смешанного парабола-гиперболического типа. // “Матем. заметки”. 2010. 87(6). С. 907–918.

HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF SOLVING AND APPLYING ILL-POSED PROBLEMS

Juraev D.A.^{1,2}, Agarwal P.², Elsayed E.E.³

^{1,2}juraevdavron12@gmail.com, ²goyal.praveen2011@gmail.com,

³engebrahem16@gmail.com

^{1,2}University of Economy and Pedagogy, Department of Scientific Research, Innovation and Training of Scientific and Pedagogical Staff, Karshi, Uzbekistan

²Anand International College of Engineering, Department of Mathematics, Jaipur, India.

³Mansoura University, Faculty of Engineering, Department of Electronics and Communications Engineering, Mansoura, Egypt

This article deals with the history of development and the method of applying ill-posed problems in various fields of science. At the present time, ill-posed problems are rapidly developing and finding their applications.

For the first time the concept of "well-posed problem" was introduced by J. Hadamard in 1923 and applied only to boundary value problems of mathematical physics. The correctness of the problem statement was ensured by the fulfillment of two conditions: the existence of a solution and its uniqueness. The solution stability requirement was subsequently attached to the first two. For a long time, according to the authoritative opinion of J. Hadamard, it was believed that ill-posed problems could not have practical meaning and therefore there was no need to solve them. The first work in which this opinion was refuted is the well-known work of Academician A.N. Tikhonov in 1943, in which he first formulated a conditionally well-posed problem and solved one of the topical problems of exploration geophysics. In the future, the theory of ill-posed problems took its rightful place in scientific research, since it was repeatedly confirmed that the problems that arise in practice are most often ill-posed, and the mathematical apparatus for their solution is precisely the theory of correct and ill-posed problems of A.N. Tikhonov.

It is known that the Cauchy problem for elliptic equations is incorrect: the solution to the problem is unique, but unstable. The Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation, like many Cauchy problems for finding regular solutions of elliptic equations, in the general case is unstable with respect to uniformly small changes in the initial data. Thus, these tasks are incorrectly posed [1]. In unstable problems, the image of the operator is not closed, therefore, the solvability condition cannot be written in terms of continuous linear functionals. So, in the Cauchy problem for elliptic equations with data on a part of the boundary of a domain, the solution is usually unique, the problem is solvable for an everywhere dense data set, but this set is not closed. Consequently, the theory of solvability of such problems is much more difficult and deeper than the theory of solvability of the Fredholm equations. The first results in this direction appeared only in the mid-1980s in the works of L.A. Aizenberg [2], A.M. Kytmanov and N.N. Tarkhanov [6]. For special domains, the problem of continuing limited analytic functions in the case when data is specified only on a part of the boundary was considered by T. Carleman [7]. The research of T. Carleman was continued by G.M. Goluzin and V.I. Krylov. The use of the classical Green formula for constructing a regularized solution of the Cauchy problem for the Laplace equation was proposed by academician M.M. Lavrent'ev in his famous monograph [4]. Using the ideas of M. M. Lavrent'ev [3,4], Sh. Yarmukhamedov constructed in explicit form a regularized solution of the Cauchy problem for the Laplace equation (see for instance [5]) In work [6], an integral formula was proved for systems of equations of elliptic type of the first order with constant coefficients in a bounded domain. The construction of the Carleman matrix for elliptic systems was carried out by Sh. Yarmukhamedov, N.N. Tarkhanov, A.A. Shlapunov, I.E. Niyozov and others. In papers [8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20] The questions of exact and approximate solutions of the ill-posed Cauchy problem for various factorizations of the Helmholtz equations are studied. Such problems arise in mathematical physics and in various fields of natural science (for example, in electro-geological exploration, in cardiology, in electrodynamics, etc.).

REFERENCES

1. Hadamard J. The Cauchy problem for linear partial differential equations of hyperbolic type. Nauka, Moscow. 1978
2. Aizenberg L.A. Carleman's formulas in complex analysis. Nauka, Novosibirsk. 1990.
3. Lavrent'ev M.M. On the Cauchy problem for second-order linear elliptic equations. Reports of the USSR Academy of Sciences. 112(2), (1957). 195-197.
4. Lavrent'ev M.M. On some ill-posed problems of mathematical physics. Nauka, Novosibirsk. 1962.
5. Yarmukhamedov Sh. On the extension of the solution of the Helmholtz equation. Reports of the Russian Academy of Sciences, 357(3), (1997). 320-323.
6. Tarkhanov N. N. The Cauchy problem for solutions of elliptic equations. V. 7, Akad. Verl., Berlin. 1995.
7. Carleman T. Les fonctions quasi analytiques. Gautier-Villars et Cie., Paris. 1926.

8. Juraev D.A. The construction of the fundamental solution of the Helmholtz equation. Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, (4), 2014. 14-17.
9. Juraev D.A. Regularization of the Cauchy problem for systems of elliptic type equations of first order. Uzbek Mathematical Journal, (2), (2016). 61-71.
10. Juraev D.A. The Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in an unbounded domain. Siberian Electronic Mathematical Reports, (14), (2017). 752-764.
11. Juraev D.A. On the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a bounded domain. Siberian Electronic Mathematical Reports, (15), (2018). 11-20.
12. Zhuraev D.A. Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation. Ukrainian Mathematical Journal, 69(10), (2018). 1583–1592.
13. Juraev D.A. On the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in an unbounded domain in $\mathbb{R}^2$. Siberian Electronic Mathematical Reports, (15), (2018). 865–1877.
14. Juraev D.A., Noeiaghdam S. Regularization of the ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation on the plane. Axioms, 10(2), (2021). 1-14.
15. Juraev D.A. Solution of the ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation on the plane. Global and Stochastic Analysis, 8(3), (2021). 1-17.
16. Juraev D.A., Gasimov Y.S. On the regularization Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional bounded domain. Azerbaijan Journal of Mathematics, 12(1), (2022). 142-161.
17. Juraev D.A. On the solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional spatial domain. Global and Stochastic Analysis, 9(2), (2022). 1-17.
18. Juraev D.A., Noeiaghdam S. Modern Problems of Mathematical Physics and Their Applications. Axioms, 11(2), (2022). 1-6.
19. Juraev D.A., Noeiaghdam S. Modern Problems of Mathematical Physics and Their Applications. Axioms, MDPI. Switzerland, 1-352. 2022.
20. Juraev D.A., Shokri A., Marian D. (2022). On the approximate solution of the Cauchy problem in a multidimensional unbounded domain. Fractal and Fractional, 6(7), (2022). 1-14.

ЗАДАЧА С НЕПОЛНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ДАННЫМИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Каримов К.Т.

karimovk80@mail.ru

Ферганский государственный университет

Аннотация. В настоящей работе для эллиптического уравнения с тремя сингулярными коэффициентами в полубесконечном параллелепипеде изучается краевая задача с неполными краевыми условиями. Доказано теорема о существовании решения исследуемой задачи.

Рассмотрим уравнение эллиптического типа

$$L_{\alpha\beta\gamma}u \equiv u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + \frac{2\alpha}{x}u_x + \frac{2\beta}{y}u_y + \frac{2\gamma}{z}u_z = 0 \quad (1)$$

в области $\Omega^\infty = \{(x, y, z): x \in (0, a), y \in (0, +\infty), z \in (0, c)\}$, где $a, c \in R^+$. В зависимости от места нахождения параметров α, β, γ на числовой оси, для уравнения (1) в области Ω^∞ формулируются разные краевые задачи.

Пусть $\alpha, \beta, \gamma \geq 1/2$. Тогда однозначно решается

Задача E^∞ . Найти ограниченную при $x \rightarrow 0$ и $z \rightarrow 0$ функцию $u(x, y, z) \in C(\bar{\Omega}^\infty \setminus \Delta_{xz}^\infty) \cap C_{x,y,z}^{2,2,2}(\Omega^\infty)$, удовлетворяющую условиям

$L_{\alpha\beta\gamma}u = 0, (x, y, z) \in \Omega^\infty; u_x, u_z \in C(\bar{\Omega}^\infty \setminus \Delta_{xz}^\infty)$ и ограничены при $x \rightarrow 0, z \rightarrow 0$;

$u(a, y, z) = 0, y \in [0, +\infty), z \in [0, c]; u(x, y, c) = 0, x \in [0, a], y \in [0, +\infty);$

$\lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y, z) = 0, x \in [0, a], z \in [0, c];$ а также одному из следующих условий

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{2\beta-1} u(x, y, z) = \chi(x, z), x \in [0, a], z \in [0, c] \text{ при } \beta > 1/2,$$

$$\lim_{y \rightarrow +0} \frac{u(x, y, z)}{\ln y} = \chi(x, z), x \in [0, a], z \in [0, c] \text{ при } \beta = 1/2,$$

где $\chi(x, z)$ – заданная функция, а $\bar{\Omega}_+^\infty = \{(x, y, z): x \in [0, a], y \in [0, \infty), z \in [0, c]\}$,

$\Delta_{xz}^\infty = \{(x, y, z): y \in [0, +\infty), xz = 0\}$.

В работе доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $\alpha, \gamma \in [k - 1/2, k + 1/2), k \in N, \beta \in [1/2, +\infty)$ и функция $\chi(x, z)$ удовлетворяет следующим условиям:

I. $\chi(x, z) \in C_{x,z}^{2k+4, 2k+4}(\bar{\Pi})$, где $\Pi = \{(x, z): 0 < x < a, 0 < z < c\}$;

$$\text{II.} \quad \frac{\partial^j}{\partial x^j} \chi(x, z) \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^j}{\partial x^j} \chi(x, z) \Big|_{x=a} = 0, \quad \frac{\partial^j}{\partial z^j} \chi(x, z) \Big|_{z=0} = 0, \\ \frac{\partial^j}{\partial z^j} \chi(x, z) \Big|_{z=c} = 0, \quad j = 0, 2k + 2.$$

Тогда, решение задачи E^∞ существует и определяется формулой

$$u(x, y, z) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_n(x) Z_m(z) \chi_{nm} y^{1-2\beta} \bar{K}_{\beta-1/2}(\sqrt{\lambda_{nm}} y) & \text{при } \beta > 1/2, \\ -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_n(x) Z_m(z) \chi_{nm} K_0(\sqrt{\lambda_{nm}} y) & \text{при } \beta = 1/2, \end{cases}$$

где $\bar{K}_\nu(x) = 2^{1-\nu} x^\nu K_\nu(x) / \Gamma(\nu)$, $\nu > 0$,

$$X_n(x) = x^{1/2-\alpha} J_{\alpha-1/2}(\delta_{\alpha n} x / a), \quad n \in N, \quad (2)$$

$$Z_m(z) = z^{1/2-\gamma} J_{\gamma-1/2}(\delta_{\gamma m} z / c), \quad m \in N, \quad (3)$$

$J_l(x)$, $I_l(x)$, $K_l(x)$ - функция Бесселя порядка l первого рода и функция Бесселя мнимого аргумента, функция Макдональда [1] соответственно, $\delta_{\alpha n}$ и $\delta_{\gamma m}$ - соответственно нули функции $J_{\alpha-1/2}(x)$ и $J_{\gamma-1/2}(x)$, $\lambda_{nm} = (\delta_{\alpha n} / a)^2 + (\delta_{\gamma m} / c)^2$,

$$\chi_{nm} = s_{nm} \int_0^c \int_0^a \chi(x, z) x^{2\alpha} X_n(x) z^{2\gamma} Z_m(z) dx dz,$$

$$s_{nm} = \left[2 / (ac J_{\alpha+1/2}(\delta_{\alpha n}) J_{\gamma+1/2}(\delta_{\gamma m})) \right]^2.$$

Отметим, что согласно работе [1], система собственных функций (2) и (3) ортогональна и полна соответственно в пространстве $L_2(0, a)$ с весом $x^{2\alpha}$ и в пространстве $L_2(0, c)$ с весом $z^{2\gamma}$.

Единственность решения задачи E^∞ доказывается с помощью полноты системы собственных функций (2) в пространстве $L_2(0, a)$ с весом $x^{2\alpha}$ и системы собственных функций (3) в пространстве $L_2(0, c)$ с весом $z^{2\gamma}$.

Аналогичные результаты в двумерных областях для уравнения с одной и двумя сингулярными коэффициентами получены в работах [2], [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. - М.: Т.1.Изд. ИЛ., 1949. - 798 с.
2. Пулькин С.П. О единственности решения сингулярной задачи Геллерстеда // Изв. вузов. Сер.: Математика. 1960. № 6(19). С. 214-225.
3. Сабитов К.Б. К теории уравнений смешанного типа. М.: Физматлит, - 2014. - 304 с.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Маманазаров Д.С.

d.mamanazarov@g.nsu.ru

Новосибирский государственный университет. Новосибирск, Россия

Аннотация. Работа посвящена изучению возможности решения новых нелокальных задач для дифференциальных уравнений.

Пусть Q есть прямоугольник $(0, l) \times (0, T)$ переменных x и t , $f(x, t)$ и $\gamma(x)$ есть заданные функции, определенные при $x \in [0, l], t \in [0, T]$.

В прямоугольнике Q рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_{xxt} - \lambda u_t + \mu u_{xx} = f(x, t) \quad (1)$$

следующую задачу: найти функцию $u(x, t)$ являющуюся в области Q решением уравнения (1) из класса $C^2(\bar{Q})$ и такую, что для нее выполняются граничные условия

$$u(x, 0) = \gamma(x)u(x, T), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

$$u(0, t) = g_0(t), \quad u_x(0, t) = g(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

где $\lambda, \mu — const, \gamma(x) \in C[0, l], g_0(t), g(t) \in C^1[0, T]$.

Доказательство существования и единственности решения задачи (1)–(3) проведем с помощью метода функции Римана. Но для этого сначала исследуем в области Q характеристическую задачу для уравнения (1) с начальным условием

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad \varphi(x) \in C^2[0, l]. \quad (4)$$

Задачу нахождения решения $u(x, t)$ уравнения (1), удовлетворяющего условиям (3), (4) будем называть задачей Гурса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джураев Т. Д. "Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов". Ташкент: ФАН, 1986.
2. Кожанов А. И., Лукина Г. А., Нелокальные краевые задачи с частично интегральными условиями для вырождающихся дифференциальных уравнений с кратными характеристиками, Сиб. журн. чист. и прикл. матем., 2017, том 17, выпуск 3, 37–51.
3. М. Х. Шхануков, О некоторых краевых задачах для уравнения третьего порядка и экстремальных свойствах его решений, Докл. АН СССР, 1982, том 267, номер 3, 567–570

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТИПА ДЛЯ УЛЬТРАПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Маматов Ж. А.

z.mamatov@g.nsu.ru

НГУ., Россия

Аннотация. В этом тезисе используя метод регуляризации, метод продолжения по параметру и априорные оценки, установлено ее разрешимость.

Постановка задачи. Пусть Ω -сегмент $[0,1]$ лежит на OX , $Q = \Omega \times (0, T) \times (0, A)$, $0 < T < +\infty$, $0 < A < +\infty$. Пусть далее $c(x, t, a), f(x, t, a), N(x, t, a)$ -заданные функции, определенные при $x \in \Omega, t \in [0, T], a \in [0, A]$; L – дифференциальные оператор. Рассмотрим следующее уравнение, заданное в области Q

$$u_t + u_a - u_{xx} + c(x, t, a) = f(x, t, a) \quad (1)$$

Краевая задача I. Найти такую функцию $u(x, t, a)$, которая является в Q решением уравнения

$$Lu = u_t + u_a - u_{xx} + c(x, t, a) = f(x, t, a) \quad (2)$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x, 0, a) = 0, x \in \Omega, a \in (0, A) \quad (3)$$

$$u(x, t, 0) = 0, x \in \Omega, t \in (0, T) \quad (4)$$

$$\frac{\partial u(x, t, a)}{\partial \nu} = \int_{\Omega} N(x, y) u(y, t, a) dy \quad (5)$$

Краевая задача II. Найти такую функцию $u(x, t, a)$, которая является в Q решением в параллелепипеде Q уравнения (1) и такую, что для нее выполняются условия (2), (3) а также условия

$$u_x(0, t, a) = \int_0^1 N(0, y) u(y, t, a) dy \quad (6)$$

$$u_x(1, t, a) = \int_0^1 N(1, y) u(y, t, a) dy \quad (7)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Кожанов, “О разрешимости некоторых нелокальных и связанных с ними обратных задач для параболических уравнений”, Матем. заметки ЯГУ, 18:2 (2011), 64–78
2. Г.А. Лукина, Нелокальные краевые задачи для некоторых классов уравнений нечетного порядка, Дис.канд. физ.-матем. наук, Сев.-Вост. федер. ун-т им. М. К. Аммосова, Якутск, 2011
3. А.И. Кожанов, Л. С. Пулькина, “О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений”, Дифференц. Уравнения

4. С.Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Наука, М., 1988

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА СОСТАВНОГО ТИПА

Мирзарахимова Н.У.
nargizaub12@gmail.com
ФерГУ

Аннотация. В статье рассмотрена краевая задача для уравнения четвёртого порядка составного типа, доказана единственность решения краевой задачи методом интегралов энергии, а при доказательстве существования решения использована теория интегральных уравнений.

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta u + Cu = f \quad (1)$$

в области $D = \{(x, y); 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$.

Задача Р. Определить регулярное в области D решение уравнение (1), непрерывное вместе с производными до второго порядка включительно в замкнутой области $\bar{D}$, и удовлетворяющее граничным условиям:

$$u(0, y) = \varphi_0(y), u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \psi_0(x), u(x, 1) = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

$$u_x(1, y) = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (4)$$

$$u_y(x, 1) = \psi_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (5)$$

$$u_{xx}(0, y) = \varphi_3(y), \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (6)$$

$$u_{yy}(x, 0) = \psi_3(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (6)$$

Здесь $\varphi_i(y), \psi_i(x), (i = 0, 1, 2, 3)$ $c(x, y), f(x, y)$ - заданные функции, причем

$$\psi_0(1) = \varphi_1(0), \varphi_1(1) = \psi_1(1), \psi_1(0) = \varphi_0(1), \varphi_0(0) = \psi_0(0).$$

$$\varphi_2(0) = \varphi_1'(0) = \psi_0'(1), \quad \varphi_0''(0) = \psi_0''(0) = \varphi_3(0) = \psi_3(0)$$

$$\varphi_2(1) = \varphi_1'(1) = \psi_1'(1), \quad \varphi_0''(1) = \psi_1''(0) = \psi_2'(0) = \varphi_3(1)$$

$$\psi_2(0) = \varphi_0'(1) = \psi_1'(0), \quad \psi_0''(1) = \varphi_1''(0) = \varphi_2'(0) = \psi_3(1),$$

$$\psi_2(1) = \varphi_1'(1) = \psi_1'(1), \quad \psi_1''(1) = \varphi_1''(1) = \varphi_2'(1) = \psi_2'(1).$$

Имеют место следующие теоремы:

Теорема 1. Если $c(x, y) \geq 0$, то задача Р в области D не может иметь более одного регулярного решения.

Теорема 2. Если функции

$$\varphi_i'''(y), (0 \leq y \leq 1), \psi_i'''(x), (0 \leq x \leq 1), i = 0, 1,$$

$$\varphi_3'(y), \varphi_2''(y), (0 \leq y \leq 1), \psi_3'(x), \psi_2''(x), (0 \leq x \leq 1),$$

удовлетворяют условию Гельдера с показателем $\gamma (0 < \gamma < 1)$ т.е. $\varphi_i \in H^\gamma$ и $\psi_i \in H^\gamma$, $f(x, y) \in H(D)$, кроме того

$$\varphi_i''(j), \psi_i''(j), \varphi_3(j), \psi_3(j), \varphi_2'(j), \psi_2'(j) (i = 0, 1; j = 0, 1)$$

равны нулю, то решение задачи P существует.

Теорема 2 доказывается используя теории интегральных [1] и сингулярных [2] уравнений. Единственность решения была показана методом интегралов энергии [3].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Салохиддинов М. «Интегральные уравнения» Ташкент. 2007.
2. Мусхелишвили Н.И. «Сингулярные интегральные уравнения». 2018. Наука
3. Гозиев К.С «О единственности решения одной краевой задачи для уравнения высокого порядка составного типа» //Труды международной научной конференции. «Дифференциальные уравнения в частных производных и родственные проблемы анализа и информатики» Ташкент. 2004. Том 1.

НЕЛОКОЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА.

Муминов Ф.М., Каримов С.Я.

farxod.muminov.58@inbox.ru

Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета

Аннотация. В этой статье предполагается постановка нелокальной задачи для смешанного уравнения и доказывается, что при определенных условиях на коэффициенты уравнения поставленные задачи разрешимы в пространстве Соболева.

В работе [1] А. В. Бицадзе, А.А. Самарского была поставлена и исследована новая нелокальная задача для Эллиптических уравнений, которая в настоящее время называется задачей Бицадзе – Самарского. В дальнейшем такие нелокальные задачи для различных классов уравнений нашли приложения в линейных обратных или задачах управления и в целом ряде других задач из механики и физики [2,3].

Постановка задачи. Рассмотрим уравнение.

$$Lu = yU_{yy} + U_{xx} + \alpha(x; y)Uy = f(x, y) \quad (1)$$

Это уравнение Эллиптического типа при $y > 0$ и гиперболического типа при $y < 0$. Характеристики уравнения (1) ветви семейства парабол

$x - 2\sqrt{-y} = \cos \alpha$ имеют свою огибающую ось $y = 0$ – параболическую линию вырождения уравнения (1). Таким образом, линия параболического вырождения уравнения (1) является одновременно его характеристикой. Обозначим через D ограниченную область, ограниченную прямоугольником ABA_1B_1 с вершинами $A(0,0)$; $B(1,0)$; $B_1(1,1)$; $A_1(0,1)$ лежащей в полуплоскости и характеристиками $AC: x - 2\sqrt{-y} = 0$ и $BC: x + 2\sqrt{-y} = 1$ уравнения (1).

Задача. Найти решения уравнения .

$Lu = yU_{yy} + U_{xx} + \alpha(x, y)U_y = f(x, y)$ в области D , удовлетворяющее условиям

$$U(0, y) = U(1, y) = 0 \quad (2)$$

$$U(x; 1) = \beta(x)U(x; y) /_{ACUBC} \quad (3)$$

$n = (n_1, n_2)$ – единичный вектор внутренней нормали к ∂D . Всюду ниже предполагается, что $\alpha(x, y) \in C^2(D)$

$$\beta(x) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\alpha}{2}\left(\frac{x^2}{4} + 1\right)\right], & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \exp\left[-\frac{\alpha}{2}\left(\frac{(1-x)^2}{4}\right)\right], & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad \text{где } \alpha > 0$$

Обозначим C_L класс функций из $C^2(D)$, удовлетворяющие краевым условиям (2)-(3). Через $W_2^1(D)$ будем обозначать пространства Соболева, полученные замыканием класса функции C_L по норме

$$\|U\|_1^2 = \int_D (U_x^2 + U_y^2 + U^2) \alpha D$$

По пространством функций $W_2^1(D)$ и $L_2(D)$ построим негативное пространство $W_2^{-1}(D)$

$$\|U\|_1^2 = \sup_{u \in W_2^1} \left(\frac{(f, u)}{\|U\|_1} \right) \quad (4)$$

Лемма 1. Пусть существует константа $\lambda > 0$ такая, что выполнены неравенства $2\alpha(x, y) - \lambda y - 1 \geq \delta > 0$ в области D

Тогда справедлива следующая оценка:

$$\begin{aligned} \|f\|_0 &\geq m_1 \|U\|_{W_2^1}^2 \\ |(Lu_1 e^{\lambda y} U_y)_0| &\geq m_2 \|U\|_{W_2^1}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Теорема 1. Пусть выполнены условия леммы. Тогда для любой функции u и $u(x, y) \in L_2(D)$ существует обобщенное решение задачи (1)–(3) из пространства $W_2^1(\bar{D})$.

ЛИТЕРАТУРЕ

1. Бицадзе А.В, Самарский А.А. О некоторых простейших обобщенных линейных эллиптических краевых задач. Докл.АН СССР–1969–Т. 185 N=(4). С739–740
2. Врагов В.Н. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа плоскости и в пространстве Автореф.дис доктора физ–мат: 01.01.02 – Новосибирск , 1973–28с
3. Врагов В.Н смешанная задач для одного класса гипербола – параболического уравнений второго порядка (Дифференц.уравнение.)– 1976–Т.12 N(1), с–24–31.
4. Муминов Ф.М., Каримов С.Я., Утабов У нелокальная краевая задача для линейных уравнений смешанного типа Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, Volume 2 ISSUE 11 ISSN 2181-1784 SJIF 2022: 5.947 ASI Factor = 1.7

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

Муминов Ф.М., Мадалиев С.

farhod.muminov.58@inbox.ru

Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета

Аннотация. В этой статье приводится постановка нелокальных задач для полулинейного уравнения смешанного типа.

Рассмотрим уравнение:

$$LU = K(x; y) U_{yy} + U_{xx} + \alpha(x; y) U_y + b(x; y)U + m|u|^p U = f(x; y) \quad (1)$$

Где $K(x, y)$ – непрерывно дифференцируемая функция, причем $K(x, y) \geq 0$ при $y \geq 0$, $K(x, y) < 0$ при $y < 0$, $a(x, y) \in \bar{C}(D)$, $b(x, y) \in C^1(\bar{D})$, $m < 0$, $p > 0$

Область D – которая состоит при $y > 0$ из прямоугольника с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $A_1(0; 1)$, $B_1(1; 1)$, а при $y < 0$ ограничена характеристиками уравнения (1)

$$S_1 = \left\{ (x; y) : \frac{dx}{dy} = -\sqrt{-K}, y(0) = 0, y < 0 \right\}$$

$$S_2 = \left\{ (x; y) : \frac{dx}{dy} = -\sqrt{-K}, y(0) = 0, y < 0 \right\}$$

Положим $S = S_1 \cup S_2$

Краевая задача. Найти решение уравнения (1) в области D такое, что

$$U(0; y) = U(1; y) = 0 \quad (2)$$

$$U(x; 1) = \beta(x) U(x; y) /_s \quad (3)$$

Всюду ниже предполагается что, $y \in S$. $\beta(x) = \exp \left[\frac{\lambda}{p+2} (-1+y) \right]$, $\lambda > 0, y \in S$.

Где $y < 0$ Через $W_2^1(D)$ обозначим под пространство функций из пространства $W_2^1(D)$ которые удовлетворяют краевым условиям (2)-(3)

Определение1. Функции $(x; y) \in W_2^1(D)$ называется обобщенным решением задачи (1)-(3), если выполнено интегральное тождество.

$$\int_D \left[-U_y (KV)_y - U_x V_x + a(x; y) U_y V + b U Y + m |U|^p UV \right] dD = \int_D f V dD$$

для любой функции V из $W_2^1(D)$.

Существование обобщенного решения краевой задачи (1)-(3) установим с помощью метода Галеркина. Пусть $\{\varphi_n(x, y)\}$ – множество функций из пространства $W_2^1(D)$ обладающее тем свойством, что все $\varphi_n(x, y)$ линейно независимы, а их линейные комбинации плотны в этом пространстве. Такое множество, как известно [1], [4] существует.

Рассмотрим вспомогательную задачу

$$LW_n = e^{-\lambda y} W_{ny}(x; y) = \varphi_n(x; y) \quad (5)$$

$$W_n(x; 1) = \beta(x) W_n(x; y) / S \quad (6)$$

Решение задачи (5)-(6)

$$W_n(x, y) = \int_s^y e^{\lambda \tau} \varphi_n(x; \tau) d\tau + \frac{1}{\beta - 1} \int_s^y e^{\lambda t} \varphi_n(x; t) dt$$

Ясно, что $W_n(x, y)$ линейно независимы. Действительно, если $\sum_{n=1}^N C_n W_n = 0$ для какого-нибудь набора $W_1, W_2, \dots, W_n$ то действуя на эту сумму оператором L , имеем

$$\sum_{n=1}^N C_n \varphi_n(x; y) = 0 \Rightarrow C_n = 0, \forall n$$

Ясно, что $W_n(x; y) \in W_2^1(D)$ нетрудно получить оценку

$$\|W_n\|_{L_p(D)}^p \leq m \|\varphi_n\|_{L_p(D)}^p$$

Кроме того $W_n(x, y)$ удовлетворяет условиям (6) для любого n . Приближенное решение задачи (1)-(3) будем искать в виде

$$U^N(x; y) = \sum_{n=1}^N C_n W_n(x; y)$$

Где C_n постоянные, которые определяются из системы нелинейных алгебраических уравнений в виде

$$(LU^N U_n)_0 = (f U_n)_0, n = 1, N \quad (7)$$

Разрешимость этой системы алгебраических уравнений следует из получаемых ниже априорных оценок для приближенных решений и [4] леммы “об остром угле”

Лемма1. Пусть выполнены условия $K(x; 1) \geq 0$ и неравенства

$$2a(x; y) - K_y(x; y) - \lambda K(x; y) \geq \delta > 0$$

Тогда справедлива оценка

$$\|U^N\|_{W_2^1(D)}^2 + \|U^N\|_{L_p(D)}^p \leq K_2 \quad (8)$$

K_2 не зависит от n .

Теорема1. Пусть выполнены условия леммы. Тогда для любой функции $f(x; y) \in L_2(D)$ существует обобщенное решение задачи (1)–(3).

ЛИТЕРАТУРА.

1. Врагов В.Н. Краевые задания неклассических уравнений математической функции. Новосибирск: НГУ, 1983-1984
2. Врагов В.Н.К. вопросу о единственности решения обобщенной задачи Трикоми. Докл. АН. СССР. 1996-Т.226 №4. С 761-764.
3. Глазатов С.Н. Локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного типа. Автореферат. Дисс.к.ф.м.н Новосибирск, 1986.
4. Лионс. Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М: Мир, 1972.
5. Ф.М.Муминов. О нелокальных краевых задачах для уравнений смешанного типа второго рода. Ташкент 2011.

THE DIFFUSIVE BEDDINGTON-DEANGELIS PREDATOR-PREY MODEL WITH NONLINEAR PREY-TAXIS AND FREE BOUNDARY

Norov A.Q.

norov9770@gmail.com

Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy

Abstract. *The diffusive Beddington-DeAngelis predator-prey model with nonlinear prey-taxis and free boundary is considered. For the solutions of the problem a priori estimates are established. On the base of a priori estimations the existence and uniqueness of theorems are proved.*

In this work, we consider the free boundary problem for a system of parabolic reaction-diffusion equations. It is required to find functions $h(t), u(t, x), v(t, x)$ in the domain $D = \{(t, x) : 0 < t \leq T, 0 < x < h(t)\}$ satisfying the conditions

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} + (u \chi(u) v_x)_x = \frac{buv}{c+u+mv} - au = f(u, v), & t > 0, 0 < x < h(t), \\ v_t - dv_{xx} - kv_x = v(q-v) - \frac{ruv}{c+u+mv} = g(u, v), & t > 0, 0 < x < h(t), \\ u_x(t, 0) = v_x(t, 0) = u(t, h(t)) = v(t, h(t)) = 0, & t \geq 0, \\ h'(t) = -\mu v_x(t, h(t)), & t \geq 0, \\ h(0) = h_0, \\ u(0, x) = u_0(x), \quad v(0, x) = v_0(x), & 0 \leq x \leq h_0, \end{cases} \quad (1)$$

where $x = h(t)$ —free boundary, u and v represent predator and prey densities, respectively. Constants a, b, c, m, q, k, r, d are positive; a is the mortality rate of the

predator, which does not depend on the prey density; the function $\frac{rv}{c+u+mv}$ is the Beddington-DeAngelis functional response; and $\frac{b}{r}$ is the conversion rate from prey to predator.

In this model, the predator is attracted by the prey and χ denotes the prey-tactic sensitivity and satisfies, for some positive constants u_m and L ,

$$\chi(u) \in C^1([0, \infty)), \chi(u) = 0 \text{ for } u \geq u_m, \text{ and } \chi'(u) \text{ is Lipschitz continuous, ie, } |\chi'(u_1) - \chi'(u_2)| \leq L|u_1 - u_2| \text{ for } u_1, u_2 \in [0, \infty).$$

Throughout this paper, we assume that $0 < \alpha < 1$ and initial functions $u_0(x)$, $v_0(x)$ satisfy

$$\begin{cases} u_0 \in C^{2+\alpha}([0, h_0]), u'_0(0) = 0, u_0(x) \geq 0 \text{ in } [0, h_0], u_0(x) = 0 \text{ in } [h_0, \infty), \\ v_0 \in C^{2+\alpha}([0, h_0]), v'_0(0) = 0, v_0(x) \geq 0 \text{ in } [0, h_0], v_0(x) = 0 \text{ in } [h_0, \infty). \end{cases}$$

The problem (1) has been studied in [1] for $k = 0$. We extend [1] and some results of the predator and prey model.

Theorem. *Let $u(t, x)$, $v(t, x)$, $h(t)$ be a solution of (1). Then*

$$0 < u(t, x) \leq M_1 \equiv \max \left\{ u_m, \|u_0\|_\infty, \frac{(b-am)M_2}{a} - c \right\}, (t, x) \in D,$$

$$0 < v(t, x) \leq M_2 \equiv \max \left\{ q, \|v_0\|_{C([0, h_0])} \right\}, (t, x) \in D.$$

$$0 < h'(t) \leq M_3, \quad 0 \leq t \leq T.$$

REFERENCES

1. Wang J, Wang M. The diffusive Beddington-DeAngelis predator-prey model with nonlinear prey-taxis and free boundary. *Math Meth Appl Sci.* 2018; 1–22.
2. Wang M, Zhang Y. Two kinds of free boundary problems for the diffusive prey-predator model. *Nonlinear Anal Real World Appl.* 2015; 24:73-82.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Нурмахматов В. С.

v.s.nurmuhammad@gmail.com

Новосибирский государственный университет, Россия

Аннотация. В работе рассматривается задача Коши для уравнения четвертого порядка, не разрешенного относительно старшей производной по времени. Это уравнение возникает при описании изгибно-крутильных колебаний упругого стержня. Доказана теорема существования и единственности решения начальной задачи для уравнения

в весовом анизотропном соболевском пространстве, получены энергетические оценки решений

1. Введение. В работе рассматривается задача Коши для уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами

$$u_{tt} - D_x(\beta^2(x)D_x u_{tt}) + D_x^2(a^2(x)D_x^2 u) + a_0 u = f(t, x) \quad (1)$$

Уравнение (1) является уравнением, не разрешенным относительно старшей производной. Такие уравнения часто называют уравнениями *соболевского типа*, поскольку именно работы С.Л. Соболева послужили началом систематического изучения таких уравнений (см. [1, с. 333-447]). Уравнения вида (1) возникает при описании изгибно-крутильных колебаний упругого стержня [2], при моделировании волноводов [3] и др. Рассматриваемое уравнение входит в класс псевдогиперболических уравнений, введенных Г.В. Демиденко (см. [4]).

Наша цель - исследовать условия разрешимости, единственности решения задачи Коши для уравнения (1) в весовых соболевских пространствах $W_{2,\gamma}^{2,4}(R_+^2), \gamma > 0$

2. Формулировка результатов. Рассмотрим задачу Коши для уравнения (1)

$$\begin{cases} u_{tt} - D_x(\beta^2(x)D_x u_{tt}) + D_x^2(a^2(x)D_x^2 u) + a_0(x)u = f(t, x), t > 0, x \in R \\ D_t^k u|_{t=0} = 0, k = 0, 1 \end{cases} \quad (2)$$

где

$$a(x) \in C^2(R), \beta(x) \in C^1(R), a_0(x) \in C(R).$$

Определение. Функция $u \in W_{2,\gamma}^{1,2}(R_+^2)$ называется обобщенным решением задачи Коши (2) при $f \in L_{2,\gamma}(R_+^2)$, если существует $D_x D_t u$, при этом $D_x D_t u \in L_{2,\gamma}(R_+^2), u|_{t=0} = 0$, имеет место интегральное соотношение

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \int_R -u_t v_t + a^2(x) D_x^2 u D_x^2 v - \beta^2(x) D_x u_t D_x v_t \\ + a_0(x) u v dx dt = \int_0^\infty \int_R f(t, x) v dx dt. \end{aligned}$$

для любой функции $v \in C_0^\infty(R_+^2)$.

Теорема. Существует $\gamma_0 > 0$ такое, что если $f \in L_{2,\gamma}(R_+^2)$ при $\gamma > \gamma_0$, то задача Коши (2) имеет единственное обобщенное решение $u \in W_{2,\gamma}^{1,2}(R_+^2)$ такое, что $D_x D_t u \in L_{2,\gamma}(R_+^2)$, при этом

$$\begin{aligned} \|u(t, x), W_{2,\gamma}^{1,2}(R_+^2)\| + \|D_x D_t u(t, x), L_{2,\gamma}(R_+^2)\| \\ \leq C(\gamma) \|f(t, x), L_{2,\gamma}(R_+^2)\|, \end{aligned}$$

где $C(\gamma)$ - константа, не зависящая от f .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев С. Л. Избранные труды. Т. 1. Уравнения математической физики. Вычислительная математика и кубатурные формулы. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, Филиал "Гео" Изд-ва СО РАН, 2003.
2. Власов В. 3. Тонкостенные упругие стержни. М-Л: Стройиздат, 1940.

3. Bishop R. E. D. Longitudinal waves in beams // Aeronautical Quarterly. 1952. V 3. 4. P. 280 293.
4. Демиденко Г. В., Успенский С. В. Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. Новосибирск: Научная книга, 1998.

MANFIY TARTIBLI KORTEVEG-DE FRIZ TENGLAMASINI INTEGRALLASH.

O'razboev G'.O'.^{1,2}, Babadjanova A.K.^{1,2}, Aminova M.M.¹

¹gayrat71@mail.ru

¹Urganch davlat universiteti,

²V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika Instituti Xorazm bo'linmasi

Annotatsiya. *Ushbu ish matritsaviy manfiy tartibli Korteweg-de Friz (KdF) tenglamasini sochilish nazariyasining teskari masala usuli yordamida integrallashga bag'ishlangan. Natijada, matritsaviy Shtrum-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining berilganlarining vaqt bo'yicha evolyutsiyasini topamiz.*

Nochiziqli evolyutsiya tenglamalarini integrallashda muhim ahamiyatga ega bo'lgan teskari spektral masalalar bo'yicha keng ko'lamli tadqiqotlar o'tkazilgan. Matritsaviy Shtrum-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining teskari masalalar usuli [1-6] matritsaviy KdF tenglamasini integrallash imkonini berdi [7-8]. Manfiy tartibli KdF tenglamsiga kelsak, Veroskiy [9] simmetriyalar va rekursiya operatorining manfiy darajalari orqali manfiy tartibli KdF tenglamasini keltirib chiqardi.

$$u_t = v_x, \quad v_{xxx} - 4v_x u - 2v u_x + u_x = 0$$

Lou [10] KdF tenglamasining simmetriyalaridan foydalanib, KdF tenglamasining to'rtta yangi simmetriya to'plamini taqdim etdi. Qiao va Li [11] ham manfiy, hamda musbat tartibli KdF irarxiyasi uchun Lax juftliklarini birlashtiruvchi formulalarni oldilar. Manfiy tartibli KdF tenglamalarining Gamilton tuzilmalari, Laks juftliklari, cheksiz ko'p saqlanish qonunlari, ko'p soliton va ko'p burilishli to'lqin yechimlari, ikki chiziqli Beklund o'zgarishlari ham to'liq o'rganilgan [12].

Ushbu ishda biz sochilish nazariyasining teskari masalalar usulidan foydalangan holda matritsaviy manfiy tartibli Korteveg-de Friz tenglamasini integrallashni o'rganamiz. Quyidagi

$$Q_t(x, t) = W_x(x, t) \tag{1}$$

$$W_{xxx}(x, t) - 3W_x(x, t)Q(x, t) - Q(x, t)W_x(x, t) - 2W(x, t)Q_x(x, t) + Q_x(x, t) = 0$$

nochiziqli matritsaviy manfiy tartibli Korteveg-de Friz tenglamasini ushbu

$$Q(x, t) = Q_0(x) \tag{2}$$

boshlang'ich shart bilan qaraylik.

Bu yerda ushbu $Q(x, t)$ va $W(x, t)$ kvadrat matritsalar ko'paytirish amaliga nisbatan kommutativ bo'lishi talab qilinadi. $Q(x, t)$ va $W(x, t)$ matritsalar mos ravishda $t \geq 0$ uchun quyidagi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1+|x|) \|Q(x,t)\| dx + \sum_{j=1}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\| \frac{\partial^j}{\partial x^j} Q(x,t) \right\| dx < \infty \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\| \frac{\partial^j}{\partial x^j} W(x,t) \right\| dx < \infty \quad (4)$$

shartlarni qanoatlantiradi. Boshlang'ich shartdagi $Q_0(x)$ matritsa simmetrik ($m \times m$) matritsa bo'lib quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$1. \int_{-\infty}^{+\infty} (1+|x|) \|Q_0(x)\| dx < \infty; \quad (5)$$

$$2. \quad L(0) = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + Q_0(x) \quad \text{operator} \quad \text{aniq } N \text{ ta xos qiymatga ega}$$

$$\lambda_j(0) = k_j^2(0), j = \overline{1, N} \quad \text{bo'lsin.}$$

Bu yerda matritsa normasi quyidagicha $\|P\| = \max_i \sum_{j=1}^N |P_{ij}|$ aniqlanadi.

Quyidagi tenglamalarning mosligi

$$L(t)Y := -\frac{\partial^2}{\partial x^2} Y + Q(x,t)Y = \lambda Y \quad (6)$$

$$Y_t = M(t)Y := \frac{1}{4\lambda} \left(\frac{\partial}{\partial x} Y - 2W \frac{\partial}{\partial x} Y + W_x Y \right) \quad (7)$$

ushbu $Q(x,t)$ va $W(x,t)$ kommutativ matrisalarning (1) tenglamani $Y \in C^{m \times m}$, $\det Y \neq 0$ da qanoatlantiradi.

Lemma 1. *O'zaro kommutativ $Q=Q(x,t)$ va $W=W(x,t)$ matritsalar (1) tenglamaning yechimi bo'lsin. Agar $\phi=\phi(x,\lambda,t)$ vektor funksiyasi (6) tenglamaning yechimi bo'lsin, ya'ni $-\phi'' + Q\phi = \lambda\phi$, u holda funksiya $\psi = \dot{\phi} - M(t)\phi$ ham (6) tenglamani qanoatlantiradi $-\psi'' + Q(x,t)\psi = \lambda\psi$.*

Bu ishda (1)-(5) masalaning yechimi (3)-(4) funksiyalar sinfida mavjud deb faraz qilamiz. Asosiy maqsadimiz $L(t)$ operatorning sochilish nazariyasi berilganlarini vaqt bo'yicha evolyutsiyasini topishdan iborat bo'lib, bu esa sochilish nazariyasining teskari masala usuli yordamida (1)-(5) masalaning $\{Q(x,t), W(x,t)\}$ yechimni topish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR

1. Z.S. Agranovich, V.A. Marchenko, The Inverse Problem of Scattering Theory, KSU, Kharkov, 1960 (in Russian); English transl.: Gordon and Breach, New York, 1963.
2. M. Wadati, T. Kamijo, On the extension of inverse scattering method, Progr. Theoret. Phys. 52 (1974) 397–414.

3. M. Wadati, Generalized matrix form of the inverse scattering method, in: R.K. Bullough, P.J. Caudry (Eds.), Solitons, in: Top. Curr. Phys., vol. 17, Springer, Berlin, 1980, pp. 287–299.
4. E. Olmedilla, Inverse scattering transform for general matrix Schrödinger operators and the related symplectic structure, Inverse Probl. 1 (1985) 219–236.
5. P. Schuur, Inverse scattering for the matrix Schrödinger equation with non-Hermitian potential, in: L. Debnath (Ed.), Nonlinear Waves, in: Cambridge Monogr. Mech. Appl. Math., Cambridge Univ. Press, Cambridge–New York, 1983, pp. 285–297.
6. N. Bondarenko, Spectral analysis for the matrix Sturm–Liouville operator on a finite interval, Tamkang J. Math. 42 (3) (2011) 305–327.
7. Goncharenko VM. Multisoliton solutions of the matrix KdV equation. Theor Math Phys 2001;126(1):81–91. translation from Teor. Mat. Fiz. 126, vol. 1, 102–114, 2001.
8. Bondarenko N., Freiling G., Urazboev G. Integration of the matrix KdV equation with self-consistent source. J. Chaos, Solitons\Fractals., 49 (2013), pp. 21–27.
9. Verosky J M, Negative powers of Olver recursion operators, J. Math. Phys. 32,1733-1736 (1991).
10. Lou S Y, Symmetries of the KdV equation and four hierarchies of the integro-differential KdV equations, J. Math. Phys. 35, 2390-2396 (1994).
11. Qiao Z J and Li J B, Negative order KdV equation with solitons, periodic solitary wave and kink wave solutions, Eur. Phys. Lett. 94, 50003.1-6 (2011).
12. Z. Qiao and Engui Fan, Negative-order Korteweg--de Vries equations, Phys. Rev.E,86,1,(2012).
13. Shengyang Yuan, Jian Xu, On a Riemann–Hilbert problem for the negative-order KdV equation, Applied Mathematics Letters, Volume 132, 2022, 108106.

MANFIY TARTIBLI MATRITSAVIY MODIFITSIRLANGAN KORTEVEG-DE FRIZ TENGLAMASINING SOLITONSIMON YECHIMLARINI TOPISH

O’razboyev G. O’.^{1,2}, Babadjanova A.K.^{1,2}, Atanazarova Sh.E.^{1,2}
gayrat71@mail.ru, oygul@bk.ru, atanazarova94@gmail.com

¹Urganch davlat universiteti,

²O’zRFA V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti

Annotatsiya. *Ushbu ishda manfiy tartibli matritsaviy modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi sohilish nazariyasining teskari masala usuli yordamida o’rganilgan. Potensial qarayotgan tenglamaning yechimi bo’lgan matritsaviy Zaxarov-Shabat operatori uchun sohilish nazariyasi berilganlarining vaqt bo’yicha evolyutsiyasi keltirib chiqarilgan.*

Klassik Korteweg-de Friz (KdF) tenglamasi

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0$$

dastlab K.S. Gardner, J.M. Grin, V.L. Kruskal va R.M. Miuralar [1] tomonidan Shturm-Liuvill operatorining spektral nazariyasi va KdV tenglamasi o'rtasidagi bog'liqlikka asoslangan sochilish nazariyasining teskari masalasi usuli yordamida integrallangan. Modifitsirlangan KdV (mKdV) tenglamasi

$$u_t \pm 6u^2u_x + u_{xxx} = 0$$

ham uzun to'lqinlar nazariyasida muhim ahamiyatga ega bo'lib, M. Vadati [2] tomonidan o'rganilgan. Matritsaviy holda Zaxarov-Shabat sistemi uchun sochilish nazariyasining teskari masalasi F. Demontis va K. Van der Milarning [3-4] ishlarida ko'rib chiqilgan bo'lib, nohiziqli matritsaviy modifitsirlangan KdV tenglamasini integrallash uchun qo'llanilgan. Manfiy tartibli KdV tenglamasi

$$\begin{cases} u_t = v_x \\ v_{xxx} + 4uv_x + 2u_xv = 0 \end{cases}$$

ilk bor Veroski [5] tomonidan rekkursiv operatorlar yordamida kiritilgan. [6] adabiyotda manfiy tartibli KdV tenglamasi uchun saqlanish qonunlari keltirib chiqarilgan va ushbu tenglama Xirotaning bichiziqli metodi yordamida o'rganilgan. G. O'razboyev va M. Xasanovlar moslangan manbali manfiy tartibli KdV tenglamasini davriy funksiyalar sinfida integrallaganlar [7].

Mazkur ishda quyidagi

$$\begin{cases} \omega_{xx}(x,t) = v^2(x,t) \\ v_{xt}(x,t) + v(x,t)\omega_{xt}(x,t) + \omega_{xt}(x,t)v(x,t) + \alpha v(x,t) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

tenglamalar sistemasini ushbu

$$v(x,t)|_{t=0} = v_0(x) \quad (2.2)$$

boshlang'ich shartlarda qaraymiz, bu yerda $v = v(x,t)$ va $\omega = \omega(x,t)$ lar esa $m \times m$ simmetrik kvadrat $m \times m$ matritsalar. $v(x,t)$ va $\omega(x,t)$ matritsalar barcha $t \geq 0$ uchun quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|) \|v(x,t)\| dx + \sum_{r=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\| \frac{\partial^r}{\partial x^r} v(x,t) \right\| dx < \infty \quad (2.3)$$

$$\omega(0,t) = 0,$$

$$\omega_x(x,t) \rightarrow I, \quad x \rightarrow \infty, \quad \omega_{xx}(x,t) \rightarrow 0 \text{ va } \omega_{xt}(x,t) \rightarrow 0, \quad x \rightarrow \pm\infty. \quad (2.4)$$

Aytaylik, $v_0(x)$ boshlang'ich funksiya $m \times m$ Ermit matritsasi bo'lib, quyidagi xossalarga ega bo'lsin:

$$1. \quad \int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|) \|v_0(x)\| dx < \infty; \quad (2.5)$$

$$2. \quad L(0) = -iJ \frac{d}{dx} - V_0(x) \text{ matritsaviy operator } 2N \text{ ta } \lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_{2N}(0)$$

oddiy xos qiymatlarga ega bo'lib, spektral maxsusliklarga ega bo'lmasin, bunda

$$V_0(x) = \begin{pmatrix} 0_m & i v_0 \\ -i v_0 & 0_m \end{pmatrix}.$$

Faraz qilaylik, $V(x,t) = \begin{pmatrix} 0_m & \nu \\ -\nu & 0_m \end{pmatrix}$ va $W(x,t) = \begin{pmatrix} \omega & 0_m \\ 0_m & \omega \end{pmatrix}$ - $2m \times 2m$ matritsalar, $\nu^* = -\nu$, $J = \begin{pmatrix} I_m & 0_m \\ 0_m & -I_m \end{pmatrix}$, bu yerda I_m va 0_m mos ravishda birlik va nol matritsalar.

Mazkur ishning asosiy maqsadi (2.1)-(2.5) masalani $L(t) = -iJ \frac{d}{dx} - V(x,t)$ operator uchun sochilish nazariyasining teskari masalasi usuli yordamida integrallashdan iborat.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. C.S. Gardner, J.M. Greene, M.D. Kruskal, R.M. Miura. Method for solving the Korteweg-deVries equation. Phys. Rev. Lett. 19, (1967), 1095.
2. M. Wadati, The modified Korteweg-de Vries equation, J. Phys. Soc. Jpn. 34 (1973), 1289–1296.
3. F.Demontis, C.van der Mee. Characterization of Scattering Data for the AKNS System. // Acta Appl. Math., 131, (2014), 29-47.
4. F.Demontis, C.van der Mee. Marchenko equations and norming constants of the matrix Zakharov-Shabat system. // Operators and Matrices, 2 (2008), 79–113.
5. J. M. Verosky. Negative powers of Olver recursion operators // J. Math. Phys.. 32, (1991), 1733-1736.
6. Jingqun Wang, Lixin Tian, Yingnan Zhang. Breather solutions of a negative order modified Korteweg-de Vries equation and its nonlinear stability, Physics Letters A, 383 (2019), 1689-1697.
7. G. U. Urazboev, M.M. Khasanov. Integration of the negative order Korteweg-De Vries equation with a self-consistent source in the class of periodic functions. Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki, 32, (2022), 228-239.

RIMAN-LIUUVILL MA'NOSIDAGI HOSILA VA INTEGRALNI O'Z ICHIGA OLUVCHI YUKLANGAN ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIR MASALA HAQIDA

Omonova D.D., Bozorova M.M.

dinoraomonova707@gmail.com

Farg'ona davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda Riman-Liuvill ma'nosidagi hosila va integralni o'z ichiga oluvchi yuklangan oddiy differensial tenglama uchun bir masala bayon qilingan va uning bir qiymatli yechilishi isbotlangan.

So'ngi vaqtlarda noma'lum funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tenglamalar bilan shug'ullanishga bo'lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko'plab issiqlik tarqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish

funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tenglama uchun qo'yiladigan masalalarga keltiriladi. Odatda, bunday turdagi tenglamalar yuklangan differensial tenglama deb yuritiladi. Shu sababdan biz ushbu ishda Riman-Liuvill ma'nosidagi hosila va integralni o'z ichiga oluvchi yuklangan oddiy differensial tenglama uchun bir masalani tadqiq etamiz.

(0,1) oraliqda ushbu

$$D_{0x}^{\varphi} y(x) - \lambda I_{0x}^{\gamma} y(x) = I_{0x_0}^{\delta} y(x_0) \quad (1)$$

kasr tartibli yuklangan oddiy differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(x)$ -noma'lum funksiya, $\varphi, \lambda, \delta, x_0$ -o'zgaras haqiqiy sonlar bo'lib, $0 < \varphi < 1, \gamma > 0, 0 < x_0 < 1$, $D_{0x}^{\varphi} y(x)$ - Riman-Liuvill ma'nosidagi kasr tartibli hosilasi [1]

$$D_{0x}^{\varphi} y(x) = \frac{d}{dx} I_{0x}^{1-\varphi} y(x),$$

$I_{0x}^{\alpha} y(x)$ - Riman-Liuvill ma'nosida kasr tartibli integral [1]

$$I_{0x}^{\alpha} y(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^x (x-t)^{\gamma-1} y(t) dt.$$

Masala. (1) tenglamani va

$$\lim_{x \rightarrow 0} I_{0x}^{1-\varphi} y(x) = A \quad (2)$$

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin, bu yerda, A - berilgan o'zgaras haqiqiy son.

Ma'lumki [2],

$$D_{0x}^{\varphi} y(x) - \lambda I_{0x}^{\gamma} y(x) = f(x)$$

tenglamaning (2) shartni qanoatlantiruvchi yechimi

$$y(x) = Ax^{\varphi-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi} \left[\lambda x^{\varphi+\gamma} \right] + \int_0^x (x-z)^{\varphi-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi} \left[\lambda (x-z)^{\varphi+\gamma} \right] f(z) dz \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $E_{\gamma, \sigma}(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\gamma k + \sigma)}$ - Mittag-Leffler funksiyasi

[1].

Bizning masalada $f(x) = I_{0x_0}^{\delta} y(x_0)$ bo'lgani uchun (1) tenglamaning (2) shartni qanoatlantiruvchi yechimi

$$y(x) = Ax^{\varphi-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi} \left[\lambda x^{\varphi+\gamma} \right] + x^{\varphi} E_{\varphi+\gamma, \varphi+1} \left[\lambda x^{\varphi+\gamma} \right] I_{0x_0}^{\delta} y(x_0) \quad (4)$$

ko'rinishda bo'ladi.

(4) ni har ikkala tarafini I_{0x}^{δ} ni ta'sir ettirib yuboramiz va ba'zi hisoblashlarni amalga oshirib,

$$I_{0x}^{\delta} y(x) = Ax^{\varphi+\delta-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi+\delta} \left[\lambda x^{\varphi+\gamma} \right] + x^{\varphi+\delta} E_{\varphi+\gamma, \delta+\varphi+1} \left[\lambda x^{\varphi+\gamma} \right] I_{0x_0}^{\delta} y(x_0) \quad (5)$$

tenglikni hosil qilamiz.

(5) tenglikda $x = x_0$ deb, $I_{0x_0}^{\delta} y(x_0)$ ni

$$I_{0,x_0}^{\delta} y(x_0) = \frac{Ax_0^{\varphi+\delta-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi+\delta} [\lambda x_0^{\varphi+\delta}]}{1 - x_0^{\varphi+\delta} E_{\varphi+\delta, \varphi+\delta+1} [\lambda x_0^{\varphi+\gamma}]} \quad (6)$$

ko‘rinishda topamiz.

(6) ni (4) ga qo‘yib, masalaning yechimini

$$y(x) = Ax^{\varphi-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi} [\lambda x^{\varphi+\gamma}] + \frac{Ax_0^{\varphi+\delta-1} E_{\varphi+\gamma, \varphi+\delta} [\lambda x_0^{\varphi+\delta}]}{1 - x_0^{\varphi+\delta} E_{\varphi+\delta, \varphi+\delta+1} [\lambda x_0^{\varphi+\gamma}]} x^{\varphi} E_{\varphi+\gamma, \varphi+1} [\lambda x^{\varphi+\gamma}] \quad (7)$$

ko‘rinishda topamiz.

Teorema. Agar $x_0^{\varphi+\delta} E_{\varphi+\delta, \varphi+\delta+1} [\lambda x_0^{\varphi+\gamma}] \neq 1$ bo‘lsa, u holda masala yagona yechimga ega bo‘lib, u (7) formula bilan aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006.-523p.
2. Omonova D. D. Umumlashgan Hilfer ma’nosidagi hosila va Riman-Liuvill ma’nosidagi integralni o‘z ichiga oluvchi oddiy differensial tenglama uchun Koshi masalasi. O‘zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali. 18 - son. 2023. 371-376 betlar.

KUCHLI BUZILUVCHI GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALALAR.

Oromov J¹, Shoimov B.S²

²boxodir1@bk.ru

¹Iqtisodiyot va pedagogika universiteti NTM,

²Xalqaro innovatsion universiteti NTM

Annotatsiya: Mazkur maqolada Kuchli buziluvchi giperbolik tenglama uchun chegaraviy masala yechimini mavjudligi va yagonaligi o‘rganilgan.

Ushbu

$$U_{xx} + yU_{yy} + \frac{1}{2}Uy = 0, (y < 0), \quad (1)$$

tenglamani xoy tekislikda ox o‘qning $I \equiv AB = \{x: 0 < x < 1\}$ birlik kesmasi va (1) tenglamaning

$$AC: x - 2\sqrt{-y} = 0; \quad BC: x + 2\sqrt{-y} = 1$$

xarakteristikalari bilan chegaralangan D sohada qaraymiz. Ravshanki, (1) tenglama uchun $y=0$ (ox o‘qi) bir vaqtda ham parabolik buzilish chizig‘i va xarakteristika hamdir. $y=0$ o‘q (1) tenglamaning xarakteristikalari o‘ramidan iborat va bunday tenglamalarni kuchli buziluvchi giperbolik tipdagi tenglama ham deyiladi.

Ma'lumki, kuchli buziluvchi giperbolik tipdagi tenglamalar (xususan (1) tenglama) uchun odatdagi boshlang'ich shartli Koshi masalasi har doim ham korrekt qo'yilavermaydi. Bunday hollarda boshlang'ich shartlari o'zgartirilgan yoki shakli o'zgartirilgan Koshi masalasini qo'yilishini birinchi marta A.V.Bitsadze [1] tavsiya qilgan edi. [2] da (1) tenglama uchun shakli o'zgartirilgan Koshi masalasi, Darbu masalalari tipidagi masalalar o'zgartirilgan.

[3] da esa (1) tenglama uchun D sohada "siljishli masalalar" [4] o'rganilgan. Mazkur ishda esa (1) tenglama uchun D sohada Koshi-Gursa va Gursa masalasi tipidagi korrekt masalalarning qo'yilishi va yechilishi o'rganiladi.

1-masala. (1) tenglamaning D sohada $U(x, y) \in C^2(D) \cap C^1(D \cup AC \setminus I) \cap C(\bar{D})$ sinfga tegishli va ushbu Koshining shakli o'zgartirilgan 2-shartni

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y)^{\frac{1}{2}} U_y = v_1(x), \quad x \in I, \quad (2)$$

hamda AC xarakteristikada

$$\left[U_x - \sqrt{-y} U_y \right]_{AC} = \left[U_x - \sqrt{-y} U_y \right]_{y=\frac{x^2}{4}} = \varphi_1(x), \quad 0 < x < \frac{1}{2}, \quad (3)$$

xarakteristik, shuningdek

$$U(A) = U(0, 0) = M, \quad (4)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin, bu yerda $v(x) \in C^1(I)$, $\varphi_1(x) \in C^1\left(0, \frac{1}{2}\right)$ berilgan funksiyalar, M – berilgan o'zgarmas haqiqiy qiymat (son).

1-teorema. Agar $v_1(x) \in C^1(I)$; $\varphi_1(x) \in C^1\left(0, \frac{1}{2}\right)$ bo'lsa, 1-masalaning $C^2(D) \cap C^1(D \cup AC \setminus I) \cap C(\bar{D})$ sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo'ladi va bu yechim ushbu formula bilan aniqlanadi:

$$U(x, y) = \int_0^{x-2\sqrt{-y}} v_1(t) dt + \int_0^{\frac{x-2\sqrt{-y}}{2}} \varphi_1(t) dt + \int_0^{\frac{x+2\sqrt{-y}}{2}} \varphi_1(t) dt + M, \quad (5)$$

Teoremani isbotlash uchun (1) tenglamaning ushbu umumiy yechimidan foydalanamiz:

$$U(x, y) = \theta_1(x - 2\sqrt{-y}) + \theta_2(x + 2\sqrt{-y}), \quad (6)$$

bu yerda $\theta_1, \theta_2 \in C^2$ – ixtiyoriy funksiyalar. (6) umumiy yechim formulasidan, (2), (3) va (4) shartlarga asosan 1-masalaning yagona, turg'un yechimini (5) formula yordamida ifodalanishini ko'rsatish qiyin emas. Ravshanki, (5) yechim (1) tenglamani, (2), (3) va (4) shartlarni qanoatlantiradi.

2-masala. 1-masaladan (3) va (4) shartlari bilan farq qiladi. (3) AC xarakteristikadi shart o'rniga BC xarakteristikada ushbu shart bilan almashtiriladi:

$$\left[U_x + \sqrt{-y}U_y\right]_{BC} = \left[U_x + \sqrt{-y}U_y\right]_{y=-\frac{(1-x)^2}{4}} = \varphi_2(x), \frac{1}{2} < x < 1, \quad (7)$$

(4) shart o'rniga esa ushbu

$$U(B) = U(1;0) = N \quad (8)$$

shartni qanoatlantiruvchi yechimni topish talab etiladi, bu yerda $\varphi_2(x) \in C^1\left(\frac{1}{2};1\right)$ – berilgan funksiya, N – berilgan o'zgarmas haqiqiy qiymat (son).

2-masala uchun ushbu teorema o'rinlidir:

2-teorema. Agar $v_1(x) \in C^1(I)$; $\varphi_2(x) \in C^1\left(\frac{1}{2};1\right)$ bo'lsa, 2-masalaning $C^2(D) \cap C^1(D \cup BC \setminus I) \cap C(\bar{D})$ sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo'lib ushbu formula bilan aniqlanadi:

$$U(x,y) = \int_{x+2\sqrt{-y}}^1 v_1(t)dt - \int_{\frac{x-2\sqrt{-y}+1}{2}}^{\frac{x+2\sqrt{-y}+1}{2}} \varphi_2(t)dt + N, \quad (9)$$

Teoremaning isboti (1) tenglamaning (6) umumiy yechimi formulasidan va (2), (7), (8) shartlardan kelib chiqadi.

Ko'rsatish mumkinki, (9) yechim (1) tenglamani va (2), (7), (8) shartlarni qanoatlantiradi.

3-masala. (1) tenglamaning D sohada $U(x,y) \in C^2(D) \cap C^1(D \cup AC \cup BC \setminus I) \cap C(\bar{D})$ sinfga tegishli hamda AC xarakteristikada (3), BC xarakteristikada esa (7) shartlarni va $U(A) = U(0,0) = M$ (4) (yoki $U(B) = U(1,0) = N$, (8)) shartni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

3-masala uchun ushbu teorema o'rinlidir.

3-teorema. Agarda $\varphi_1(x) \in C^1\left(0;\frac{1}{2}\right)$, $\varphi_2(x) \in C^1\left(\frac{1}{2};1\right)$ bo'lsa, 3-masalaning $C^2(D) \cap C^1(D \cup AC \cup BC \setminus I) \cap C(\bar{D})$ sinfga tegishli yagona turg'un yechimi mavjud bo'ladi va u quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$U(x,y) = \int_0^{\frac{x+2\sqrt{-y}}{2}} \varphi_1(t)dt - \int_{\frac{x-2\sqrt{-y}+1}{2}}^1 \varphi_2(t)dt + \int_{\frac{1}{2}}^1 \varphi_2(t)dt + M, \quad (10)$$

yoki

$$U(x,y) = \int_0^{\frac{x+2\sqrt{-y}}{2}} \varphi_1(t)dt - \int_{\frac{x-2\sqrt{-y}+1}{2}}^1 \varphi_2(t)dt - \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi_1(t)dt + N, \quad (11)$$

Ko'rsatish qiyin emaski, (10) formula bilan aniqlanuvchi funksiya (1) tenglamani (3), (7) va (4) shartlarni qanoatlantiradi, (11) formula bilan aniqlanuvchi funksiya esa (3), (7) va (8) shartlarni qanoatlantiradi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных, М. 1981 г.
2. Oramov J., Toshev J. Kuchli buziluvchi giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masala. Ilm-fan taraqqiyoti, Qarshi Davlat universiteti professor-o'qituvchilarining ilmiy-amaliy konferensiyasi ilmiy ishlar to'plami, Qarshi, "Nasaf" nashriyoti 2007 y, 32-33 betlar.
3. Oramov J. Kuchli buziluvchi bir giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masalalar, Ilm-fan taraqqiyoti, I qism, QDU, Qarshi, 2005 y, 4-6 betlar.
4. Нахушев А.М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа. Диф. уравнения, Минск, 1969, Т.5., стр.44-59.
5. Shoimov. B.S. Parabolik–giperbolik tipdagi tenglamalar uchun xarakteristikadan siljigan chiziqlarni o'z ichiga olgan sohalarda chegaraviy masala.// Namangan Davlat Universitetining ilmiy axborotnomasi 2022-yil 6-son [48-54].
6. Shoimov B.S, Jamolov Sh. Singulyar koeffitsientga ega bo'lgan giperbolik tipdagi tenglama uchun koshi masalasi.// Buxoro Davlat Universiteti ilmiy axborotnomasi 2023-yil 2-son [65- 70].

О РАЗЛОЖИМОСТИ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ В-ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА

Пирматов Ш.Т.

shamshod@rambler.ru

Ташкентский Государственный технический университет

Аннотация. В работе изучаются условия необходимой суммируемости спектральных разложений по собственным функциям В-полигармонического оператора. Если спектральное разложение рассматриваемой функции в некоторой точке суммируется средними Рисса, то ее среднее значение по шару с центром указанной точке обладает обобщенной непрерывностью.

Рассмотрим евклидово полупространство R_N^+ точек (x', y) , где $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ и $x_N > 0$. Пусть ограниченная область Ω^+ с гладкой границей Γ расположена в полупространстве R_N^+ и прилегает к гиперплоскости $x_N = 0$. Часть границы Γ , расположенную в R_N^+ , обозначим Γ^+ , а часть границы Γ , лежащую на гиперплоскости $x_N = 0$, обозначим через Γ^0 . В области Ω^+ рассмотрим дифференциальный оператор вида

$$\Delta_B = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{1}{x_N^k} \frac{\partial}{\partial x_N} x_N^k \frac{\partial}{\partial x_N},$$

где k – фиксированное положительное число.

Введём гильбертово пространство $f \in L_{2,k}(\Omega)$ со скалярным произведением

$$(u, v)_k = \int_{\Omega^+} u(x)v(x)x_N^k dx$$

и ассоциированной с ним нормой $\|u\|_k = \sqrt{(u, u)}$.

Обозначим через $u(x', y)$ четное по y , классическое решение в области Ω^+ уравнение

$$\Delta_B^m u - (-1)^m \lambda u = 0,$$

где m – любое натуральное число, $\lambda > 0$. Оператор Δ_B^m будем именовать В-полигармоническим. $\{u_n(x', y)\}$ – полная ортонормированная система собственных функций рассматриваемого оператора Бесселя, отвечающих собственным значениям $\{\lambda_n\}$:

$$\Delta_B^m u_n(x', y) - (-1)^m \lambda_n u_n(x', y) = 0.$$

Спектральное разложение произвольной функции $f \in L_{2,k}(\Omega)$ имеет вид

$$E_\lambda f(x) = \sum_{\lambda_n < \lambda} f_n u_n(x),$$

а среднее Рисса порядка s определяется равенством

$$E_\lambda^s f(x) = \sum_{\lambda_n < \lambda} \left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda}\right)^s f_n u_n(x) = \int_0^\lambda \left(1 - \frac{t}{\lambda}\right)^s dE_t f.$$

Среднее значение порядка $\alpha > 0$ функции $f \in L_{2,k}(\Omega)$ по полушару радиуса r с центром в точке $x \in \Gamma^0$ определим равенством:

$$S_r^\alpha f(x) = \frac{1}{\omega_N(k, \alpha)} \frac{1}{r^{N+k}} \int_{|y| < r, y_N > 0} \left(1 - \frac{|y|^2}{r^2}\right)^{\alpha-1} f(x+y) y_N^k dy,$$

где

$$\omega_N(k, \alpha) = \int_{|y| < 1, y_N > 0} \left(1 - |y|^2\right)^{\alpha-1} y_N^k dy.$$

Основной результат настоящей статьи заключается в следующем:

Теорема. *Предположим, что для некоторого s в точке $x_0 \in \Omega$ спектральное разложение функции $f \in L_{2,k}(\Omega)$ суммируется средним Рисса порядка s . Тогда для любого*

$$\alpha > s - \frac{N+k-3}{2}$$

справедливо следующее утверждение

$$\lim_{R \rightarrow 0} S_R^\alpha f(x_0) = f(x_0).$$

$S_R^\alpha f(x)$ – среднее значение порядка $\alpha \geq 0$ функции $f(x)$ в данной точке x .

Доказательство теоремы опирается на формула среднего значения, полученного Н.И. Киприяновой в работе (см. [2]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Titchmarsh E.C. Eigenfunction Expansions Associated with Second Order Differential Equations, part II, Oxford 1958.
2. Киприянова Н.И. Теорема о среднем для В-полигармонического уравнения”, Изв. вузов. Матем., 1998, 5, С. 31–34.
3. Ильин В.А. Теорема о разложимости кусочно-гладкой функции в ряд по собственным функциям произвольной двумерной области// Докл. АН СССР. 1956. Т. 109. С. 442-445.
4. Brandolini L., Colzani L. Localization and convergence of eigenfunction expansions // J. of Fourier Analysis and Applications. 1999. V. 5. № 5. P. 431-447.
5. Taylor M. Pointwise Fourier inversion on tori and other compact manifolds // J. of Fourier Analysis and Applications. 1999. V. 5. № 5. P. 449-463.
6. Alimov S.A. On the eigenfunction expansion of a piecewise smooth function // J. of Fourier Analysis and Applications. 2003. V. 9. № 1. P. 67-76.
7. Alimov S.A. Sets of uniform convergence of Fourier expansions of piecewise smooth functions // J. of Fourier Analysis and Applications. 2004. V. 10. № 6. P. 635-644.

ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN CHEGARALARI HARAKATLANUVCHI SOHADA CHEGARAVIY MASALA

Rajabov Sh.Sh.¹, Rajabova M.Sh.²

¹sh_rajabov@inbox.ru

¹Toshkent davlat texnika universiteti,

²Termiz davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu tezisdagi issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun chegaralari harakatlanuvchi sohada (silindrsimon bo‘lmagan sohalar) chegaraviy masalaning qo‘yilishi va uning yechimi Grin funksiyasidan foydalanib yechish taklif etilgan.

Chegaraviy masalaning qo‘yilishi. Bizga $(n+1)$ -o‘lchovli fazoda Ω_t - silindrsimon bo‘lmagan soha berilgan bo‘lsin. Shu sohaning xarakteristik tekisligida yotuvchi $t = \text{const} \geq t_0 > 0 : D_t (D_t \in \mathbb{R}^n)$ qavariq sohadan $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtani olaylik. S_t -esa vaqtga bog‘liq ravishda D_t sohani ($t \geq 0$) chegaralovchi bo‘lakli silliq sirt bo‘lsin, n -esa S_t uchun tashqi normal o‘lchovi bo‘lsin. Shunday qilib $\Omega_t = \{M \in \overline{D_t} = D_t \cup S_t, t \geq 0\}$.

$T(M, t)$ -issiqlik funksiyasi quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T(M, t) + f(M, t), \quad M \in D_t, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$T(M, t)|_{t=0} = \Phi_0(M), \quad M \in \bar{D}_{t=0}; \quad (2)$$

$$\beta_1 \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} + \beta_2 T(M, t) = \varphi(M, t) \quad M \in S_t, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

(1)–(3) shartlardagi chegaraviy funksiyalar quyidagi yechimlar sinfiga tegishli

$$f(M, t) \in C^0(\bar{\Omega}_t); \quad \Phi_0(M) \in C^1(\bar{\Omega}_t); \\ \varphi(M, t) \in C^0(S_t, t \geq 0); \quad \beta_1^2 + \beta_2^2 > 0.$$

Kutilayotgan yechim esa:

$$T(M, t) \in C^2(\Omega_t) \cap C^0(\bar{\Omega}_t), \\ \text{grad}_M T(M, t) \in C^0(\bar{\Omega}_t).$$

Silindrsimon sohalarda bo‘lgani kabi harakatlanuvchi chegaralari bo‘lgan sohalarda (silindrsimon bo‘lmagan sohalarda) ham birinchi ($\beta_1 = 0$), ikkinchi ($\beta_2 = 0$) yoki uchinchi ($\beta_i > 0, i = 1, 2$) chegaraviy masalalarni ko‘rib chiqamiz. Biroq chegaraviy masalada ko‘rsatilgan ekvivalentlik munosabatlar har doim ham saqlanib qolmaydi. Xususan, $t > 0$ da harakatlanuvchi chegaraning issiqlik tarqalish holati $y(t)$ funksiya ham, bu yerda $-y(t)$ uzluksiz differentsiallanuvchi har qanday tartibdagi chekli hosilalari bo‘lgan funksiya quyidagi ko‘rinishga ega [1]:

$$\left[\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + \frac{v(t)}{a} T(x, t) \right]_{x=y(t)} = 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

va harakat tezligi $v(t) = \frac{d(y(t))}{dt} = 0$ ($y(t) = \text{const}$). (4) ifoda klassik issiqlik

tarqalish tenglamasi uchun Furrye qonunidan kelib chiqadigan skalyar forma hisoblanadi [2]. Keyinchalik bu, sohaning o‘ziga xos xususiyatlaridan kelib chiqib harakatlanuvchi chegara bo‘yicha Grin funksiyalari uchun ham chegaraviy masalalarni shakllantirishga sabab bo‘ldi. Bu yerda, (2) va (3)- chegaraviy masala uchun Grin funksiyalarini topishga alohida e‘tibor berishimiz lozim.

Bizga chegarasi bo‘lakli silliq S (S ning tashqi o‘lchovi n ga teng) sirt qoplangan D qavariq sohada chegaralangan yoki qisman chegaralangan $M(x, y, z)$ funksiya berilgan bo‘lsin. Hamda t vaqt bo‘yicha D sohaning xarakteristik tekisligi ($t = \text{const} \geq t_0 \geq 0$) D_t ga qism bo‘lgan Ω_t - chegaralari harakatlanuvchi soha (silindrsimon bo‘lmagan soha) berilgan bo‘lsin: $\Omega_t = \{y_1(t) < x \leq y_2(t), t > 0\}$, bu yerda $y_i(t)$ - uzluksiz differentsiallanuvchi funksiyalar.

1-teorema. $T(x, t) \in \Omega_t$ funksiya quyidagi

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x, t) \quad (5)$$

tenglamaning boshlang‘ich

$$T(x,0) = \Phi_0(x), y_1(0) \leq x \leq y_2(0) \quad y_i(0) \geq 0, i=1,2 \quad (6)$$

va chegaraviy

$$\left[\beta_{i1} \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} + \beta_{i2} T(x,t) \right]_{x=y_i(\tau)} = \beta_{i3} \varphi_i(t), \quad t \geq 0, i=1,2 \quad (7)$$

shartlarni qanoatlantiradi.

2-teorema. (5)-(7) shartlarni qanoatlantiruvchi $\bar{G}(x,t,x',\tau)$ Grin funktsiya mavjud va yagona bo'ladi, ya'ni $\bar{G}(x,t,x',\tau) \equiv G(x,t,x',\tau)$ tenglik o'rinli bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. М.: URSS, 2012. 656 с.
2. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 540 с.
3. Тахиров Ж.О., Тураев Р.Н. Задача с нелокальным условием на свободной границе. К.: Украинский математический журнал (2012), т.64, №1, ст.71-80.
4. Takhirov J.O., Turaev R.N. The free boundary problem without initial condition. Journal of Mathematical Sciences, New York, Vol.187, No.1, (2012). pp. 86-100.
5. Rajabov Sh.Sh., Sharifboyev Sh.D., Rajabova M.Sh. Shift theorem for the problem of finding the original function in matrix argument functions, International conference. Berlin, Germany, June 30th 2022. 110-111.
6. Rakhmonov U.S., Abdukarimov A., Rajabov Sh., Calculation of inherently deformable pipelines lying on a solid viscoelastic base with random characteristics, AIP Conference Proceedings 2612, 030016 (1-7) (2023) <https://doi.org/10.1063/5.0117526>
7. Rajabov Sh.Sh., Original uniqueness theorem for functions with matrix arguments, Научно-практическая конференция: «Наука и технология в современном мире», Ташкент, 2(7), (2023) с. 38–39.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ПОРОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН

Рахимов А.М.

abrorrahimov2094@gmail.com

Каршинский государственный университет

Аннотация. Рассматривается задача Коши для одномерной системы уравнений описывающих распространения продольных волн в насыщенных жидкостью пористых средах в обратном гидродинамическом приближении. Получена формула решения данной задачи Коши в виде формулы Даламбера.

В прикладных задачах теории распространения упругих волн часто возникает потребность учесть пористость, флюидонасыщенность среды и гидродинамический фон. В частности, эти вопросы возникают в разведочной

геофизике при поиске нефтяных слоев и выборе параметров волнового воздействия на месторождения нефти и газа с целью интенсификации добычи. Аналогичные вопросы имеются и в сейсмологии при геофизическом мониторинге свойств очаговой зоны для прогноза землетрясений [1-3].

Рассмотрим процесс распространения сейсмических волн в пористой среде, описываемый одномерной однородной системой уравнений [4, 5]:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - a_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

где u_1 и u_2 -- скорости упругого пористого тела и насыщающей жидкости с соответствующими парциальными плотностями $\rho_s = \rho_s^f (1 - d_0)$ и $\rho_l = \rho_l^f d_0$, ρ_s^f и ρ_l^f -- физические плотности упругого пористого тела и жидкости, соответственно, d_0 -- пористость, коэффициенты a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} определены в [4].

Далее рассмотрим задачу Коши для системы уравнений пороупругости (1), (2) со следующими начальными данными:

$$u_1|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad \left. \frac{\partial u_1}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi_1(x) \quad (3)$$

$$u_2|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad \left. \frac{\partial u_2}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi_2(x) \quad (4)$$

Решая задачу Коши (1)-(4) методом характеристик, после несложных преобразований получим аналог формулы Даламбера для системы уравнений пороупругости:

$$\begin{aligned} u_1(t, x) = & \frac{c_1^2 - a_{22}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_1(x + c_1 t) + \varphi_1(x - c_1 t) + \frac{1}{c_1} \int_{x-c_1 t}^{x+c_1 t} \psi_1(\xi) d\xi \right] - \\ & - \frac{(c_1^2 - a_{22})(c_2^2 - a_{22})}{2a_{21}(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_2(x + c_1 t) + \varphi_2(x - c_1 t) - \frac{1}{c_1} \int_{x-c_1 t}^{x+c_1 t} \psi_2(\xi) d\xi \right] + \\ & + \frac{(c_1^2 - a_{22})(c_2^2 - a_{22})}{2a_{21}(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_2(x + c_2 t) + \varphi_2(x - c_2 t) + \frac{1}{c_2} \int_{x-c_2 t}^{x+c_2 t} \psi_2(\xi) d\xi \right] - \\ & - \frac{c_2^2 - a_{22}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_1(x + c_2 t) + \varphi_1(x - c_2 t) + \frac{1}{c_2} \int_{x-c_2 t}^{x+c_2 t} \psi_1(\xi) d\xi \right], \quad (5) \\ u_2(t, x) = & \frac{a_{21}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_1(x + c_1 t) + \varphi_1(x - c_1 t) + \frac{1}{c_1} \int_{x-c_1 t}^{x+c_1 t} \psi_1(\xi) d\xi \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{c_2^2 - a_{22}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_2(x + c_1 t) + \varphi_2(x - c_1 t) - \frac{1}{c_1} \int_{x-c_1 t}^{x+c_1 t} \psi_2(\xi) d\xi \right] + \\
& + \frac{c_1^2 - a_{22}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_2(x + c_2 t) + \varphi_2(x - c_2 t) + \frac{1}{c_2} \int_{x-c_2 t}^{x+c_2 t} \psi_2(\xi) d\xi \right] - \\
& - \frac{a_{21}}{2(c_1^2 - c_2^2)} \left[\varphi_1(x + c_2 t) + \varphi_1(x - c_2 t) + \frac{1}{c_2} \int_{x-c_2 t}^{x+c_2 t} \psi_1(\xi) d\xi \right]. \quad (6)
\end{aligned}$$

В формулах (5) и (6) c_1 и c_2 -- скорости быстрой и медленной продольной волны [5]:

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев А. С., Имомназаров Х. Х., Грачев Е. В., Рахмонов Т. Т., Имомназаров Б. Х. Прямые и обратные динамические задачи для системы уравнений континуальной теории фильтрации // Сиб.ЖИМ. 2004. т.7, №1. С. 3-8.
2. Имомназаров Х. Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб.ЖИМ. 2001. т.IV, №2(8). С.154-165.
3. Имомназаров Х. Х., Холмуродов А. Э. Моделирование и исследование прямых и обратных динамических задач пороупругости. Изд. Университет, Ташкент, 2017. - 120с.
4. Blokhin A. M., Dorovsky V. N. Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. - New York: Nova Science Publishers Inc., 1995. - 192p.
5. Imomnazarov Kh. Kh. Some remarks on the Biot system of equations describing wave propagation in a porous medium // Appl. Math. Lett. 2000. v. 13, No. 3, p 33-35.

ЗАДАЧА СТЕФАНА ДЛЯ ДИФFUЗНОЙ МОДЕЛИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

Расулов М.С.

rasulovms@bk.ru

Институт Математики имени В.И. Романовского

Аннотация. В данной работе рассматривается задача со свободной границей для системы квазилинейных параболических уравнений в одномерном случае. Установлены априорные оценки норм Гельдера. На основе этих оценок доказаны существования и единственность решения.

Распространение новых или инвазивных видов является центральной темой экологии, и значительные исследования были посвящены лучшему пониманию природы такого распространения. Экологические проблемы требуют использования целой иерархии моделей, способных описывать не

только разные уровни организации систем, но и взаимодействие между этими уровнями. Тем не менее, значительные успехи были достигнуты в исследованиях инвазии видов посредством исследований фронтального распространения (см., напр, [1]).

В этой работе мы изучаем конкурентной системы типа Лотки - Вольтерра со свободной границей:

$$u_t = (d_1(u, v)u_x)_x + u(a_1 - b_1u - c_1v), \quad (t, x) \in D, \quad (1)$$

$$v_t = (d_2(u, v)v_x)_x + v(a_2 - b_2u - c_2v), \quad (t, x) \in D, \quad (2)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0 = s(0), \quad (3)$$

$$v(0, x) = v_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0, \quad (4)$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

$$v_x(t, 0) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (6)$$

$$u(t, s(t)) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (7)$$

$$v(t, s(t)) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (8)$$

$$s'(t) = -(d_{01}u_x(t, s(t)) + d_{02}v_x(t, s(t))), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9)$$

где $D = \{(t, x) : 0 < t \leq T, 0 < x < s(t)\}$, $d_{01} = d_1(0, 0)$, $d_{02} = d_2(0, 0)$; $x = s(t)$ – свободная (неизвестная) граница, которая представляет фронт распространения и определяется вместе с функциями $u(t, x)$, $v(t, x)$. d_i – коэффициент диффузии, a_i – коэффициенты удельной скорости роста популяций, $i = 1, 2$; c_1 и b_2 – коэффициенты межвидовой конкуренции, c_2 и b_1 – коэффициенты внутривидовой конкуренции, $u_0(x)$, $v_0(x)$ – начальные плотности популяции находятся в области $[0, s_0]$.

Относительно данных задачи предполагаются выполненными следующие условия:

- a) $d_i(u, v) \geq d_{i0} > 0$, $d_{i0} = \text{const}, i = 1, 2$;
- b) $u_0(x) \in C^{2+\alpha}$, $0 < u_0(x) < M_1$, $0 \leq x \leq s_0$,
 $u'_0(0) = 0$, $u_0(s_0) = 0$, $u'_0(s_0) < 0$,
 $v_0(x) \in C^{2+\alpha}$, $0 \leq v_0(x) \leq M_2$, $0 \leq x \leq s_0$,
 $v'_0(0) = 0$, $v_0(s_0) = 0$, $v'_0(s_0) < 0$,
- c) $\lim_{x \rightarrow s_0} \frac{u_0(x)}{s_0 - x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow s_0} \frac{v_0(x)}{s_0 - x} = 0$.

Задача (1)-(9) исследована в работе [2, 3] в случае $d_i(u, v) \equiv \text{const}$, $i = 1, 2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Du Y., Lin Z.G. The diffusive competition model with a free boundary: invasion of a superior or inferior competitor // Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B. 2014. 19. pp.3105-3132.

2. Guo J.S., Wu C.H. On a free boundary problem for a two-species weak competition system // J Dyn Diff Equat. 2012.24. pp.873-895.
3. Wang M., Zhao J. Free Boundary Problems for a Lotka-Volterra Competition System // Jour. Dyn.Differ. Equ. 2014.26. pp.1-21.

KOMPAKT TO‘PLAMDA QUVISH MASALASI

Sultonov Sh.Y.

Mathanalysis95@gmail.com

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

Annotatsiya. *Ushbu tezisda R^k ($k \geq 2$) tekislikda olingan kompakt to‘plam uchun quvish masalasiga doir masala keltirilgan.*

R^k ($k \geq 2$) tekislikda olingan V silliq chegarali qavariq kompaktda $n+1$ ishtirokchidan; P_i – quvuvchilar va E – qochuvchidan iborat differensial o‘yinni qaraylik:

Quvuvchining harakat qonuniyati quyidagi differensial tenglamalar bilan berilgan bo‘lsin:

$$x_i^{(l)} + a_1(t)x_i^{(l-1)} + \dots + a_l(t)x_i = u_i, \quad u_i \in V; \quad (1)$$

Qochuvchining harakat qonuniyati esa,

$$y^{(l)} + a_1(t)y^{(l-1)} + \dots + a_l(t)y = v, \quad v \in V; \quad (2)$$

tenglama bilan berilgan bo‘lsin.

Bu yerda, $x, y, u, v \in R^k$, $\alpha - const$, $V \subset R^k$ chegarasi silliq bo‘lgan qavariq kompakt to‘plam.

Qovuvchi va qochuvchining $t = t_0$ momentdagi boshlang‘ich holati esa,

$$x_i^{(q)}(t_0) = x_i^q, \quad y^{(q)}(t_0) = y^q, \quad x_i^0 \neq y^0,$$

(3)

bo‘lsin.

(1) - (2) tenglamalardan quyidagi

$$\begin{aligned} z_i^{(l)} + a_1(t)z_i^{(l-1)} + \dots + a_l(t)z_i &= u_i - v, \quad u_i, v \in V \\ z_i^{(q)}(t_0) &= z_i^q = x_i^q - y^q \neq 0, \quad q = 0, 1, 2, \dots, l-1 \end{aligned} \quad (4)$$

tenglamani hosil qilamiz.

E – qochuvchining $v(t)$ – boshqaruvi har bir t , $t \in [t_0, \infty)$ da oldindan ma’lum bo‘lib, $v_t(\cdot) = \{v(s), s \in [t_0, t], v - o'lchovli \text{ funksiya} \}$ dan iborat.

Ta’rif 1. Agar t moment va E – qochuvchining $v_t(\cdot)$ o‘lchovli funksiyasidan iborat shunday $U(t, z^0, v_t(\cdot))$ akslantirish aniqlangan bo‘lib, $u(t) = U(t, z^0, v_t(\cdot))$ ning qiymatlari V to‘plamda bo‘lsa, P – quvuvchining U – kvazistratigiyasi berilgan deyiladi [1]-[3].

Та’риф 2. *Yuqoridagi o‘yin nihoyasiga yetdi deyiladi, agar shunday $T_0 = T(z^0)$ moment va P -quvvuvchining $U(t, z^0, v_t(\cdot))$ kvazistrategiyasi mavjud bo‘lib, ixtiyoriy $v_t(\cdot) \in V$, $t \in [t_0, T(z^0)]$ o‘lchovli funktsiya uchun shunday $\alpha \in \{1, 2, \dots, n\}$ natural son topilib, $z_\alpha(\tau) = 0$ tenglik o‘rinli bo‘lsa [3].*

Endi, $\varphi_q(t, s)$, $q = 0, \dots, l-1$, $(t \geq s \geq t_0)$ orqali quyidagi

$$\omega^{(l)} + a_1(t)\omega^{(l-1)} + \dots + a_l(t)\omega = 0$$

tenglamaning $\omega^{(j)}(s) = 0$, $j = 0, \dots, q-1, \dots, l-1$, $\omega^{(q)}(s) = 1$ boshlang‘ich shartlar bilan berilgan yechimini belgilaymiz. Shuningdek,

$$\xi_i(t) = \varphi_0(t, t_0)z_i^0 + \varphi_1(t, t_0)z_i^1 + \dots + \varphi_{l-1}(t, t_0)z_i^{l-1}$$

bo‘lsin. $H = \{\xi_i(t), t \in [t_0, \infty)\}$ belgilashni kiritamiz.

Teorema . *Barcha $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ uchun $0 \in \text{Intco}\{h_i^0\}$ bo‘ladigan $h_i^0 \in H_i$, $h_i^0 \neq 0$ mavjud bo‘lib, $\xi(t)$ -rekurent funktsiya bo‘lsin. U holda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $\varepsilon > 0$ va $T(\varepsilon) > 0$ lar mavjud bo‘ladi.*

1. $0 \notin D_\varepsilon(h_i^0)$ va ixtiyoriy $h_i \in D_\varepsilon(h_i^0)$ uchun $0 \in \text{Incto}\{h_i\}$ bo‘ladi. Bu yerda,

$$D_\varepsilon(a) = \{z : \|z - a\| \leq \varepsilon\};$$

2. Har bir $t \geq t_0$ uchun shunday $\tau_i \in [t, t + T(\varepsilon)]$ moment topiladiki,

$$\|\xi_i(\tau_i) - h_i^0\| < \varepsilon$$

munosabat bajariladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. -М.: Мир, 1967.-480с.
2. Маматов М.Ш., Зуннунов А.О., О задаче простое преследование-убегание на компакте //Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наука. -М.: Наука, 2016, -№1-1. С.15-18.
3. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б, Преследование на плоскости. – Москва: Наука, 1991. серия “Популярные лекции по математике” выпуск 61-96с.

РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ С Р-ЛАПЛАСИАНОМ

Терсенов А.С. Сафаров Р.Ч.

a.tersenov@nsu.ru, r.safarov1@g.nsu.ru

Новосибирский государственный университет, Россия

Аннотация. *В работе исследуется задача Неймана для уравнения с р-лапласианом и младшими членами, неудовлетворяющими условию Бернштейна-Нагумо. Доказано существование слабого радиально-симметричного решения с производной из класса Гёльдера.*

Рассмотрим уравнение с р-лапласианом вида

$$-\operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \cdot \nabla u) = F(x, u, \nabla u) \quad (1)$$

Доклад посвящен исследованию разрешимости задачи Неймана для уравнения с p -лапласианом с нелинейными младшими членами, не удовлетворяющими условию Бернштейна-Нагумо, т.е. имеющими произвольный рост по градиенту. Решение указанной задачи ищется в классе радиально-симметричных решений. Доказано существование слабого, в соболевском смысле, радиально-симметричного решения из класса $C^{1, \frac{1}{p-1}}$.

Решение исходной задачи ищется как предел последовательности классических решений специальным образом регуляризованных задач. Доказательство существования классических решений основано на получении необходимых априорных оценок с последующим применением принципа неподвижной точки. Полученные оценки не зависят от параметра регуляризации, что позволяет с помощью предельного перехода получить решение указанной гладкости.

Результаты носят теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях вырождающихся и сингулярных эллиптических и параболических уравнений, а также для прикладных задач механики сплошных сред, таких как течение дилатантных и псевдопластичных жидкостей, а также течений жидкостей в пористых средах.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1) А. С. Терсенов. О влиянии градиентных членов на существование решения задачи Дирихле для уравнения p -лапласиана // Сиб. журн. чистой и прикл. матем. (2016), Т 1, с. 130-142
- 2) Ар. С. Терсенов. Радиально-симметричные решения уравнения p -лапласиана при наличии градиентного члена // Сиб. журн. индустр. матем. (2018), Т.21(4), с. 121-136.

HILFER - PRABHAKAR MA'NOSIDAGI KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL OPERATORI QATNASHGAN ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BOSHLANG'ICH MASALA

Turdiyev X.N., Usmonov D.A.

xurshidjon.801@gmail.com, usmonov-doniyor@inbox.ru

Farg'ona davlat universiteti

Annotatsiya. *Ushbu ishda Hilfer - Prabhakar ma'nosidagi kasr tartibli differensial operatori qatnashgan oddiy differensial tenglama uchun boshlang'ich masalaning yechimi topish ko'rsatilgan.*

$0, T$ da

$${}^{HP}D_t^{\alpha, \beta, \mu, \gamma, \delta} y(t) + \lambda y(t) = f(t), \quad 0 < t < T \quad (1)$$

tenglamani qaraylik, bu yerda $\alpha, \beta, \mu, \gamma, \delta, \lambda \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $n < \beta < n+1$, $n = [\beta] + 1$, $0 \leq \mu \leq 1$,

$${}^{HP}D_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} f(t) = {}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, -\mu\gamma, \delta} d^n / dt^n {}^PI_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} f(t)$$

Hilfer - Prabhakar kasr tartibli hosila operatori,

$${}^PI_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} f(t) = \int_0^t (t-\tau)^{\beta-1} E_{\alpha, \beta}^{\gamma} [\delta (t-\tau)^{\alpha}] f(\tau) d\tau,$$

Prabhakar ma'nosidagi kasr tartibli integral operatori, $E_{\alpha, \beta}^{\gamma}(z) = \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{(\gamma)_j}{j!} \frac{z^j}{\Gamma(\alpha j + \beta)}$

Prabhakar funksiyasi, $t^{(1-\mu)(n-\beta)} f(t) \in C[0, T]$ sinfga tegishli berilgan funksiya.

K masala. (1) tenglamani qanoatlantiruvchi shunday $y(t)$ funksiya topilsinki, u $t^{1-\mu-n-\beta} y(t) \in C[0, T]$, $D_t^{\alpha, \beta, \mu, \gamma, \delta} y(t) \in [0, T]$ sinfga tengishli va

$$\lim_{t \rightarrow 0} d^{k-1} / dt^{k-1} {}^PI_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} y(t) = A_k, k=1, 2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ - lar berilgan haqiqiy sonlar.

(1) tenglamani

$${}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, -\mu\gamma, \delta} d^n / dt^n {}^PI_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} y(t) + \lambda y(t) = f(t), \quad (3)$$

ko'rinishda yozib olamiz.

$${}^{PRL}D_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} \left[{}^PI_t^{\alpha, \beta, \mu, \gamma, \delta} g(t) \right] = g(t) \text{ ga ko'ra (3) tenglamani}$$

$$d^n / dt^n {}^PI_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} y(t) + \lambda {}^{PRL}D_t^{\alpha, n-\beta, \mu, -\mu\gamma, \delta} y(t) = {}^{PRL}D_t^{\alpha, n-\beta, \mu, -\mu\gamma, \delta} f(t),$$

ko'rinishda yozib olamiz. Bu tenglamani n marta integrallab, (2), $t^{1-\mu-n-\beta} y(t) \in C[0, T]$ va $t^{(1-\mu)(n-\beta)} f(t) \in C[0, T]$ shartdan foydalanib,

$${}^PI_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} y(t) + \lambda {}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, \mu\gamma, \delta} y(t) = {}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, \mu\gamma, \delta} f(t) + \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{k-1!} t^{k-1}, \quad (4)$$

tenglamani hosil qilamiz. ${}^{PRL}D_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} \left[{}^PI_t^{\alpha, \beta, \mu, \gamma, \delta} g(t) \right] = g(t)$ dan foydalanib, (5) tenglamani

$$\begin{aligned} y(t) + \lambda {}^{PRL}D_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} {}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, \mu\gamma, \delta} y(t) = \\ = {}^{PRL}D_t^{\alpha, 1-\mu, n-\beta, -1-\mu\gamma, \delta} \left[{}^PI_t^{\alpha, n-\beta, \mu, \mu\gamma, \delta} f(t) + \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{k-1!} t^{k-1} \right] \end{aligned}$$

ko'rinishda yozib olamiz. Ba'zi hisoblashlarni amalga oshirib,

$$y(t) + \lambda {}^PI_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} y(t) = {}^PI_t^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} f(t) + \sum_{k=1}^n A_k \frac{t^{k-1-n-\beta-1-\mu}}{k-1!} E_{\alpha, k-n-\beta-1-\mu}^{1-\mu\gamma} [\delta t^{\alpha}] \quad (5)$$

ko'rinishdagi integral tenglamani hosil qilamiz.

(5) integral tenglamani ketma-ket yaqinlashish usuli bilan yechib, K masalaning yechimini

$$\begin{aligned} y(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k t^{k-1-n-\beta-1-\mu}}{k-1!} \sum_{j=0}^{+\infty} -\lambda^j t^{j\beta} E_{\alpha, j\beta+k-n-\beta-1-\mu}^{1-\mu\gamma-j\gamma} [\delta t^{\alpha}] + \\ + \int_0^t (t-z)^{\beta-1} f(z) \sum_{j=0}^{+\infty} (-\lambda)^j (t-z)^{j\beta} E_{\alpha, j\beta+\beta}^{j\gamma+\gamma} [\delta (t-z)^{\alpha}] dz \end{aligned} \quad (6)$$

ko'rinishda topamiz.

$$E_2 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2; \\ \delta_1, \alpha_3, \beta_2; \delta_2, \alpha_4; \delta_3, \beta_3 \end{matrix} \middle| x \right) = \sum_{m,j=0}^{+\infty} \frac{(\gamma_1)_{\alpha_1 m + j \beta_1} (\gamma_2)_{\alpha_2 m}}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 m + j \beta_2) \Gamma(\delta_2 + \alpha_4 m) \Gamma(\delta_3 + j \beta_3)} \frac{x^m}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 m + j \beta_2)} \frac{y^j}{\Gamma(\delta_2 + \alpha_4 m) \Gamma(\delta_3 + j \beta_3)}$$

- umumlashgan Mittag-Leffler funksiyasini qaraylik.

(7) yechimni $\mu \neq 1$ bo'lgan holda E_2 orqali

$$y(t) = \Gamma[1-\mu, \gamma] \sum_{k=1}^n \frac{A_k t^{k-1-n-j-1-\mu}}{k-1!} E_2 \left(\begin{matrix} \gamma, 1-\mu, \gamma, 1; 1, 0; \\ k-n-\beta, 1-\mu, \beta, \alpha; 1-\mu, \gamma, \gamma, 1, 1; \end{matrix} \middle| -\lambda t^j \right) + \\ + \Gamma(\gamma) \int_0^t (t-z)^{\beta-1} E_2 \left(\begin{matrix} \gamma, \gamma, 1; 1, 0; \\ \beta, \beta, \alpha; \gamma, \gamma, 1, 1; \end{matrix} \middle| -\lambda (t-z)^\beta \right) f(z) dz \quad (7)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Agar $\mu=1$ bo'lsa u holda (6) yechimni E_2 orqali

$$y(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k t^{k-1}}{k-1!} - \lambda \Gamma(\gamma) \sum_{k=1}^n \frac{A_k t^{k-1-j-1}}{k-1!} E_2 \left(\begin{matrix} \gamma, \gamma, 1; 1, 0; \\ \beta+k, \beta, \alpha; \gamma, \gamma, 1, 1; \end{matrix} \middle| -\lambda t^j \right) + \\ + \Gamma(\gamma) \int_0^t (t-z)^{\beta-1} E_2 \left(\begin{matrix} \gamma, \gamma, 1; 1, 0; \\ \beta, \beta, \alpha; \gamma, \gamma, 1, 1; \end{matrix} \middle| -\lambda (t-z)^\beta \right) f(z) dz \quad (8)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Prabhakar T.R. A singular integral equation with a generalized Mittag-Leffler function in the kernel / T. R. Prabhakar // Yokohama Math. J. – 1971. – 19. – P. 7–15.

PRABHAKAR KASR TARTIBLI HOSILALI SUB-DIFFUZIYA TENGLAMASI UCHUN NOLOKAL MASALA

Turdiyev X.N., Raxmonov A.A

xurshidjon2801@gmail.com abdulvosid.raxmonov@bk.ru

Farg'ona davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda Kaputo ma'nosidagi Prabhakar kasr tartibli hosila ishtirok etgan sub-diffuziya tenglamasi uchun nolokal shartli masalaning bir qiymatli yechilishi tadqiq etilgan.

Ma'lumki, kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar turli fizik masalalarni matematik modellashtirishda ishlatiladi. Xususan, diffuziya, to'liq jarayonlarini modellashtirishda kasr tartibli hosila qatnashgan diffuziya va to'liq tenglamalari ishlatilmoqda [1]. Bunday tenglamalarning yechimlari Mittag-Leffler tipidagi funksiyalar bilan ifodalanib, ularning xossalarini o'rganish ham keyingi tadqiqotlar uchun asos bo'lib xizmat qiladi [2].

Quyidagi kasr tartibli subdiffuziya tenglamasi $\Omega = \{(t, x) : 0 < t < T, 0 \leq x \leq 1\}$ sohada ko'rib chiqamiz:

$${}^{PC}D_{0t}^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} u(t, x) = u_{xx}(t, x). \quad (1)$$

Bu yerda ${}^{PC}D_{0t}^{\alpha,\beta,\gamma,\delta} y(t) = {}^PI_{0t}^{\alpha,m-\beta,-\gamma,\delta} \frac{d^m}{dt^m} y(t)$ - umumlashgan Prabhakar kasr tartibli hosilasi [1], ${}^PI_{0t}^{\alpha,\beta,\gamma,\delta} y(t) = \int_0^t (t-\xi)^{\beta-1} E_{\alpha,\beta}^\gamma [\delta(t-\xi)^\alpha] y(\xi) d\xi, t > 0$ - Prabhakar kasr tartibli integrali [1]. Bu yerda $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{C}$ va $\Re(\alpha) > 0, m-1 < \Re(\beta) < m, m \in \mathbb{N}, E_{\alpha,\beta}^\gamma(z)$ esa Prabhakar funksiyasi [1]:

$$E_{\alpha,\beta}^\gamma(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\gamma)_m}{\Gamma(\alpha m + \beta)} \cdot \frac{z^m}{m!}, (\gamma)_m = \frac{\Gamma(\gamma + m)}{\Gamma(\gamma)}.$$

Biz (1) tenglamani Ω sohada va $0 < \beta \leq 1$, boshlang'ich

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

va

$$u(t, 0) = u(t, 1), \quad 0 \leq t \leq T, \quad u_x(t, 0) = u_x(t, 1), \quad 0 < t < T$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topishni maqsad qilganmiz. Bu yerda $\varphi(x)$ - berilgan, yetarlicha silliq funksiya.

Masalani Furrye usuli bilan tadqiq etamiz:

$$u(t, x) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(t) X_n(x), \quad (3)$$

bu yerda $X_n(x)$ funksiyalar sistemasi $X''(x) - \lambda X(x) = 0, X(0) = X(1), X'(0) = X'(1)$ spektral masalaning notrivial yechimlari.

(3) ni (1) tenglama va (2) boshlang'ich shartga olib borib qo'ysak, quyidagi Koshi masalasiga kelimiz:

$${}^{PC}D_{0t}^{\alpha,\beta,\gamma,\delta} U_n(t) - \lambda_n U_n(t) = 0, \quad U_n(0) = \varphi_n. \quad (4)$$

(4) Koshi masalasining yechimini quyidagicha yozish mumkin [1]:

$$U_n(t) = \varphi_n \left(1 + t^\beta \Gamma(\gamma) E_2 \left(\begin{matrix} \gamma, \gamma, 1; 1, 1 \\ \beta + 1, \beta, \alpha; \gamma, \gamma, 1, 1 \end{matrix} \middle| \lambda t^\beta \right) \right), \quad (5)$$

bu yerda

$$E_2 \left(\begin{matrix} \gamma_1, \alpha_1, \beta_1; \gamma_2, \alpha_2 \\ \delta_1, \alpha_3, \beta_2; \delta_2, \alpha_4, \beta_3 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right) = \sum_{i,j=0}^{\infty} \frac{(\gamma_1)_{\alpha_1 i + \beta_1 j} (\gamma_2)_{\alpha_2 i}}{\Gamma(\delta_1 + \alpha_3 i + \beta_2 j) \Gamma(\delta_2 + \alpha_4 i) \Gamma(\delta_3 + \beta_3 j)} \cdot \frac{x^i}{\Gamma(\delta_2 + \alpha_4 i)} \cdot \frac{y^j}{\Gamma(\delta_3 + \beta_3 j)}$$

- 2 o'zgaruvchili Mittag-Leffler tipidagi funksiya [2].

Masalaning cheksiz qator ko'rinishidagi (3) yechimini asoslash uchun cheksiz qatorning tekis yaqinlashishini isbotlaymiz. Buning uchun esa (5) funksiya baholanadi. O'z navbatida Mittag-Leffler tipidagi funksiyaning bahosi bunda muhim rol o'ynaydi [2]. Asosiy natija quyidagi teoremda bayon etilgan.

1-teorema. Agar

$\varphi(0) = \varphi(1) = 0, \varphi''(0) = \varphi''(1) = 0$ va $\varphi \in C^2[0,1], \varphi''' \in L_2(0,1)$ bo'lsa, u holda masalaning yechimi mavjud va u (3) formula bilan aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.Hasanov, E.Karimov. On a boundary-value problem in a bounded domain for a time-fractional diffusion equation with the Prabhakar fractional derivative. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.11133.23525>
2. A.Hasanov, E.Karimov. On generalized Mittag-Leffler-type functions of two variables. <http://dx.doi.org/10.22541/au.167575527.77144915/v1>

ON SOME PURSUIT–EVASION PROBLEMS WITH La CONSTRAINTS

Uralova S.I.¹, Umaraliyeva N.T.²

saboxat.17@inbox.ru, umaraliyeva80@mail.ru

¹V.I. Romanovsky Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of
Uzbekistan,

²Namangan state university

Abstract .We study a pursuit-evasion differential game with La constraints being imposed on the control parameters of players. Game is described by differential equations in R^n space. A condition to find the value of the differential game is obtained. We construct strategies of the players.

Let the dynamics of the pursuer P and evader E in the space R^n . The motions of players P and E be governed by the equations:

$$P: \dot{x} = a(t)u \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = a(t)v \quad y(0) = y_0. \quad (2)$$

where $x, y, x_0, y_0, u, v \in R^n$, $n \geq 2$, $x_0 \neq y_0$, u and v are the velocity vectors of players P and E satisfying the Langenhop inequalities (briefly, La -constraint):

$$|u(t)|^2 \leq \rho^2 - 2 \int_0^t \varphi(s) |u(s)|^2 ds \quad \text{for almost every, } 0 \leq t < \bar{t} \quad (3)$$

$$|v(t)|^2 \leq \sigma^2 - 2 \int_0^t \varphi(s) |v(s)|^2 ds \quad \text{for almost every, } 0 \leq t < \bar{t} \quad (4)$$

where ρ, σ are given positive numbers; $u(\cdot) \in U_{La}$ and $v(\cdot) \in V_{La}$. U_{La} (correspondingly V_{La}) is the class of all admissible controls $u(\cdot)$ satisfying (3) (correspondingly $v(\cdot)$ satisfying (4)). We also see the following other constraints for the players P and E : Geometric inequality (briefly, G -constraint)

$$|u(t)|^2 \leq \rho^2 \exp \left(-2 \int_0^t \varphi(s) ds \right) \quad \text{for almost every } t \geq 0, \quad (5)$$

$$|v(t)|^2 \leq \sigma^2 \exp \left(-2 \int_0^t \varphi(s) ds \right) \quad \text{for almost every } t \geq 0, \quad (6)$$

where ρ, σ are given positive numbers; $u(\cdot) \in U_G$ and $v(\cdot) \in V_G$. U_G (correspondingly V_G) is the class of all admissible controls $u(\cdot)$ satisfying (5) (correspondingly $v(\cdot)$ satisfying (6)).

Integral inequality (briefly, I -constraint):

$$\int_0^t |u(s)|^2 ds \leq \frac{\rho^2}{2} \left(1 - \exp \left(-2 \int_0^t \varphi(s) ds \right) \right), \quad t \geq 0 \quad (7)$$

$$\int_0^t |v(s)|^2 ds \leq \frac{\sigma^2}{2} \left(1 - \exp \left(-2 \int_0^t \varphi(s) ds \right) \right), \quad t \geq 0 \quad (8)$$

where ρ, σ are given positive numbers; $u(\cdot) \in U_I$ and $v(\cdot) \in V_I$. U_I (correspondingly V_I) is the class of all admissible controls $u(\cdot)$ satisfying (7) (correspondingly $v(\cdot)$ satisfying (8)).

It is also required that the scalar measurable function $\varphi(t)$ in (1)-(8) is such that for all $t \geq 0$ and satisfying the inequality:

$$\int_0^t \varphi(s) ds \leq t$$

Lemma 1. $U_G \subset U_{La} \subset U_I$ (correspondingly $V_G \subset V_{La} \subset V_I$)

Definition 1. If $\rho \geq \sigma$, then the function of the form

$$u_{La}(t, v) = v - \pi_{La}(t, v) \xi_0, \quad \pi_{La}(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \delta \exp \left(-2 \int_0^t \varphi(s) ds \right)} \quad (9)$$

is called a Π_{La} -strategy of the pursuer $\mathbf{P}$ in the game (1)-(4),

where $\delta = \rho^2 - \sigma^2$, $\xi_0 = z_0 / |z_0|$ and by $\langle v, \xi_0 \rangle$ denotes the inner product of vectors v and ξ_0 the scalar product in $\mathbf{R}^n$.

Theorem 1. If $a(t) \geq \varphi(t)$, $\rho \geq \sigma$ and there exists at least one positive root of the equation

$$\sqrt{\Upsilon_p(t) + \Omega_p(t)} - \sqrt{\Upsilon_p(t)} = |z_0| \quad (10)$$

with respect to t , where $\Upsilon_p(t) = \frac{\rho^2 t}{2} (1 - e^{-2t})$, $\Omega_p(t) = \delta (1 - e^{-\Phi(t)})^2$ then problem is possible in the game (1)-(4).

Definition 2. If $\sigma \geq \rho$ in the game (1)-(4), then we call the function (11) is strategy of the evader

$$v^*(t, u_\varepsilon(t)) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq t < \varepsilon, \\ -\sqrt{|u(t - \varepsilon)|^2 + \theta \exp \left(-2 \int_\varepsilon^t \varphi(s) ds \right)} \xi_0, & \text{if } t \geq \varepsilon, \end{cases} \quad (11)$$

where $u_\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq t < \varepsilon, \\ u(t-\varepsilon), & \text{if } t \geq \varepsilon, \end{cases} \quad u_\varepsilon(t) \in R^n, \quad \theta = \sigma^2 - \rho^2, \quad \xi_0 = \frac{z_0}{|z_0|}.$

Theorem 2. *If $a(t) \leq k(t)$ and $\rho \leq \sigma$, from conditions $0 < \varepsilon \leq \frac{2|z_0|^2}{\rho^2}$ in the game (1)-(4), then the evasion is possible and the following estimate for the between the objects holds for all $t \geq 0$*

$$z(t) > \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq t < \varepsilon, \\ \left[\sqrt{\Upsilon_\varepsilon(t-\varepsilon) + \Omega_\varepsilon(t-\varepsilon)} - \sqrt{\Upsilon_\varepsilon(t-\varepsilon)} \right], & \text{if } t \geq \varepsilon, \end{cases}$$

where $\Upsilon_\varepsilon(t) = \frac{\sigma^2 t}{2} (1 - e^{-2t})$, $\Omega_\varepsilon(t) = (\sigma^2 - \rho^2) (1 - e^{-\Phi t})^2$.

REFERENCES

1. Badakaya, A., Halliru, A., Adamu, J.: Game value for a pursuit-evasion differential game problem in a Hilbert space. J. Dyn. Games **9**, 1 (2021)
2. Samatov B.T. On a Pursuit-Evasion Problem under a Linear Change of the Pursuer Resource. Siberian Advances in Mathematics, Allerton Press, Inc. Springer. New York, 2013, 23(4): 294–302.
3. Samatov B.T. The Pursuit-Evasion Problem under Integral-Geometric constraints on Pursuer controls. Automation and Remote Control, Pleiades Publishing, Ltd. New York. 2013, 74(7): 1072–1081.
4. Samatov B.T. The Π -strategy in a differential game with linear control constraints. J. Appl. Maths and Mechs, Elsevier. Netherlands. 2014, 78(3): 258–263.

EXACT SOLUTIONS OF THE LOADED MKDV EQUATION BY JACOBI ELLIPTIC FUNCTION METHOD.

Urazboev G. U., Khasanov M. M., Esomurodova R. J.

gayrat71@mail.ru, hmuzaaffar@mail.ru, esomurodova@bk.ru

Urgench state university

Annotation. *In this paper, the Jacobi elliptic function method is applied to construct exact solutions of the loaded mKdV equation.*

In the study and analysis of nonlinear physical phenomena, the use of nonlinear partial differential equations and the determination of their properties play an important role. Various powerful and direct methods have been developed in this direction [1, 2]. In this presented work, the modified Korteweg-de Vries (mKdV) equation with the loaded term, which is used in many areas of nonlinear science, is studied using the method of Jacobi elliptic functions. we consider the modified Korteweg–de Vries (mKdV) equation with the loaded term

$$\lambda u_t - \mu u^2 u_x + w u_{xxx} + \gamma(t) u(0, t) u_x = 0 \quad (1)$$

where the subscripts denote the partial derivatives of x and t . λ , μ and w are

constant parameters, $x \in R$, $t \geq 0$, $\gamma(t)$ is the given real continuous function.

The equation and its derivatives play an important role in explaining many physical processes. It has been used in studies of ion-acoustic solitons, thin ocean currents, internal waves, heat pulses in solid bodies, etc [3-4]. It is reported in the literature that the periodic solutions of the loaded mKdV equation can be used to determine the unknown spectra of white dwarf stars and neutron stars using the auxiliary Lamé equation [5].

We find the solutions with variable ξ for loaded mKdV equation: $\xi = x + \Omega(t)$, where $\Omega(t)$ is a continuous function depending on t . Then the evolution Eq.1 can be changed as described below

$$\Omega'_t(t)\lambda u' - \mu u^2 u' + w u''' + \gamma(t)u(0,t)u' = 0 \quad (2)$$

By integrating (2) with respect to ξ , we have

$$c + \Omega'_t(t)\lambda u - \frac{1}{3}\mu u^3 + w u'' + \gamma(t)u(0,t)u = 0 \quad (3)$$

where c is an integral constant.

According to the scalar function $u(\xi)$ in perturbation method can be founded in the following form

$$u(\xi) = u_0(\xi) + p u_1(\xi) + p^2 u_2(\xi) \quad (4)$$

where p ($0 < p < 1$) is a parameter, $u_0(\xi)$, $u_1(\xi)$ and $u_2(\xi)$ are the zeroth-order, first-order and second-order ansatz solutions, respectively. Eq.4 and its second derivative put in Eq.3 and equating the coefficients of p^0 , p^1 and p^2 to zero, we obtain the zeroth-order, first-order and second-order solutions of Eq.2 in the following

$$c + \Omega'_t(t)\lambda u_0(\xi) - \frac{1}{3}\mu u_0^3(\xi) + w u_0''(\xi) + \gamma(t)u(0,t)u_0(\xi) = 0 \quad (5)$$

$$\Omega'_t(t)\lambda u_1(\xi) - \mu u_0^2(\xi)u_1(\xi) + w u_1''(\xi) + \gamma(t)u(0,t)u_1(\xi) = 0 \quad (6)$$

$$(\Omega'_t(t)\lambda + \gamma(t)u(0,t) - \mu u_0^2(\xi))u_2(\xi) - \mu u_0(\xi)u_1^2(\xi) + w u_2''(\xi) = 0 \quad (7)$$

We find the zeroth-order and second-order ansatz solutions $u_0(\xi)$, $u_2(\xi)$ using the Jacobi elliptic sine function

$$u_0(\xi) = \sum_{i=0}^M a_i sn^i(\xi, m), \quad u_2(\xi) = \sum_{i=0}^M b_i sn^i(\xi, m)$$

where a_i , b_i are constant parameters; M is determined by balancing the linear term of the highest order derivative with nonlinear term of Eq.5 and Eq.7. As a result of this substitution, we get two polynomials of its derivative. In these polynomials, we set all their coefficients to zero. Then we solve the system of equations related to a_i and b_i find the following:

$$a_0 = 0, \quad c = 0, \quad a_1 = \pm \sqrt{6wm^2/\mu}, \quad b_0 = 0, \quad b_1 = \frac{\sqrt{\mu}}{2m\sqrt{6w}}, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = \frac{m\sqrt{\mu}}{\sqrt{6w}},$$

$$\Omega(t) = \frac{w(1+m^2)}{\lambda}t - \frac{1}{\lambda} \int_0^t \gamma(\tau)u(0,\tau)d\tau + \Omega^0 \quad (9)$$

where λ, μ, m, w and Ω^0 are constant parameters. We write the solutions of Eq.5 and Eq.7 as $u_0(\xi) = a_1 \text{sn}(\xi, m)$, $u_2(\xi) = b_1 \text{sn}(\xi, m) + b_3 \text{sn}^3(\xi, m)$, respectively. Eq.6 is exactly the Lamé equation [5]. We express the solution of the above equation as follows

$$u_1(\xi) = cn(\xi, m)dn(\xi, m).$$

We can rewrite the solution of Eq.1

$$u(x, t) = a_1 \text{sn}(\xi, m) + p cn(\xi, m)dn(\xi, m) + p^2 b_1 \text{sn}(\xi, m) + p^2 b_3 \text{sn}^3(\xi, m) \quad (10)$$

where
$$\xi = x + \frac{1}{\lambda} w(1+m^2)t - \frac{1}{\lambda} \int_0^t \gamma(\tau)u(0,\tau)d\tau + \Omega^0$$

Result.

- 1) From $u(x, t)$ on $x = 0$ in the formula Eq.10 we find the function $u(0, t)$.
- 2) Substituting the last function $u(0, t)$ into Eq.10, we get the solution of the loaded mKdV equation. Form the Eq.10. We can obtain that it is hyperbolic and trigonometric the solutions of Eq.1, $m \rightarrow 1$ and $m \rightarrow 0$ respectively.

REFERENCES

1. Bhrawy, A.H., Biswas, A., Javidi, M., Ma, W.-X., Pinar, Z., Yildirim, A., 2013. New solutions for (1+1)-dimensional and (2+ 1)-dimensional Kaup Kuperschmidt equations. Results in Mathematics. 63, 675–686.
2. Ebadi, G., Krishnan, E.V., Biswas, A., 2012. Solitons and cnoidal waves of the Klein–Gordon Zakharov equation. Pramana 79, 185–198.
3. Grimshaw, R., Pelinovsky, E., Talipova, T., Kurkin, A., 2004. Simulation of the transformation of internal solitary waves on oceanic shelves. Journal of Physical Oceanography 34, 2774–2779.
4. Konno, K., Ichikawa, Y.H., 1974. A modified Korteweg–de Vries equation for ion acoustic waves. Journal of the Physical Society of Japan 37, 1631–1636.
5. Liu, G.-T., 2009. Lamé equation and asymptotic higher-order periodic solutions to nonlinear evolution equations. Applied Mathematics and Computation 212, 312–317.

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА, СОДЕРЖАЩЕГО ИНТЕГРО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР ДРОБНОГО ПОРЯДКА С ФУНКЦИЕЙ БЕССЕЛЯ В ЯДРЕ

Усмонов Д.А.

usmonov-doniyor@inbox.ru

Ферганский государственный университет

Аннотация. В данной работе в прямоугольной области исследуется начально – граничная задача для вырождающегося дифференциального уравнения второго порядка, содержащего интегро-дифференциальный оператор с функцией Бесселя в ядре

В области $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ рассмотрим следующее вырождающееся уравнение второго порядка

$${}_c D_{0t}^{\delta, \gamma} u(x, t) + bu(x, t) = \left[x^\alpha (1-x)^\beta u_x(x, t) \right]_x + f(x, t), \quad (1)$$

где ${}_c D_{0t}^{\delta, \gamma} u(x, t)$ - дробный дифференциальный оператор типа оператора Капуто с функцией Бесселя в ядре [1] от функции $u(x, t)$ по аргументу t :

$${}_c D_{0t}^{\delta, \gamma} u(x, t) = \frac{1}{\Gamma(2-\delta)} \int_0^t (t-z)^{1-\delta} \bar{J}_{(1-\delta)/2} [\gamma(t-z)] \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma^2 \right) u(x, z) dz; \quad (2)$$

$\bar{J}_\nu(z)$ - функция Бесселя - Клиффорда, определяемая равенствами

$$\bar{J}_\nu(z) = \Gamma(\nu+1) (z/2)^{-\nu} J_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k}}{k! (\nu+1)_k}, \quad (z)_k - \text{символ Похгаммера,}$$

$\Gamma(x)$ - гамма-функция Эйлера [2], $J_\nu(x)$ - функция Бесселя первого рода порядка ν [3]; $f(x, t)$ - заданная функция, а $\alpha, \beta, \gamma, \delta, b \in R$ - заданные числа, причем $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 1 < \delta < 2, b \geq 0$.

Очевидно, что уравнение (1) вдоль линий $x=0$ и $x=1$ вырождается.

Задача А. Найти функцию $u(x, t)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u(x, t), x^\alpha (1-x)^\beta u_x, u_t \in C(\bar{\Omega}), {}_c D_{0t}^{\delta, \gamma} u(x, t) \in C(\Omega), \left[x^\alpha (1-x)^\beta u_x \right]_x \in C(\Omega)$; 2) в области Ω удовлетворяет уравнению (1); 3) выполняются следующие начальные и граничные условия:

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), u_t(x, 0) = \varphi_2(x), x \in [0, 1]; \quad (3)$$

$$u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, t \in [0, T], \quad (4)$$

где $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ – заданные функции, выполняются условия склеивания $\varphi_1(0) = 0, \varphi_1(1) = 0, \varphi_2(0) = 0, \varphi_2(1) = 0$.

При применении метода Фурье к поставленной задаче А возникает следующая спектральная задача: найти те значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения уравнения

$$Mv \equiv -\left[x^\alpha(1-x)^\beta v'(x)\right]' = \lambda v(x), \quad 0 < x < 1, \quad (5)$$

удовлетворяющие следующим условиям:

$$v(x) \in C[0,1], \quad (6)$$

$$x^\alpha(1-x)^\beta v'(x) \in C[0,1], \quad (7)$$

$$v(0) = 0, \quad (8)$$

$$v(1) = 0. \quad (9)$$

Доказано, что задача (6)-(9) имеет счетное число собственных значений $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \dots < \lambda_k < \dots$, $\lambda_k \rightarrow +\infty$, а соответствующие им собственные функции $v_1(x), v_2(x), v_3(x), \dots, v_k(x), \dots$ образуют ортонормированную систему в пространстве $L_2(0,1)$.

Справедливы следующие теоремы:

Теорема 1. Пусть выполнены следующие условия:

а) функции $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ удовлетворяют условиям (6)-(9), а функции $M\varphi_1(x), M\varphi_2(x)$ удовлетворяют условиям (6), (8) и

$$x^{\alpha/2}(1-x)^{\beta/2} [M\varphi_j(x)]' \in C(0,1) \cap L_2(0,1), \quad j = \overline{1,2}, \quad (10)$$

б) функция $f(x,t)$ удовлетворяет условиям (6)-(9), а функция $Mf(x,t)$ удовлетворяет условиям (6), (8), (10) по аргументу x равномерно по t .

Тогда решение задачи А существует, единственно и определяется формулой

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left\{ \varphi_{1k} \mathbb{E}_{\delta,1,(-1/2)} [-\lambda_k t^\delta; \gamma t] + \varphi_{2k} t \mathbb{E}_{\delta,2,1/2} [-\lambda_k t^\delta; \gamma t] \right\} v_k(x) + \\ + \sum_{k=1}^{+\infty} \left[\int_0^t (t-z)^{\delta-1} \mathbb{E}_{\delta,\delta,(\delta-1)/2} [-\lambda(t-z)^\delta; \gamma(t-z)] f_k(z) dz \right] v_k(x),$$

где λ_k и $v_k(x)$, $k \in N$ - собственные значения и собственные функции задачи (4)-(9), $\varphi_{1k}, \varphi_{2k}, f_k(t)$ - коэффициенты Фурье функций $\varphi_1(x), \varphi_2(x), f(x,t)$

по системе $\{v_k(x)\}_{k=1}^{+\infty}$, а $\mathbb{E}_{\alpha,\beta,\theta}[x;y] = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)} \bar{J}_{\alpha n/2 + \theta}(y)$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда для решения задачи A_{pq} справедлива следующая оценка:

$$\|u(x,t)\|_{C(\bar{\Omega})} \leq C_7 \|\varphi'_1(x)\|_{L_{2,r}(0,1)} + C_8 \|\varphi'_2(x)\|_{L_{2,r}(0,1)} + C_9 \left\| \frac{\partial}{\partial x} f(x,t) \right\|_{L_{2,r}(\Omega)},$$

где $\|u(x,t)\|_{C(\bar{\Omega})} = \sup_{\bar{\Omega}} |u(x,t)|$, $\|f(x)\|_{L_{2,r}(0,1)} = \sqrt{\int_0^1 r(x) [f(x)]^2 dx}$, $r(x) = x^\alpha (1-x)^\beta$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уринов А., Усмонов Д. О задаче Коши для одного обыкновенного дифференциального уравнения, содержащего интегро – дифференциальный

оператор с функцией Бесселя в ядре // *Бюллетень Института математики*. 2023, Т. 6. N 1. стр. 138-153.

2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра. -Москва: Наука, 1965.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя. Функции параболического цилиндра. Ортогональные многочлены. 1966. Москва, Наука, 1966.

УЛАШ ШАРТИДА УЗИЛИШГА ЭГА БЎЛГАН УЧИНЧИ ТАРТИБЛИ ПАРАБОЛИК-ГИПЕРБОЛИК ТИПИДАГИ ТЕНГЛАМА УЧУН БИЦАДЗЕ-САМАРСКИЙ ШАРТИ БИЛАН БЕРИЛГАН МАСАЛАНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Халимова Ж. Э.

halimovajaxona@gmail.com

Қарши Давлат Университети

Annotatsiya. *Ushbu maqolada uchinchi tartibli parabolo-giperbolik tipdagi tenglamalar uchun Bitsadze- Samarskiy sharti bilan berilgan masalaning mavjudligi va yagonaligi isbotlangan.*

Ушбу мақолада

$$\frac{\partial}{\partial x}(Lu) \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left(u_{xx} - \frac{1}{2}(1 - \text{sign } y)u_{yy} - \frac{1}{2}(1 + \text{sign } y)u_y \right) = 0 \quad (1)$$

учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги тенгламалар учун Бицадзе-Самарский шarti билан берилган масаланинг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган.

D соҳа деб $y > 0$ бўлганда $x=1$, $y=h$, $x=0$ тўғри чизиқларда мос равишда жойлашган BB_0 , B_0A_0 , A_0A , кесмалари билан, $y < 0$ бўлганда эса (1) тенгламанинг $AC: x+y=0$, $BC: x-y=1$ характеристикалари билан чегараланган соҳани белгилаймиз.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз: $J = \{(x, y): 0 < x < 1, y=0\}$,

$J_1 = \{(x, y): 0 < x < c, y=0\}$, $J_2 = \{(x, y): c < x < 1, y=0\}$, $c \in J$,

$D_1 = D \cap \{x > 0, y > 0\}$, $D_2 = D \cap \{x > 0, y < 0\}$, $D = D_1 \cup D_2 \cup J$,

$$\theta_1(x) = (x/2; -x/2), \quad \theta_2(x) = ((x+c)/2; (c-x)/2), \quad (2)$$

бу ерда $\theta_1(x)$ ва $\theta_2(x)$ – (1) тенгламанинг $M_1(x,0) \in J_1$ ва $M_2(x,0) \in J_2$ нуқтадан чиқувчи характеристикаси билан мос равишда AC ва $EC_2: x+y=c$ характеристикаси кесишиш нуқтасининг координаталари. C_1 и C_2 нуқталар орқали мос равишда $E(c,0) \in J$ нуқтадан чиққан (1) тенгламанинг $EC_1: x-y=c$ ва $EC_2: x+y=c$ характеристикалари билан AC ва BC характеристикаларнинг кесишиш нуқталарини белгилаймиз.

Қуйидаги белгилашни амалга оширамиз:

$$u(x, y) = \begin{cases} u_1(x, y), & (x, y) \in D_1, \\ u_2(x, y), & (x, y) \in D_2. \end{cases}$$

(1) тенгламанинг ихтиёрий регуляр ечими куйидаги

$$u_j(x, y) = v_j(x, y) + \omega_j(y), \quad j=1,2 \quad (3)$$

кўринишда ифодаланади, бу ерда

$$v(x, y) = \begin{cases} v_1(x, y), & y > 0, \\ v_2(x, y), & y < 0; \end{cases} \quad \omega(y) = \begin{cases} \omega_1(y), & y > 0, \\ \omega_2(y), & y < 0, \end{cases} \quad (4)$$

$v_j(x, y)$ ($j=1,2$) функциялар $Lv_j = 0$ тенгламанинг регуляр ечими, $\omega_1(y)$ бир марта, $\omega_2(y)$ эса икки марта узлуксиз дифференциаланувчи функциялар бўлиб, бу функцияларга умумийликка зиён етказмаган ҳолда куйидаги

$$\omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega'_2(0) = 0 \quad (5)$$

шартларни бўйсундириш мумкин. Бу алмаштиришларга кўра куйидаги масала ечилади.

BS_p - масала. Куйидаги шартларни қаноатлантирувчи $u(x, y)$ функция топилсин: 1) $u(x, y) \in C(\bar{D}_1 \cup \bar{D}_2) \cap C^1(D_1 \cup D_2 \cup J_1 \cup J_2)$;

2) $u_{xxx}(x, y), u_{xyy}(x, y), u_{xy}(x, y) \in C(D_1 \cup D_2)$ синфга тегишли бўлиб, D_1 ва $D_2 \setminus \{EC_1 \cup EC_2\}$ соҳаларда (1) тенгламанинг регуляр ечими бўлсин;

3) $u_x \in C(\overline{AA_0} \cup \overline{AC})$, $u_y \in C(\overline{AC})$ синфларга тегишли бўлсин;

4) $u(x, y)$ функция куйидаги шартларни қаноатлантирсин:

$$u|_{x=0} = \varphi_1(y), \quad u|_{x=1} = \varphi_2(y), \quad u_x|_{x=0} = \varphi_3(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (6)$$

$$a_1(x)u[\theta_1(x)] + b_1(x)u(x, 0) = d_1(x), \quad (x, 0) \in \bar{J}_1, \quad (7)$$

$$a_2(x)u[\theta_2(x)] + b_2(x)u(x, 0) = d_2(x), \quad (x, 0) \in \bar{J}_2, \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{AC} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (9)$$

5) J бузилиш чизиғида куйидаги

$$\lim_{y \rightarrow -0} u(x, y) = p_0(x) \lim_{y \rightarrow +0} u(x, y) + q_0(x), \quad (x, 0) \in \bar{J}, \quad (10)$$

$$\lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y) = p_i(x) \lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) + q_i(x), \quad (x, 0) \in J_i, \quad (i=1,2), \quad (11)$$

улаш шартлари бажарилсин, бу ерда n – ички нормал, $\varphi_j(y)$, ($j=\overline{1,3}$), $a_i(x)$, $b_i(x)$, $d_i(x)$, $p_i(x)$, $q_i(x)$ ($i=1,2$), $p_0(x)$, $q_0(x)$, $\psi(x)$ – берилган функциялар бўлиб, куйидаги шартларни қаноатлантиради

$$[a_1(0) + b_1(0)]\varphi_1(0) = d_1(0), \quad (12)$$

$$p_i(x) > 0, \quad \forall x \in J_i \quad (i=1,2), \quad [(a_j(x) + 2b_j(x))p_0(x)]'_x \geq 0, \quad \forall x \in J_j, \quad (13)$$

$$a_j^2(x) + b_j^2(x) \neq 0, \quad p'_0(x) \geq 0, \quad \forall x \in J_2, \quad (14)$$

$$\varphi_j(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (j=\overline{1,3}), \quad (15)$$

$$a_j(x), b_j(x), d_j(x) \in C^1(\bar{J}_j) \cap C^2(J_j), (j=1,2),, \quad (16)$$

$$\psi(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0, \frac{1}{2}\right), \quad (17)$$

$$p_j(x), q_j(x) \in C(\bar{J}_j) \cap C^2(J_j), (j=1,2), \quad p_0(x), q_0(x) \in C(\bar{J}) \cap C(J). \quad (18)$$

Қуйидаги теоремалар исботланган.

1-Теорема. Агар (13), (14) шартлар бажарилса, у ҳолда D соҳада BS_p нолокал масаланинг ечими яғонадир.

2-Теорема. Агар (12), (15) -(18) шартлар бажарилса, у ҳолда D соҳада BS_p нолокал масаланинг ечими мавжуд.

BS_p масала ечимининг яғоналиги экстремум принципига асосан[1], мавжудлиги эса интеграл тенгламалар усули ёрдамида[2] исботланади.

АДАБИЁТЛАР

1. Джураев Т. Д., Сопуев А., Мамажонов. М. Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа. Т.: Фан. 1986. 220 с.
2. Islomov, B.I.; Vafoev, S. S. A boundary value problem of a new type for an equation of parabolic-hyperbolic type. (Russian) Scientific Journal of Samarkand University. 2020. No. 1 (119). pp 30-35.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ МКДФ С САМОСОГЛАСОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ В СЛУЧАЕ КРАТНЫХ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Хасанов А.Б.¹, Собиров Ш.К.²

ahasanov2002@mail.ru¹, shexzod1994@mail.ru².

¹Самаркандский государственный университет,

²Ургенчский государственный университет

Аннотация. В данной работе, рассматривается решение задачи Коши для нагруженного уравнения МКДФ с самосогласованным источником в случае кратных собственных значений.

В данной работе рассматривается следующая система уравнений

$$u_t + \beta(t)u(x_0, t)(6u^2u_x + u_{xxx}) + \gamma(t)u(x_1, t)u_x = 2 \sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^{m_k-1} C_{m_k-1}^j (g_{k1}^j g_{k1}^{m_k-1-j} - g_{k2}^j g_{k2}^{m_k-1-j})$$

$$L(t)g_k^0 = \xi_k g_k^0, \quad L(t)g_k^j = \xi_k g_k^j + jg_k^{j-1}, \quad \text{Im } \xi_k > 0,$$

$$g_k^j \in L_2(-\infty, \infty), \quad k = \overline{1, N}, \quad j = \overline{0, m_k-1}, \quad (1)$$

где $L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x, t) \\ -u(x, t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$, $g_k^j = (g_{k1}^j(x, t), g_{k2}^j(x, t))$, $C_n^l = \frac{n!}{(n-l)!l!}$,

$g_k^0 = (g_{k1}^0(x, t), g_{k2}^0(x, t))^T$ - собственная вектор-функция оператора $L(t)$ соответствующая собственному значению ξ_k ($\text{Im } \xi_k > 0$) кратности m_k , $k = \overline{1, N}$, а $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ заданные непрерывно дифференцируемые функции.

Предполагается, что

$$\frac{1}{(m_k - 1 - l)!} \int_{-\infty}^{\infty} (g_{k1}^{m_k-1} g_{k2}^{m_k-1-l} + g_{k2}^{m_k-1} g_{k1}^{m_k-1-l}) dx = A_{m_k-1-l}^k(t), \quad (2)$$

где $A_{m_k-1-l}^k(t)$ - изначально заданные непрерывные функции $l = \overline{0, m_k - 1}$. Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R. \quad (3)$$

В рассматриваемой задаче начальная функция $u_0(x)$ ($-\infty < x < \infty$) обладает следующими свойствами:

$$1) \quad \int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0(x)| dx < \infty. \quad (4)$$

$$2) \quad \text{Оператор } L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix} \text{ имеет ровно } N \text{ собственных значений}$$

$\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_N(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0), \dots, m_N(0)$.

Предположим, что функция $u(x, t)$ обладает требуемой гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \rightarrow \pm\infty$, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left((1 + |x|) |u(x, t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty, \quad k = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Основная цель данной работы – получить представления для решения $u(x, t)$, $g_k^j(x, t)$, $k = \overline{1, N}$, $j = \overline{0, m_k - 1}$, задачи (1)–(5) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора $L(t)$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если функции $u(x, t)$, $f_k(x, t)$, $g_k(x, t)$, $k = \overline{1, N}$, является решением задачи (1)–(5), то данные рассеяния несамосопряженного оператора $L(t)$ с потенциалом $u(x, t)$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\frac{d\xi_k}{dt} = 0,$$

$$\frac{dr^+}{dt} = (8i\xi^3 \beta(t) u(x_0, t) - 2i\xi \gamma(t) u(x_1, t)) r^+, \quad \text{Im } \xi = 0,$$

$$\frac{d\chi_0^n}{dt} = (8i\xi_n^3 \beta(t) u(x_0, t) - 2i\xi_n \gamma(t) u(x_1, t) + A_0^n(t)) \chi_0^n,$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\chi_1^n}{dt} &= \left(8i\xi_n^3\beta(t)u(x_0,t) - 2i\xi_n\gamma(t)u(x_1,t) + A_0^n(t)\right)\chi_1^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n^2\beta(t)u(x_0,t) - 2i\gamma(t)u(x_1,t) + A_1^n(t)\right)\chi_0^n, \\
\frac{d\chi_2^n}{dt} &= \left(8i\xi_n^3\beta(t)u(x_0,t) - 2i\xi_n\gamma(t)u(x_1,t) + A_0^n(t)\right)\chi_2^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n^2\beta(t)u(x_0,t) - 2i\gamma(t)u(x_1,t) + A_1^n(t)\right)\chi_1^n + \left(24i\xi_n\beta(t)u(x_0,t) + A_2^n(t)\right)\chi_0^n, \\
\frac{d\chi_3^n}{dt} &= \left(8i\xi_n^3\beta(t)u(x_0,t) - 2i\xi_n\gamma(t)u(x_1,t) + A_0^n(t)\right)\chi_3^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n^2\beta(t)u(x_0,t) - 2i\gamma(t)u(x_1,t) + A_1^n(t)\right)\chi_2^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n\beta(t)u(x_0,t) + A_2^n(t)\right)\chi_1^n + \left(8i\beta(t)u(x_0,t) + A_3^n(t)\right)\chi_0^n, \\
\frac{d\chi_l^n}{dt} &= \left(8i\xi_n^3\beta(t)u(x_0,t) - 2i\xi_n\gamma(t)u(x_1,t) + A_0^n(t)\right)\chi_l^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n^2\beta(t)u(x_0,t) - 2i\xi_n\gamma(t)u(x_1,t) + A_1^n(t)\right)\chi_{l-1}^n + \\
&\quad + \left(24i\xi_n\beta(t)u(x_0,t) + A_2^n(t)\right)\chi_{l-2}^n + \left(8i\beta(t)u(x_0,t) + A_3^n(t)\right)\chi_{l-3}^n + \sum_{s=0}^{l-4} A_{l-s}^n(t)\chi_s^n, \\
n &= 1, 2, \dots, N, \quad l = 4, 5, \dots, m_n - 1.
\end{aligned}$$

Полученные равенства позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1)-(5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J.Phys. Soc. Japan. 1972. Vol.32. P.1681.
2. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М:Мир. 1988. С. 697.
3. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A, On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions, The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2021. P.19–35.
4. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. On complex-valued solutions of the general loaded Korteweg-de Vries equation with a source, Differential Equations. 2022. Vol. 58, no.3. P.381-391.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ КДФ С ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ НАГРУЖЕННЫМИ ЧЛЕНАМИ И С ИСТОЧНИКОМ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Хасанов Т.Г.
temur.xasanov.2018@mail.ru
УрГУ

Аннотация: В работе построен алгоритм интегрирования уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительными членами и источником интегрального типа в классе быстроубывающих функций.

В данной работе рассматривается система нелинейных нагруженных уравнений вида:

$$\begin{aligned} u_t + P(u(x_0, t))(u_{xxx} - 6uu_x) + Q(u(x_1, t))u_x = \\ = 2Z(u(x_2, t)) \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, \eta, t) \varphi(x, -\eta, t) d\eta \end{aligned} \quad (1)$$

$$L(t)\varphi = \eta^2 \varphi \quad (2)$$

где

$$u = u(x, t), \quad L(t) = -\frac{d^2}{dx^2} + u(x, t)$$

и $P(u(x_0, t))$, $Q(u(x_1, t))$ и $Z(u(x_2, t))$ - некоторые многочлены от $u(x_0, t)$, $u(x_1, t)$ и $u(x_2, t)$ соответственно, а $x_0, x_1, x_2 \in R$. Система нелинейных уравнений (1)-(2) рассматривается при начальном условии.

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R \quad (3)$$

где начальная функция $u_0(x)$ обладают следующим свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0(x)| dx < \infty; \quad (4)$$

2) оператор $L(0) := -\frac{d^2}{dx^2} + u_0(x)$, $x \in R$ имеет ровно N отрицательных собственных значений $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)$.

В рассматриваемой задаче функция $\varphi(x, \eta, t)$ - решение уравнения (2), определяемое асимптотикой

$$\varphi(x, \eta, t) = h(\eta, t) e^{-i\eta x}, \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad (5)$$

где $h(\eta, t)$ - изначально заданная непрерывная функция, удовлетворяющая условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\eta, t) h(-\eta, t) d\eta < \infty \quad (6)$$

при всех неотрицательных значения t .

Пусть функции $u(x, t)$ и $\varphi(x, \eta, t)$ обладает достаточной гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \rightarrow \pm\infty$, так что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[(1 + |x|) |u(x, t)| + \sum_{j=1}^3 \left| \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x^3} \right| \right] dx < \infty, \quad t > 0, \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(|\varphi(x, \eta, t)|^2 + |\varphi(x, -\eta, t)|^2 + \left| \frac{\partial \varphi(x, \eta, t)}{\partial \eta} \right|^2 \right) d\eta < \infty. \quad (8)$$

Основная цель данной работы- получить представления для решения $u(x, t)$, $\varphi(x, \eta, t)$ задачи (1)-(8) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора $L(t)$. Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема: Если функции $u(x, t)$, $\varphi(x, \eta, t)$, $m = \overline{1, N}$, $x \in R$, $t > 0$ является решением задачи (1)-(8), то данные рассеяния $\{r^+(k, t), \lambda_n(t), B_n(t), n = \overline{1, N}\}$ оператора $L(t)$ с потенциалом $u(x, t)$, удовлетворить следующим дифференциальным уравнениям

$$\frac{d\lambda_j(t)}{dt} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{dr^+(k, t)}{dt} = & \left(8ik^3 P(u(x_0, t)) - 2ikQ(u(x_1, t)) - \right. \\ & \left. - 2Z(u(x_2, t))iV.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|h(\eta)|^2}{\eta - k} d\eta - 2\pi |h(k)|^2 \right) r^+(k, t) \end{aligned}$$

$$\frac{dB_n(t)}{dt} = \left(8\chi_n^3 P(u(x_0, t)) + 2\chi_n Q(u(x_1, t)) - \frac{\chi_n Z(u(x_2, t))}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|h(\eta)|^2}{\eta^2 + \chi_n^2} d\eta \right) B_n(t), \quad n = \overline{1, N}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хасанов А.Б., Хасанов Т.Г. Задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза в классе периодических бесконечнозонных функций. Записки научных семинаров ПОМИ. т. 506, стр. 258-278 (2021).
2. Хасанов А.Б., Хасанов Т.Г. Интегрирование нелинейного уравнения Кортевега-де Фриза с нагруженным членом и источником. Сиб. журн. индустр. матем., 2022, **25**:2, 127–142.
3. У. А. Хоитметов, Т. Г. Хасанов. Интегрирование уравнения Кортевега–де Фриза с нагруженными членами и самосогласованным источником в классе быстроубывающих функций Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2023. Т. 33. Вып. 1. С. 156–170.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ СИНУС-ГОРДОН С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ

Хоитметов У.А.

x_umid@mail.ru

Ургенчский государственный университет

Аннотация. Работа посвящена решению задачи Коши для уравнения синус-Гордон с дополнительным членом и самосогласованным источником в классе быстроубывающих функций. Задача решается методом обратной задачи.

В данной работе рассматривается следующая система уравнений

$$u_{xt} = \rho(t) \sin u + \omega(t) u_{xx} + \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_1^2(x, \eta) - \phi_2^2(x, \eta)) d\eta, \quad (1)$$

$$L(t)\phi = \eta\phi,$$

где

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & \frac{u_x(x, t)}{2} \\ \frac{u_x(x, t)}{2} & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}, \quad u_{xx} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad u_{xt} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t},$$

$\rho(t), \omega(t)$ – заданные непрерывно дифференцируемые функции. Система уравнений рассматривается при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

где начальная функция $u_0(x)$ ($-\infty < x < \infty$) обладает следующими свойствами:

$$1) \ u_0(x) \equiv 0 \pmod{2\pi} \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} ((1 + |x|)|u'_0(x)| + |u''_0(x)|) dx < \infty; \quad (3)$$

2) оператор $L(0)$ не имеет спектральных особенностей и в верхней полуплоскости комплексной плоскости имеет ровно N собственных значений $\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_N(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0), \dots, m_N(0)$.

В рассматриваемой задаче вектор-функция $\phi = (\phi_1(x, \eta, t), \phi_2(x, \eta, t))^T$ решения системы уравнений $L(t)\phi = \eta\phi$ определяется асимптотическим поведением

$$\phi(x, \eta) \rightarrow h(\eta, t) \begin{pmatrix} \exp(-i\eta x) \\ \exp(i\eta x) \end{pmatrix}, \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad (4)$$

где $h(\eta, t)$ – изначально заданная непрерывная функция, удовлетворяющая условиям

$$h(-\eta, t) = h(\eta, t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} |h(\eta, t)|^2 d\eta < \infty, \quad (5)$$

при всех неотрицательных значениях t .

Предположим, что функция $u(x, t)$ имеет достаточную гладкость и довольно быстро стремится к своим пределам при $x \rightarrow \pm\infty$, так что

$$u(x, t) \equiv 0 \pmod{2\pi} \quad x \rightarrow \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} ((1 + |x|)|u_x(x, t)| + |u_{xx}(x, t)|) dx < \infty. \quad (6)$$

Основная цель настоящей работы – получить представления для решения $u(x, t)$, $\phi_1(\eta, x, t)$, $\phi_2(\eta, x, t)$ задачи (1)-(6) в рамках метода обратной задачи для оператора $L(t)$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема 1. Если функции $u(x, t)$, $\phi_1(\eta, x, t)$, $\phi_2(\eta, x, t)$ являются решением задачи (1)-(6), то данные рассеяния оператора $L(t)$ меняются по t следующим образом:

$$\frac{dr^+}{dt} = \left(-\frac{i\rho(t)}{2\xi} + 2i\xi\omega(t) + \pi h^2(\xi, t) + i \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h^2(\eta, t)}{\xi + \eta} d\eta \right) r^+, \quad (\text{Im} \xi = 0),$$

$$m_n(t) = m_n(0), \quad \frac{d\xi_n}{dt} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\chi_{m_n-1-j}^n}{dt} &= 2i\xi_n\omega(t)\chi_{m_n-1-j}^n + 2i\omega(t)\chi_{m_n-2-j}^n + \\ &+ i \sum_{s=j}^{m_n-1} (-1)^{m_n-1-s} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{h^2(\eta, t)}{(1+r^+(\eta, t)r^+(-\eta, t))(\eta + \xi_n)^{m_n-s}} d\eta - \frac{\rho(t)}{2\xi_n^{m_n-s}} \right) \chi_{s-j}^n, \\ n &= 1, 2, \dots, N, \quad j = m_n - 1, m_n - 2, \dots, 0. \end{aligned}$$

Пример 1. Рассмотрим следующую задачу

$$u_{xt} = (4t + \pi) \sin u + (1 - t)u_{xx} + \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_1^2 - \phi_2^2) d\eta,$$

$$L\phi = \eta\phi,$$

$$u(x, 0) = 4 \arctg(e^{-2x}), \quad h(\eta, t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Решение данной задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= 4 \arctg(e^{-2x-2t}), \\ \phi_1(x, \eta) &= \frac{e^{-i\eta x}}{\sqrt{\eta^2 + 1}} \left(1 - \frac{2e^{-4(x+t)}}{(i\eta + 1)(1 + e^{-4(x+t)})} + \frac{2e^{-2(x+t)+2i\eta x}}{(i\eta - 1t)(1 + e^{-4(x+t)})} \right), \\ \phi_2(x, \eta) &= \frac{e^{i\eta x}}{\sqrt{\eta^2 + 1}} \left(1 + \frac{2e^{-4(x+t)}}{(i\eta - 1)(1 + e^{-4(x+t)})} + \frac{2e^{-2(x+t)-2i\eta x}}{(i\eta + 1)(1 + e^{-4(x+t)})} \right). \end{aligned}$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ablowitz M.J., Kaup D.J., Newell A.C., Segur H. Method for solving the sine-Gordon equation // Phys. Rev. Lett., 1973, 30, pp.1262–1264.

2. Хасанов А.Б. Об обратной задаче теории рассеяния для системы двух несамосопряженных дифференциальных уравнений первого порядка // ДАН СССР, 1984, **277**:3, С.559–562.
3. Khasanov A.B., Urazboev G.U. Integration of the sine-Gordon equation with a self-consistent source of the integral type in the case of multiple eigenvalues // Russ. Math., 2009, **53**:3, pp. 45–55.
4. Захаров В.Е., Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Полное описание решений «sin-Gordon» уравнения // ДАН СССР, 1974, **219**:6, С. 1334–1337.
5. Hoitmetov U.A. Integration of the sine-Gordon equation with a source and an additional term // Reports on Mathematical Physics, 2022, 90:2, pp. 221–240.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО ОБЩЕГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Хоитметов У.А.

x_umid@mail.ru

Ургенчский государственный университет

Аннотация. В настоящей работе эволюция данных рассеяния несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля выводится методом обратной задачи рассеяния, потенциал которой является решением нагруженного общего уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих комплекснозначных функций.

Пусть $H = -\frac{1}{2} \frac{d^3}{dx^3} + 2u \frac{d}{dx} + u'$, где $u = u(x, t)$ и штрих означают частную

производную по x . Существуют многочлены P_k (от u и производных от u по x) такие, что $HP_k = P'_{k+1}$. Например,

$$P_0 = -\frac{1}{2}, \quad P_1 = -\frac{1}{2}u, \quad P_2 = \frac{1}{4}u_{xx} - \frac{3}{4}u^2, \quad P_3 = -\frac{1}{8}u_{xxx} + \frac{5}{4}uu_{xx} + \frac{5}{8}(u_x)^2 - \frac{5}{4}u^3,$$

и т.д. Положим $L(t) \equiv -\frac{d^2}{dx^2} + u(x, t)$. Оператор (см. [3])

$$B_q = \sum_{k=0}^q \left(\frac{1}{2} P'_k - P_k \frac{d}{dx} \right) (2L)^{q-k},$$

удовлетворяет соотношению Лакса $[B_q, L] = B_q L - L B_q = -P'_{q+1}$. Пусть $c_0, c_1, c_2, \dots, c_p$ – произвольные действительные числа. Введем следующие

обозначения: $X_q = -P'_{q+1}$, $Y_p = \sum_{q=0}^p c_q B_q$, $Z_p = \sum_{q=0}^p c_q X_q$. Тогда выполняется

следующее равенство: $[Y_p, L] = Z_p$. Уравнение $u_t = Z_p(u)$, называется общим уравнением КдФ.

Рассмотрим нагруженное общее уравнение КдФ вида

$$u_t = Z_p(u) + \gamma(t)u(0,t)u_x, \quad (1)$$

где $\gamma(t)$ – заданная непрерывно дифференцируемая функция.

Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

где начальная функция $u_0(x)$ комплекснозначна и обладает свойствами:

1) для некоторого $\varepsilon > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \quad (3)$$

2) оператор $L(0) = -\frac{d^2}{dx^2} + u_0(x)$ имеет ровно N комплексных собственных значений $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0), \dots, m_N(0)$ и не имеет спектральных особенностей.

Пусть функция $u(x,t) = \operatorname{Re} u(x,t) + i \operatorname{Im} u(x,t)$ обладает достаточной гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \rightarrow \pm\infty$, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \quad j = 0, 1, 2, 3. \quad (4)$$

Основная цель настоящей работы – получить представления для решения задачи (1)-(4) в рамках метода обратной задачи для оператора $L(t)$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема 1. Если комплекснозначная функция $u(x,t)$ является решением задачи Коши (1)-(4), то данные рассеяния несамосопряженного оператора $L(t)$, $t > 0$, с потенциалом $u(x,t)$ зависят от t следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(k,t)}{\partial t} &= \left[ik \sum_{l=0}^p c_l (2k^2)^l + 2ik\gamma(t)u(0,t) \right] S(k,t), \quad \left(|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2} \right), \quad \lambda_n(t) = \lambda_n(0), \\ \frac{d\chi_r^n}{dt} &= i \left(\sum_{q=0}^p c_q 2^q k_n^{2q+1} + 2k_n \gamma(t)u(0,t) \right) \chi_r^n + i \left(\sum_{q=0}^p c_q 2^q (2q+1) k_n^{2q} + 2\gamma(t)u(0,t) \right) \chi_{r-1}^n + \\ &+ i \sum_{l=2}^r \left[\sum_{q=0}^p c_q 2^q \frac{1}{l!} \frac{(2q+1)!}{(2q+1-l)!} k_n^{2q+1-l} \right] \chi_{r-l}^n, \quad n = \overline{1, N}, \quad r = 0, 1, \dots, m_n - 1. \end{aligned}$$

Пример 1. Рассмотрим следующую задачу

$$u_t = u_{xxxx} - 20u_x u_{xx} - 10u u_{xx} + 30u^2 u_x + \gamma(t)u(0,t)u_x,$$

$$u(x,0) = \frac{8a^2 e^{2iax}}{(1 + e^{2iax})^2}, \quad \operatorname{Im} a > 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

где $\gamma(t) = -8a^2(t^2 + 1) + \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{2ia^3}$.

Решение данной задачи имеет вид:
$$u(x,t) = \frac{8a^2 e^{2iax + 2 \operatorname{arcsht} t}}{(1 + e^{2iax + 2 \operatorname{arcsht} t})^2}.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блазак В.А. Аналог обратной задачи теории рассеяния для несамосопряженного оператора. I // Дифференц. уравнения. (1968), Т. 4, № 8. С. 1519–1533.
2. Gardner C.S., Greene I.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for Solving the Korteweg-de Vries Equation // Phys. Rev. Lett. (1967), 19, pp. 1095–1097.
3. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля. М. Наука, 1984.
4. Hoitmetov U.A. Integration of the loaded general Korteweg-de Vries equation in the class of rapidly decreasing complex-valued functions // Eurasian Mathematical Journal, (2022), 13:2, pp. 43–54.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ МКДФ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ И САМОСОГЛАСОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ ОБЩЕГО ВИДА

Хоитметов У.А.¹, Собиров Ш.К.²

x_umid@mail.ru¹, shexzod1994@mail.ru².

^{1,2}Ургенчский государственный университет

Аннотация: В данной работе, рассматривается решение задачи Коши для уравнения МКДФ с дополнительным членом и самосогласованным источником общего вида.

В данной работе рассматривается следующая система уравнений

$$u_t + p(t)(6u^2u_x + u_{xxx}) + q(t)u_x = \sum_{k=1}^{2N} (f_{k1}g_{k1} - f_{k2}g_{k2}) + i \int_{-\infty}^{+\infty} (\phi_1^2 - \phi_2^2) d\eta, \\ L(t)f_k = \xi_k f_k, \quad L(t)g_k = \xi_k g_k, \quad k = 1, 2, \dots, 2N, \quad (1)$$

где $L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x,t) \\ -u(x,t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$ и $p(t), q(t)$ заданные непрерывно

дифференцируемые функции.

Система уравнений (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^1, \quad (2)$$

где начальная функция $u_0(x)$ ($-\infty < x < \infty$) обладает следующими свойствами:

$$1) \quad \int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0(x)| dx < \infty; \quad (3)$$

2) Оператор $L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$ имеет ровно $2N$ простых собственных значений $\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_{2N}(0)$.

В рассматриваемой задаче, $f_k = (f_{k_1}, f_{k_2})^T$ имеется собственная функция оператора $L(t)$ соответствующая собственному значению ξ_k и $g_k = (g_{k_1}, g_{k_2})^T$ является решением уравнения $Lg_k = \xi_k g_k$, для которого

$$W\{f_k, g_k\} = f_{k_1} g_{k_2} - f_{k_2} g_{k_1} = \omega_k(t) \neq 0, \quad k = \overline{1, 2N}, \quad (4)$$

где $\omega_k(t)$ изначально заданные непрерывные функции $t > 0$, удовлетворяющие условиям

$$\omega_n(t) = -\omega_k(t) \text{ при } \xi_n = -\xi_k, \operatorname{Re} \left\{ \int_0^t \omega_k(\tau) d\tau \right\} > -\operatorname{Im} \{ \xi_k(0) \}, \quad k = \overline{1, N}, \quad (5)$$

для всех неотрицательных значений t . Для определённости будем предполагать, что в сумме участвующей в правой части (1) сначала идут члены с $\operatorname{Im} \xi_k > 0, k = \overline{1, N}$ и $\phi = (\phi_1(x, \eta, t), \phi_2(x, \eta, t))^T$ обладает следующей асимптотикой при $x \rightarrow \infty$

$$\phi \rightarrow \begin{pmatrix} h(\eta, t) e^{-i\eta x} \\ h(\eta, t) e^{i\eta x} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $h(\eta, t) = h(-\eta, t)$ непрерывная функция, удовлетворяющая условию:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(\eta, t)|^2 d\eta < \infty \text{ for } t \geq 0. \quad (7)$$

Предположим, что функция $u(x, t)$ обладает требуемой гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \rightarrow \pm\infty$, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left((1 + |x|) |u(x, t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty, \quad k = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Основная цель данной работы – получить представления для решений $u(x, t), f_k, g_k, k = \overline{1, 2N}$, задачи (1)–(8) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора $L(t)$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если функции $u(x, t), f_k(x, t), g_k(x, t), k = \overline{1, N}$, является решением задачи (1)–(8), то данные рассеяния несамосопряженного оператора $L(t)$ с потенциалом $u(x, t)$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\frac{dr^+}{dt} = \left[8i\xi^3 p(t) + \sum_{k=1}^N i\omega_k(t) \left(\frac{1}{\xi + \xi_k} + \frac{1}{\xi - \xi_k} \right) - 2i\xi q(t) \right] r^+ +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-2\pi i h^2(\xi, t) + 2 \text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h^2(\eta, t)}{\eta + \xi} d\eta \right] r^+, (\text{Im } \xi = 0) \\
& \frac{d\xi_n}{dt} = i\omega_n(t), \quad n = \overline{1, N}, \\
& \frac{dC_n}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) + i\beta_n(t)\omega_n(t) \right) C_n + \\
& + \left(-2i\xi_n q(t) + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h^2(\eta, t)}{(1 + r(\eta)r(-\eta))(\eta + \xi_n)} d\eta \right) C_n, \quad n = \overline{1, N}.
\end{aligned}$$

Полученные равенства позволяют применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1)-(8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J.Phys. Soc. Japan. 1972. Vol.32. P.1681.
2. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М:Мир. 1988. С. 697.
3. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A, On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions, The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2021. P.19–35.
4. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. Integration of the loaded Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source in the class of rapidly decreasing complex-valued functions, Transactions issue mathematics, series of physical-technical & mathematics science. 2022. Vol.42. No. 4. P. 1-15.

TESKARI SIMMETIRIK YUKLANGAN QALINLIGI RADIAL RAVISHDA O‘ZGARUVCHI PLASTINKANI CHEKLI AYIRMALAR USULI YORDAMIDA HISOBLASH

Xudoyberdiyeva M.O.

Sh. Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti
Muhandislik fizikasi instituti

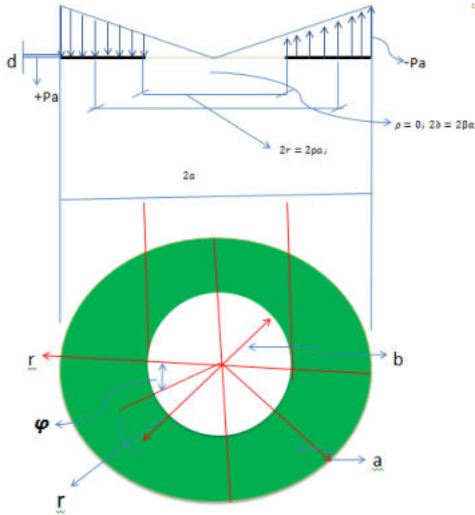
Annotatsiya. *Teskari simmetirik yuklangan qalinligi radial ravishda o‘zgaruvchi plastinkani chekli ayirmalar usuli yordamida hisoblandi.*

Plastinkadagi ichki zo‘riqlar uchun eguvchi va burovchi momentlar differensial tenglamalarini Maple dasturida grafiklari chizildi va shu grafiklar asosida plastinkaning mahkamlanish chegarasidan uzoqlashgan kesimlarda zo‘riqlarning kamayishi aniqlandi.

Qalinligi faqat radial yo‘nalishda o‘zgaruvchi o‘qqa nisbatan simmetrik plastinka Plastinka egilish differensial tenglamasi esa quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$$D\Delta\Delta w + 2\frac{\partial D}{\partial r}\frac{\partial}{\partial r}\Delta w + \left(\frac{\partial^2 D}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial D}{\partial r}\right)\Delta w - (1-\mu)\left[\frac{\partial^2 D}{\partial r^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial D}{\partial r}\frac{\partial^2 D}{\partial r^2}\right] + Cw = P(r, \varphi) \quad (1)$$

Doiraviy plastinkani rasmdagi kabi radius bo'yicha chiziqli o'zgaruvchi teskari simmetrik qo'yilgan bo'lsin o'lchamsiz radius kiritamiz. $\rho = \frac{r}{c_1}$



Plastinkasi qo'yilgan yuklanish quyidagi formada bo'lsin.

$$\rho = r/a; \quad \beta = b/a; \quad P(r, \varphi) = P\rho \cos \varphi \quad (2)$$

Qalinligi radial yo'nalishda o'zgaruvchi doiraviy plastinkani yuqoridagi formada yuklanish tasirida egilishlari uchun o'rinli differensial tenglama (1) yechimini quyidagi formada olish mumkin.

$$w = W \cos \varphi \quad (3)$$

Bu yerda W faqat r radiusdan bog'liq funksiya. Olingan yechim differensial tenglamani va chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak. (3) ni (1) ga qo'yamiz va soddalashtirishlardan

keyin quyidagiga ega bo'lamiz.

$$D\left(\frac{d^4 W}{dr^4} + \frac{2}{r}\frac{d^3 W}{dr^3} - \frac{3}{r^2}\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{3}{r^3}\frac{dW}{dr} - \frac{3}{r^4}W\right) + \frac{dD}{dr}\left(2\frac{d^3 W}{dr^3} + \frac{2+\mu}{r}\frac{d^2 W}{dr^2} - \frac{3}{r^2}\frac{dW}{dr} + \frac{3}{r^3}W\right) + \frac{d^2 D}{dr^2}\left(\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{\mu}{r}\frac{dW}{dr} - \frac{\mu}{r^2}W\right) = P_a \frac{r}{a} - CW \quad (4)$$

Plastinkadagi ichki zo'riqishlar eguvchi va burovchi momentlar quyidagi ifodalardan aniqlanadi [1].

$$M_r = -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \mu\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right)\right]; \quad M_\varphi = -D\left[\mu\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right]; \quad (5)$$

$$M_{\varphi r} = -D(1-\mu)\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right),$$

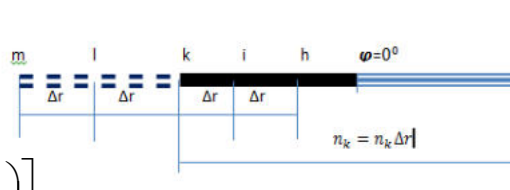
Hosil qilingan diferensial tenglama (4) faqat bitta o'zgaruvchidan bog'liq, φ ga bog'liq hadlar yo'qolib ketadi. Bu tenglama yechimini topish murakab shuning uchun tenglamani yechishda taqribiy metodlardan chekli ayirmalar metodidan foydalanamiz. (4) tenglama chekli ayirmali almashtirilgandan keyin quyidagi ifodaga ega bo'lamiz.

$$W_m F_m^* + W_e F_e^* + W_k F_k^* + W_i F_i^* + W_h F_h^* = \frac{P_a n_k}{a D_k} \Delta r^5 \quad (6)$$

Ichki tomondan qistirib maxkamlangan yuqoridagi rasmda tasvirlangan plastinka egilish tenglamasini chekli ayirmali (6) shaklini chegaraviy shartlardan foydalanib yechamiz. Chegaraviy shartlarni chekli ayirmalar usuli yordamida almashtiramiz.

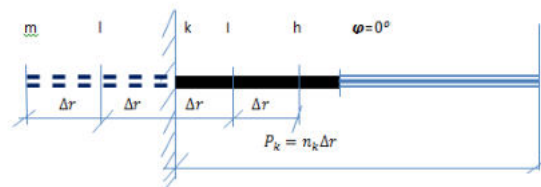
Erkin tomon. K nuqta plastinka tashqi tomoni yoyida joylashgan bo'lsa. Bu holda k nuqta uchun radial moment ($\varphi = 0$ da) quyidagicha yoziladi.

$$M_{r,k} = 0 = -\frac{D_k}{\Delta r^2} \left[W_e - 2W_k + W_i + \frac{\mu}{n_k} \left(\frac{W_e - W_i}{2} - \frac{W_k}{n_k} \right) \right]$$

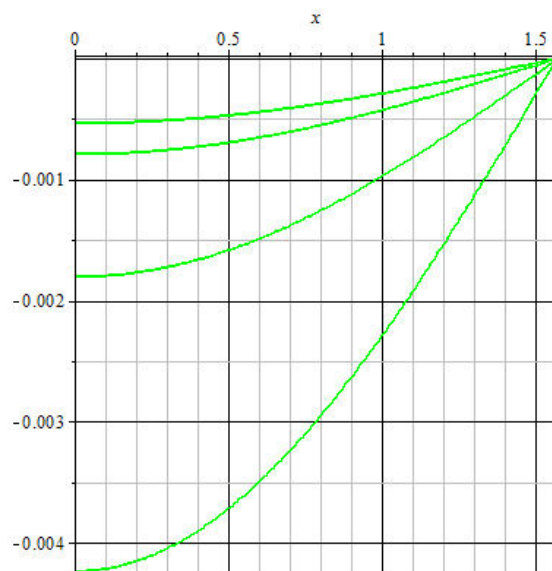
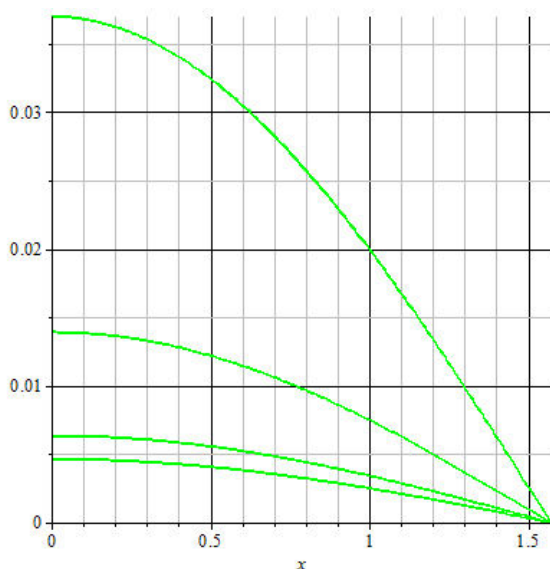


Qistirib mahkamlangan tomon.

Bu holda k nuqta uchun qistirib mahkamlanganli shartidan $W_k = \theta_{r,k} = 0$; tenglamalardan esa $W_e = W_i$ ekanligi kelib chiqadi.



Masalaning aniq son qiymatlari uchun maple dasturi yordamida (6) tenglama echilgan va yechimlar asosida (5) momentlar quyidagi grafiklarda tasvirlangan.



M_r radial va M_φ tangensial momentlar grafigi plastinka turli kesimlaridagi nuqtalari φ burchakdan bog'liq o'zgarishi

Grafiklarda ko'rinadiki plastinkaning maxkamlanish chegarasidan uzoqlashgan kesimlarda zo'riqlashlarning kamayishi kuzatiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Маркус Д. Круглые и кольцевые плиты при обратнoсимметричном нагружении – Москва. Стросудат. 1977, 311 ст.
2. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. - Москва: Высшая школа, 1982. - 264 с.

YUKLANGAN KASR TARTIBLI HOSILA ISHTIROK ETGAN DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Yusubjonova G.

prettychiroy@gmail.com

Namangan davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu tezisdagi xususiy hosilali differensial tenglamalar tatbiq etilgan. Koeffitsienti kasr ko'rinishidagi xususiy hosilali differensial tenglamalar ko'rib chiqildi va unga doir misollar keltirildi.

$\Omega = \{(t, x) : 0 < x < 1\}$ sohada quyidagi xususiy hosilali differensial tenglamani tatbiq etamiz:

$${}_c D_{a,[z,w]}^{\alpha+1} y(t, x) - U_{xx}(t, x) = f(t, x), \quad (1)$$

Bu yerda $f(t, x)$ – berilgan funksiya,

$${}_c D_{a,[z,w]}^{\alpha+1} y(t) = \frac{M(\alpha) e^{-\mu_\alpha z(t)}}{(2-\alpha)w(t)} \int_a^t e^{\mu_\alpha z(s)} \frac{d^2}{ds^2} (wy)(s) ds \quad (2)$$

$(\alpha+1)$ tartibli yuklangan kasr tartibli operator [1], $z, w \in C^1[a, b]$, $w, w', z' > 0$ $M(\alpha)$ esa $M(0) = M(1) = 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi funksiya, $\mu_\alpha = \frac{\alpha}{1-\alpha}$. (2) operator [2] chida kiritilgan Kaputo-Fabritsiyo operatori umumlashtiriladi.

Ushbu ishda (1) tenglamaning Ω sohadagi

$$U(0, x) = U(1, x), 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

$$U(t, 0) = U(t, 1), 0 \leq t \leq 1, \quad (4)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin. (1), (3), (4) masala yechimini

$$U(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin n\pi x \quad (5)$$

Ko'rinishida qidiramiz. Bu yerda $U_n(t)$ hozircha noma'lum funksiyalar. Ularni topish uchun (3) kelib chiqadigan $U_n(0) = U_n(1) = 0$ shartdan foydalanamiz.

(5) ni (1) ga qo'ysak va $f(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin n\pi x$ ni hisobga olsak,

$${}_c D_{a,[z,w]}^{\alpha+1} U_n(t) + (n\pi)^2 U_n(t) = f_n(t) \quad (6)$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda $f_n(t) = 2 \int_0^1 f(t, x) \sin n\pi x dx$.

(6) tenglamani (2) dan foydalangan holda

$$f_n(t) = \frac{M(\alpha) e^{-\mu_\alpha z(t)}}{(2-\alpha)w(t)} \int_a^t e^{\mu_\alpha z(s)} \frac{d^2}{ds^2} (wU_n)(s) ds + (n\pi)^2 U_n(t) = f_n(t)$$

ni olamiz va bu tenglikni differensiallab, $w(t)U_n(t) = \hat{U}_n(t)$ belgilab kiritsak,

$$\hat{U}_n''(t) + \frac{(n\pi)^2(2-\alpha)}{M(\alpha)} \hat{U}_n'(t) + \frac{(2-\alpha)}{M(\alpha)} (n\pi)^2 \mu_\alpha z''(t) \hat{U}_n(t) = \hat{f}_n(t) \quad (7)$$

ni hosil qilamiz [3], bu yerda,

$$\hat{f}_n(t) = \frac{-(n\pi)^2(2-\alpha)}{M(\alpha)} [f_n'(t) - \mu_\alpha z'(t) f_n(t)].$$

$z(t)=t$ bo'lsa, (7) tenglama o'zgarmas koeffitsientli 2-tartibli oddiy differensial tenglama bo'ladi. Bunday tenglama uchun 2 nuqtali chegaraviy masalalarni yechish ma'lum. Shu sababli (5) yechimga $U_n(t)$ funksiyalar yaqqol ko'rinishda topiladi. Cheksiz qatorlarni tekis yaqinlashishi standart usulda isbotlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. M.Al-Refai, A.M.Jarrah. Fundamental resultsin weighted Caputo-Fabrizio fractional derivative. Chaos,Solitons and Fractals.2019,126,pp.7-11 .
2. Caputo,M.Fabrizio. A new definition of fractional derivative without singular kernel. Progr.Frac.Differ.Appl. 2015, №1,pp.73-85 .
3. E.Karimov,N.Murolimova. Caudy problem for a differential equation with weighted Atagana-Baleanu fractional operator.Ilmiy konferensiya,tezislar to'plami,2-may,2020-yil

ЗАДАЧА ДЛЯ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ С ОБОБЩЁННЫМ ДРОБНЫМ ЛАПЛАСИАНОМ

Юлдашева А.В.

a_v_yuldasheva@mail.ru

Филиал Московского Государственного Университета
имени М. В. Ломоносова в городе Ташкенте

Аннотация. В работе рассмотрена начально-краевая задача для уравнения с обобщенным дробным лапласианом. Доказана теорема существования и единственности решения, рассматриваемой задачи.

Рассмотрим в области $D = (0, \pi) \times (0, T)$ рассмотрим уравнение

$$u_{tt} + g(-\Delta)u = f(x, t) \quad (1)$$

с граничными

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

и начальными условиями

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), 0 \leq x \leq \pi. \quad (3)$$

$g(-\Delta)$ - самосопряженный оператор для любой действительной функции g , которая принимает положительные значения.

Оператор $-\Delta$ — самосопряженный и положительный, его спектр $\sigma(-\Delta)$ состоит из положительных собственных значений $\lambda_n, n \in N$, конечной кратности, представляющих собой неубывающую последовательность, стремящуюся к бесконечности. Если мы обозначим e_n соответствующие нормированные в L_2 собственные функции, то оператор можно записать как

$$-\Delta u = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n (u, e_n) e_n.$$

Согласно спектральной теории [1], если $g: \sigma(-\Delta) \rightarrow R$ произвольная функция, то новый оператор $g(-\Delta)$ можно определить по формуле

$$g(-\Delta)u := \sum_{n=1}^{\infty} g(\lambda_n) (u, e_n) e_n. \quad (4)$$

В частном случае $g(s) = s^\beta$ этот оператор является дробным лапласианом.

Так же мы предполагаем, что функция g возрастающая, причем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(\lambda_n)}{n^s} = \infty, s > 0.$$

Теорема. Пусть $\varphi \in W_2^2(0, \pi)$, $\psi \in W_2^3(0, \pi)$ и $f \in W_2^3(D)$. Тогда решение задачи (1) – (3) существует и единственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Conway J.B. A Course in Functional Analysis. Springer-Verlag, New York (1990).

О ПЕРВОЙ ЗАДАЧЕ ДАРБУ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Умаров И. Н., Жумаев М., Бектошева У.

Каршинский государственный университет

Аннотация. исследуется первая задача Дарбу для гиперболических интегро-дифференциальных уравнений второго порядка со степенной нелинейностью. Рассматривается вопрос о существовании глобальных решений этой задачи и зависимости от знака параметра перед нелинейным членом и степени эго нелинейности.

Постановка задачи. В плоскости x и t рассмотрим линейное гиперболическое уравнение к памяти вида

$$L_\nu u := u_{tt} - u_{xx} + b_1(x, t)u_t + b_2(x, t)u_x + b_3(x, t)u + \nu |u|^\beta u + \int_0^t b(x, s)u(x, s)ds = f(x, t) \quad (1)$$

Здесь u искомая действительная функция, $b_k(x, t)$ ($k = 1, 2, 3$), $b(x, t)$, $f(x, t)$ – заданные функции β и ν – заданные действительные постоянные, причем $\beta \nu \neq 0, \beta > 1$. Уравнение (1) возникает в частности в динамической теории пороупругости [1-7].

Следуя [8] Введём обозначим $D_T := \{(x, t) : 0 < x < t, 0 < t < T\}$, $T \leq \infty$, треугольную область, ограниченную характеристическим отрезком $\Gamma_{1,T} : x = t, 0 \leq t \leq T$, а также отрезками $\Gamma_{2,T} : x = 0, 0 \leq t \leq T$ и $\Gamma_{3,T} : t = T, 0 \leq x \leq T$. Для уравнения (1) рассмотрим первую задачу Дарбу об определении в области D_T решения $u(x, t)$ этого интегро-дифференциального уравнения по краевым условиям:

$$u|_{\Gamma_{i,T}} = 0, i = 1, 2. \quad (2)$$

В данной работе исследуется первая задача Дарбу для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка с памятью. Обсуждается также вопрос о разрешимости поставленной задачи.

Определение 1 [8]. Пусть $b_k(x,t), b(x,t) \in C(\bar{D}_T), k=1,2,3, f(x,t) \in C(\bar{D}_T)$ Функцию u будем называть сильным обобщенным решением задачи (1), (2) класса C в области D_T , если $u \in C(\bar{D}_T)$ и существует такая последовательность функций $u_n \in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$, что $u_n \rightarrow u$ и $L_v u_n \rightarrow f$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n \rightarrow \infty$, где

$$\tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T) := \left\{ u \in C^2(\bar{D}_T) : u|_{S_T} = 0 \right\}, S_T =: \Gamma_{1,T} \cup \Gamma_{2,T}.$$

Определение 2 [8]. Пусть $b_k, b \in C(\bar{D}_\infty), k=1,2,3, f \in C(\bar{D}_\infty)$. Мы будем говорить, что задача (1), (2) глобально разрешима в классе C , если для любого конечного $T > 0$ эта задача имеет сильное обобщенное решение класса C в области D_T .

Априорная оценка решения задачи (1), (2)

Имеет место

Лемма 1. Пусть $-1 < \beta < 0$ а в случае $\beta > 0$ дополнительно потребуем, чтобы $\nu > 0$. Тогда для сильного обобщенного решения задачи (1), (2) из класса $C(D_T)$ справедлива априорная оценка

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq c_1 \|f\|_{C(\bar{D}_T)} + c_2 \quad (3)$$

с положительными постоянными $c_k(T, b_j, b, \beta, \nu), k=1,2, j=1,2,3$ не зависящими от u и f .

Лемма 2. Функция $u \in C(\bar{D}_T)$ является сильным обобщенным решением задачи (1), (2) класса C в области D_T тогда и только тогда, когда она является непрерывным решением нелинейного интегрального уравнения

$$u(x,t) + \nu \left(L_0^{-1} |u|^\beta u \right)(x,t) + (M_0 u)(x,t) = F(x,t), (x,t) \in D_T. \quad (4)$$

Теорема. Пусть $-1 < \beta < 0$, а в случае $\beta > 0$ параметр $\nu > 0$. Тогда задача (1), (2) глобально разрешима в классе непрерывных функций C в смысле определения 2, т.е. если $f \in C(D_\infty)$, то для любого $T > 0$ задача (1), (2) имеет сильное обобщенное решение класса непрерывных функций C в области D_T .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blokhin A.M., Dorovsky V.N., Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum, Nova Science Publishers, Inc, New York. 1995, 192 p.
2. Imomnazarov Kh.Kh. Estimates of conditional stability of some combined inverse problems for Maxwell's equations and equations of porous media // Comp. Appl. Math. 2001. v.20. pp.20-34.
3. Имомназаров Х.Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб.ЖИМ. 2001. т.IV, №.2(8). сс.154-165.
4. Имомназаров Х.Х., Холмуродов А.Э. Прямые и обратные динамические

- задачи для уравнения SH волн в пористой среде // Вестник НУУЗ, серия механика математика. 2006. №.2. 6.86-91.
5. Imomnazarov Kh.Kh. and Kholmurodov A.E. Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media // Mathematical and Computer Modelling. 2007. V.45. №.3-4. pp.270-280.
6. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред, Изд-во НУУЗ им. Мирзо Улугбека, 2012, 212с.
7. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Рахмонов Т.Т., Янгибоев З.Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т.15, №. 2, 6. 46-58.
8. Джохадзе О.М., Харибегашвили С.С. О первой задаче Дарбу для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка // Математические заметки 2008, т. 84, №. 5, с. 693-712.

ЗАДАЧА ТИПА ГУРСА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОРОУПРУГОСТИ

Янгибоев З.Ш, Андакулова Ю.Ш

zoyiry@mail.ru

Каршинский государственный университет

Аннотация. В данной работе при описании исследуемого процесса будем считать, что изменение температурного поля среды не будет влиять на акустические характеристики системы, которые определяются сжимаемостью и вязкостью жидкости. Будем учитывать эффекты, обусловленные модулем сдвига и коэффициентом межфазного трения.

Исследование распространения акустических волн в насыщенной флюидом пористой среде, представляет большой интерес, как с практической точки зрения, так и с научной. Задачи, связанные с акустическим зондированием пористых сред с целью определения характеристик насыщающих флюидов или протяженности нефтеносных и газоносных пластов, а также использование пористых материалов для шумоизоляции и теплоизоляции являются актуальными, также как теоретические и экспериментальные исследования, связанные с прохождением и поглощением звука в пористых средах, насыщенных жидкостью или газом [1-6].

Показано, что повышение температуры парогазовой смеси в пористой среде приводит к уменьшению коэффициента затухания «быстрой» волны из-за уменьшения плотности парогазовой смеси и, как следствие, уменьшения влияния межфазных сил [5].

В данной работе при описании исследуемого процесса будем считать, что изменение температурного поля среды не будет влиять на акустические характеристики системы, которые определяются сжимаемостью и вязкостью

жидкости. Будем учитывать эффекты, обусловленные модулем сдвига и коэффициентом межфазного трения.

Пусть $\bar{D}$ - область на плоскости Oxt , образованная прямыми: $x + t = x_0 + t_0$ и $x - t = x_0 - t_0$, $x - t = x_0 - t_0$, проходящими через точку (x_0, t_0) для $x \geq x_0$. Далее рассмотрим случай, когда $(x_0, t_0) = 0$.

Найти функции $u(x, t)$ и $v(x, t)$, связанные в квадрате $D = \{x, t : 0 \leq x - t \leq 2L, 0 \leq x + t \leq 2L\}$ системой уравнений [2-6]:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \gamma b(u_t - v_t) = f(x, t) \\ v_{tt} - b(u_t - v_t) = f(x, t), \end{cases} \quad (1)$$

при выполнении для функций $u(x, t)$ и $v(x, t)$ условий

$$\begin{cases} u|_{t=x} = \tilde{\varphi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \\ u|_{t=-x} = \tilde{\psi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \\ \tilde{\varphi}(0) = \tilde{\psi}(0), \\ v|_{x=0} = 0, \quad v_t|_{x=0} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В системе (1) $u(x, t)$ и $v(x, t)$ - компоненты скорости смещений упругого пористого тела и насыщающей жидкости, соответствующие постоянным парциальным плотностям ρ_s и ρ_l . Для простоты считаем, что модуль сдвига постоянный и скорость распространения поперечной волны равна единице, b - коэффициент Дарси, $L > 0$ - заданная постоянная, $\gamma = \rho_l / \rho_s$.

Определение. Функции $u(x, t)$ и $v(x, t)$ называются решением задачи (1), (2) если $u, v, u_t, v_t, u_{tt}, v_{tt}, u_{xx} \in C(D)$ и $u(x, t), v(x, t)$ удовлетворяют (1), (2).

Теорема. Пусть функция $f(x, t)$ является непрерывной на D и функции $\tilde{\varphi}(x)$ и $\tilde{\psi}(x)$ являются дважды непрерывно дифференцируемыми функциями на $[0, L]$. Тогда существует единственное решение задачи (1), (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гималтдинов И.К., Дмитриев В.Л., Ситдикова Л.Ф. Динамика звуковых волн в насыщенных парогазовой смесью пористых средах // ТВТ. 2014. Т. 52. №4. – С. 572-574.
2. Алексеев А.С., Имомназаров Х.Х., Грачев Е.В., Рахмонов Т.Т., Имомназаров Б.Х. Прямые и обратные динамические задачи для системы уравнений континуальной теории фильтрации // Сиб.ЖИМ. 2004. т.VII. № 1(17). с.3-8.

3. Имомназаров Х.Х., Холмуродов А.Э. Прямые и обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористой среде // Вестник НУУз, серия механика математика. 2006. № 2. с.86-91.
4. Imomnazarov Kh.Kh. and Kholmurodov A.E. Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media // Mathematical and Computer Modelling. 2007. V.45. № 3-4. pp.270-280.
5. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Рахмонов Т.Т., Янгибоев З.Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т.15, №2. с. 46-58.
6. Имомназаров Х.Х., Холмуродов А.Э. Моделирование и исследование прямых и обратных динамических задач пороупругости. Изд. Университет, Ташкент, 2017, 120с.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ SH ВОЛН В ПОРИСТОМ СРЕДЕ

Янгибоев З.Ш.¹, Бектошева У.¹, Абдимуродова Ш.¹.

^{1,2,3}Каршинский государственный университет

Рассмотрим относительно функций $u(x, y, t), v(x, y, t)$ в полупространстве $G = R_+^2 \times R, R_+^2 = \{(x, y) \in R^2 | y > 0\}$ систему дифференциальных уравнений [1–4]

$$\rho_s u_{tt} = (\mu u_x)_x + (\mu u_y)_y - b \rho_l (u_t - v_t), (x, y, t) \in G, \quad (1)$$

$$\rho_l v_{tt} = b \rho_l (u_t - v_t), (x, y, t) \in G, \quad (2)$$

в котором коэффициенты $\mu = \mu(y), \rho_s = \rho_s(y)$ являются положительными функциями класса $C^2(R_+)$, $b = \chi \rho_l, \chi = \chi(y), \rho_l = \rho_l(y)$ являются положительными функциями класса $C^1(R_+)$. Пусть функции $u(x, y, t), v(x, y, t)$, кроме (1), (2), удовлетворяют следующим начальным и граничным условиям:

$$u|_{t < 0} \equiv 0, \quad \mu u_y|_{y=0} = f(t) \delta(x), \quad (f(t) \equiv 0, t < 0), \quad (3)$$

$$v|_{t < 0} \equiv 0. \quad (4)$$

При заданных функциях $b(y), \mu(y), \rho_s(y), f(t)$ задача (1)-(4) корректна и определяет функции $u(x, y, t), v(x, y, t)$, обладающие компактными носителями при любом конечном t . В приложениях, например, в геофизике, представляет интерес задача об определении структуры среды (в данном случае функций $b(y), \mu(y), \rho_s(y)$) по измеренным на границе области смещениям точек среды:

$$u|_{y=0} = F(x, t), \quad (x, t) \in R_+^2. \quad (5)$$

Эта задача, называемая обратной динамической задачей для уравнений SH волн в насыщенных жидкостью пористых средах, рассматривались для известных функций $b(y), \mu(y), \rho_s(y), f(t)$ в работах [5–7].

Исследуем следующую обратную задачу:

Задача. Требуется по информации (5) восстановить $\mu(y)$ и $f(t)$ из (1)-(4) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(y), b(y)$).

Предположим, что функция $f(t)$ имеет следующую структуру:

$$f(t) = a\delta(t) + \hat{f}(t)\theta(t), \quad a \neq 0, \quad (6)$$

где $\theta(t)$ – функция Хевисайда: $\theta(t) = 1$ при $t \geq 0$ и $\theta(t) = 0$ при $t < 0$; $\hat{f}(t) \in C^1[0, T]$, $T > 0$. предположим также, что функции $b(y), \mu(y), \rho_s(y)$ известны в достаточно тонком слое $y \in [0, y_0]$, $y_0 > 0$, прилегающем к границе полупространства R_+^2 .

При сделанных выше предположениях доказывается, что задание функции $F(x, t)$ на множестве $(x, t) \in R \times [0, T]$, $T > 0$ позволяет однозначно найти решение обратной задачи на некотором конечном интервале $[y_0, y_1]$. Строятся также оценки устойчивости решений этой обратной задачи.

Преобразуем задачу (1)-(5), для чего введем вместо y координату z соотношением:

$$z = \int_0^y \frac{d\xi}{c_s(\xi)}.$$

Здесь $c_s(y) = \sqrt{\mu(y)/\rho_s(y)}$ – скорость распространения поперечных сейсмических волн в пористой среде.

После перехода к координате z , скорость распространения сейсмических волн в пористой среде становится равной единице. Применим к полученной системе преобразование Фурье по переменной x , тогда задача (1)-(5) преобразуется к виду

$$\ddot{u}_t = \ddot{u}_{zz} + \frac{\sigma'}{\sigma} \ddot{u}_z - \frac{b(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)} \ddot{u}_t + \left[\frac{b^2(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)} - \xi^2 c_s^2(z) \right] \ddot{u} + \ddot{f}(\xi, z, t). \quad (7)$$

$$\ddot{u}|_{t < 0} \equiv 0, \quad \ddot{u}_z|_{z=0} = f(t), \quad (8)$$

$$\ddot{u}|_{z=0} = \tilde{F}(\xi, t), \quad (\xi, t) \in R_+^2, \quad (9)$$

где $\sigma = \sqrt{\mu\rho_s}$, $f(t) \stackrel{def}{=} f(t)/\sigma(0)$,

$$\ddot{f}(\xi, z, t) = -\frac{b^3(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)} \int_0^t \ddot{u}(\xi, z, \tau) e^{-b(z)(t-\tau)} d\tau.$$

После решения начально-краевой задачи (7)-(9) функция $v(x, y, t)$ в частотной области находится по формуле

$$\tilde{v}(\xi, z, t) = b(z) \int_0^t \ddot{u}(\xi, z, \tau) e^{-b(z)(t-\tau)} d\tau.$$

Имеет место

Лемма. Пусть функция $f(t)$ имеет структуру (6) и $\hat{f}(t) \in C^1[0, T]$ при некотором $T > 0$, $\sigma(z) \in C^1[0, T/2]$. Тогда при каждом фиксированном значении параметра ξ решение задачи (7)-(9) тождественно равно нулю при $t < z$, а

для $(x, t) \in D(T)$, $D(T) = \{(z, t) | 0 \leq z \leq t \leq T - z\}$ принадлежит функциональному классу $C^2(D(T))$ и для решения справедлива оценка

$$\|\tilde{u}\|_{C^2(D(T))} \leq C \left(|a| + \|\hat{f}\|_{C^1[0, T]} \right), \quad (10)$$

в которой постоянная C зависит только от $T, \xi, \|\sigma\|_{C^2[0, T/2]}, \|\rho_s\|_{C^2[0, T/2]}, \|\rho_l\|_{C^1[0, T/2]}$ и $\|\chi\|_{C^1[0, T/2]}$. Кроме того, функция

$$w(\xi_1, \xi_2, z, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\tilde{u}(\xi_1, z, t) - \tilde{u}(\xi_2, z, t))$$

при любых фиксированных ξ_1, ξ_2 является функцией класса $C^2(D(T))$.

Следствие. При выполнении условия леммы функция $\tilde{F}(\xi, t)$, входящая в равенство (5) при каждом фиксированном ξ принадлежит классу $C^2[0, T]$, а функция $\tilde{F}(t) \equiv \tilde{F}(\xi_1, t) - \tilde{F}(\xi_2, t)$ - классу $C^3[0, T]$. Кроме того, при доказательстве леммы вытекает, что имеют место равенства

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\xi, 0) &\equiv F_0 = -a, \quad \tilde{F}_t(\xi, t) \equiv F_1 = -\hat{f}(0), \\ \hat{F}_n(\xi, 0) &\equiv F_2(\xi) = -\hat{f}(0) - \frac{a}{4} c_s^2(0) \xi^2, \end{aligned} \quad (11)$$

в которых F_0 и F_1 не зависят от ξ .

Обозначим через $\Lambda(a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s})$ множество функций $\{\mu(z), \chi(z), \rho_l(z), \rho_s(z)\}$, удовлетворяющих при некотором $T > 0$ следующим условиям:

1) функция $f(t)$ представима в виде (6) и для нее выполнены неравенства

$$|a| \geq a_0 > 0, \quad \|\hat{f}\|_{C^1[0, T]} \leq f_0, \quad (12)$$

2) функции $(\mu(z), \rho_s(z)) \in C^2[0, T/2], (\chi(z), \rho_l(z)) \in C^1[0, T/2]$ и для них выполнены неравенства

$$0 < \mu_0 \leq \mu(z), \quad \|\mu(z)\|_{C^2[0, T/2]} \leq \mu_{00} < \infty, \quad (13)$$

$$0 < \rho_{0s} \leq \rho_s(z), \quad \|\rho_s(z)\|_{C^2[0, T/2]} \leq \rho_{00s} < \infty, \quad (14)$$

$$0 < \chi_0 \leq \chi(z), \quad \|\chi(z)\|_{C^2[0, T/2]} \leq \chi_{00} < \infty, \quad (15)$$

$$0 < \rho_{0l} \leq \rho_l(z), \quad \|\rho_l(z)\|_{C^2[0, T/2]} \leq \rho_{00l} < \infty. \quad (16)$$

Справедлива следующая теорема единственности.

Теорема 1. Пусть для некоторого $T > 2z_0$ функции $f^{(k)}(t), \sigma^{(k)}(z), k = 1, 2$ принадлежат множеству $\Lambda(a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s})$ и функции $\tilde{F}^{(k)}(\xi_j, t), j = 1, 2$ при $z = 0$ являются следами решений задач (7), (8) при $f(t) = f^{(k)}(t)$ и $\sigma(z) = \sigma^{(k)}(z), k = 1, 2$. Тогда, если $\tilde{F}^{(1)}(\xi_j, t) = \tilde{F}^{(2)}(\xi_j, t)$ для $t \leq T, j = 1, 2$ и $\sigma^{(1)}(z) = \sigma^{(2)}(z)$ для $z \in [0, z_0]$, то $f^{(1)}(t) = f^{(2)}(t)$ для $t \leq T$ и $\sigma^{(1)}(z) = \sigma^{(2)}(z)$ для $z \in [z_0, T/2]$.

Эта теорема является следствием следующей теоремы, характеризующей устойчивость обратной задачи.

Теорема 2. Пусть для $T > 2z_0 > 0$ функции $f^{(k)}(t)$, $\sigma^{(k)}(z)$, $\tilde{F}^{(k)}(\xi_j, t)$, $j=1,2, k=1,2$ удовлетворяют условиям теоремы 1. Пусть число $a^{(k)}$ соответствует коэффициенту при дельта-функции в представлении $f^{(k)}(t)$ в виде (6), $\hat{F}^{(k)}(t) \equiv \tilde{F}^{(k)}(\xi_1, t) - \tilde{F}^{(k)}(\xi_2, t)$. Тогда найдется положительная постоянная C , зависящая от $a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s}, z_0, T, \xi_1, \xi_2$, такая, что имеет место неравенство

$$\|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\|_{C^2[z_0, T/2]} + |a^{(1)} - a^{(2)}| + \|\hat{f}^{(1)} - \hat{f}^{(2)}\|_{C^1[0, T]} \leq C\varepsilon, \quad (17)$$

в котором

$$\varepsilon = \|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\|_{C^1[0, z_0]} + \sum_{j=1}^2 \|\tilde{F}^{(1)}(\xi_j, t) - \tilde{F}^{(2)}(\xi_j, t)\|_{C^2[0, T]} + \|\tilde{F}^{(1)} - \tilde{F}^{(2)}\|_{C^3[0, T]}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доровский В.Н., Перепечко Ю.В., Роменский Е.И. Волновые процессы в насыщенных пористых упругодеформируемых средах // ФГВ. 1993. № 1. сс. 100-111.
2. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. Mathematical modeling in the theory of multivelocitity continuum. Nova Science Publishers Inc, New York 1995. 192 p.
3. Imomnazarov Kh.Kh. Estimates of conditional stability of some combined inverse problems for Maxwell's equations and equations of porous media // Comp. Appl. Math. 2001. v.20. pp.20-34.
4. Имомназаров Х.Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб.ЖИМ. 2001. т.IV. № 2(8). сс. 154-165.
5. Алексеев А.С., Имомназаров Х.Х., Грачев Е. В., Рахмонов Т.Т., Имомназаров Б.Х. Прямые и обратные динамические задачи для системы уравнений континуальной теории фильтрации // Сиб.ЖИМ. 2004. т.VII. № 1(17). сс.3-8.
6. Имомназаров Х.Х., Холмуродов А.Э. Прямые и обратные динамические задачи для уравнения SH волн а пористой среде // Вестник НУУз, Серия механика и математика. 2006. № 2. сс.86-91.
7. Imomnazarov Kh.Kh., Kholmurodov A.E. Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media // Mathematical and Computer Modelling. 2007. v.45, № 3-4. pp.270-280.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ПОРОУПРУГОСТИ

Янгибоев З.Ш., Абдимуродова Ш.А., Бектошева У.

zoyiry@mail.ru

Каршинский государственный университет

Аннотация. Рассматривается обратная динамическая задача пороупругости кусочно-гладкого коэффициента сдвига по дополнительной информации колебаний точек свободной поверхности. Считается, что выполнена гипотезы Гупилла о равном времени распространении возмущений по слоям насыщенной жидкостью пористой среды. Получены рекуррентные формулы для восстановления неизвестного коэффициента сдвига.

В данной работе нас будет интересовать задача, связанная с распространением волн в изотропной слоистой пористой среде, опирающейся на однородное полупространство. Будем рассматривать плоскопараллельные слои. Рассматривается одномерная обратная динамическая задача пороупругости в диссипативном приближении для слоистых сред.

Рассмотрим процесс распространения колебаний в неоднородном по переменной x полупространстве, описываемый системой уравнением [1-24]

$$\rho_s(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \rho_l(x) b(x) \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} \right), \quad x > 0, t > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = b(x)(u - v), \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2)$$

при следующих нулевых начальных условиях:

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad v|_{t=0} = 0, \quad x > 0 \quad (3)$$

и граничном условии

$$u_x|_{x=0} = H(t), \quad t > 0 \quad (4)$$

В формулах (1) и (2) функция $\mu(x)$ кусочно-постоянна и может иметь разрывы в точках $a_1 < a_2 < \dots < a_k$, функции $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$, $b(x)$, т.е. полагая $a_0 = 0$, можно записать равенство

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_m & \text{для } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \mu_{k+1} & \text{для } x > a_k \end{cases}, \quad (5)$$

$$\rho_l(x) = \begin{cases} \rho_{lm} & \text{для } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \rho_{lk+1} & \text{для } x > a_k \end{cases}, \quad (6)$$

$$\rho_s(x) = \begin{cases} \rho_{sm} & \text{для } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \rho_{sk+1} & \text{для } x > a_k \end{cases}, \quad (7)$$

$$b(x) = \begin{cases} b_m & \text{для } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ b_{k+1} & \text{для } x > a_k \end{cases}, \quad (8)$$

где $b_m, \mu_m, \rho_{lm}, \rho_{sm} = \text{const.}$

В точках разрыва a_m коэффициента $\mu(x)$ к условиям (3), (4) добавим условия сопряжения

$$[u]_{x=a_m} = [\mu(x)u_x]_{x=a_m} = 0, \quad m=1, \dots, k \quad (9)$$

Задачу определения функции $u(x, t)$ и $v(x, t)$ удовлетворяющей равенствам (1)-(4), (9) при заданной функции $b(x)$, $\mu(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ вида (5)-(8), принято называть *прямой задачей*.

Основной предмет исследования настоящей работы составляет

Обратная задача A_μ^1 . Определить коэффициент $\mu(x)$ уравнения (1), т.е. найти набор из $2k+1$ чисел $\{\mu_1, \dots, \mu_{k+1}; a_1, \dots, a_k\}$, если относительно решения задачи (1)-(4), (9) известна информация

$$\Phi(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} u_t(0, t) e^{-i\omega t} dt, \quad \omega \in \Omega, \quad (10)$$

причем Ω – отделенный от нуля конечный интервал и функции $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ заданы. Далее будем для простоты считать, что функции $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ заданными постоянными.

Известно (см., например, [1, 4]), что прямая задача (1)-(4), (9) в случае слоистой среды связана следующей задачей для уравнения Гельмгольца с параметром:

$$U_{xx} + \omega^2 \tilde{B}^2(x, \omega) U = 0, \quad (12)$$

$$U_x(0, \omega) = h(\omega), \quad U_x - i\tilde{B}\omega U \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad (13)$$

$$[U]_{x=a_m} = [\mu U_x]_{x=a_m} = 0, \quad m=1, \dots, k. \quad (14)$$

Здесь $U(x, \omega)$, $h(\omega)$ – образы Фурье соответственно функций u и H :

$$U(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\omega t} dt, \quad h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t) e^{-i\omega t} dt,$$

$$\tilde{B}(x, \omega) = \frac{\sqrt{(1 + \rho_l(x) / \rho_s(x)) b(x) - i\omega}}{c(x) \sqrt{b(x) - i\omega}}.$$

Дополнительная информация (10) для обратной задачи A_μ^1 определения коэффициента $\mu(x)$ будет соответствовать равенству

$$\Phi(\omega) = i\omega U(0, \omega), \quad \omega \in \Omega \quad (15)$$

Таким образом, решение обратной задачи A_μ^1 связано с решением следующей задачи.

Обратная задача A_μ^2 . Определить коэффициент $\mu(x)$ вида (5)-(8) уравнения (12), если относительно решения задачи (12)-(14) известна информация (15).

Введем следующее

Определение. Обратную задачу A_μ^2 об определении функции $\mu(x)$ вида (5) по дополнительной информации (10) в рамках гипотезы (11) назовем k -слойной.

Если это не оговорено особо, всюду в дальнейшем будем рассматривать k -слойную задачу.

Теорема. Пусть выполнены равенства (11), полином $g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + \dots + g_k^{(k)}z^k$ не имеет корней в круге $|z| \leq 1$ и образ Фурье $h(\omega)$ функции $H(t)$ не обращается в нуль для $\omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi/\tau] \subset \Omega$. Тогда для построенной по решению задачи (12)-(14) функции $F_k(z)$ справедливы формулы

$$F_k^{(m)}(0) = m! \left[2\gamma_m \prod_{p=1}^{m-1} (1 - \gamma_p^2) - \sum_{p=1}^{m-1} \frac{h_p^m}{(m-p)!} F_k^{(m-p)}(0) \right]. \quad (16)$$

Причем коэффициенты γ_m , h_p^m вычисляются формулами

$$\gamma_m = \frac{\lambda_m^-}{\lambda_m^+} = -\frac{\mu_{m+1} - \mu_m}{\mu_{m+1} + \mu_m}, \quad m = 1, \dots, k; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} h_p^m &= h_{m-1}^m h_{m-p-1}^{m-1} + h_p^{m-1}, \quad p = 0, \dots, m-2, m = 2, \dots, k \\ h_{m-1}^m &= -\gamma_m, \quad m = 2, \dots, k \\ h_0^1 &= h_m^m = 0, \quad m = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (18)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М: Наука, 1980.
2. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. М: Наука, 1984
3. Алексеев А. С. Обратные динамические задачи сейсмоки // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофиз. данных. М.: Наука, 1967. С. 9-84.
4. Гласко В. Б., Тихонов А. Н., Тихонравов А. В. О синтезе многослойных покрытий// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1974. Т. 14. № 1. С. 135—144.
5. Лаврентьев М.М. Обратная задача для волнового уравнения с кусочно-постоянным коэффициентом // СМЖ, 1992, Т. 33, No. 3, с. 101-111.
6. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. New York: Nova Science Publishers Inc., 1995. 192p.
7. Имомназаров Х. Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб.ЖИМ. 2001. т.IV, №2(8). С.154-165.
8. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Рахмонов Т.Т., Янгибоев З.Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавк. матем. журн., 2013, том 15, No. 2, с. 45–57.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЕ

¹Давлатов Ж.Э.

¹davlatov.2023@mail.ru

Совместный Белорусско-Узбекский межотраслевой институт прикладных технических квалификаций в городе Ташкенте, Узбекистан

Аннотация. Рассматривается задача Коши для одной нелинейной системы обыкновенных уравнений возникающей в двухфазной среде. Получена формула решения данной задачи Коши в виде нелинейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода.

Значительное количество математических постановок различных задач естествознания обладает свойством пространственной локальности, т.е. наиболее важные изменения изучаемых характеристик сосредоточены в весьма ограниченной области пространства. При этом, как правило, определяющие динамические уравнения с частными производными заданы во всем пространстве, а соответствующие им краевые условия фактически определяют асимптотику искомых решений на бесконечности. Такие задачи возникают например, в гидродинамике [1], физики плазмы [2], лазерной физики [3] и других областях естествознания. Например, когда пространственная локальность порождается аксиальной симметрией постановки, т.е. при использовании цилиндрических координат ярко выражено убывание решений по радиальному направлению. Аналогичные ситуации возникают в задачах геофизики при изучении около скважинного пространства. При численном моделировании такого сорта явлений, как правило, демонстрирует первостепенную значимость поведения функций на оси (например, эффекты типа самофокусировки или самоканалирования; см. [3] и цитированную там литературу). Однако для вычисления аксиальных характеристик приходится проводить расчеты “полных” задач, т.е. в достаточно большой области изменения радиальной переменной по сравнению с характерными масштабами процесса [4].

В настоящем докладе рассматривается нахождение аксиальных решений задач из области моделирования двухжидкостных сред. Основой для моделирования служит система гидродинамических уравнений для двухжидкостной среды [5, 6]. Если искать одномерное решение $u(t, x) = U(t)x$, $\tilde{u}(t, x) = \tilde{U}(t)x$ системы уравнений двухфазной среды в диссипативном случае, когда диссипации происходят только на аналоге коэффициента Дарси. Также предполагается, что давление является функцией времени [7]. В этом случае амплитуды $U(t)$ и $\tilde{U}(t)$ удовлетворяют нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений [8, 9]:

$$U' + U^2 = -b(U - \tilde{U}), \quad \tilde{U}' + \tilde{U}^2 = \varepsilon b(U - \tilde{U}), \quad (1)$$

где b и ε -- положительные постоянные.

Далее рассмотрим для системы ОДУ (1) задачу Коши со следующими начальными данными

$$U(0)=U_0, \quad \tilde{U}(0)=\tilde{U}_0. \quad (2)$$

Решение задачи Коши (1), (2) эквивалентно системе нелинейных Вольтерровых уравнений второго рода

$$U(t) = \frac{\varepsilon U_0 + \tilde{U}_0}{1 + \varepsilon} - \frac{1}{1 + \varepsilon} \int_0^t (\varepsilon U^2(\tau) + \tilde{U}^2(\tau)) d\tau + \frac{U_0 - \tilde{U}_0}{1 + \varepsilon} e^{-(1+\varepsilon)bt - \int_0^t (U(\tau) + \tilde{U}(\tau)) d\tau},$$

$$\tilde{U}(t) = \frac{\varepsilon U_0 + \tilde{U}_0}{1 + \varepsilon} - \frac{1}{1 + \varepsilon} \int_0^t (\varepsilon U^2(\tau) + \tilde{U}^2(\tau)) d\tau - \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} (U_0 - \tilde{U}_0) e^{-(1+\varepsilon)bt - \int_0^t (U(\tau) + \tilde{U}(\tau)) d\tau}.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. -М.: Наука, 1986.
2. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982.
3. Боровский А.В., Галкин А.Л. Лазерная физика. М.: ИЗДАТ, 1996.4. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент, 2012, 212 с.
4. Имомназаров Х.Х., Эркинова Д.А. Аксиальное решение системы типа Хопфа // Тезисы междунар. научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий». – Нукус, 2-3 мая 2023, т. 1, с. 267-269.
5. Нигматулин Р.И. Название: Динамика многофазных сред. Издательство: М.: Наука, 1987
6. Блохин А.М., Доровский В.Н. Проблемы математического моделирования в теории многоскоростного континуума. Новосибирск: Изд-во ОИГТМ СО РАН, 1994. 183 с.
7. В. И, Синай Я. Г. Новые результаты в математической и статистической гидродинамике // Успехи математических наук, 2000, том 55, выпуск 4(334), страницы 25-58.
8. Турдиев У.К., Имомназаров Х.Х. Система уравнений типа Римана, возникающая в двухжидкостной среде // Тезисы Межд. конф. «Обратные и некорректные задачи» 2-4 октября 2019 г. Самарканд, Узбекистан, с. 119-120.
9. Эркинова Д.А., Имомназаров Б.Х., Имомназаров Х.Х. Одномерная система уравнений типа Хопфа // Региональная научно-практ. конф. «ТОГУ-Старт: фундаментальные и прикладные исследования молодых», 12-16 апреля 2021 г., Хабаровск, с. 61-69.

ОБ ОДНОЙ ТРЕХМЕРНЫЙ АНАЛОГ ЗАДАЧИ ГЕЛЛЕРСТЕДТА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ПАРАБОЛО- ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Иброхимов Х.К. Лутфиллаев Н.Ф.

xusniddin571@mail.ru

Наманганский инженерно-строительный институт

Аннотация. В данной работе исследуется трехмерный аналог задачи Геллерстедта для смешанного параболо-гиперболического уравнения с разрывными условиями склеивания в R^3 . Доказана единственность и существование решения поставленной задачи.

Теория уравнений смешанного типа, основоположником которой является Ф. Трикоми, в настоящее время превратилась в один из интенсивно развивающихся разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Число работ, посвященных исследованиям различных краевых задач для уравнений смешанного типа достаточно велико, один из таких задач является задача Трикоми для эллипτικο-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве, которое с помощью метода интегрального преобразования Фурье впервые исследована А.В.Бицадзе [1]. Затем появились ряд работ А.М.Нахушева, А.М.Ежова, С.П.Пулькина, С.М.Пономарева, где рассматривались краевые задачи для уравнений эллипτικο-гиперболического типа в бесконечной цилиндрической области. Краевые задачи для смешанных уравнений параболо - гиперболического типа в трехмерном пространстве, используя интегральные преобразования рассматривались в работах Т.Д.Джураева, А.Сопуева [2].

В бесконечной призмаобразной области Ω^1 , трехмерного евклидова пространстве переменных (x, y, z) , ограниченной поверхностью $S = \sum_{n=1}^7 S_n$, где

$$\begin{aligned} S_1 : x=0, \quad 0 \leq y \leq h, \quad z \in R, \quad S_2 : x=1, \quad 0 \leq y \leq h, \quad z \in R, \quad S_3 : x+y=0, \quad z \in R, \\ S_4 : x+y=\varepsilon_1, \quad 0 \leq \varepsilon_1 \leq 1, \quad z \in R, \quad S_5 : x-y=\varepsilon_1, \quad z \in R, \\ S_6 : x-y=1, \quad z \in R, \quad S_7 : y=h, \quad h>0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad z \in R, \end{aligned}$$

рассмотрим уравнения

$$0 = \begin{cases} U_y - U_{xx} - U_{zz} + \mu_1^2 U, & \text{при } y > 0, \\ U_{yy} - U_{xx} - U_{zz} + \mu_2^2 U, & \text{при } y < 0, \end{cases} \quad \mu_i^2 = \text{const}, \quad i=1,2. \quad (1)$$

Пусть

$$\begin{aligned} \Omega_1 = \Omega^1 \cap (y > 0), \quad \Omega_2^1 = \Omega^1 \cap \{(x, y, z), \quad 0 < x < \varepsilon_1, \quad y < 0, \quad z \in R\}, \\ \Omega_3^1 = \Omega^1 \cap \{(x, y, z), \quad \varepsilon_1 < x < 1, \quad y < 0, \quad z \in R\}, \quad D^1 = \Omega^1 \cap (z = 0), \\ D_1 = \Omega_1 \cap (z = 0), \quad D_n^1 = \Omega_n^1 \cap (z = 0), \quad n=2,3, \quad \sigma_n = S_n \cap (z = 0), \quad n=1,7, \\ \overline{I_0} = \overline{\Omega_1} \cap \overline{\Omega_2^1}, \quad \overline{J_1} = \overline{\Omega_1} \cap \overline{\Omega_3^1}, \quad j_n = J_n \cap (z = 0), \quad n=0,1, \quad j_n = \overline{j_0} \cap \overline{j_1}. \end{aligned}$$

Задача G_α . Найти регулярное в области $\Omega^1 \setminus (y=0)$ решение уравнения (1) обладающее следующими свойствами:

- 1)
$$U(x, y, z) \in C\left(\overline{\Omega}_1 \cup \overline{\Omega}_2^1 \cup \overline{\Omega}_3^1\right) \cap C^1\left[\left(\Omega_1 \cup J_0 \cup J_1\right) \cup \left(\Omega_2^1 \cup J_0\right) \cup \left(\Omega_3^1 \cup J_1\right)\right] \cap C^2\left(\Omega_1 \cup \Omega_2^1 \cup \Omega_3^1\right);$$
- 2) $U(x, y, z)$ удовлетворяет краевым условиям

$$\begin{cases} U|_{S_1} = \Phi_1(y, z), & U|_{S_2} = \Phi_2(y, z), \\ U|_{S_3} = \Psi_1(x, z), & U|_{S_5} = \Psi_2(x, z), \quad z \in R, \end{cases} \quad (2)$$

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} U(x, y, z) = \lim_{z \rightarrow \pm\infty} U_z(x, y, z) = 0. \quad (3)$$
- 3) функции $U(x, y, z)$ и $U_y(x, y, z)$ удовлетворяет условиям склеивания

$$U(x, -0, z) = \alpha U(x, +0, z),$$

$$U_y(x, -0, z) = \beta_k(x) U_y(x, +0, z) + \gamma_k(x) U(x, +0, z) + P_k(x, z),$$

$$\alpha = \text{const} > 0, \quad \lim_{z \rightarrow \pm\infty} P_k(x, z) = 0, \quad (x, z) \in J_k, \quad k = 0, 1,$$

Решение задачи G_α следуя идеи А.В.Бицадзе [1], решение поставленной задачи будем искать в классе интегралов Фурье.

Отметим, что аналогичная задачи исследована в работах [3-5].

Единственность решений задачи G_α доказывается, используя принцип максимума для параболических и гиперболических уравнений получением априорных оценок искомых решений. Существование решения задачи G_α эквивалентным образом сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, разрешимость которого следует из единственности решения задачи G_α .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бицадзе А.В. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми // Сибир. мат. журн. 1962. Т.3. С.642-644.
2. Джураев Т.Д., Сопуев А. Об одной пространственной задаче для уравнения, смешанного параболо - гиперболического типа // Дифф. уравн. Минск. 1981. Т.17. № 1. С. 50-57.
3. Джураев Т.Д., Сопуев А., Апаков Ю.П. Краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения с характеристической линией изменения тип // В кн. Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Институт математика АН УзССР. Ташкент: Фан. 1987. С.56-65.
4. Джураев Т.Д., Апаков Ю.П. Задача Геллерстедта для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве // Дифференциальные уравнения. 1990. 26-том, №3. С. 438-448.
5. Апаков Ю.П., Иброхимов Х.К. Трехмерный аналог задачи Трикоми для уравнения смешанного параболо-гиперболического уравнения // Вестник НамГУ, 2021. № 5. С. 39-48.

3-SHO‘BA. ALGEBRA VA GEOMETRIYA

BIR PALLALI GIPERBOLOIDNING URINMA TEKISLIGI

Ahmatov R. A.¹, Sultonov Sh.Y.²

¹rustamaxmatov708@gmail.com, ²Mathanalysis95@gmail.com

^{1,2}Shahrisabz davlat pedagogika institute

Annotatsiya. Ushbu tezisda bir pallali giperboloidning urinma tekislik bilan o‘zaro vaziyati haqida tegishli xossa keltirilgan va isbotlangan.

Bizga F bir pallali giperboloid va l to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin.

Teorema. Agar l to‘g‘ri chiziq F bir pallali giperboloidni ikkita turli haqiqiy nuqtalarda kesib o‘tsa, u holda F sirtga l to‘g‘ri chiziqdan o‘tuvchi ikkita haqiqiy urinma tekislik o‘tkazish mumkin.

Δ Bizga F bir pallali giperboloid tenglamasi berilgan bo‘lsin[1]. Ya‘ni,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1. \quad (1)$$

Shu bilan birga giperboloidning ikkita urinma tekisligi berilgan bo‘lib, u quyidagi tenglamalar bilan ifodalangan bo‘lsin[1]:

$$\begin{cases} \frac{x \cdot x_1}{a^2} + \frac{y \cdot y_1}{b^2} - \frac{z \cdot z_1}{c^2} = 1 \\ \frac{x \cdot x_2}{a^2} + \frac{y \cdot y_2}{b^2} - \frac{z \cdot z_2}{c^2} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Ushbu tekisliklarning normal vektorlari

$$\vec{n}_1 = \left(\frac{x_1}{a^2}, \frac{y_1}{b^2}, -\frac{z_1}{c^2} \right), \quad \vec{n}_2 = \left(\frac{x_2}{a^2}, \frac{y_2}{b^2}, -\frac{z_2}{c^2} \right) \quad (3)$$

bo‘lishi ma‘lum[1],[2].

Endi, normal vektorlarning vektor ko‘paytmasini topamiz [3]. Ya‘ni,

$$\vec{m} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{x_1}{a^2} & \frac{y_1}{b^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & \frac{y_2}{b^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} \frac{y_1}{b^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{y_2}{b^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & \frac{y_1}{b^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & \frac{y_2}{b^2} \end{vmatrix}$$

Vektor ko‘paytmadan $\vec{m}$ -vektor hosil bo‘ldi, bu vektor ikkita tekislikning kesishishidan hosil bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori hisoblanadi.

Endi tekisliklarni qaysi nuqtalarda kesishganini topib olamiz.

$$\begin{cases} \frac{x_1}{a^2} \cdot x + \frac{y_1}{b^2} \cdot y - \frac{z_1}{c^2} \cdot z - 1 = 0 \\ \frac{x_2}{a^2} \cdot x + \frac{y_2}{b^2} \cdot y - \frac{z_2}{c^2} \cdot z - 1 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$\forall z = z_0$ deb tanlab olib, (4) sistemadan $x = x_0, y = y_0$ yechimlarini topamiz va shu yechim nuqtalaradan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini kanonik tenglamasini tuzamiz va undan parametrik ko‘rinishga o‘tamiz.

$$\frac{x-x_0}{\begin{vmatrix} \frac{y_1}{b^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{y_2}{b^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix}} = \frac{y-y_0}{\begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix}} = \frac{z-z_0}{\begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & \frac{y_1}{b^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & \frac{y_2}{b^2} \end{vmatrix}} \quad (5)$$

$$k = \begin{vmatrix} \frac{y_1}{b^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{y_2}{b^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix}; \quad l = -\begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & -\frac{z_1}{c^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & -\frac{z_2}{c^2} \end{vmatrix}; \quad p = \begin{vmatrix} \frac{x_1}{a^2} & \frac{y_1}{b^2} \\ \frac{x_2}{a^2} & \frac{y_2}{b^2} \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x = x_0 + k \cdot t, \\ y = y_0 + l \cdot t, \\ z = z_0 + p \cdot t \end{cases} \quad (7)$$

to'g'ri chiziq tenglamasini giperboloid tenglamasiga qo'yamiz.

$$\frac{(x_0 + k \cdot t)^2}{a^2} + \frac{(y_0 + l \cdot t)^2}{b^2} - \frac{(z_0 + p \cdot t)^2}{c^2} = 1 \quad (8)$$

To'g'ri chiziq giperboloidni ikkita kesib o'tishi uchun (8) tenglik ikkita haqiqiy qiymatga ega bo'lishi kerak. Bu tenglikni soddalashtirib,

$$A \cdot t^2 + B \cdot t + D = 0 \quad (9)$$

tenglamaga kelimiz. Bu yerda,

$$A = \left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{l^2}{b^2} - \frac{p^2}{c^2} \right); \quad B = \left(\frac{2x_0k}{a^2} - \frac{2y_0l}{b^2} - \frac{2z_0p}{c^2} \right); \quad D = \left(\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} - \frac{z_0^2}{c^2} - 1 \right). \quad (10)$$

Oxirgi munosabatdan $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ desak, $D=0$ bo'ladi va shundan (9) tenglama quyidagicha ko'rinishni oladi.

$$A \cdot t^2 + B \cdot t = 0 \Rightarrow t(A \cdot t + B) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 \Rightarrow t_2 = -\frac{B}{A} \quad (11)$$

Bu esa, berilgan to'g'ri chiziq giperboloidni ikkita haqiqiy nuqtalarda kesib o'tishini bildiradi. Δ

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. N.D.Dodajonov, M.SH.Jo'rayeva. "Geometriya" 1-qism, Toshkent. «O'qituvchi», 1996 y.
2. X.X.Nazarov, X.O.OchilovYe.G.Podgornova "Geometriyadan masalalar to'plami" Toshkent. «O'qituvchi» 1993, 1997.
3. Baxvalov S, B va boshq. "Analitik geometriyadan masalalar to'plami".T.: Univeritet, 2006. 200 b.
4. Introduction to Calculus, Volume I,II, by J.H. Heinbockel Emeritus Professor of Mathematics Old Dominion University, Copyright 2012.

GIPERBOLANING QO'SHMA DIAMETRLARI UCHUN MASALA

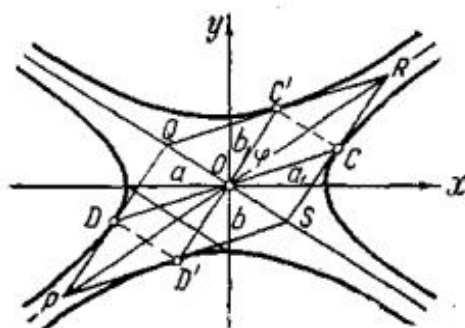
Ahmatov R.A.¹, Sultonov Sh.Y.²

¹rustamaxmatov708@gmail.com, ²Mathanalysis95@gmail.com

^{1,2}Shahrisabz davlat pedagogika instituti

Annotatsiya. Ushbu tezisda giperboloidning qo'shma yarim diametrlarida yasalgan parallelogramni yuzini topish masalasi yarim o'qlarda yasalgan to'g'ri to'rtburchak yuziga nisabat qaralgan.

Bizga giperbola tenglamasi va uning qo'shma diametrlari berilgan bo'lsin[1]-[3]. (rasmdagidek).



Bizga dastlab giperbolaning qo'shma yarim diametrlarida yasalgan COC' uchburchakning yuzini topish masalasi qo'yilgan bo'lsin. Agar bu yuzasini S deb faraz qilsak,

$$S = \pm \frac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1) \quad (1)$$

bo'ladi, chunki uchburchakning uchlari $O(0,0)$, $C(x_1, y_1)$, $C'(x_2, y_2)$ nuqtalardan o'tadi. Shuning uchun bu uchburchakning yuzini

$$S = \frac{ab}{2} \left(\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} \right) \quad (2)$$

kabi ifodalashga haqlimiz. Shuningdek, $C(x_1, y_1)$ nuqta giperbolaga tegishli ekanligidan

$$S = \frac{ab}{2} \quad (3)$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Boshqa tomonda, qo'shma diametrlar orasidagi burchakni φ deb belgilasak, COC' uchburchakning yuzi

$$S = \frac{a_1 b_1}{2} \sin \varphi \quad (4)$$

bo'ladi va demak,

$$S = \frac{a_1 b_1}{2} \sin \varphi = \frac{1}{2} ab \quad (5)$$

Yoki,

$$a_1 b_1 \sin \varphi = ab. \quad (6)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglikning chap tomoni $COC'R$ parallelogramning yuzini, o'ng tomoni esa, giperbolaning yarim o'qlarida yasalgan to'g'ri to'rtburchak yuzini ifodalaydi.

Oxirgi tenglikni, har ikki tomonini 4 ga ko'paytiramiz:

$$4a_1 b_1 \sin \varphi = 4ab. \quad (7)$$

Shunday qilib, biz quyidagi natijani olamiz:

Teorema. *Giperbolaning qo'shma diametrlarida yasalgan parallelogramning yuzi uning o'qlarida yasalgan to'g'ri to'rtburchakning yuziga tengdir.*

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. N.D.Dodajonov, M.SH.Jo'rayeva. "Geometriya" 1-qism, Toshkent. «O'qituvchi», 1996 y.
2. X.X.Nazarov, X.O.Ochilov, Ye.G.Podgornova "Geometriyadan masalalar to'plami" Toshkent. «O'qituvchi» 1993, 1997.
3. Introduction to Calculus, Volume I,II, by J.H. Heinbockel Emeritus Professor of Mathematics Old Dominion University, Copyright 2012.

CHIZIQLI FORMA HAQIDA BIR TEOREMA

Ediyev Sh.O.¹, Sultonov Sh.Y.²

¹oybekochelov3@gmail.com, ²Mathanalysis95@gmail.com

^{1,2} Shahrizabz davlat pedagogika instituti

Annotatsiya. Ushbu tezisda n -o'lchovli vektor fazodan olingan vektorni vektor argumentli funksiya orqali o'zining birinchi koordinatasiga mos qo'yuvchi funksional uchun uchun bir teorema isbotlangan.

Ta'rif. Agar vektor argumentli $f(\vec{x})$ skalyar funksiya quyidagi ikki shartni qanoatlantirsa, u chiziqli funksiya deyiladi [1]-[2]-[3].

$$1^0. \quad \forall \vec{x}, \vec{y} \in V \text{ uchun } f(\vec{x} + \vec{y}) = f(\vec{x}) + f(\vec{y}),$$

$$2^0. \quad \forall \vec{x} \in V \text{ va } \forall \lambda \in R \text{ uchun } f(\lambda \vec{x}) = \lambda f(\vec{x}).$$

Bizga $\vec{x}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in V_n$ va $\vec{y}(y_1, y_2, \dots, y_n) \in V_n$ vektorlar berilgan bo'lib, $f(\vec{x})$ funksional V_n fazodan olingan ixtiyoriy vektorga uning birinchi koordinatasini mos qo'ysin. Ya'ni, $f(\vec{x}) = x_1$.

Endi, ixtiyoriy $\vec{x}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in V_n$ va $\vec{y}(y_1, y_2, \dots, y_n) \in V_n$ vektorlar uchun chiziqlilikning

$$1^0. \quad f(\vec{x} + \vec{y}) = f(\vec{x}) + f(\vec{y}),$$

$$2^0. \quad f(\lambda \vec{x}) = \lambda f(\vec{x}).$$

shartlarini ta'rifga va masalani qo'yilishiga ko'ra tekshirsak,

$$1. \quad f(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n) = x_1 + y_1;$$

$$f(x_1) = x_1, f(y_1) = y_1;$$

Demak,

$$f(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n) = x_1 + y_1 = f(x_1) + f(y_1).$$

$$2. \quad f(\lambda \vec{x}) = f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda x_1;$$

$$f(x_1) = x_1;$$

Demak,

$$f(\lambda \vec{x}) = f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda x_1 = \lambda f(x_1).$$

Ma'lum bo'ldiki, $f(\vec{x})$ funksiya $\vec{x}$ vektor uchun chiziqlilikning shartlarini bajarar ekan. Shunday qilib, biz quyidagi teoreмага kelamiz.

Teorema. V_n vektor fazodan olingan $\forall \vec{x}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektor uchun $f(\vec{x}) = x_1$ munosabat o'rinli bo'lsa, u holda $f(\vec{x})$ funksiya $\vec{x}$ vektorning chiziqli funksiyasi bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. N.D.Dodajonov, M.SH.Jo'rayeva. "Geometriya" 1-qism, Toshkent. «O'qituvchi», 1996 y.
2. X.X.Nazarov, X.O.Ochilov, Ye.G.Podgornova "Geometriyadan masalalar to'plami" Toshkent. «O'qituvchi» 1993, 1997.
3. Sh.A.Ayupov, B.A.Umirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov "Algebra va sonlar nazariyasi" Toshkent-2019.

$\mathfrak{S}(m)$ FUNKSIYANING BA'ZI QIYMATLARI UCHUN BAHOLAR

Erdonov B.X.¹, Imamov O.Sh.².

bekmurod.erdonov@mail.ru¹, oybekimamov000@gmail.ru²

^{1,2}Termiz davlat universiteti

Butun sonlarning har bir $m, q > 0$ juftligi uchun

$$C_q(m) = \sum_{d|(m,q)} d\mu(q/d)$$

va

$$\mathfrak{S}(m) = \sum_{q=1}^{\infty} \left\{ \prod_{j=1}^3 C_q(b_j) \right\} C_q(m) (\varphi(q))^{-3}.$$

bo'lsin. Bu yerda (m, q) – m, q ning eng katta umumiy bo'luvchisini, $\mu(n)$ -Muyobus funksiyasi va $\varphi(q)$ -esa Eyler funksiyasini bildiradi[1]. U holda quyidagi teorema o'rinli:

Teorema. *Yoki $\mathfrak{S}(1) > \frac{1}{2}$ yoki $\mathfrak{S}(2) > \frac{1}{2}$.*

Isbot. Har bir fiksirlangan m uchun $C_q(m)$ q bo'yicha tuzilgan multiplikativ funksiyadir. Bundan tashqari, har bir p tub soni va manfiy bo'lmagan butun l uchun,

$$C_{p^l}(m) = \begin{cases} p^{l-1}(p-1), & \text{agar } l \leq k, \\ -p^{l-1}, & \text{agar } l = k+1, \\ 0, & \text{agar } l > k+1 \end{cases}$$

bo'lishini tekshirish oson[2]. Bu yerda k – m ning kanonik yoyilmasidagi p ning ko'rsatkichi.

Shunday qilib, $q = \prod_{p|q} p^l$ bo'lganda

$$\mathfrak{S}(m) = \prod_p \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \prod_{j=1}^3 C_{p^l}(b_j) \right\} C_{p^l}(m) (\varphi(p^l))^{-3}$$

va $(b_1, b_2, b_3) = 1$ bo'lganda

$$\mathfrak{S}(m) = \prod_p \chi(p)$$

ni olamiz, bu yerda

$$\chi(p) = 1 + \left\{ \prod_{j=1}^3 C_p(b_j) \right\} C_p(m) (\varphi(p))^{-3}.$$

Bunda

$$C_p(m) = \sum_{d|(m,p)} d\mu(p/d) = \begin{cases} p-1, & \text{agar } p|m, \\ -1, & \text{agar } (m, p) = 1. \end{cases}$$

ekanligidan quyidagilarni olishimiz mumkin.

a) Agar b_1, b_2, b_3, m lardan bittasi p ga bo'linasa,

$$\chi(p) = 1 + \left\{ \prod_{j=1}^3 C_p(b_j) \right\} C_p(m) (\varphi(p))^{-3} = 1 + (p-1)(-1)(-1)(-1)(p-1)^{-3} = 1 - (p-1)^{-2}.$$

b) Agar b_1, b_2, b_3, m lardan ikkitasi p ga bo'linasa,

$$\chi(p) = 1 + (p-1)^2(-1)(-1)(p-1)^{-3} = 1 + (p-1)^{-1}.$$

c) Agar b_1, b_2, b_3, m lardan uchitasi (b_i larning ikkitasi va m) p ga bo'linasa,

$$\chi(p) = 1 + (p-1)^3(-1)(p-1)^{-3} = 1 + (-1) = 0.$$

d) Agar b_1, b_2, b_3, m lardan hech biri p ga bo'linmasa,

$$\chi(p) = 1 + \left\{ \prod_{j=1}^3 C_p(b_j) \right\} C_p(m) (\varphi(p))^{-3} = 1 + (-1)(-1)(-1)(-1)(p-1)^{-3} = 1 + (p-1)^{-3}.$$

Shunday qilib, b_1, b_2, b_3 dan faqat bittasi juft bo'lgan hollar tashqari[3]

$$\mathfrak{S}(1) > \prod_{p>2} \{1 - (p-1)^{-2}\} > \prod_p (1 - p^{-2}) > \frac{1}{2}.$$

Ammo, agar b_1, b_2, b_3 dan faqat bittasi juft bo'lsa, u holda $\mathfrak{S}(2) > \frac{1}{2}$ va bu teoremani isbotlaydi[3].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Allakov I. Sonlar nazariyasidan misol va masalalar. –T. Innovatsion rivojlanish nashriyot matbaa uyi. 2020. 348b.
2. Allakov I. Sonlar nazariyasining ba'zi bir additiv masalalarini analitik usullar bilan yechish. Monografiya. -Toshkent, «Ta'lim» 2012, 200bet
3. Safarov A.Sh. Sonlar nazariyasining additiv masalalari (o'quv qo'llanma) TerDU nashr-matbaa markazi nashriyoti 2022. 142 bet

SOME PROPERTIES OF NETWORKS

¹Fayziyev J.A., ²Nurmanov M.Sh.

¹j.fazyiyev@tsue.uz, ²marufphd@mail.ru

¹Department of applied mathematics, ²Tashkent state university of economics

Abstract. In this paper, we investigate the following: (1) the product of cs -networks is cs -network, the product of cs^* -networks is cs^* -network, the image of cs -network by sequence-covering map is cs -network, the image of cs^* -network by 1-sequence-covering map is cs^* -network, the product of k -networks is a k -network, the image of k -network by compact-covering map is a k -network.

1. INTRODUCTION

To determine preserving topological properties of topological spaces by product and continuous map is one of the central questions of general topology. The networks (cs , cs^* , k) are characterized by important properties of topological spaces. Some properties of networks (cs , cs^* , k) and of covering maps (sequence,

1-sequence, compact) are discussed in [1, 3-12].

2. MAIN RESULTS

Let X be a T_1 topological space and $\mathcal{P} = \{P_\alpha : P \subset X\}$ be a family with $x \in \bigcap P_\alpha$.

Definition 2.1. [12]. A sequence $\{x_n\}$ in X is called eventually in P if $\{x_n\}$ converges to x , and there exists $m \in \mathbb{N}$ such that $\{x\} \cup \{x_n : n \geq m\} \subset P$.

Definition 2.2. [12]. The family $\mathcal{P}$ is called a network at point $x \in X$ if for each neighborhood of x there exists $P \in \mathcal{P}$ such that $P \subset U$.

Definition 2.3. [12]. The family $\mathcal{P}$ is called a cs-network at point $x \in X$ if for any sequence $\{x_n\}$ converging to x and a neighborhood U of x , there exists $P \in \mathcal{P}$ such that $P \subset U$ and $\{x_n\}$ is eventually in P .

Definition 2.4. [12]. The family $\mathcal{P}$ is called a cs^* -network at a point $x \in X$ if whenever $\{x_n\}$ is a sequence converging to a point $x \in U$ with U open in X , then $\{x_{n_i} : i \in \mathbb{N}\} \subset P \subset U$ for some subsequence $\{x_{n_i}\}$ of $\{x_n\}$ and some $P \in \mathcal{P}$.

Proposition 2.5. If the families $\mathcal{P}$ and $\mathcal{T}$ are cs-networks respectively at points $x \in X$ and $y \in Y$, then the family $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is cs-network too at point $(x, y) \in X \times Y$.

Proof. Let G be a neighborhood of point (x, y) and $\{x_n\}, \{y_n\}$ are some sequences converging to points x and y respectively. It is easy to see that there exist neighborhoods U, V of points x and y respectively, such that $U \times V \subset G$. Moreover, there exist $P \in \mathcal{P}, T \in \mathcal{T}$ and $n_0 \in \mathbb{N}, m_0 \in \mathbb{N}$ that $\{x_n\} \subset P \subset U$ and $\{y_k\} \subset T \subset V$ for each $n > n_0, k > m_0$. We take $m = \max(n_0, m_0)$, then $\{(x_n, y_n)\} \subset P \times T \subset G$ for each $n > m$. Hence, $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is cs-network at point (x, y) .

Corollary 2.6. The families $\mathcal{P}_i, i = \overline{1, n}$ are cs-networks at points $x_i \in X_i$ respectively, then their product $\prod_{i=1}^n \mathcal{P}_i$ is a cs-network too at point $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \prod_{i=1}^n X_i$.

Example 2.7. Let $X = [-3, 3]$ be space. It is easy to see the family $\mathcal{P} = \{\cup(1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n})\}$ is a cs-network at point $x = 1$ and $\mathcal{T} = \{\cup(2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n})\}$ is a cs-network at point $y = 2$, where $n \in \mathbb{N}$. For each neighborhood G of point $A(x, y)$ we take $r = \min_{B \in \partial G} \{d(A, B)\}$, where d is metric in X . Next we take $U = (1 - \frac{r}{3}, 1 + \frac{r}{3})$, $V = (2 - \frac{r}{3}, 2 + \frac{r}{3})$, then $U \times V \subset G$. We can find $n_0 \in \mathbb{N}$ such that for $P = (1 - \frac{1}{n_0}, 1 + \frac{1}{n_0})$, $T = (2 - \frac{1}{n_0}, 2 + \frac{1}{n_0})$ this attitude $P \times T \subset U \times V \subset G$ is understandable. Therefore, $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is a cs-network too.

Proposition 2.8. If the families $\mathcal{P}$ and $\mathcal{T}$ are cs^* -networks respectively at points $x \in X, y \in Y$ then a family $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is cs^* -network too at point $(x, y) \in X \times Y$.

Proof. In this case again let G be a neighborhood of point (x, y) and $\{x_n\}$ and $\{y_n\}$ are some sequences converging to points x and y respectively and is known

there exists neighborhoods U, V of points x and y respectively, such that $U \times V \subset G$. Moreover, by definition of cs^* -network there exist $P \in \mathcal{P}$, $T \in \mathcal{T}$ and subsequences $\{x_{n_i} : i \in N\}$ and $\{y_{n_j} : j \in N\}$ of sequences $\{x_n\}$ and $\{y_n\}$ respectively, such that $\{x_{n_i} : i \in N\} \subset P \subset U$ and $\{y_{n_j} : j \in N\} \subset T \subset V$. Afterward we re-numbered subsequences and we have $\{(x_{n_k}, y_{n_k}) : k \in N\} \subset P \times T \subset G$. Hence, $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is a cs^* -network at the point (x, y) and we have proved the proposition 2.8.

Corollary 2.9. The families $\mathcal{P}_i, i = \overline{1, n}$ are cs^* -networks respectively at points $x_i \in X_i$, then their product $\prod_{i=1}^n \mathcal{P}_i$ is a cs^* -network at the point $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \prod_{i=1}^n X_i$.

Definition 2.10. [8]. Let $f : X \rightarrow Y$ be a map continuous and onto

(1) f is a *sequence-covering map* if each convergent sequence (includes its limit point) of Y is the image of some convergent sequence of X .

(2) f is a *1-sequence-covering map* if for each $y \in Y$, there is $x \in f^{-1}(y)$ such that whenever $\{y_n\}$ is a sequence converging to y in Y there is sequence $\{x_n\}$ converging to x in X with each $x_n \in f^{-1}(y_n)$.

Remark 2.11. *1-sequence-covering map* $\Rightarrow$ *sequence-covering map*.

Proposition 2.12. If $f : X \rightarrow Y$ is sequence-covering map and $\mathcal{P}$ is a cs -network at point $x_0 \in X$, then $f(\mathcal{P}) = \{f(P) : P \in \mathcal{P}\}$ is a cs -network at the point $y_0 = f(x_0)$.

Proof. By definition of continuous map for each neighborhood V of point y_0 there exists a neighborhood U of point x_0 such that $f(U) \subset V$. Since the family $\mathcal{P}$ is cs -network at the point x_0 , there exists $P \in \mathcal{P}$ such that $P \subset U$. Therefore, there exists $T = f(P) \in f(\mathcal{P})$ such that $T \subset V$. Now we will show that for each sequence $\{y_n\}$ converging to y_0 there is $m \in N$ such that $\{y_n\} \subset T$ for every $n > m$. We have that f is sequence-covering map, so the sequence $\{y_n\}$ is the image of some sequence $\{x_n\}$ of X converging to x_0 . Then there exists $m \in N$ such that $\{x_n\} \subset P$ for every $n > m$, so $\{f(x_n)\} = \{y_n\} \subset f(P) = T$ for every $n > m$. So $f(\mathcal{P})$ is cs -network at point y_0 .

Proposition 2.13. If $f : X \rightarrow Y$ 1-sequence converging map and $\mathcal{P}$ is a cs^* -network at point $x_0 \in X$, then $f(\mathcal{P}) = \{f(P) : P \in \mathcal{P}\}$ is cs^* -network at point $y_0 = f(x_0)$.

Proof. Us sufficient show that for every sequence $\{y_n\}$ converging to point $y_0 \in V$ with V open in Y there exists subsequence $\{y_{n_i} : i \in N\}$ and $T \in f(\mathcal{P})$ such that $\{y_{n_i} : i \in N\} \subset T \subset V$. We have that f is 1-sequence converging map. Therefore, there exist $z_0 \in f^{-1}(y_0)$ and $x_n \in f^{-1}(y_n)$ such that $\{x_n\}$ is a converging sequence to z_0 . We assume that $x_0 \neq z_0$. Then $f(x_n) = y_n$ is not converging to y_0 , because, f is a continuous map, so $x_0 = z_0$. In addition, $\mathcal{P}$ is a cs^* -network at a point x_0 , so there exists subsequence $\{x_{n_i} : i \in N\}$ of $\{x_n\}$ and $P \in \mathcal{P}$ such that $\{x_{n_i}\} \subset P$, therefore, $\{f(x_{n_i}) = y_{n_i}\} \subset \{y_n\} \subset f(P) = T$. Hence, $f(\mathcal{P}) = \{f(P) : P \in \mathcal{P}\}$ is cs^* -network at the point y_0 .

Definition 2.14. [8]. $\mathcal{P}$ is called k -network if whenever $K \subset U$ with K compact and U open in X , then $K \subset \bigcup \mathcal{P}' \subset U$ for some finite $\mathcal{P}' \subset \mathcal{P}$.

Let $f : X \rightarrow Y$ be a map continuous and onto.

Definition 2.15. [8]. The map f is called compact-covering map if each compact subset of Y is the image of some compact subset of X .

Proposition 2.16. If the families $\mathcal{P}$ and $\mathcal{T}$ are k -networks respectively in X and Y , then the family $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is k -network in $X \times Y$.

Proof. Let K be a compact subset of $X \times Y$ and $K \subset U$ with U open in $X \times Y$. We denote by K_1 and K_2 the projects of K to X and Y respectively. It is easy to see K_1 and K_2 are compact subsets of X and Y respectively. Let be $K_1 \subset U_1$ and $K_2 \subset U_2$, for some open subsets U_1, U_2 . We have that $\mathcal{P}$ and $\mathcal{T}$ are k -networks. So there exist finite subfamilies $\mathcal{P}' = \{P_i : P_i \in \mathcal{P}, i = \overline{1, n}\}$ and $\mathcal{T}' = \{T_j : T_j \in \mathcal{T}, j = \overline{1, m}\}$ of $\mathcal{P}$ and $\mathcal{T}$ respectively such that $K_1 \subset \{\bigcup_{i=1}^n P_i\} \subset U_1$ and $K_2 \subset \{\bigcup_{j=1}^m T_j\} \subset U_2$. Then it is easy

to see $K \subset (K_1 \times K_2) \cap U \subset (\{\bigcup_{i=1}^n P_i\} \times \{\bigcup_{j=1}^m T_j\}) \cap U \subset (U_1 \times U_2) \cap U \subset U$. As you know, $\{\bigcup_{i=1}^n P_i\} \times \{\bigcup_{j=1}^m T_j\} = \bigcup_{i=1}^n \bigcup_{j=1}^m P_i \times T_j$, where $P_i \times T_j \in \mathcal{P} \times \mathcal{T}$. Hence, $\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ is k -network in $X \times Y$ too.

Corollary 2.17. The families $\mathcal{P}_i, i = \overline{1, n}$ are k -networks respectively in X_i then their product $\prod_{i=1}^n \mathcal{P}_i$ is k -network in $\prod_{i=1}^n X_i$.

Proposition 2.18. If $f : X \rightarrow Y$ is compact-covering map and $\mathcal{P}$ is a k -network in X , then $f(\mathcal{P}) = \{f(P) : P \in \mathcal{P}\}$ is k -network in Y .

Proof. Let be F is compact and V is open with $F \subset V$. By definition of compact-covering map there exists compact subset K of X such that $f(K) = F$. We have that f is continuous map so $f^{-1}(V)$ is open in X and $K \subset f^{-1}(V)$. Otherwise, $\mathcal{P}$ is a k -network so there exists finite $\mathcal{P}' \subset \mathcal{P}$ such that $K \subset \bigcup \mathcal{P}' \subset f^{-1}(V)$. Thus implies $F \subset f(\bigcup \mathcal{P}') = \bigcup f(\mathcal{P}') \subset V$. Therefore, $f(\mathcal{P})$ is k -network in Y .

REFERENCES

1. Arhangel'skii A. V., Mappings and spaces / A. V. Arhangel'skii // Russian Math. Surveys 21, 1966, no. 4. – P. 115–162.
2. Engelking, R. General topology / R. Engelking. – Moscow : MIR, 1986.

A DESCRIPTION OF ELEMENTS OF THE ORTHOGONAL GROUP OF THE TWO-DIMENSIONAL BILINEAR-METRIC SPACE WITH THE FORM $x_1y_1 + 23x_2y_2$ OVER THE FIELD OF RATIONAL NUMBERS

¹Gafurova U. , ²Khadjiev D.

¹gumida26@gmail.com, ²khdjavvat@gmail.com

^{1,2}National University of Uzbekistan

Let Q be the field of rational numbers, Q^2 be the 2-dimensional vector space over Q . For $x = (x_1, x_2) \in Q^2$ and $y = (y_1, y_2) \in Q^2$ put $\phi(x, y) = x_1y_1 + 23x_2y_2$. Consider two-dimensional bilinear-metric space Q^2 with the bilinear form $\phi(x, y)$.

Definition 1. A mapping $F: Q^2 \rightarrow Q^2$ is called ϕ -orthogonal if $\phi(Fx, Fy) = \phi(x, y), \forall x, y \in Q^2$.

Denote the set of all ϕ -orthogonal transformations of Q^2 by $O(\phi, Q^2)$.

Proposition 1. Every ϕ -orthogonal transformation of Q^2 is linear.

Proposition 1 implies that every ϕ -orthogonal transformation of Q^2 has a matrix form.

Proposition 2. Let $A \in O(\phi, Q)$. Then $\det(A) = 1$ or $\det(A) = -1$.

$O(\phi, Q^2)$ is a group with respect to the multiplication operation of matrices. Put $SO(\phi, Q^2) = \{g \in O(\phi, Q^2) \mid \det(g) = 1\}$. $SO(\phi, Q^2)$ is a subgroup of the group $O(\phi, Q^2)$.

Let $a = (a_1, a_2) \in Q^2$. Denote by $\Psi(a)$ the matrix of the form: $\begin{pmatrix} a_1 & -23a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}$. Put

$$SM(2, Q) = \{\Psi(a) \mid a_1^2 + 23a_2^2 = 1\}.$$

Theorem 1. Equality $SO(\phi, Q^2) = SM(2, Q)$ holds. Put $W = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. It is easy to see that $W \in O(\phi, Q^2)$. Denote by $W \cdot SO(\phi, Q^2)$ the set of all matrices $W \cdot A$, where $A \in SO(\phi, Q^2)$.

Proposition 3. Following equality holds: $O(\phi, Q^2) = SO(\phi, Q^2) \cup W \cdot SO(\phi, Q^2)$.

Theorem 1 and Proposition 3 imply that a completely description of all ϕ -orthogonal transformations of Q^2 reduced to a description of all pairs (x, y) of rational numbers x, y such that $x^2 + 23y^2 = 1$.

The answer to this problem is given in the following theorem.

Theorem 2.

- (1). There is not exists an element (x, y) such that $x = 0$ and $x^2 + 23y^2 = 1$.
- (2). There exists only two pairs $(x, y) \in Q^2$ such that $y = 0$ and $x^2 + 23y^2 = 1$. They are $(1, 0)$ and $(-1, 0)$.

(3). If a vector (x, y) is a solution of the equation $x^2 + 23y^2 = 1$, then following vectors $(-x, y)$, $(x, -y)$, $(-x, -y)$ are also solutions of the equation $x^2 + 23y^2 = 1$.

(4). Assume that $(x, y) \in Q^2$ such that $y \neq 0$ and $x^2 + 23y^2 = 1$. Then there exists $r \in Q$, such that $r \neq 0$ and the following equalities hold

$$x = \frac{23-r^2}{23+r^2}, y = -\frac{2r}{23+r^2}.$$

Conversely, assume that $r \in Q$, $r \neq 0$, and $(x, y) \in Q^2$ such that the above equalities hold. Then $y \neq 0$ and the equality $x^2 + 23y^2 = 1$ holds.

Put $I_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ and $I_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. The description of elements of the group

$SO(\phi, Q^2)$ as follows:

Theorem 3. (1). $I_1 \in SO(\phi, Q^2)$ and $I_2 \in SO(\phi, Q^2)$.

(2). Let $A \in SO(\phi, Q^2)$ such that $A \neq I_1$ and $A \neq I_2$. Then there exists $r \in Q, r \neq 0$ such

that $A = \begin{pmatrix} \frac{23-r^2}{23+r^2} & \frac{46r}{23+r^2} \\ -\frac{2r}{23+r^2} & \frac{23-r^2}{23+r^2} \end{pmatrix}$. Conversely, every matrix A of the such form is an

element of $SO(\phi, Q^2)$ for an arbitrary $r \in Q, r \neq 0$, and $A \neq I_1, A \neq I_2, \forall A \in SO(\phi, Q^2)$.

The description of elements of the group $O(\phi, Q^2)$ as follows:

Theorem 4.

$$O(\phi, Q^2) = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{23-r^2}{23+r^2} & \frac{46r}{23+r^2} \\ -\frac{2r}{23+r^2} & \frac{23-r^2}{23+r^2} \end{pmatrix}, r \in Q, r \neq 0 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} \frac{23-r^2}{23+r^2} & \frac{46r}{23+r^2} \\ \frac{2r}{23+r^2} & -\frac{23-r^2}{23+r^2} \end{pmatrix}, r \in Q, r \neq 0 \right\} \cup \{I_1, I_2\}.$$

REFERENCES

1. Khadjiev D., Ayupov Sh., Beshimov G., Complete systems of invariants of m-tuples for fundamental groups of the two-dimensional Euclidean space, Uzbek Mathematical Journal, 2020, № 1, 71-98 p.
2. D.Khadjiev, G.R.Beshimov, Invariants of sequences for the group $O\{2, p, Q\}$ of a two-dimensional bi-linear-metric space over a field of rational numbers, Journal: Results of Science and Technology, A series of modern Mathematics and its applications, Thematic Reviews, 2021, volume 197, 46-55 p. (Russian journal)

$USp(2n, \mathbb{C})$ GRUPPA TA'SIRIGA NISBATAN YO'LLARNING EKVIVALENTLIGI MASALASI

Jo'raboyev S.S.

saidaxbor.juraboyev@mail.ru

Farg'ona davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda $2n$ -o'lchovli kompleks fazolarda berilgan yo'llarning unitar-simplektik grupp ta'siriga nisbatan ekvivalentlik masalasi o'rganilgan.

Aytaylik, $\mathbb{H}^n$ n -o'lchovli kvaternion vektor fazo bo'lsin. V orqali $\mathbb{H}^n$ fazoning komplekslashtirishdan hosil qilingan vektor fazoni belgilaymiz. Shunindek, V fazoning unitar-simplektik almashtirishlar gruppasini $USp(2n, \mathbb{C})$ ko'rinishida [1], $\mathcal{T}$ orqali esa haqiqiy sonlar to'plamidagi ixtiyoriy (a, b) oraliqni belgilaymiz, (bu holda, $a = -\infty$ yoki $b = \infty$ bo'lishi mumkin).

$\mathcal{T}$ oraliqni V fazoga uzluksiz akslantiruvchi $\vec{x}(t) = \{x_i(t)\}_{i=1}^{2n}$ vektor funksiyaning har bir $x_i(t)$ koordinatasi $\mathcal{T}$ oraliqda cheksiz marta differensiallanuvchi funksiyaning ifodalasa, $\vec{x}(t)$ vektor funksiya $\mathcal{T}$ -yo'l deyiladi, [2]. $\vec{x}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'lning r -tartibli hosilasi deb, $(x_1^{(r)}(t), \dots, x_n^{(r)}(t))$ koordinatali vektor funksiya aytiladi va $\vec{x}^{(r)}(t)$ ko'rinishida belgilanadi. Tabiiyki, $\vec{x}^{(r)}(t)$ funksiya ham har bir $r = 1, 2, \dots$ qiymatlar uchun $\mathcal{T}$ -yo'lni ifodalaydi.

Agar barcha $t \in \mathcal{T}$ uchun $\vec{x}^{(1)}(t) = (\vec{x}(t))' \neq 0$ munosabat o'rinli bo'lsa, $\vec{x}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'l *regulyar* deyiladi.

Quyida har qanday $\vec{x}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'l uchun $M(\vec{x})(t)$ orqali $(\dot{x}(t), \dot{x}^{(1)}(t), \dots, \dot{x}^{(2n-1)}(t))$ ko'rinishidagi $2n \times 2n$ tartibli matritsani belgilaymiz, bu yerda i -satr $x_i^{(r-1)}$ koordinatalardan iborat, $i = \overline{1, 2n}$, $r = \overline{0, 2n-1}$.

Agar $\det M(\vec{x})(t) \neq 0$ munosabat barcha $t \in \mathcal{T}$ qiymatlarda o'rinli bo'lsa, u holda $\vec{x}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'l *kuchli regulyar* deyiladi. Aniqki, har qanday kuchli regulyar $\mathcal{T}$ -yo'l regulyar bo'ladi, lekin aksinchasi o'rinli emas. Quyida faqat kuchli regulyar yo'llar qaraladi.

Aytaylik, G gruppasi $GL(2n, \mathbb{C})$ gruppaning ixtiyoriy qism gruppasi bo'lsin. G gruppaning ixtiyoriy elementini V fazoga ta'sirini $(g, \vec{x}) \rightarrow \vec{x}g$ ko'rinishida aniqlaymiz, bu yerda $\vec{x} \in X$.

Ta'rif. Agar ikki $\vec{x}(t)$ va $\vec{y}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'llar uchun shunday $g \in G$ element mavjud bo'lib, $\vec{y}(t) = \vec{x}(t)g$ tenglik barcha $t \in \mathcal{T}$ uchun o'rinli bo'lsa, $\vec{x}(t)$ va $\vec{y}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'llar G -ekvivalent deyiladi va $\vec{x}(t) \overset{G}{\sim} \vec{y}(t)$ ko'rinishida belgilanadi, [3].

Ta'rifdan ko'rinib turibdiki, agar $\vec{x}(t) \overset{G}{\sim} \vec{y}(t)$ bo'lsa, barcha $t \in \mathcal{T}$ uchun $\vec{x}^{(r)}(t) \overset{G}{\sim} \vec{y}^{(r)}(t)$ munosabat ham o'rinli bo'lishi kelib chiqadi. Bundan G -ekvivalent $\vec{x}(t)$ va $\vec{y}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'llar uchun $M(\vec{y})(t) = M(\vec{x})(t)g$ tenglikni ham o'rinli bo'lishi kelib chiqadi.

V fazoda berilgan $\vec{x}(t)$ va $\vec{y}(t)$ $\mathcal{T}$ -yo'llarni G -ekvivalent bo'lishini zaruriy va yetarli shartlarini topish masalasi $\mathcal{T}$ -yo'llar uchun *ekvivalentlik*

masalasi deyiladi. Quyida ushbu masalani $G = USp(2n, \mathbb{C})$ bo'lgan hol uchun o'rganamiz.

V vektor fazo va $G = USp(2n, \mathbb{C})$ gruppasi berilgan bo'lsin. Bu holda, $M(\bar{x})(t)$, $M(\bar{y})(t)$ orqali mos holda $\{x_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{2n}$ va $\{y_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{2n}$ matritsaviy funksiyalarni belgilaymiz. Ma'lumki, ixtiyoriy $\bar{x}(t)$ kuchli regulyar $\mathcal{I}$ —yo'l uchun $\det[M(\bar{x})(t)] \neq 0$ shart barcha $t \in \mathcal{I}$ qiymatlarda o'rinli bo'ladi. Shuningdek, agar $\bar{x}(t) \sim^G \bar{y}(t)$ bo'lsa, shunday $g \in USp(2n, \mathbb{C})$ topiladiki ular uchun $\bar{y}(t) = \bar{x}(t)g$ tenglik yoki $M(\bar{y})(t) = M(\bar{x})(t)g$ tengliklar o'rinli bo'ladi. Ushbu belgilashlar yordamida quyidagi teoremani keltiramiz:

Teorema. $G = USp(2n, \mathbb{C})$ bo'lsin. U holda, ikki kuchli regulyar $\bar{x}(t)$ va $\bar{y}(t)$ $\mathcal{I}$ —yo'llar G —ekvivalent bo'lishi uchun quyidagi shartlarni bajarilishi zarur va yetarli:

- i) $M'(\bar{x})(t)[M(\bar{x})(t)]^{-1} = M'(\bar{y})(t)[M(\bar{y})(t)]^{-1}$;
- ii) $M(\bar{x})(t)[\bar{M}(\bar{x})(t)]^T = M(\bar{y})(t)[\bar{M}(\bar{y})(t)]^T$;
- iii) $M(\bar{x})(t)I[M(\bar{x})(t)]^T = M(\bar{y})(t)I[M(\bar{y})(t)]^T$;
- iv) $\det M(\bar{x})(t) = \det M(\bar{y})(t)$

bu yerda, $[\bar{M}(\bar{x})(t)]^T = M(\bar{x})(t)$ matritsani kompleks qo'shmasini transponirlangani, I esa $\begin{pmatrix} \Theta & E \\ -E & \Theta \end{pmatrix}$ ko'rinishidagi $2n$ -tartibli kvadrat matritsani ifodalaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Шевалле К., *Теория групп ли.* —Государственной издательство ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ. Москва 1948.
2. Хаджиев Дж. Приложение теории инвариантов к дифференциальной геометрии кривых. — Ташкент: ФАН. 1988. 136 с.
3. Муминов К.К., Чилин В.И. *Эквивалентность кривых в конечномерных пространствах.* LAP LAMBERT Academic Publishing. Deutschland (Германия). 2015.
4. Muminov K.K and Juraboyev S.S, *The system of d-generators of d-skew field of Sp(n)-invariant d-rational functions* // International Journal of Applied Mathematics—35(6), — (2022) — pp.903-921
5. Muminov K.K and Jurabayev S.S, *Equivalence of Paths under the Action of the Real Representation of Sp(n)* // Journal of Applied Mathematics and Physics—10, (2022), —pp.1837-1858.
6. Juraboyev S.S, *The problem of describing the generators of a differential field of invariant differential rational functions with respect to the action*

of the group of real representations of symplectic transformations in a quaternion space.// Bull. Inst. Math–5(3), (2022) – pp.151-165.

7. Juraboyev S.S *Equivalence of Paths with respect to the Action of the Group Complex Representation of $Sp(n)$* / Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics:international scientific conference–September 23-24, 2022 y. Samarkand, p.95-96.

HOMOTOPIC PROPERTY OF SPACE OF THE PERMUTATION DEGREE

Sadullaev A.K.

anvars1997@mail.ru

Kimyo International University in Tashkent

Abstract. *In this thesis it is studied that homotopically equivalence relation is preserved under the functor SP_G^n . Consequently, it is showed that contractible property of a topological space is also preserved under the functor SP_G^n .*

A permutation group S is the group of all permutations (i.s. one-one and onto mappings $S \rightarrow S$). A permutation group of a set X is usually denoted by $S(X)$. If $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, then $S(X)$ is denoted by S_n , as well.

Let X^n be the n -th power of a compact X . A subgroup G of the permutation group S_n of all permutations, acts on the n -th power X^n as permutation of coordinates. The set of all orbits of this action with quotient topology we denote by $SP_G^n X$ [1]. Thus, points of the space $SP_G^n X$ are finite subsets (equivalence classes) of the product X^n . Thus two points $(x_1, x_2, \dots, x_n), (y_1, y_2, \dots, y_n) \in X^n$ are considered to be equivalent if there is a permutation $\sigma \in G \subseteq S_n$ such that $y_i = x_{\sigma(i)}$. The space $SP_G^n X$ is called the G -permutation degree of a space X . Equivalent relation by which we obtained space $SP_G^n X$ is called the symmetric equivalence relation. The G -th permutation degree is always a quotient of X^n . Thus, the quotient map is denoted by as following:

$$\pi_{n,G}^s : X^n \rightarrow SP_G^n X .$$

Where for every $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X^n$, $\pi_{n,G}^s((x_1, x_2, \dots, x_n)) = [(x_1, x_2, \dots, x_n)]_G$ is an orbit of the point $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X^n$.

For every map $f : X \rightarrow Y$ a mapping $SP_G^n f : SP_G^n X \rightarrow SP_G^n Y$ is defined [1] by the formula $SP_G^n f \left([(x_1, x_2, \dots, x_n)]_G \right) = \left[(f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) \right]_G$.

Two continuous maps $f, g : X \rightarrow Y$ are said to be homotopic if there is a continuous map $F : X \times [0, 1] \rightarrow Y$ such that $F(x, 0) = f(x)$ and $F(x, 1) = g(x)$

for all $x \in X$. The map F is called a homotopy between f and g and we write $f \simeq g$ [2].

A continuous map $f: X \rightarrow Y$ is said to be a homotopy equivalence, if there exists a continuous map $g: Y \rightarrow X$ such that the compositions $f \circ g$ and $g \circ f$ are homotopic to the identity maps on X and Y , respectively. Two topological spaces X and Y is said to be homotopically equivalent (in symbol, $X \simeq Y$) if there exists a homotopy equivalence $f: X \rightarrow Y$. A space X is said to be contractible if it is homotopy equivalent to a point [2].

Theorem. *If the spaces X and Y are homotopically equivalent, then the spaces $SP_G^n X$ and $SP_G^n Y$ are also homotopically equivalent.*

Corollary. *If a topological space X is contractible, then so is $SP_G^n X$.*

REFERENCES

1. V.V. Fedorchuk, V.V. Filippov, Topology of hyperspaces and its applications. Moscow: Mathematica, cybernetica. 4 (1989) - 48 p.
2. C. Kosniowski, A first course in algebraic topology, Cambridge University Press 1980.

ω -YOPIQ TO'PLAMLARI GIPERFAZOSI.

Toshbuvayev B.M.¹, Abdubannopova O.A.²

¹toshbuvayevboburmirzo@gmail.com, ²abdubannopovao@gmail.com¹

^{1,2}Farg'ona davlat Universiteti

Annotatsiya: *Ushbu ishda eksponensial fazo uchun qism fazosi tuzilib uning ω -yopiq bo'lish hossalari o'rganilgan.*

Aytaylik X - topologik T_1 - fazo bo'lsin. X fazoning barcha bo'sh bo'lmagan yopiq qism to'plamlar oilasini $\exp X$ ko'rinishda belgilaylik. Quyidagi ko'rinishdagi barcha to'plamlar $\exp X$ to'plamda topologiya bazasini tashkil etadi⁴:

$$O\langle U_1, \dots, U_n \rangle = \left\{ F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^n U_i, F \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n \right\},$$

bu yerda $U_1, \dots, U_n$ lar - X fazodagi ochiq to'plamlar ketma-ketligi. Yuqoridagi baza orqali $\exp X$ da kiritilgan topologiya Vietoris topologiyasi deyiladi. $\exp X$ to'plam esa Vietoris topologiyasi bilan birgalikda X fazoning eksponensial fazosi yoki giperfazosi deyiladi. [2]

1-ta'rif. X topologik fazoning biror A qism to'plami uchun $\forall B \subset A$, $|B| \leq \omega$, $[B] \subset A$ bo'lsa, A qism to'plami ω -yopiq deyiladi.[2]

Eslatma: ω -yopiqlikdan yopiqlik kelib chiqmaydi.

1-misol. $X = R$ to'plamda quyidagi topologiyani qaraylik.

$$\tau = \{U : U \subset R \mid |R \setminus U| \leq \omega_0\} \cup \{\emptyset\}$$

(X, τ) topologik fazoning A qism to'plami sifatida irratsional sonlar to'plamini olsak, u yopiq emas. Lekin ixtiyoriy M - irratsional sonlar to'plamining sanoqli qismi bo'lib $|M| \leq \omega_0$. Bunda $[M] = M$ ekanligi kelib chiqadi. Chunki $V = R \setminus M$ tenglik o'rinli va $|M| = |R \setminus V| \leq \omega_0$ munosabatdan V ning ochiq to'plam ekanligi kelib chiqadi. Demak M yopiq to'plam.

Bundan ko'rinadiki, $[M]$ ham irratsional sonlar to'plamiga qism to'plam bo'ladi. Shunday qilib irratsional sonlar to'plami ω_0 -yopiq. [4]

1-natija. X topologik fazo berigan bo'lsin. Agar $A \subset X$ ω -yopiq bo'lsa, quyidagi

$$\Gamma = \{F \in \exp X; F \cap A \neq \emptyset\}$$

fazo ω -yopiq bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Энгелькинг Р. Общая топология. Москва: Мир, 1986. – 752 с.
2. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. Москва, 2014 г.
3. Александров П.С. Мемуар о компактных топологических пространствах М.: Наука.- 1971.- 144 с
4. Beshimov, R. B., & Mamadaliyev, M. N. The weakly density of superextension. *ALEXANDROFF READINGS*, 13.
5. Quvatov Q, Toshbuvayev B.M. On the functor of closed sets of finitely many components. "Problems of Modern Mathematics" 70th anniversary of A.A. Borubaev Июнь 16-19, 2021, Бишкек, Киргизистан.
6. Y. Ge, *Weak forms of open mappings and strong forms of sequence-covering mappings*, *Matematički Vesnik* **59** (2007), 1–8.

KO'PXILLIKDAGI BIR DINAMIK SISTEMANING GEOMETRIYASI

Tursunov B.A.¹, Bozorov M.A.², Рахимов Ф.Р.³

bakbarovich@gmail.com

^{1,2,3}Qarshi davlat Universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda uch o'lchamli Evklid fazosida berilgan bir dinamik sistemaning geometriyasi o'rganilgan, uning orbitasi submersiya hosil qilgan qatlam, silliq ko'pxillikda yotishi ko'rsatilgan.

Differensiallanuvchi akslantirish $f: U \rightarrow V$ ning rangi hamma nuqtalarda maksimal bo'lib, $n > m$ bo'lsa f akslantirishga submersiya deyiladi, bunda U –

R^n dagi, $V - R^m$ dagi ochiq soha. Agar f submersiya bo'lsa, u holda har bir $p \in R^m$ nuqtaning to'la proobrazi R^n da $k = n - m$ o'lchamli qatlamani hosil qiladi.

Masalan, $f : R^2 \rightarrow R^1 : (x, y) \rightarrow \sin x - y$ submersiyada har bir $(c) \in R^1$ nuqtaning to'la proobrazi R^2 da $y = \sin x - c$ tenglama bilan berilgan bir o'lchamli ko'pxillik – sinusoidadan iborat.

Bizga S sirtida yoki R^3 fazoda X silliq vektor maydon (dinamik sistema):

$$\begin{cases} \dot{x} = X_1(x, y, z), \\ \dot{y} = X_2(x, y, z), \\ \dot{z} = X_3(x, y, z) \end{cases}$$

berilgan bo'lsin. Agar $\varphi : (a, b) \rightarrow R^3$ (yoki $\varphi : (a, b) \rightarrow S$) silliq egri chiziq uchun $\varphi'(t) = X(\varphi(t))$ munosabat har bir $t \in (a, b)$ uchun o'rinli bo'lsa, ya'ni φ chiziqning har bir t nuqtasidagi $\varphi'(t)$ urinma vektori vektor maydon X ning shu $p = \varphi(t)$ nuqtadagi vektori $X(p)$ ga teng bo'lsa, u holda φ egri chiziq X vektor maydon uchun integral chiziq, yoki X vektor maydonning p nuqtadan o'tuvchi orbitasi deyiladi.

Dekart koordinatalar sistemasi x, y, z kiritilgan R^3 fazoda

$$\dot{x} = -\lambda y - \frac{xz}{3 + \sqrt{1 - z^2}}, \quad \dot{y} = \lambda x - \frac{yz}{3 + \sqrt{1 - z^2}}, \quad \dot{z} = \sqrt{1 - z^2} \quad (1)$$

dinamik sistema berilgan bo'lsin. $\{(x, y, z) : x(t) = y(t) = 0, z(t) = 1\}$ to'plam muvozanat nuqtalardan iborat bo'lishini tekshirish qiyin emas.

Teorema. (1) dinamik sistemaning $p(x_0, y_0, z_0) \in R^3$ nuqtadan o'tuvchi orbitasi $g(x, y, z) > 6$ bo'lib,

1) $\lambda \in Q$ bo'lsa, aylanaga gomeomorf chiziqdan;

2) $\lambda \in I = R \setminus Q$ bo'lsa, to'g'ri chiziqqa gomeomorf silliq chiziqdan;

3) $g(x, y, z) = 6$ bo'lsa, aylanadan iborat, bunda

$$g : R^3 \rightarrow R^1 : (x, y, z) \rightarrow \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 9}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

4) $f(x, y, z) = 6$ bo'lsa, orbita

$$f : R^3 \rightarrow R^1 : (x, y, z) \rightarrow \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 8}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

submersiya hosil qilgan qatlamda (torda) yotadi.

5) Agar (1) dinamik sistemada $\dot{z} = 0$, ya'ni $z = z_0 = \text{const}$, $z_0 \in (0, 1)$ bo'lsa, u holda integral chiziq $z - z_0 = 0$ tekislikda yotuvchi spiraldan iborat.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Detlef Cromoll, Gerard Walschap. Metric foliations and curvature. Basel-Boston-Berlin. 2009.

2. Бураго Ю.Д., Залгаллер В.А. Введение в риманову геометрию. СПб.: Наука, 1994. 318стр.
3. Катанаев М.О. Геометрические методы в математической физике. Москва, Наука, 2013.
4. Нарманов А.Я., Турсунов Б.А. О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга. УзМЖ 2017, №2, стр.76-83.

TABBYI TARTIBLANGAN LIE ALGEBRALARDAN OLINADIGAN 9-O'LCHOVLI FILIFORM LEIBNIZ ALGEBRALARINING KO'PAYTIRISH JADVALI

Tursunov D.M.

dilbektursunov096@gmail.com

Samarqand davlat universiteti

Annaotatsiya. Ushbu tezisdagi biz 9 o'lchovli filiform Leybnits algebralarining ko'paytirish jadvalini ko'rib chiqamiz.

Filiform Leybnits algebrasi tushunchasi [1] da kiritilgan

Ta'rif 1. $\mathbb{F}$ maydon ustida aniqlangan L algebraning ixtiyoriy x, y, z elementlari uchun quyidagi Leybnits ayniyati bajarilsa,

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

L algebra Leybnits algebrasi deyiladi, bu yerda $[-, -]$ - L algebrada aniqlangan ko'paytirish amali.

[2]. J.L.Loday Li algebrasining umumlashtirilishini kiritdi va uni Leybnits algebrasi deb atadi.

Ta'rif 2. L Leibniz algebrasi filiform deyiladi agar $\dim L^i = n - i$, bu yerda $n = \dim L$ va $2 \leq i \leq n$, ($\dim L$ - L algebra o'lchmi)

TLeib_{n+1} ning ko'paytirish jadvali quyidagicha.

$$\text{TLeib}_{n+1} = \begin{cases} [e_i, e_0] = e_{i+1} & 1 \leq i \leq n-1 \\ [e_0, e_i] = -e_{i+1} & 2 \leq i \leq n-1 \\ [e_0, e_0] = b_{0,0}e_n \\ [e_0, e_1] = -e_2 + b_{0,1}e_n \\ [e_1, e_1] = b_{1,1}e_n, \\ [e_i, e_j] = a_{i,j}^1 e_{i+j+1} + \dots + a_{i,j}^{n-(i+j+1)} e_{n-1} + b_{i,j}e_n, & 1 \leq i < j \leq n-1 \\ [e_i, e_j] = -[e_j, e_i] & 1 \leq i < j \leq n-1 \\ [e_i, e_{n-i}] = -[e_{n-i}, e_i] = (-1)^i b_{i,n-i}e_n & 1 \leq i \leq n-1 \end{cases}$$

Bu yerda $a_{i,j}^k, b_{i,j} \in \mathbb{C}$ ($\mathbb{C}$ - kompleks sonlar to'plami) agar n juft son bo'las, $b_{i,n-i} = 0$, $1 \leq i \leq n-1$

TLb₉ ning ko'paytirish jadvali quyidagicha

$$TLb_9 = \begin{cases} [e_i, e_0] = e_{i+1} & 1 \leq i \leq 7 \\ [e_0, e_i] = -e_{i+1} & 2 \leq i \leq 7 \\ [e_0, e_0] = b_{0,0}e_8 \\ [e_0, e_1] = -e_2 + b_{0,1}e_8 \\ [e_1, e_1] = b_{1,1}e_8, \\ [e_1, e_2] = -[e_2, e_1] = a_{1,2}^1e_4 + a_{1,2}^2e_5 + a_{1,2}^3e_6 + a_{1,2}^4e_7 + b_{1,2}e_8 \\ [e_1, e_3] = -[e_3, e_1] = a_{1,3}^1e_5 + a_{1,3}^2e_6 + a_{1,3}^3e_7 + b_{1,3}e_8 \\ [e_1, e_4] = -[e_4, e_1] = a_{1,4}^1e_6 + a_{1,4}^2e_7 + b_{1,4}e_8 \\ [e_1, e_5] = -[e_5, e_1] = a_{1,5}^1e_7 + b_{1,5}e_8 \\ [e_1, e_6] = -[e_6, e_1] = b_{1,6}e_8 \\ [e_2, e_3] = -[e_3, e_2] = a_{2,3}^1e_6 + a_{2,3}^2e_7 + b_{2,3}e_8 \\ [e_2, e_4] = -[e_4, e_2] = a_{2,4}^2e_7 + b_{2,4}e_8 \\ [e_2, e_5] = -[e_5, e_2] = b_{2,5}e_8 \\ [e_3, e_4] = -[e_4, e_3] = b_{3,4}e_8 \end{cases}$$

Bu yerda $a_{i,j}^k, b_{i,j} \in \mathcal{C}$, ($\mathcal{C}$ – kompleks sonlar to'plami)

TLeib₉ da berilmagan ko'paytmalar 0 ga teng.

TLeib₉ ning izmorfizm mezonini keltirish uchun quyidagilarni Leybnits ayniyatiga tekshirib chiqamiz.

$$\begin{aligned} &1)\{e_0, e_1, e_2\}, \quad 2)\{e_0, e_1, e_3\}, \quad 3)\{e_0, e_1, e_4\}, \quad 4)\{e_0, e_1, e_5\}, \\ &5)\{e_0, e_2, e_3\}, 6)\{e_0, e_2, e_4\}, \quad 7)\{e_1, e_2, e_3\}, \end{aligned} \quad (1)$$

(1) ni Leybnits ayniyatiga tekshirib quyidagi natijalarga ega bo'lamiz.

$$a_{1,2}^1 = a_{1,3}^1, a_{1,2}^2 = a_{1,3}^2, a_{1,2}^3 = a_{1,3}^3, a_{1,2}^4 = b_{1,3}, a_{1,3}^1 = a_{2,3}^1 + a_{1,4}^1,$$

$$a_{1,3}^2 = a_{2,3}^2 + a_{1,4}^2, a_{1,3}^3 = b_{2,3} + b_{1,4}, a_{1,4}^1 = a_{2,4}^1 + a_{1,5}^1, a_{1,4}^2 = b_{2,4} + b_{1,5}$$

$$a_{1,5}^1 = b_{2,5} + b_{1,6}, b_{1,7} = 0, b_{2,6} = 0, a_{2,3}^1 = a_{2,4}^1, a_{2,3}^2 = b_{2,4}, a_{2,4}^1 = b_{3,4} + b_{2,5}$$

$$b_{2,6} = b_{3,5} = 0, a_{2,3}^1 b_{1,6} = a_{1,3}^1 b_{2,5} - a_{1,2}^1 b_{3,4}$$

Hosil bo'lgan natijalarni quyidagicha belgilash kiritamiz.

$$b_{0,0} = \alpha_1, b_{0,1} = \alpha_2, b_{1,1} = \alpha_3, a_{1,2}^1 = a_{1,3}^1 = \alpha_4, a_{1,2}^2 = a_{1,3}^2 = \alpha_5,$$

$$a_{1,2}^3 = a_{1,3}^3 = \alpha_6, a_{1,2}^4 = b_{1,3} = \alpha_7, b_{1,2} = \alpha_8, a_{1,4}^1 = \alpha_4 - \alpha_9,$$

$$a_{1,4}^2 = \alpha_5 - \alpha_{10}, b_{1,4} = \alpha_6 - \alpha_{12}, b_{1,5} = \alpha_5 - 2\alpha_{10}, b_{1,6} = \alpha_4 - 3\alpha_9 + \alpha_{11},$$

$$a_{2,3}^1 = a_{2,4}^1 = \alpha_9, a_{2,3}^2 = b_{2,4} = \alpha_{10}, b_{2,3} = \alpha_{12}, b_{3,4} = \alpha_{11} \quad (2)$$

(2) dagi belgilashlarni TLeib₉ ning ko'paytirish jadvaliga qo'yamiz va hosil bo'lgan ko'paytirish jadvali TLeib₉ uchun izomorfizm mezonini deyiladi.

$$TLeib_9 = \begin{cases} [e_i, e_0] = e_{i+1} & 1 \leq i \leq 7 \\ [e_0, e_i] = -e_{i+1} & 2 \leq i \leq 7 \\ [e_0, e_0] = \alpha_1 e_8 \\ [e_0, e_1] = -e_2 + \alpha_2 e_8 \\ [e_1, e_1] = \alpha_3 e_8, \\ [e_1, e_2] = -[e_2, e_1] = \alpha_4 e_4 + \alpha_5 e_5 + \alpha_6 e_6 + \alpha_7 e_7 + \alpha_8 e_8 \\ [e_1, e_3] = -[e_3, e_1] = \alpha_4 e_5 + \alpha_5 e_6 + \alpha_6 e_7 + \alpha_7 e_8 \\ [e_1, e_4] = -[e_4, e_1] = (\alpha_4 - \alpha_9) e_6 + (\alpha_5 - \alpha_{10}) e_7 + (\alpha_6 - \alpha_{12}) e_8 \\ [e_1, e_5] = -[e_5, e_1] = (\alpha_4 - 2\alpha_9) e_7 + (\alpha_5 - 2\alpha_{10}) e_8 \\ [e_1, e_6] = -[e_6, e_1] = (\alpha_4 - 3\alpha_9 + \alpha_{11}) e_8 \\ [e_2, e_3] = -[e_3, e_2] = \alpha_9 e_6 + \alpha_{10} e_7 + \alpha_{12} e_8 \\ [e_2, e_4] = -[e_4, e_2] = \alpha_9 e_7 + \alpha_{10} e_8 \\ [e_2, e_5] = -[e_5, e_2] = (\alpha_9 - \alpha_{11}) e_8 \\ [e_3, e_4] = -[e_4, e_3] = \alpha_{11} e_8 \end{cases}$$

Bu yerda $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12}$ lar kompleks sonlar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ayupov Sh.A., Omirov B.A., On some classes of nilpotent Leibniz algebras, Sibirsk. Mat. Zh. (in Russian), 2001, 42 (1), 18-29 (English translation in Siberian Math. J., 2001, 42(1), 15-24.
2. Loday J.-L., Une version non commutative des algebres de Lie: les algebres de Leibniz, L'Ens. Math., 1993, 39, 269-293.
3. Barnes D.W., On Levi's theorem for Leibniz algebras, Bull. Aust. Math. Soc., 86(2), 2012, 184-185.
4. Rakhimov I.S., Hassan M.A., On Isomorphism criteria for Leibniz central extensions of a linear deformation of n , International Journal of Algebra and Computations, 21(5), (2011), 715-729.

ANTI-DENDRIFORM ALGEBRAS ASSOCIATED WITH NULL-FILIFORM ASSOCIATIVE ALGEBRAS

¹Khudoyberdiyev A.Kh., ²Solijonova Sh.R.

¹khabror@mail.ru, ²Sh.solijonova@mail.ru

¹V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, ²National University of Uzbekistan

Abstract: *Anti-dendriform algebras are characterized as the algebras with two operations whose sum is associative and the negative left and right multiplication operators compose the bimodules of the sum associative algebras, justifying the notion due to the comparison with the corresponding characterization of dendriform algebras. In this paper we present that there is no anti-dendriform algebra associated to null-fliform associative algebras whose dimension is greater than three.*

For an algebra A of an arbitrary variety M , we consider the series

$$A^1 = A, \quad A^{i+1} = \sum_{k=1}^i A^k A^{i+1-k}, \quad i \geq 1.$$

An n -dimensional algebra A is called null-filiform if $\dim A^i = (n+1) - i$.

Theorem 1. [1] *An arbitrary n -dimensional null-filiform associative algebra is isomorphic to the algebra:*

$$\mu_0^n: e_i e_j = e_{i+j}, \quad 1 \leq i, j \leq n,$$

where $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ is a basis of the algebra μ_0^n and we define $e_m = 0$ for all $m > n$.

Notion of anti-dendriform algebras illustrating a new splitting of operations is given in [2] and the authors studied the relationships between them and the related structures such as anti- $\mathcal{O}$ -operators, commutative Connes cocycles on associative algebras, dendriform algebras and Novikov algebras.

Definition. Let A be a vector space with two bilinear operations

$$\triangleright: A \otimes A \rightarrow A, \quad \triangleleft: A \otimes A \rightarrow A$$

The triple $(A, \triangleleft, \triangleright)$ is called an anti-dendriform algebra if the following equations hold:

$$x \triangleright (y \triangleright z) = -(x \cdot y) \triangleright z = -x \triangleleft (y \cdot z) = (x \triangleleft y) \triangleleft z, \quad (1)$$

$$(x \triangleright y) \triangleleft z = x \triangleright (y \triangleleft z), \quad \forall x, y, z \in A, \quad (2)$$

where the bilinear operation $\cdot$ is defined by $x \cdot y = x \triangleright y + x \triangleleft y$.

Example 1. Let $(A, \triangleleft, \triangleright)$ be an 1-dimensional algebra with a basis $\{e\}$. Then $e \triangleleft e = \alpha e$, $e \triangleright e = \beta e$, where $\alpha, \beta \in F$. Then by Eq. (2), we have

$$\alpha^2 e = (-\alpha^2 - \alpha\beta)e = (-\beta^2 - \alpha\beta)e = \beta^2 e.$$

Hence $\alpha = \beta = 0$, that is, any 1-dimensional anti-dendriform algebra is trivial.

For any anti-dendriform algebra $(A, \triangleleft, \triangleright)$ define a bilinear operation $\cdot$ as

$$x \cdot y = x \triangleright y + x \triangleleft y, \quad \forall x, y \in A. \quad (3)$$

then $(A, \cdot)$ is an associative algebra, i.e., any anti-dendriform algebra is an associative admissible. In this case, $(A, \cdot)$ is called the associated associative algebra of anti-dendriform algebra $(A, \triangleleft, \triangleright)$ and anti-dendriform algebra $(A, \triangleleft, \triangleright)$ is called compatible algebra structure on $(A, \cdot)$.

Proposition 1. [2] *Let $(A, \cdot)$ be an associative algebra with a non-zero idempotent e , that is, $e \cdot e = e$. Then there does not exist a compatible anti-dendriform algebra structure on $(A, \cdot)$.*

Proposition 2. [2] *Let $(A, \cdot)$ be 2-dimensional nilpotent associative algebra over the complex field $\mathbb{C}$ with a basis $\{e_1, e_2\}$. Then any 2-dimensional anti-dendriform algebra $(A, \triangleleft, \triangleright)$ is isomorphic to one of the following mutually non-isomorphic algebras (only non-zero products are given):*

(i) $(A, \triangleleft, \triangleright)$ is trivial;

(ii) $e_1 \triangleright e_1 = e_2$;

(iii) $e_1 \triangleleft e_1 = e_2$, $e_1 \triangleright e_1 = \lambda e_2$, where $\lambda \in \mathbb{C}$.

Example 3. Let $(A, \cdot)$ be a 3-dimensional associative algebra with a basis $\{e_1, e_2, e_3\}$ whose nonzero products are given by $e_1 \cdot e_1 = e_2$, $e_1 \cdot e_2 = e_2 \cdot e_1 = e_3$.

By a straightforward computation, $(A, \triangleleft, \triangleright)$ is a compatible anti-dendriform algebra structure on $(A, \cdot)$ with the following non-zero products:

$$e_1 \triangleleft e_1 = \frac{1}{2}e_2 + \gamma e_3, \quad e_1 \triangleright e_1 = \frac{1}{2}e_2 - \gamma e_3, \quad e_1 \triangleleft e_2 = e_2 \triangleright e_1 = 2e_3, \\ e_2 \triangleleft e_1 = e_1 \triangleright e_2 = -e_3. \text{ for any } \gamma \in F.$$

Theorem. Let $(A, \cdot)$ be a n -dimensional algebra over the complex field $\mathbb{C}$ with a basis $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ whose non-zero products are as follows:

$$e_i \cdot e_j = e_{i+j}, \quad 2 \leq i + j \leq n$$

If $n \geq 4$, then there is no compatible anti-dendriform algebra structure on $(A, \cdot)$.

Corollary. Let $(A, \cdot)$ be a infinite dimensional algebra over the complex field $\mathbb{C}$ with a basis $\{e_1, e_2, \dots\}$ whose non-zero products are as follows:

$$e_i \cdot e_j = e_{i+j}, \quad 2 \leq i + j$$

Then there is no compatible anti-dendriform algebra structure on $(A, \cdot)$.

REFERENCES

1. Dekimpe K., Ongenae V., Filiform left-symmetric algebras, *Geometriae Dedicata*, 74(1999), no. 2, 165–199.
2. Dongfang Gao, Guilai Liu, C. Bai, Anti-dendriform algebras, new splitting of operations and Novikov type algebras, *Mathematics*, 2022.

ON THE DESCRIPTION OF LEIBNIZ DIALGEBRAS

¹Khudoyberdiyev A.Kh., ²Azizov M.E.

¹khabror@mail.ru, ²azizovmajidkhan@gmail.com

^{1,2}Institute of mathematics

Annotation: In this work we investigate Leibniz dialgebras and give the complete classification of two dimensional Leibniz dialgebras.

Leibniz algebras are non-commutative analogues of Lie algebras. The identity of the variety of right Leibniz algebras is the condition stating that each operator of right multiplication is a derivation, i.e. [1]:

$$(xy)z = x(yz) + (xz)y.$$

Firstly, J.-L. Loday gives definition of associative dialgebras in [2], which is the vector space A with two bilinear operations “ $\dashv$ ”, “ $\vdash$ ”, which satisfies following identities:

$$(x \dashv y) \vdash z = (x \vdash y) \vdash z, \quad x \dashv (y \vdash z) = x \dashv (y \dashv z), \quad (1)$$

$$(x \vdash y) \vdash z = x \vdash (y \vdash z), \quad (x \dashv y) \dashv z = x \dashv (y \dashv z), \quad (2)$$

$$(x \vdash y) \dashv z = x \vdash (y \dashv z). \quad (3)$$

The notion of dialgebras can be defined for any class of algebras. In [3] Kolesnikov gave the method of construction of dialgebra for any variety of algebras. In [3] assumed that (1) identity must hold for any kind of dialgebras.

Definition 1. A vector spaces A with two “ $\dashv$ ”, “ $\vdash$ ” bilinear operations is said to be a “**0– dialgebra**” if A satisfies the identities (1).

By using the method of Kolesnikov, we find identities of Leibniz dialgebras and it given by following definition.

Definition 2. A 0-dialgebra A is said to be a “**Leibniz dialgebra**” if A satisfies the identities

$$(x \dashv y) \dashv z - (x \dashv z) \dashv y - x \dashv (y \dashv z) = 0, \quad (4)$$

$$(x \vdash y) \dashv z - (x \vdash z) \vdash y - x \vdash (y \dashv z) = 0, \quad (5)$$

$$(x \vdash y) \vdash z - (x \vdash z) \dashv y - x \vdash (y \vdash z) = 0. \quad (6)$$

From (4) it implies that $(A, \dashv)$ is the (right) Leibniz algebra. From this assertion it can be concluded that any Leibniz dialgebra corresponds to certain Leibniz algebra. In this work we consider the description of 2-dimensional Leibniz dialgebras by using the classification of 2-dimensional Leibniz algebras [4].

Theorem 1. [4]. *Up to isomorphism, there exist four families of two dimensional Leibniz algebras over any field:*

$L(1)$: abelian algebra

$L(2)$: $e_1 \dashv e_2 = -e_2 \dashv e_2 = e_1$;

$L(3)$: $e_2 \dashv e_2 = e_1$;

$L(4)$: $e_1 \dashv e_2 = e_1$.

(Omitted products are zero.)

Theorem 2. *Up to isomorphism, there exist one parametric and five non parametric families of two dimensional Leibniz dialgebras over any field F :*

$(L_1(1), \dashv, \vdash)$: $e_1 \vdash e_1 = e_2$;

$(L_1(2), \dashv, \vdash)$: $e_1 \dashv e_2 = e_1$, $e_1 \dashv e_2 = -e_1$, $e_1 \vdash e_2 = e_1$;

$(L_2(2), \dashv, \vdash)$: $e_1 \dashv e_2 = e_1$, $e_1 \dashv e_2 = -e_1$, $e_1 \vdash e_2 = e_1$, $e_2 \vdash e_1 = -e_1$;

$(L_1(3), \dashv, \vdash)$: $e_2 \dashv e_2 = e_1$, $e_2 \vdash e_2 = \delta e_1$, $\forall \delta \in F$;

$(L_1(4), \dashv, \vdash)$: $e_1 \dashv e_2 = e_1$, $e_1 \vdash e_2 = e_1$;

$(L_2(4), \dashv, \vdash)$: $e_1 \dashv e_2 = e_1$, $e_2 \vdash e_1 = -e_1$

(Omitted products are zero).

REFERENCES.

1. J.-L. Loday, *Une version non commutative des alg'ebres de Lie: les alg'ebres de Leibniz*, Enseign. Math., 39 (1993) 269–293.
2. J.-L. Loday, *Dialgebras*, in: *Dialgebras and Related Operads*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1763, pp. 7–66. Springer Verl., Berlin, 2001.
3. P. Kolesnikov, *Varieties of dialgebras and conformal algebras*, Siberian Mathematical Journal, 49(2), pp 257-272.
4. Ayupov Sh., Omirov B., Rakhimov I., *Leibniz Algebras Structure and Classification*, CRC Press, Taylor and Francis Group

On ω -Leibniz algebras

Khudoyberdiyev A.Kh.¹ Rakhmatova Z.A.²

¹khabror@mail.ru, ²rahmatovazohida04@gmail.com

^{1,2}Institute of mathematics

The notion of ω -Lie algebras was introduced by P.Nurowski in [3], as a generalization of Lie algebras. Fundamental results about finite-dimensional ω -Lie algebras were developed by P.Zusmanovich in [1]. Three dimensional non-Lie real ω -Lie algebras were classified in [3] and the classification of complex ω -Lie algebras were obtained in [2]. In this work, we introduce the notion of ω -Leibniz algebras and give some elementary properties of ω -Leibniz algebras. In particular, we investigate some ideals of ω -Leibniz algebras.

An ω -Lie algebra is a vector space L over the field F , equipped with a skew symmetric bracket $[-, -]: L \times L \rightarrow L$ and a bilinear form $\omega: L \times L \rightarrow F$ such that

$$[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, x], y] = \omega(x, y)z + \omega(y, z)x + \omega(z, x)y$$

for all $x, y, z \in L$.

Definition 1. The triple $(L, [-, -], \omega)$ is called an ω -Leibniz algebra if the following condition is satisfied:

$$[[x, y], z] - [[x, z], y] - [x, [y, z]] = \omega(x, y)z - \omega(x, z)y + \omega(y, z)x$$

for all $x, y, z \in L$.

An ω -Leibniz algebra is a Leibniz algebra if and only if the bilinear form $\omega \equiv 0$.

Let L be an ω -Leibniz algebra.

Definition 2. A subspace I of an ω -Leibniz algebra L is called a right (respectively left) ideal of L , if $[I, L] \subset L$ (respectively $[L, I] \subset I$).

Let us denote the right (respectively left) kernel of ω as follows

$$Ker_r \omega = \{x \in L \mid \omega(x, y) = 0, y \in L\},$$

$$Ker_l \omega = \{x \in L \mid \omega(x, y) = 0, y \in L\}.$$

Theorem 1. Let I be a right (respectively left) ideal of an ω -Leibniz algebra L . Then $\omega(I, I) = 0$. If, additionally, I is a right ideal of codimension > 1 , then $I \subseteq Ker_r \omega$.

Corollary 1. A right (respectively left) ideal of an ω -Leibniz algebra is a Leibniz algebra.

REFERENCES

1. P.Zusmanovich. ω -Lie algebras. J. Geom. Phys. 60 (2010), 1028-1044.
2. Y.Chen., C.Liu., R.Zhang. Classification of three dimensional complex ω -Lie algebras. Port. Math. (EMS). 71 (2014), 97-108.
3. P.Nurowski. Deforming a Lie algebra by means of a 2-form. J. Geom. Phys. 57 (2007), 1081-1098.

τ -CHEGARALANGAN FAZOLARNING SUST ZICHLIGI HAQIDA

¹Zaitov Adilbek Atakhanovich, ²Karimov Sardor Yashinovich

¹sunnattaqir@gmail.com ²mr_man89@mail.ru

¹Toshkent arxitektura qurilish universiteti,

²V.I.Romanovski nomidagi Matematika instituti

Annotatsiya. Ushbu ishda τ -chegaralangan fazolarning kuchsiz zichligi hamda lokal kuchsiz zichligiga oid shu kunga qadar ochiq bo'lib kelgan muammolardan bittasiga qarshi misol qurish orqali salbiy javob berilgan. Ish davomida fazo deganda topologik fazo nazarda tutiladi. τ orqali ixtiyoriy (yoki, baribir, ixtiyoriy) kardinal son belgilanadi; ω_0 belgi sanoqli to'plam quvvatini, ω_1 – esa sanoqli bo'lmagan birinchi ordinalning quvvatini anglatadi.

1-ta'rif. X fazoning quvvati τ dan oshmaydigan ixtiyoriy qismining yopilmasi kompakt bo'laversa, u holda X fazoga τ -chegaralangan fazo deyiladi.

2-ta'rif. X fazodagi ochiq to'plamlardan tuzilgan τ ta markazlashgan sistemalarning birlashmasi X fazoda π -baza bo'ladigan $\tau \geq \omega_0$ kardinal sonlarning eng kichigi X topologik fazoning kuchsiz zichligi deyiladi va $wd(X)$ orqali belgilanadi.

Boshqacha aytganda, har bir $\alpha \in A$ uchun $\mathcal{B}_\alpha$ oila X fazoning ochiq to'plamlarining markazlashgan sistemasi bo'lib, $\bigcup_{\alpha \in A} \mathcal{B}_\alpha$ birlashma X fazoda π -baza bo'ladigan $|A| \geq \omega_0$ quvvatlarning eng kichigi X fazoning kuchsiz zichligi deyiladi.

Ta'rifga ko'ra,

$$wd(X) = \min_{\alpha \in A} \left\{ |A| : \bigcup_{\alpha} \mathcal{B}_\alpha \text{ sistema } X \text{ da } \pi\text{-baza bo'lib,} \right.$$

har bir $\alpha \in A$ uchun $\mathcal{B}_\alpha$ ochiq to'plamlarning markazlashgan sistemasi}

3-ta'rif. $x \in X$ nuqtaning ochiq atroflarining kuchsiz zichliklarining eng kichigiga X fazoning x nuqtadagi lokal kuchsiz zichligi deyiladi va $lwd(x, X)$ kabi belgilanadi.

X fazo nuqtalarining lokal kuchsiz zichliklarining aniq yuqori chegarasi X fazoning lokal zichligi deyiladi va $lwd(X)$ kabi belgilanadi.

Demak,

$$lwd(X) = \sup_{x \in X} lwd(x) = \sup\{lwd(x) : x \in X\}.$$

τ -chegaralangan X fazoning lokal kuchsiz zichligi τ ekanligidan X ning kuchsiz zichligi ham τ bo'lishi kelib chiqadimi? – degan savol shu kunga qadar ochiq qolayotgan muammolardan biri edi. Bu savolga javob berish uchun quyidagi misolga murojaat qilindi va salbiy javob olindi. Bayon etilgan savolni quyidagicha qayta ifodalash mumkin.

1-muammo. τ -chegaralangan X fazoda $lwd(X) \leq \tau$ ekanligidan $wd(X) \leq \tau$ kelib chiqadimi?

Quyida qarshi misolni qaraymiz.

1-misol. R^2 tekisligida ushbu ikkita

$$C_i = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 = i\}, \quad i = 1, 2,$$

konsentrik aylanalarni ko‘rib chiqamiz va ularning birlashmasini $X = C_1 \cup C_2$ kabi belgilaymiz; C_1 ning $(0,0)$ nuqtadan boshlab C_2 ga proyeksiyasini p orqali belgilaymiz. X to‘plamda topologiyani aniqlash uchun ushbu atroflar sistemasi qaraladi: $z \in C_1$ uchun $\{B(z)\}_{z \in C_1}$ atroflar sistemasi ushbu oiladan iborat

$$B(z) = \{U_j(z)\}_{j=1}^{\infty}.$$

Bu yerda $U_j = V_j \cup p(V_j \setminus \{z\})$ bo‘lib, V_j markazi z nuqtada va uzunligi $1/j$ bo‘lgan C_1 dagi yoy. $z \in C_2$ uchun esa $B(z) = \{z\}$ bo‘lsin. $\{B(z)\}_{z \in X}$ oila $(BP_1) - (BP_4)$ [2] xossalarni qanoatlantirishini osongina tekshirish mumkin, shuningdek 1.5.2[2] tasdiqqa ko‘ra X to‘plam topologiya bilan $\{B(z)\}_{z \in X}$ atroflar sistemasi Hausdorff fazosi bo‘ladi.

X fazo Aleksandrovning ikki aylanasi deyiladi. Bu fazo kompakt [2]. Har qanday τ kardinal son uchun ixtiyoriy kompakt fazo τ -chegaralangan fazodir.

Ravshanki, $lwd(X) \leq \omega_0$. Boshqa tomondan esa X fazo (kompakt Hausdorff fazo bo‘lganligidan ixtiyoriy τ kardinal uchun τ -chegalangan, jumladan,) ω_0 -chegalangan bo‘ladi. Ushbu misolda lokal kuchsiz zichlik $lwd(X) = \omega_0$, kuchsiz zichlik esa $wd(X) = \omega_1 > \omega_0$.

Shunday qilib 1-muammo τ -chegalangan fazolar sinfida ijobiy yechimga ega emas degan xulosaga kelamiz.

Ma‘lumki, τ -chegaralangan fazolarning ixtiyoriy ko‘paytmasi, ixtiyoriy teskari spektri ham τ -chegaralangan fazo bo‘ladi. Lekin to‘g‘ri yig‘indida qo‘shiluvchilar soni chekli bo‘lgandagina bu jumlaning o‘rnatish mumkin ekan.

1-teorema. τ -chegaralangan X_α , $\alpha \in A$, fazolarning $\bigcup_{\alpha \in A} X_\alpha$ to‘g‘ri yig‘indisi $|A| < \omega_0$ bo‘lganda τ -chegaralangan fazo bo‘ladi.

2-misol. $X_i = \left[i - \frac{1}{3}; i + \frac{1}{3}\right]$, $i = 1, 2, \dots$, kompakt Hausdorff fazolarni olaylik. Bu fazolarning har biri ixtiyoriy τ kardinal uchun τ (jumladan, ω_0)-chegaralangan bo‘ladi. Ularning $\bigcup_i X_i$ yig‘indisi ω_0 -chegaralangan emas. Masalan, quvvati ω_0 ga teng bo‘lgan $N = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ to‘plamning yopilmasi kompakt emas.

ADABIYOTLAR

1. O. Okunev, The minitightness of products, Topology and its applications 208 (2016) pp. 10–16.
2. R. Engelking, General topology, Helderman Verlag Berlin, 1989.

СООТВЕТСТВУЮЩИЙ КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ ГРАНЯМ ОБЛАСТИ ВОРОНОГО ВТОРОЙ СОВЕРШЕННОЙ ФОРМЫ ОТ ПЯТИ ПЕРЕМЕННЫХ

Гуломов О.Х.

otabek10@mail.ru

Институт математики им. В.И.Романовского Академии наук Узбекистана

Аннотация. В работе предлагается алгоритм для вычисления неэквивалентные соответствующий квадратичные формы граням области Вороного второй совершенной формы от много переменных и с помощью этого алгоритма вычислено все соответствующий неэквивалентные квадратичные формы.

В работах Вороного доказывается, что квадратичные формы, соответствующие

$\frac{(n+2)(n-1)}{2}$ - мерным граням $\psi_\kappa = \psi_\kappa(\varphi_1^n)$ области $V^{\frac{n(n+1)}{2}}$ совершенной формы, (с.ф.)

$$\varphi_1^n = \varphi_1^n(x_1, \dots, x_n) = x_1^2 + \dots + x_n^2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n \quad (1)$$

имеют вид

$$-x_1x_3, \quad (2)$$

$$x_1x_2 - \delta_{34}x_3x_4 - \dots - \delta_{n-1n}x_{n-1}x_n \quad (3)$$

Следовательно, чтобы найти с.ф., смежные с φ_1^n , необходимо выделить среди форм

$$\delta_{34}x_3x_4 + \dots + \delta_{n-1n}x_{n-1}x_n \quad (4)$$

не эквивалентные относительно группы $G(\varphi_1^n)$ целочисленных автоморфизмов формы φ_1^n , где $\delta_{ij} = 0$ или 1 ($3 \leq i < j \leq n$). Число форм достаточно большое, и равно

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2} \quad (5)$$

А затем с помощью формулы Вороного строятся совершенные формы, смежные с совершенной формой φ_1^n .

В связи с этим нами предлагается алгоритм для сокращения вычислений при получении совершенных форм.

В данной работе с помощью этого алгоритма, доказана следующая.

Теорема. Число соответствующий квадратичные формы 14-мерных граней области Вороного $V^{15}(\varphi_1^5)$ совершенной формы φ_1^5 , неэквивалентных относительно группы S_5 перестановок переменных x_3, x_4, x_5 , равно 35.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Voronoi G. Sur quelques proprietes des formes quadratiques positives par- faites // J.reine und angew. Math. 1907. Bd. 133. S.97-178. Русск. пер.: О некоторых свойствах положительных совершенных квадратичных форм // Собр. соч.
2. Рышков С.С., Барановский Е.П. Классические методы теории решетчатых упаковок // Успехи матем. Наук. 1979. 34. № 4. С.3-63.
3. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. Москва:Наука,1974,808 с.
4. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурная формулы в пространствах Соболева. –Ташкент: фан ва технология, 2019.-224 с.

ПОЧТИ-КОЛЬЦА ГАЛУА И СХЕМЫ ОТНОШЕНИЙ НАД НИМИ.

Саидов С.С.

s.saidov@g.nsu.ru

Новосибирский государственный университет

Аннотация. В работе определяется и рассматривается новый класс конечных почти-колец, который мы назвали почти-кольца Галуа, поскольку почти-кольцо Галуа является обобщением с одной стороны кольца Галуа, а с другой почти-поля. Показано, что за счет алгоритма Диксона может быть построено бесконечно много почти-колец Галуа (как и в случае почти-полей). Далее мы определяем циклотомические схемы над почти-кольцами и рассматриваем вопрос о нормальности таких схем над построенными нами почти-кольцами Галуа.

Понятие циклотомической схемы, введенное Дельсартом в начале 70-х годов прошлого столетия, играет существенную роль в современной алгебраической комбинаторике и ее приложениях к теории кодирования. В работе введен новый класс циклотомических схем и рассмотрен вопрос о структуре групп автоморфизмов схем из этого класса.

Основные результаты работы таковы.

- 1) Определен новый класс алгебраических систем — почти-кольца Галуа, который содержит в себе в качестве подклассов классические кольца Галуа и почти-поля.
- 2) Доказано, что для любого простого числа p и любого натурального числа s существует бесконечно много почти-колец Галуа, а именно почти-кольца Диксона характеристики p , построенные с помощью алгоритма, аналогичного известному в теории почти-полей алгоритма Диксона.
- 3) Для любой подгруппы мультипликативной группы почти-кольца Диксона определена циклотомическая схема над этим почти-кольцом.
- 4) В случае, когда порядок подгруппы взаимно прост с характеристикой почти-кольца, доказана нормальность соответствующей циклотомической

схемы, т.е. показано, что группа автоморфизмов схемы лежит в одномерной общей полулинейной группе преобразований подходящего кольца Галуа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Z.X. Wan, Lectures on Finite Fields and Galois Rings, World Scientific, Vol.313, 2003.
2. С. А. Евдокимов, И. Н. Пономаренко, Характеризация циклотомических схем и нормальные кольца Шура над циклической группой, Алгебра и анализ, 2002, том 14, выпуск 2, 11–55
3. D.V.Churikov, A.V.Vasil'ev, "Automorphism groups of cyclotomic schemes over finite near-fields", Сиб. электрон. матем. изв., т.13 (2016), 1271-1282.

ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ, ПОРОЖДЁННЫХ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПОЛИСИСТЕМАМИ

Турсунов Б. А.¹, Рахимов Ф.Р.²

¹bakbarovich@gmail.com, ²fazliddinrahimov821@gmail.com

^{1,2}Каршинский государственный университет

Аннотация. В данной работе показан способ построения римановых субмерсий, которые возникают при исследовании геометрии орбит нескольких динамических полисистем и изучена его геометрия.

Известно, что геометрия орбит динамических полисистем является объектом многочисленных исследований в связи ее важностью в геометрии и других областях математики.

Пусть $\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = \overline{1, n}$ динамическая система задано в пространстве R^n . Эту динамическую систему можно рассматривать как векторное поле $X = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$.

Для точки $p \in N$ через $t \rightarrow X^t(p)$ обозначим интегральную кривую динамической системы X , проходящую через точку p при $t=0$. Отображение $t \rightarrow X^t(p)$ определено в некоторой области $I(p) \subset R$, которая в общем случае зависит от динамической системы X , и от начальной точки p . В дальнейшем, всюду в формулах вида $X^t(p)$ будем считать, что $t \in I(p)$.

Орбита L_p семейства $D = \{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ динамических полисистем, проходящая через точку p , определяется как множество таких точек y из N , для которых существуют действительные числа $t_1, t_2, \dots, t_k$ и динамических систем $X_1, X_2, \dots, X_k$ из D (где k – произвольное натуральное число) такие, что $y = X_k^{t_k}(X_{k-1}^{t_{k-1}}(\dots(X_1^{t_1}(p))\dots))$.

В [6] доказана следующая теорема, которая показывает, что каждая точка из орбиты $L(x_0)$ достижима из x_0 с помощью конечного числа

«переключений», с использованием динамических полисистем $X_1, X_2, \dots, X_m$ в определённом порядке.

Теорема 1. Множество точек вида $y = X_m^{t_m}(X_{m-1}^{t_{m-1}} \dots (X_1^{t_1}(x_0) \dots))$, где $(t_1, t_2, \dots, t_m) \in R^m$, совпадает с орбитой $L(x_0)$.

Эта теорема позволяет построить различные субмерсии в R^m с помощью динамических полисистем $X_1, X_2, \dots, X_m$ полагая

$$\pi(t_1, t_2, \dots, t_m) = X_m^{t_m}(X_{m-1}^{t_{m-1}}(\dots(X_1^{t_1}(x_0) \dots))),$$

базой которых служит орбита $L(x_0)$.

Определение 1. Дифференцируемое отображение $\pi: M \rightarrow N$ максимального ранга, где M и N -гладкое многообразие размерности m и n , называется субмерсией при $m > n$.

Определение 2. Если дифференциал $d\pi$ субмерсии $\pi: M \rightarrow N$ сохраняет длину горизонтальных векторов, то она называется римановой субмерсией.

На плоскости R^2 рассмотрим семейство D , состоящее из динамических систем $X_1 = \{1, 0\}$, $X_2 = \{0, 1\}$, $X_3 = \{-y, x\}$. Для семейства $D = \{X_1, X_2, X_3\}$ по теореме 1 орбита для каждой точки семейства совпадает со всем пространством R^2 . Поэтому, полагая $\pi(t_1, t_2, t_3) = X_3^{t_3}(X_2^{t_2}(X_1^{t_1}(O)))$ мы можем определить следующую субмерсию $\pi: R^3 \rightarrow R^2$ формулой:

$$\pi(t_1, t_2, t_3) = \{t_1 \cos t_3 - t_2 \sin t_3, t_1 \sin t_3 + t_2 \cos t_3\} \quad (1)$$

где O -начало координат в R^2 .

Теорема 2. Существует риманова метрика $\tilde{g}$ на плоскости такая, что субмерсия (1) является римановой, и порождает риманово слоение. Плоскость с метрикой $\tilde{g}$ является многообразием строго положительной кривизны.

Теорема 3. Композиция римановых субмерсий также является римановой.

Применяя теорему 3 к теореме 2, получаем субмерсии $\pi: R^3 \rightarrow R^1$ формулой $\pi(t_1, t_2, t_3) = t_1 \cos t_3 - t_2 \sin t_3$ или $\pi(t_1, t_2, t_3) = t_1 \sin t_3 + t_2 \cos t_3$. Эта субмерсия также является римановой субмерсией, т.е. проекция является простейшим примером римановой субмерсии.

Теперь на двумерной сфере S^2 рассмотрим динамических полисистем $X_1 = \{-y, x, 0\}$, $X_2 = \{-z, 0, x\}$, $X_3 = \{0, z, -y\}$. Ясно, что орбита этих динамических систем, проходящая через точку p , совпадает со сферой S^2 . Тогда на основании вышеизложенного получаем субмерсию $\pi: R^3 \rightarrow S^2$. Так как динамическая система X_1, X_2, X_3 порождают вращения сферы и мы можем рассмотреть эту субмерсию на трёхмерном торе T^3 : $\pi: T^3 \rightarrow S^2$. Субмерсия π порождает риманово расслоение на T^3 .

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Hermann. A sufficient condition that a mapping of Riemannian manifolds to be a fiber bundle. Proc. Amer. Math. 1960. Sos. 11. p. 236-242.
2. B. O'Neil. The Fundamental equations of a submersions. Michigan Mathematical Journal. 1966. v.13. p. 459-469.
3. B. L. Reinhart. Foliated manifolds with bundle-like metrics. Annals of Mathematics, Second Series. 1959. v.69, №1. p.119-132.
4. R. H. JR. Escobales. Riemannian submersions with totally geodesic fibers. Differential geometry. 1975. v. 10. p. 253-276.
5. M. Falcitelli, A.M. Pastore, S. Ianus. Riemannian Submersions and Related Topics. World Scientific Pub Co Inc, 2004, 292 p.
6. I. Tamura. Topology of foliations: an introduction. Translations of mathematical monographs. AMS, 2006, 193~p.
7. Д. Громол, В. Клингенберг, В. Мейер. Риманова геометрия в целом. Москва: Мир, 1971, 343~с.
8. А.Я. Нарманов, Сайтова С.С. О геометрии орбит векторных полей Киллинга. Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50. № 12. с. 1582-1589.

4-SHO‘BA. EHTIMOLLAR NAZARIYASI

LIMIT THEOREMS ON THE EXACT ESTIMATE OF THE TOTAL PROGENY IN THE POSITIVE RECURRENT Q-PROCESSES WITH THIRD MOMENT.

Nazarov Z.A.¹

zuhrov13@gmail.com

¹V.I.Romanovsky Institute of Mathematics.

Abstract: *We examine the population growth system called Q-processes. This is defined by the Galton-Watson Branching system conditioned on non-extinction of its trajectory in the remote future. In this paper we observe the total progeny up to time n in the Q-process.*

Let us consider a system of particles of the same type capable of dying and turning into a random number of particles of the same type. The state of the system is determined by the number of particles. We observe the development of the number of particles in this system. Let $Z(n)$ denote the number of particles at time $n \in \mathbb{N}_0$, where $\mathbb{N}_0 = \{0\} \cup \mathbb{N}$. The number of particles in subsequent generations $Z(n)$ can be represented as the following random sum of random variables:

$$Z(n+1) = \sum_{i=1}^{Z(n)} \xi_i^{(n)} \quad (1)$$

where $\xi_k^{(n)}$ —independent identically distributed variables with a common distribution law $P\{\xi_1^{(1)} = k\} = p_k$. They are interpreted as the numbers of descendants of the k -th particle of the n -th generation; see [1, pp. 11–14]. Entering into consideration the transition probability for n steps

$$P_{ij}(n) := P_i \{Z(n) = j\} = P \{Z(n+k) = j \mid Z(k) = i\} \quad \text{for } k \in \mathbb{N}_0,$$

we find the corresponding generating function (GF)

$$E_i s^{Z(n)} := \sum_{j \in S} P_{ij}(n) s^j = [f_n(s)]^i, \quad (2)$$

for $s \in [0, 1)$, where GF $f_n(s) = E_1 s^{Z(n)}$ is a n -fold iteration of the probabilistic GF $f(s) := E_1 s^{Z(1)} = \sum_{k \in S} p_k s^k$; see [2, pp. 5–6].

Among the various random trajectories of all models of branching systems, there are those that last indefinitely. In the case of the Galton-Watson model, the class of trajectories that do not degenerate in the distant future forms the so called Q-processes; see [1], [2] and [6].

The variable $W(n)$ denotes the state size of this net at time n with a transition matrix of

$$Q_{ij}(n) = P_i \quad W(n) = j = \frac{j q^{j-i}}{i \beta^n} P_{ij}(n) \quad (3)$$

for any $i, j \in S$, $n \in \mathbb{N}$, where $S \subset \mathbb{N}$ and $\beta := f'(q)$. In this case, state $\{0\}$ is an absorbing state, and S is a class of possible essential communicating states. It is known from the theory of branching processes that q – probability of degeneracy, and $q = \inf_{s \in (0;1]} f(s) = s$; see [1]. Consider Q-process $W(n)$, $n \in \mathbb{N}_0$ with structure parameter β and probabilistic GF $\omega_n^{(i)}(s) := \sum_{j \in S} Q_{ij}(n) s^j$. The Q-process is completely specified by the definition of the GF $\omega(s) = \sum_{j \in S} Q_{1j}(1) s^j = s f_q(s) / \beta$ and, its evolution is controlled by the positive parameter β , where $f_q(s) = f(qs) / q$.

Let's define a random variable $S_n = W(0) + W(1) + \dots + W(n-1)$, denoting the summary state up to time n in the Q-process. Let $H_n(s, x)$ is defined for any $(s, x) \in K$ by the following recursive relations:

$$H_0(s, x) = s \quad \text{and} \quad H_{n+1}(s, x) = x f_q(H_n(s, x)). \quad (4)$$

Let us introduce into consideration

$$J_n(s; x) = \sum_{j \in S} \sum_{l \in \mathbb{N}} P \quad W(n) = j, S_n = l \quad s^j x^l$$

the joint GF of distributions $W(n)$ and S_n on the set

$$K = \left\{ (s; x) \in R^2 : |s| \leq 1, |x| \leq 1, \sqrt{(s-1)^2 + (x-1)^2} \geq r > 0 \right\}. \quad (5)$$

Let $h(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n(1, x)$ and $u(x) = x f'_q(h(x))$.

Theorem 1. Let $\beta < 1$, $b_{2q} := f''(1-)$ and $b_{3q} := f'''(1-) < \infty$. Then

$$u(x) = \beta + \frac{b_{2q}}{1-\beta} (x-1) + I_{3q} \times \frac{(x-1)^2}{2} + \rho(x),$$

where $I_{3q} := ([2\beta(1-\beta) + b_{2q}] b_{2q} + (1-\beta) b_{3q}) / (1-\beta)^3$ and

$$\frac{\rho(x)}{(1-x)^3} \rightarrow \text{const} \quad \text{as } x \uparrow 1.$$

Theorem 2. Let $\beta < 1$ and $b_{3q} < \infty$. Then

$$u(e^\theta) = \beta + \frac{b_{2q}}{1-\beta} \theta + \left(I_{3q} + \frac{b_{2q}}{1-\beta} \right) \cdot \frac{\theta^2}{2} + \rho(\theta),$$

where $\rho(\theta) = O^*(\theta^3)$ as $\theta \rightarrow 0$.

REFERENCES

1. Athreya K.B. & Ney P.E. Branching processes, Springer, New York, 1972.
2. Harris T.E. Some mathematical models for branching processes. Proceedings of 2nd Berkeley Symposium, 305–328, 1951.
3. Имомов А.А. Об одном виде условия невырождения ветвящихся процессов. Узбекский математический журнал 2, 46–51, 2001.
4. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы, Наука, Москва, 1971.

SUST BOG'LANGAN TASODIFIY MIQDORLAR KETMA-KETLIGI UCHUN MARKAZIY LIMIT TEOREMADAGI KATTA CHETLANISHLAR ORALIG'IDAGI NOTEKIS BAHOLAR.

Tursunov B.B.

bekzodbek19934646@mail.ru

Andijon Davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu tezida sust bog'langan tasodifiy miqdorlar normallashtirilgan yig'inishining taqsimotlarini normal taqsimotga katta chetlanishlar oralig'ida asimptotik yaqinlashish masalasi semiinvariantlar metodi yordamida tahlil qilingan. Bunda Statulyavichus sharti bajarilganda katta chetlanishlar oralig'ida limit taqsimotga yaqinlashishdagi notekis baho topilgan.

Faraz qilaylik X_t , $t=1,2,\dots$ $MX_t=0$ va $DX_t=1$ bo'lgan $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ ehtimollar fazosida berilgan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi va $\{\mathfrak{F}_s^t; 1 \leq s \leq t \leq \infty\}$ quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi σ -algebralar oilasi : $\mathfrak{F}_s^t \subset \mathfrak{F}, \forall s \leq t; \mathfrak{F}_{s_1}^{t_1} \leq \mathfrak{F}_{s_2}^{t_2}; \forall [s_1; t_1] \subset [s_2; t_2];$ bo'lsin. X_t larni bog'liqlik darajasi Rozenblatt tipidagi quyidagi koeffitsiyent bilan ifodalangan

$$\alpha(s, t) = \sup_{A \in \mathfrak{F}_s^t, B \in \mathfrak{F}_s^\infty} |P(AB) - P(A)P(B)|,$$

hamda

$$Z_n = \frac{S_n}{B_n}, S_n = \sum_{t=1}^n X_t, B_n^2 = MS_n^2 > \sigma_0^2 n, \quad \sigma_0 > 0.$$

$$\Phi(x) = P(\eta < x) - (0, 1)$$

Teorema. Quyidagi shartlar bajarilsin:

- 1) Bir ehtimollik bilan X_t lar tekis chegaralangan ya'ni $\exists M > 0: |X_t| \leq M$;
- 2) Qandaydir $K > 0$ va $b > 0$ sonlar uchun quyidagi tartibdagi sust bog'lanish o'rinli bo'lsin.:

$$\alpha(s, t) \leq K \exp\{-b(t-s)\}$$

u holda quyidagi baho o'rinli bo'ladi:

$$|F_{Z_n}(x) - \Phi(x)| = O\left(\frac{x^3 \exp\{-x^2/2\}}{(\sqrt{n})^{\frac{1}{3}}}\right)$$

Teoremaning isboti 1) va 2) shartlar bajarilganda Z_n ning k – tartibli semiinvariant uchun statulyavichus shartini bajarilishiga asoslangan [1].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Саулис Л, Статулявичус В. “Предельные теоремы о больших уклонениях”. Вильнюс: М, 1989.

SEKIN O‘ZGARUVCHI FUNKSIYANING KRITIK TARMOQLANUVCHI TASODIFIY JARAYONLARDAGI BA’ZI BIR TATBIQLARI

¹To‘xtayev E.E., ²Murtazayev M.S.

tukhtaev_erkin@mail.ru

¹Qarshi davlat universiteti

²V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti

Annotatsiya: *Ishda kritik Galton-Vatson tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonidagi asosiy lemma va undan kelib chiqadigan ba’zi bir natijalar ko‘rsatilgan.*

$Z_n, n \geq 0$ Galton-Vatson tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayoni va jarayonning Z_1 avlodi sonini hosil qiluvchi funksiyasi $F(s) = \sum_{j \in \mathbb{N}_0} p_j s^j$ ni qaraylik, bu yerda $\mathbb{N}_0 = 0 \cup \mathbb{N}$ va $\mathbb{N} = 1, 2, 3, \dots$. $L(x)$ funksiya biror $[A, +\infty)$ ($A > 0$) yarim o‘qda o‘lchovli, musbat va $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{L(\lambda x)}{L(x)} = 1$ shartni bajaradigan cheksizlikda sekin o‘zgaruvchi funksiya bo‘lsin.

Kritik bo‘lgan holni ko‘raylik. Bunday holda, $F(s)$ ni $0 \leq s < 1$ da

$$F(s) = s + (1-s)^{1+\nu} L\left(\frac{1}{1-s}\right) \quad (1)$$

shaklida ifodalay olamiz, bu yerda $0 < \nu \leq 1$ va $L(x) \in S_{\infty}$. $L(x)$ sekin o‘zgaruvchi funksiya bo‘lgani uchun $\forall \lambda > 0$ uchun

$$\frac{L(\lambda x)}{L(x)} = 1 + \alpha(x) \quad (2)$$

o‘rinli, bu yerda $x \rightarrow \infty$ da $\alpha(x) \rightarrow 0$. Shuningdek, $x \rightarrow \infty$ da

$$\alpha(x) = o\left(\frac{\mathcal{L}(x)}{x^\nu}\right). \quad (3)$$

Z_n – jarayonning n – avlodi soni bo'lsin. Jarayonning rivojlanishi $P_{ij}(n) := \mathbb{P}(Z_n = j | Z_0 = i)$ o'tish ehtimolligi bilan xarakterlanadi. Jarayonning Z_n avlodi sonini hosil qiluvchi $F_n(s) = \sum_{j \in \mathbb{N}_0} P_{1j}(n)s^j$ funksiyasi $F(s)$ ning n – karrali iteratsiyasiga teng. $R_n(s) := 1 - F_n(s)$ funksiyani olamiz va jarayonning davom etish ehtimolligini $Q_n := 1 - F_n(0)$ orqali ifodalaymiz.

Slack [2] tomonidan (1) munosabat bajarilsa, $n \rightarrow \infty$ da

$$Q_n \mathcal{L}\left(\frac{1}{Q_n}\right) \sim \frac{1}{\nu n} \quad (4)$$

munosabat isbotlangan, shuningdek, $0 \leq s < 1$ oraliqda $n \rightarrow \infty$ da

$$K_n(s) := \frac{F_n(s) - F_n(0)}{F_n(0) - F_{n-1}(0)} \rightarrow U(s), \quad (5)$$

bu yerda $U(F(s)) = U(s) + 1$, ekanligi ko'rsatilgan. (1), (4) va (5) larning kombinatsiyasidan biz $n \rightarrow \infty$ da $K_n(s) \sim U_n(s) := \left[1 - \frac{R_n(s)}{Q_n}\right] \nu n$ asimptotik munosabatni olamiz.

Endi kritik Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayonidagi asosiy lemmani keltiramiz.

Lemma 1. Agar (1) shart bajarilsa, u holda quyidagi

$$R_n(s) = \frac{\mathcal{N}(n)}{(\nu n)^{1/\nu}} \cdot \left[1 - \frac{U_n(s)}{\nu n}\right] \quad (6)$$

munosabat o'rinli bo'ladi, bu yerda $\mathcal{N}(x) \in \mathcal{A}_\infty$ hamda $n \rightarrow \infty$ da $\mathcal{N}(n) \cdot \mathcal{L}^{1/\nu}\left(\frac{(\nu n)^{1/\nu}}{\mathcal{N}(n)}\right) \rightarrow 1$ va $U_n(s)$ funksiya esa quyidagi xossalarga ega:

1) $0 \leq s < 1$ uchun $n \rightarrow \infty$ da tekis ravishda $U_n(s) = U(s) + o(1)$;

2) ixtiyoriy fiksirlangan $n \in \mathbb{N}$ uchun $\lim_{s \uparrow 1} U_n(s) = \nu n$;

3) ixtiyoriy fiksirlangan $n \in \mathbb{N}$ uchun $U_n(0) = 0$.

(6) munosabatda $s = 0$ deb olsak, jarayonning davom etish ehtimolligini

ushbu $\mathbb{P}(\mathcal{H} > n) = R_n(0) = \frac{\mathcal{N}(n)}{(\nu n)^{1/\nu}}$ ko'rinishda ifodalaymiz, bu yerda

$$\mathcal{H} = \min n : Z_n = 0.$$

Quyidagi tasdiq asosiy Lemmaning yaxshilangan analogidir.

Lemma 2. Agar (1), (2) va (3) bajarilsa, u holda quyidagi munosabat o'rinlidir:

$$\frac{1}{\Lambda(R_n(s))} - \frac{1}{\Lambda(1-s)} = \nu n + \frac{1+\nu}{2} \cdot \ln[1 + \nu n \Lambda(1-s)] + \rho_n(s), \quad (7)$$

bu yerda $\rho_n(s) = o \ln n + \sigma_n(s)$ va $\sigma_n(s)$ funksiya $s \in [0,1]$ da tekis chegaralangan hamda shu oraliqda $n \rightarrow \infty$ da biror chegaralangan $\sigma(s)$ funksiyaga yaqinlashadi.

Lemma 2 dan foydalanib, biz (4) tasdiqni yaxshilashimiz mumkin. Bu yerda $s = 0$ ni qo'yib, elementar almashtirishlar bajarib, quyidagi natijalarini olamiz.

Teorema 1. (1), (2) va (3) bajarilsin. U holda quyidagi

$$P \mathcal{H} > n = \frac{\mathcal{N}(n)}{(\nu n)^{1/\nu}} \left(1 - \frac{1+\nu}{2\nu^2} \frac{\ln n}{n} + o\left(\frac{\ln n}{n}\right) \right) \quad (8)$$

munosabat o'rinlidir.

Teorema 2. (1), (2) va (3) bajarilsin. U holda ushbu

$$(\nu n)^{1+1/\nu} \cdot P_{11}(n) = \frac{\mathcal{N}_\nu(n)}{p_0} \left(1 - \frac{1+\nu^2}{2\nu^2} \frac{\ln n}{n} + o\left(\frac{\ln n}{n}\right) \right) \quad (9)$$

munosabat o'rinlidir, bu yerda $n \rightarrow \infty$ da $\mathcal{N}_\nu(n)\mathcal{N}^{-1}(n) \rightarrow 1$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Slack R. S. A branching process with mean one and possible infinite variance. Wahrscheinlichkeitstheor. und Verw. Geb. 9, 1968, pp. 139–145.
2. Imomov A. A., Tukhtaev E. E. On application of slowly varying functions with remainder in the theory of Galton-Watson branching process. Jour. Siber. Fed. Univ. Math. Phys. 12(1), 2019, pp. 51–57.

О СХОДИМОСТИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДА ЗАНЯТОСТИ ОДНОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ, КОГДА ОБСЛУЖИВАНИЕ ЗАВИСИТ ОТ ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ

¹Сайидов О.Ж., ²Турсункулов Б.М.

¹oltiboysaidov@gmail.com

^{1,2}Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий

Аннотация. В работе рассматривается однолинейная система массового обслуживания (СМО) с ожиданием, на вход которой поступает пуассоновский поток с параметром λ . Длительности обслуживания вызовов - независимые между собой случайные величины, зависящие от состояния системы. Доказаны, последовательность функции распределения $G_{N_1, N_2, \dots, N_k, m}(X)$, при $N_1 \rightarrow \infty$ слабая сходимость к функции распределения $G(X)$.

Рассматривается однолинейная система массового обслуживания с ожиданием, на вход которой поступает пуассоновский поток с параметром λ . Длительности обслуживания вызовов - независимые между собой случайные величины, зависящие от состояния системы следующим образом: если непосредственно перед моментом начала обслуживания очередного вызова длина очереди не превосходит N_1 ($N_1 \geq 1$), то функция распределения

длительности обслуживания этого вызова есть $B_1(x)$, если перед моментом начала обслуживания очередного вызова длина очереди превосходит N_{j-1} и не превосходит N_j ($N_j > N_{j-1}$, $j = \overline{2, k}$, $k = 2, 3, \dots$), то функция распределения длительности обслуживания этого вызова есть $B_j(x)$, если перед моментом начала обслуживания очередного вызова длина очереди превосходит N_k , то функция распределения длительности обслуживания этого вызова есть $B_{k+1}(x)$.

$T_{N_1, \dots, N_k, m}$ и T_m - период занятости типа m (интервал времени, в течение которого система непрерывно обслуживает вызовы, при условии, что в начальный момент времени в ней находится m вызовов, один из которых сразу же начинает обслуживаться).

Обозначим $G_{N_1, \dots, N_k, m}(x) = P\{T_{N_1, \dots, N_k, m} \leq x\}$ и $G(x) = P\{T_m \leq x\}$ соответственно функция распределения период занятости $T_{N_1, \dots, N_k, m}$ и T_m ,

$$\Gamma_{N_1, \dots, N_k, m}(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dG_{N_1, \dots, N_k, m}(x), \quad (\operatorname{Re} s > 0), \quad \Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dG(x), \quad (\operatorname{Re} s > 0),$$

$$\beta_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dB_i(x), \quad (i = \overline{1, k+1}, \operatorname{Re} s > 0) \quad \text{соответственно преобразования}$$

Лапласа-Стильтеса.

Теорема. Последовательность функции распределения $G_{N_1, N_2, \dots, N_k, m}(X)$, при $N_1 \rightarrow \infty$ слабо сходится к функции распределения $G(X)$, для которого справедливо функциональное уравнение $\Gamma(s) = \beta(\lambda + s - \lambda \Gamma(s))$ преобразования Лапласа-Стильтеса, где $\Gamma(s)$ является единственным аналитическим решением этого функционального уравнения в полуплоскости $\operatorname{Re} s > 0$, в которой $|\Gamma(s)| \leq 1$.

При доказательстве теоремы используются результаты работ [1] (см. стр. 496-497) и [2] (см. леммы 1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Феллер В. Введение в теории вероятностей и ее приложения. Том 2. — Москва: Мир, 1967. — 744 с.
2. Сайидов О.Ж. Некоторые теоремы для характеристик однолинейной систем массового обслуживания, когда обслуживание зависит от длины очереди // Известия АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук. 1989., №2. с. 44-49.

5-SHO‘BA. MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA HISOBLASH MATEMATIKASI

AW-RASCLE MODELI MASALALARINI YECHISHDA SO‘NGGI 20 YIL ICHIDA DUNYO BO‘YICHA OLINGAN ILMIY NATIJALAR TAHLILI

Akbarova A¹, Doliyev T²

¹aziza_aziza_2019@mail.ru, ²Amaliymatematika2020@mail.ru,

^{1,2}Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya: *Ushbu ishda transport infratuzilmasida paydo bo‘ladigan muammolarni yechish dolzarb masala ekanligini asoslab beramiz. Hamda oxirgi 20 yil ichida Aw-Rascle (AR) tenglamalar sistemasini yechishda o‘z hissasini qo‘shgan olimlar va ularning olgan ilmiy natijalari haqida so‘z olib boramiz.*

Transport infratuzilmasi shahar va tumanlar hayotini ta'minlovchi muhim infratuzilmalardan biridir. So‘nggi o‘n yillikda ko‘plab yirik shaharlarda transport tarmoqlarini keng rivojlantirish uchun imkoniyatlar tugagan yoki tugash arafasida. Shu sababli, hozirda tarmoqni optimal rejalashtirish, jamoat transporti yo‘nalishlari tizimini optimallashtirish, harakatni boshqarishni takomillashtirish muhim ahamiyatga ega bo‘lib qolmoqda. Ushbu muammolarni hal qilishni matematik modellashitirishni qo‘llamay amalga oshirib bo‘lmaydi. Matematik modellarning asosiy vazifasi transport tarmog‘i faoliyatining barcha parametrlarini, masalan, tarmoqning barcha elementlari bo‘yicha trafik intensivligi, jamoat transporti tarmog‘idagi transport hajmi, o‘rtacha harakat tezligi, kechikishlar va vaqt yo‘qotishlarini aniqlash va bashorat qilishdir va boshqalardan iborat. Transport harakatini ifodalovchi matematik modellarga Aw-Rascle modelini misol qilish mumkin. Aw-Rascle modelni ko‘pgina olimlar shu kungacha o‘rganib kelishgan. Dastlab yo‘l harakatining quyidagi dinamik modelini birinchi bo‘lib Aw va Rascle (2000-yilda) tomonidan taklif qilingan:

$$\begin{cases} \partial_t \varphi + \partial_x (\varphi V) = 0 \\ (\partial_t + V \partial_x) V + (\partial_t + V \partial_x) P(\varphi) = 0 \end{cases}$$

Ushbu modelda birinchi tenglama yo‘ldagi transport vositalari sonining saqlanishini ifodalovchi uzluksiz tengamadir. Ikkinchi tenglama haydovchining xatti-harakatidan kelib chiqadigan tezlik o‘zgarishini bildiruvchi fenomenologik modeldir. Bu tenglamalar hozirgi kunda ham aktual va bu borada ko‘pgina ilmiy izlanishlar olib borilayapti. Xususan:

Paola Goatin (2006) o‘zining maqolasida fazali o‘tishlar bilan transport oqimining yangi modelini hamda Riman masalasi hamda uning yechimlarini LWR modeli bilan olingan natijalar bilan solishtirgan [1].

Shimao Fan va Benjamin Seiboldlar (2013) esa ikki xil turdagi vaqtga bog‘liq ma'lumotlardan foydalangan holda ma'lumotlar bilan jihozlangan makroskopik

transport modellarining prognozli aniqligini solishtirish uchun tizimli metodologiyani yaratishgan [2].

Wei-Feng Jiang va Zhen Wang (2015)ning ilmiy maqolasida transport oqimlarining Aw-Rascle (AR) modellarini tabiiy ravishda kengaytirishgan [1, 2] va avtomobilni kuzatish deb ataladigan printsipga bog'liq bo'lgan ikkita tenglamadan iborat yangi modelni yaratishgan [3].

Huan va Miroslav Krstic (2017) Magistral yo'l segmentida harakat zichligi va tezligining tebranishlarini barqarorlashtirish uchun, a rampa o'lchash orqali chegara kiritish hisobga olgan holda avtomagistralda transport vositalarining harakatini barqarorlashtirish muammosini ko'rib chiqishgan [4].

Giacomo Dimarco va Andrea Tosin (2019) Kinetik tavsiflardan ikkinchi tartibli makroskopik transport modellarini chiqarishni o'rganishgan. Xususan, mashhur Aw-Rascle modelini gidrodinamik chegara sifatida tiklashgan [5].

Nilasis Chaudhuri, Piotr Gwiazda va Ewelina Zatorska (2023) Transport vositalari harakati uchun Aw-Rascle sistemasining ko'p o'lchovli umumlashtirilishini, ihtiyoriy katta hajmdagi boshlang'ich shartlar va davriy chegaraviy shartlari uchun global o'lchovli yechimlari mavjudligini va nisbiy energiya texnikasidan foydalangan holda, o'lchovli yechimlar mavjudligini, hamda klassik yechimlar bilan mos kelishini ko'rsatishgan [6].

Andronikos Paliathanasis va Peter G. L. Leach (2023) ning ilmiy maqolasida suyuqlik dinamikasidagi Li simmetriyalari bo'yicha tahlilini makroskopik trafikni baholash modellari misolida kengaytirishgan. Xususan, Birinchi tartibli hususiy hosilali ikkita giperbolik tenglamadan tashkil topgan Aw-Rascle-Zang modeli yordamida trafikni baholash masalasini o'rgangan [7].

ADABIYOTLAR

1. Paola Goatin (2006) The Aw–Rascle vehicular traffic flow model with phase transitions. *Mathematical and Computer Modelling* 44 (2006) 287–303
2. Shimao Fan, Benjamin Seibold (2013) A comparison of data-fitted first order traffic models and their second order generalizations via trajectory and sensor data. *Physics.soc-ph* 1208.0382v2
3. Wei-Feng Jiang, Zhen Wang (2015) Developing an Aw–Rascle model of traffic flow. Article in *Journal of Engineering Mathematics*· July 2015, DOI: 10.1007/s10665-015-9801-2
4. Huan Yu, Miroslav Krstic (2017) Traffic congestion control for Aw–Rascle–Zhang model. *Automatica* 100 (2019) 38–51
5. Giacomo Dimarco, Andrea Tosin (2019) The Aw–Rascle Traffic Model: Enskog-Type Kinetic Derivation and Generalisations. *Journal of Statistical Physics* volume 178, pages178–210
6. Nilasis Chaudhuri, Piotr Gwiazda, Ewelina Zatorska (2023) Analysis of the generalized Aw-Rascle model. *Communications in Partial Differential Equations*, 48:3, 440-477
7. Andronikos Paliathanasis, Peter G. L. Leach (2023). Lie Symmetry Analysis of the Aw–Rascle–Zhang Model for Traffic State Estimation. *Mathematics* 2023, 11, 81. <https://doi.org/10.3390/math11010081>.

KRITIK HOLLARDA IKKI KOMPLEMENTALI MUHITLARDA MANBA VA O'ZGARUVCHAN ZICHLIKGA EGA NODIVERGENT KROSS- DIFFUZIYA MASALASINING GLOBAL YECHIMI VA UNING ASIMPTOTIKALARI.

Aripov M.¹, Matyakubov A.S.², Xasanov J.O.³

¹mirsaidaripov@mail.ru, ²almasa@list.ru, ³jamshid_2425@mail.ru

^{1,2} O'zbekiston milliy universiteti, ³ Urganch davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu tezisdagi kritik hollarda o'zgaruvchan zichlik va manbaga ega bo'lgan nodivergent parabolik tipdagi tenglamalar sistemasiga qo'yilgan Koshi masalasining sifat xossalari o'rganilgan. Koshi masalasining global yechimlari mavjudligi isbotlangan va sonli natijalar olingan.

Ushbu ishda $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$ sohada aniqlangan nodivergent parabolik tenglamalar sistemasiga qo'yilgan Koshi masalasini ko'rib chiqamiz:

$$|x|^{-l} \frac{\partial u_i}{\partial t} = u_i^{\alpha_i} \nabla \left(|x|^n u_{3-i}^{m_i-1} |\Delta u_i^k|^{p-2} \Delta u_i \right) + |x|^{-l} u_i^{\beta_i} \quad (1)$$

$$u_i(0, x) = u_{0i}(x), \quad x \in R^N \quad (2)$$

bu yerda $l, n, \alpha_i, k, \beta_i > 0, p \geq 2, m_i \geq 1, (i = 1, 2)$ sonli parameterlar, $u_i = u_i(x, t) \geq 0$ izlanayotgan yechimlar. (1) sistema buzuluvchan ekani ma'lum. Shuni takidlash lozimki, $u_i(x, t) = 0$ yoki $\Delta u_i = 0$ ($i = 1, 2$) bo'lganda sistema klassik ma'noda yechimga ega emas. Shuning uchun biz $u_i = u_i(x, t) \geq 0$, $|x|^n u_{3-i}^{m_i-1} |\Delta u_i^k|^{p-2} \Delta u_i \in C(R_+^N \times (0, +\infty))$ ($i = 1, 2$) xossaga ega bo'lgan zaif yechimni ko'rib chiqamiz va bu yechim (1) sistemani integral ayniyat ma'nosida qanoatlantiradi. (1) sistema ko'plab fizik hodisalarni ifodalaydi [1-6]. Bu shuni ko'rsatadiki, bu turdagi tenglamalar va tenglamalar sistemasini o'rganishga talab yuqori.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$a > 0, \gamma_i = \frac{(p-1)(k(p-2) + \alpha_{3-i} - m_i + 1)}{(k(p-2) + \alpha_i)(k(p-2) + \alpha_{3-i}) - (m_i - 1)(m_{3-i} - 1)}$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad A_i \quad (i = 1, 2), \quad A_i^{\alpha_i + k(p-2)} A_{3-i}^{m_i-1} = \frac{\frac{\gamma \gamma_i}{p} + \frac{\psi_i}{1 - \beta_i}}{\gamma \gamma_i |\gamma \gamma_i|^{p-2} (\gamma \gamma_{i+2} - N)}$$

$$\gamma_{i+2} = (\gamma_i k - 1)(p-2) + \gamma_{3-i}(m_i - 1) + \gamma_i - 1.$$

Keltirilganlarga tayangan holda quyidagi teoremlarni keltirib o'tamiz.

1-hol. $p = l + n$ va $\frac{k(p-2) + \alpha_1}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 - 1}{1 - \beta_2} + 1 > 0$ bo'lsin.

Teorema 1. Faraz qilaylik $p = l + n$ va $\frac{k(p-2) + \alpha_1}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 - 1}{1 - \beta_2} + 1 > 0$

$$\mathcal{W}_{i+2} A_i^{\alpha_i+k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} |\mathcal{W}_i|^{p-2} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p(1-\alpha_i)} + \psi_i \left(A_i^{\beta_i-1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1-\beta_i} \right) \leq 0$$

$$u_i(t, 0) \leq u_i(t, 0)_+, x \in R^N \quad i=1, 2$$

munosabatlar o‘rinli bo‘lsin. U holda (1)-(2) masala uchun $Q \setminus \{0\}$ sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o‘rinli bo‘ladi.

$$u_i(t, x) \leq u_i(t, x)_+.$$

2-hol. $p = l + n$ va $\frac{k(p-2) + \alpha_1}{1-\beta_1} + \frac{m_1-1}{1-\beta_2} = 0$ bo‘lsin.

Teorema 2. Faraz qilaylik $p = l + n$ va $\frac{k(p-2) + \alpha_1}{1-\beta_1} + \frac{m_1-1}{1-\beta_2} = 0$

$$\mathcal{W}_{i+2} A_i^{\alpha_i+k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} |\mathcal{W}_i|^{p-2} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p(1-\alpha_i)} + \left(A_i^{\beta_i-1} a^{\gamma_i \beta_i - \gamma_i} - \frac{1}{1-\beta_i} \right) \leq 0$$

$$u_i(t, 0) \leq u_i(t, 0)_+, x \in R^N \quad i=1, 2$$

munosabatlar o‘rinli bo‘lsin. U holda (1)-(2) masala uchun $Q \setminus \{0\}$ sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o‘rinli bo‘ladi.

$$u_i(t, x) \leq u_i(t, x)_+.$$

3-hol. $p = l + n$ va $\beta_i = 1$ ($i=1, 2$) bo‘lsin.

Teorema 3. Faraz qilaylik $\gamma_i > 0, \alpha_i \geq 1$ va

$$\mathcal{W}_{i+2} A_i^{\alpha_i+k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} |\mathcal{W}_i|^{p-2} = \frac{1}{p}$$

$$u_i(t, 0) \leq u_i(t, 0)_+, x \in R^N \quad i=1, 2$$

munosabatlar o‘rinli bo‘lsin. U holda (1)-(2) masala uchun $Q \setminus \{0\}$ sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o‘rinli bo‘ladi:

$$u_i(t, x) \leq u_i(t, x)_+.$$

Teorema 4. Faraz qilaylik $\gamma_i < 0, \alpha_i \leq 1$

$$\mathcal{W}_{i+2} A_i^{\alpha_i+k(p-2)} \cdot A_{3-i}^{m_i-1} k^{p-2} |\mathcal{W}_i|^{p-2} = -\frac{1}{p}$$

$$u(t, 0) \geq u(t, 0)_-, x \in R^N \quad i=1, 2$$

munosabatlar o‘rinli bo‘lsin. U holda (1)-(2) masala uchun $Q \setminus \{0\}$ sohada global yechim mavjud va uning uchun quyidagi baholashlar o‘rinli bo‘ladi:

$$u_i(t, x) \geq u_i(t, x)_-.$$

ADABIYOTLAR

1. Aripov M., Matyakubov A.S., Khasanov J.O. and Bobokandov M.M. “Mathematical modeling of double nonlinear problem of reaction diffusion in not divergent form with a source and variable density”. J. Phys.: Conf. Ser, 2021, 2131 032043. DOI 10.1088/1742-6596/2131/3/032043

2. Aripov M., Matyakubov A.S., Khasanov J.O. “Explicit estimate and global solution of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form”. Ilm sarchashmalari. 2022, №5, 23-32 betlar.

3. Aripov M., Matyakubov A. S., Khasanov J. O. “Global solvability and explicit estimation of solutions of a cross-diffusion parabolic system in non-divergent form with a source and variable density”. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5, №4, pp. 22-31.

4. Khasanov J. O. “Mathematical modeling of processes described by cross-diffusion source and variable density” Hisoblash va amaliy matematika muamolari 2022, № 6(45), 39-47 betlar

5. Aripov M., Matyakubov A.S., Xasanov J.O. “Nodivergent kross-diffuzion parabolik tenglamalar sistemasini sonli modellashtirish” , 2022-yil, 5-son (135), 84-91 betlar.

6. Aripov M., Matyakubov A.S., Khasanov J.O. To the qualitative properties of self-similar solutions of parabolic system not in divergence form with in variable density Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics.p 138-139 September 23-24, 2022; Samarkand, Uzbekistan.

ПРИМИТИВНО РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Бахтиёрова С.Н.

sevarad@mail.ru

Каршинский государственный университет

Аннотация. В данной работе представлены понятия и примеры для рекурсивных функций.

Название «рекурсивно» отражает определение по рекурсии, когда новая функция f определяется заданием каждого нового значения $f(x+1)$ в терминах предыдущих значений $f(0), f(1), \dots, f(x)$ а также ранее определенных функций.

Определение. [1] Класс примитивно рекурсивных функций — класс C функций, замкнутый относительно следующих схем.

(I) Функция следования $\lambda x[x+1]$ принадлежит C .

(II) Константные функции $\lambda x_1, \dots, x_n[m]$ принадлежат C , $n, m \geq 0$.

(III) Тождественные функции (также называемые проекциями) $\lambda x_1, \dots, x_n[x_i]$ принадлежат C , $1 \leq n, 1 \leq i \leq n$.

(IV) (Композиция). Если $g_1, g_2, \dots, g_m, h \in C$, то $f(x_1, \dots, x_n) = h(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n))$ принадлежит C . Здесь $g_1, \dots, g_m$ — функции от n переменных, а h — функция от m переменных.

(V) (Примитивная рекурсия). Если $g, h \in C$ и $n \geq 1$, то $f \in C$, где $f(0, x_2, \dots, x_n) = g(x_2, \dots, x_n)$, $f(x_1 + 1, x_2, \dots, x_n) = h(x_1, f(x_1, x_2, \dots, x_n), x_2, \dots, x_n)$.

Здесь функции g и h от $n-1$ и $n+1$ переменных соответственно. (Если $n=1$, то 0-арная функция g является константной функцией и по схеме (II) принадлежит C .)

Приведем примеры для рекурсивных функций:

Пример 1. Пользуясь определением напишем примитивно рекурсивное вывод для функции $f(x, y) = x \cdot y$.

$$f_1 = \lambda x[x + 1]$$

$$f_2 = \lambda x[0]$$

$$f_3 = \lambda x[x]$$

$$f_4 = \lambda xyz[y]$$

$$f_5 = \lambda xyz[z]$$

$$f_6(x, y, z) = f_1(f_4(x, y, z)) = y + 1 \quad \text{по (IV)}$$

$$\left. \begin{aligned} f_7(0, y) &= f_3(y) = y \\ f_7(x + 1, y) &= f_6(x, f_7(x, y), y) \end{aligned} \right\} \quad \text{по (V)}$$

$$f_8(x, y, z) = f_7(f_4, f_5) \quad \text{по (IV)}$$

$$\left. \begin{aligned} f_9(0, y) &= f_2(y) = 0 \\ f_9(x + 1, y) &= f_8(x, f_9(x, y), y) \end{aligned} \right\} \quad \text{по (V)}$$

ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р.И.Соар. Вычислимо перечеислимые множества и степени.Пер. с англ.—Казань: Казанское математическое общество, 2000. — 576 с., ил.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТАМОЖЕННОГО ТРАНЗИТА: ОПЫТ ЕВРОПЕЙСОГО СОЮЗА ПО ОРГАНИЗАЦИЮ ТАМОЖЕННОГО КОНТРОЛЯ ЗА МЕЖДУНАРОДНЫМИ АВТОМОБИЛЬНЫМИ ПЕРЕВОЗКАМИ

Бокиев Э.Р.¹, Хамраев М.М.², Саидов А.А.³

sobirs59@mail.ru

¹Управления информационных технологий и обеспечения
кибербезопасности

^{2,3}Таможенный институт

Аннотация. В работе исследуются вопросы организации таможенного транзита и развития таможенных информационных систем. Проведён

сравнительный анализ опыта Европейского союза на примере информационной системы «New Computerised Transit System» (NCTS) с архитектурой информационной системы таможенных органов республики Узбекистан. Представлены перспективы развития информационной системы таможенного транзита на примере информационной системы «е-Транзит».

Таможенный транзит выступает важнейшей составляющей системы трансграничного перемещения товаров. Движение грузов от отправителя к получателю предполагает соблюдение комплекса четко обозначенных таможенных правил, установленных для целей обеспечения безопасности и исключения возможных рисков несоблюдения законодательства. Для реализации данных правил разрабатываются различные международные правовые документы, направленные на унификацию регулирования и облегчения условий транзита товаров [1].

Согласно приказом государственного таможенного комитета Республики Узбекистан «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы электронной регистрации транспортных средств и перевозимых в них грузов», за № 189 от 6 июня 2019 года, была утверждена инструкция ведение электронной Книжки контроля доставки грузов (ККДГ) [2].

Процесс ведение и учета автоматизации ККДГ осуществлялось с помощью единой автоматизированной информационной системы «Авто» (ЕАИС «Авто»), которая обеспечивала выработку и принятие решений на основе автоматизации информационных процессов и технологий на всех приграничных таможенных постах.

Вместе с этим, проведённые исследования показывают, что в алгоритме управления информационными процессами управления таможенного транзита с помощью ЕАИС «Авто» существуют немало операций и этапов, которые существенно влияют на интеграции данной системы с признанными международными информационными системами таких, как eTIR, NCTS и другие.

Данное обстоятельство подчёркивает актуальность исследования и сравнительного анализа возможности ЕАИС «Авто» и других международных информационных систем.

ОПЫТ ЕВРОПЕЙСКОГО СОЮЗА ПО УПРАВЛЕНИЮ ТАМОЖЕННОГО ТРАНЗИТА

Общая транспортная политика Европейского союза (ЕС) берёт начало с первых дней её образования. Одной из мер реализации данной политики является общее для всех стран - членов ЕС условие транспортировки грузов под таможенным контролем, которое регламентируется Таможенным кодексом ЕС, принятым Советом Европы 19.10. 1992 г. с дополнениями, в том числе дополнение от 12.02. 1999 г. о начале эксплуатации программы NCTS.

NCTS имеет уникальную архитектуру, состоящий из служб для каждой страны участника данной системы. Служба NCTS для каждой страны соединяется через центральный сервер в Брюсселе с системами всех служб стран – членов NCTS. Это обеспечивает связь между европейскими таможенными

пунктов, которые насчитываются более чем 3000 и в конечном итоге заменит существующую систему бумажного документооборота.

Модель архитектуры NCTS представлена на рис 1.

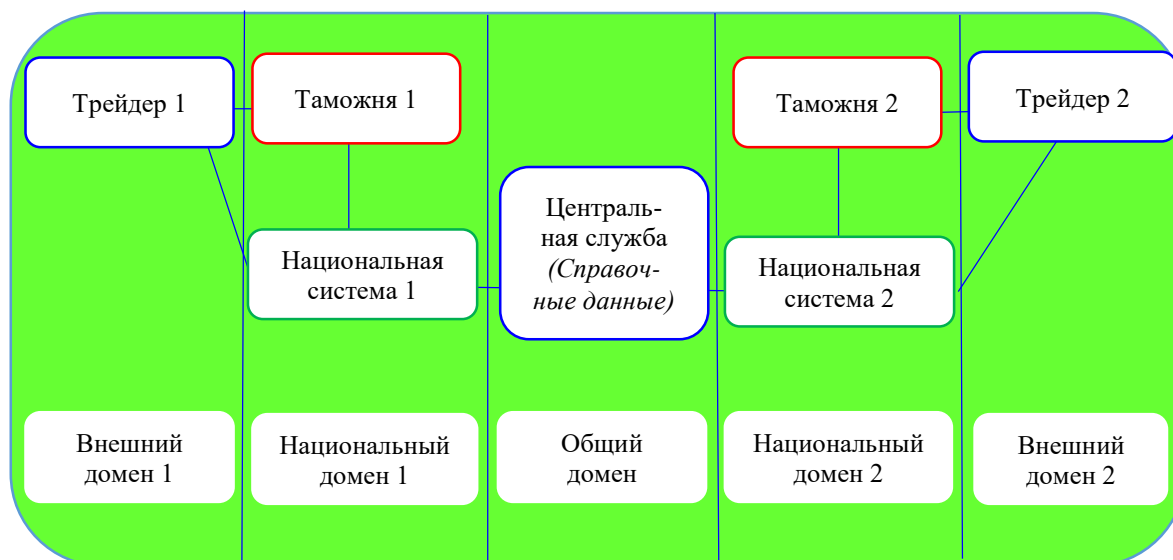


Рис. 1. Модель архитектуры NCTS
(источник [3]).

Одним из отличительных элементов архитектуры ЕАИС «Авто» от архитектуры NCTS является отсутствие в нем элементов внешнего домена. Данное отличие существенно влияет на успешного применения ЕАИС «Авто» на практике. Проведенные исследования показывают, что в алгоритме управления информационными процессами на приграничных таможенных постах ЕАИС «Авто» существуют немало операций и этапов, которые существенно влияют на продолжительность совершения таможенных операций.

Учитывая вышеприведенной проблемы, согласно пункта 41 Приложение 2. Указа Президента Республики Узбекистан УП-122 от 27 апреля 2022 года «О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию таможенного администрирования» [4] в деятельность таможенных органов Республики Узбекистан внедрена информационная система «е-Транзит».

За время эксплуатации информационная система «е-Транзит» показала свою эффективность: в течение 1 года через данной системы оформлена 268 156 транзитная декларация, 61 176 документы по “Книге 11”, 182 120 другие документы. Проведённые хронометражные исследования по пропускной способности таможенных постов увеличились 1,5-2 раза.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смешков В. В. Сравнительный анализ процедур таможенного транзита в ЕАЭС и ЕС // Сборник научных статей студентов, магистрантов, аспирантов. Вып. 27 / сост. М. Д. Липницкая; под общ. ред. Е. А. Достанко. Минск, 2022. С.162-164.

2. Саидов А.А., Мирбобоев М.Р., Донокулов Н.Х. Моделирование и алгоритмизация процесса организации таможенного контроля за международными автомобильными перевозками // Ученые записки Санкт-Петербургского имени В.Б. Бобкова филиала Российской таможенной академии. 2020. № 2 (74). С. 16–20.

3. Николас Миллс. Компьютерная Система управления Транзитом. //Руководство пользователя (CTCS-UMN). Национальное Таможенное управление Латвии. 2004. <https://www.ldz.lv> CTSC_UMN_v0_20_rus.

4. Приложение 2. Указа Президента Республики Узбекистан УП-122 от 27 апреля 2022 года «О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию таможенного администрирования»././ Национальное законодательство Республики Узбекистан. <https://lex.uz/docs/5998704>

KOSINUS VAZNLI OPTIMAL KVADRATUR FORMULA

Bozarov B.I.¹, Maxmudjonov A.O.²

¹b.bozarov@mail.ru, b.bozarov@ferpi.uz,

^{1,2}Fargʻona politexnika instituti, Fargʻona, Oʻzbekiston

Annotatsiya. *Trigonometrik vaznli optimal kvadratur formulalar Fure qatoridagi koeffitsientlarni va Fure almashtirishlarini hisoblashda ishlatiladi.*

Ushbu ishda quyidagi kvadratur formulani

$$\int_0^1 \cos(2\pi\omega x)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta]\varphi[\beta] \quad (1)$$

qarab chiqamiz.

Bu kvadratur formulaga mos keluvchi

$$\ell_c(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x)\cos(2\pi\omega x) - \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta]\delta(x - [\beta]). \quad (2)$$

xatolik funksionali normasi kvadratini umumiy koʻrinishi topiladi. Bu erda, $C_c[\beta]$ lar (1) optimal kvadratur formulalarning koeffitsientlari, $[\beta] = h\beta$, $h = \frac{1}{N}$, N - natural son. bu erda $\varepsilon_{[0,1]}(x)$ bu $[0,1]$ kesmaning xarakteristik funksiyasi, $\delta(x)$ Dirakning delta – funksiyasi. Bundan tashraqi, (1) kvadratur formulaga mos keluvchi (2) xatolik funktsionai quyidagi shartlarni ham bajarishi talab etiladi

$$(\ell_c, x^\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, m-1.$$

Yuqoridagilardan koʻrish mumkinki (1) koʻrinishdagi optimal kvadratur formula $(m-1)$ – darajali koʻphadlarga aniq.

$L_2^{(m)}(0,1)$ fazodagi (1) kvadratur formulaga mos keluvchi, $L_2^{(m)*}(0,1)$ qoʻshma fazoga tegishli (2) xatolik funktsionali normasining kvadrati quyidagicha

$$\begin{aligned} \|\ell_c\|_{L_2^{(m)*}}^2 = & (-1)^m \left(\sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_c[\beta] C_c[\gamma] \frac{|[\beta] - [\gamma]|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} \right. \\ & - 2 \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta] \int_0^1 \cos(2\pi\omega x) \frac{|x - [\beta]|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx \\ & \left. + \int_0^1 \int_0^1 \cos(2\pi\omega x) \cos(2\pi\omega y) \frac{|x - y|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx dy \right). \end{aligned}$$

STOUNNING GESSER–MYULLER REGRESSIYA MODELIDAGI YADROVIY BAHOSINING XOSSALARI

Bozorov S. B.

suxrobbek_8912@mail.ru

Gulistan Davlat Universiteti

Annotatsiya. *Ushbu ishda qaralayotgan model ham Stounning Gesser–Myuller regressiya modelidagi yadroviy bahosi bo‘lib, Y tasodifiy miqdorning taqsimoti ta’sir omili qiymati X ga bog‘liq bo‘ladi, baholanayotgan regressiya funksiyasidan iborat bo‘lib, bahoning siljish kattaligi va dispersiyasi baholangan.*

Sanoat sohalarida texnik uskunalarni beto‘xtov ishlash vaqtlarini va tibbiy–biologik tajribalarda individumlarning umr davomiyligini xarakterlovchi Y tasodifiy miqdor kovariata deb ataluvchi biror X kattalikka bog‘liq bo‘ladi. Masalan, injineriyada texnik uskunaning beto‘xtov ishlash vaqtiga kuchlanish, bosim, temperatura va shu kabi ta’sir omillari, tibbiy–biologik tajribalarda esa dori miqdori individumning umr davomiga ta’sir etadi. Demak, Y tasodifiy miqdorning taqsimoti ta’sir omili qiymati $X = x$ ga bog‘liq bo‘ladi. Shu sababli, biz uni Y_x orqali belgilab olamiz va uning shartli taqsimot funksiyasi:

$$S\ t/\ x = P\ Y_x \leq t = P\ Y \leq t / X = x, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

Ko‘rinishda yozish mumkin, bunda $P\ Y_x \geq 0 = 1$ ya’ni umr davomiyligi nomanfiy tasodifiy miqdordir. Biz ta’sir omili biror oraliqda, masalan $[0, 1]$ kesmada deb, uning mulkdorlari tajribadan tajribaga kamaymaydigan deb hisoblab, kuzatilayotgan tanlanma $Y_{x_i}, x_i, i = 1, \dots, n$ deb olamiz, bu yerda $0 = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq 1$. Qulaylik uchun, $Y_{x_i} = Y_i$ kabi belgilab olamiz. Demak (1) da $x \in [0, 1]$. Ushbu ishda qaralayotgan model ham Stounning Gesser–Myuller regressiya modelidagi yadroviy bahosi bo‘lib, unda Y_i tasodifiy miqdorlar $X = x_i$ nuqtalariga bog‘liq bo‘lib, baholanayotgan regressiya funksiyasi $S\ t/\ x$ dan iboratdir. Stoun [1, 2] $S_x\ t$ uchun Gesser va Myuller [3] bahosi quyidagicha aniqlanadi:

$$g_n(x) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n Y_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} W\left(\frac{x-u}{h}\right) du, \quad (2)$$

bu yerda $t_i = (x_{i+1} + x_i) / 2$, $i = 1, n-1$, $t_0 = 0$, $t_n = 1$ va

$$g_n^s(x) = \frac{\sum_{j=1}^n Y_j W_j W\left(\frac{x-x_j}{h}\right)}{\sum_{j=1}^n W_j W\left(\frac{x-x_j}{h}\right)}. \quad (3)$$

quyidagi yadroviy bahoni tadqiq etgan:

$$S_n(t|x) = \sum_{i=1}^n \omega_{ni}(x;h) I_{Y_i \leq t}, \quad (4)$$

bu yerda

$$\omega_{ni}(x,h) = \frac{1}{C_n(x,h)} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{h} W\left(\frac{x-y}{h}\right) dy, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$C_n(x;h) = \int_0^{x_n} \frac{1}{h} W\left(\frac{x-y}{h}\right) dy, \quad (5)$$

$h = h_n \geq 0$, $h \rightarrow 0$ va $W(u)$ biror ma'lum zichlik funksiyasi. Odatda katta n larda $C_n(x;h) \approx 1$ bo'ladi. Shu sababli, biz keyinchalik (5) ni taqriban 1 ga teng deb faraz qilamiz. Bu holda (4) baho (2) ko'rinishda bo'lib, Y_i o'rnida $I_{Y_i \leq t}$ indikator bo'ladi.

Quyidagi (4) bahoning siljish kattaligi va dispersiyasi baholangan.

$W(u)$ vazn funksiyasi yadro funksiyasi yoki shunchaki yadro deb ham ataladi. Biz ba'zi yadrolar va ularning L_2 va J_2 xarakteristikalarini keltirib o'tamiz:

$$L_2 = \int_{-\infty}^{\infty} W^2(u) du \quad \text{va} \quad J_2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 W(u) du \neq 0.$$

1– Teorema [4, 5]. Faraz qilamiz quyidagi shartlar bajarilsin:

$$A1 \quad n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow 1, \quad \bar{\Delta}_n = \max_{1 \leq i \leq n} x_i - x_{i-1} = O\left(\frac{1}{n}\right),$$

$$\bar{\Delta}_n - \min_{1 \leq i \leq n} x_i - x_{i-1} = o\left(\frac{1}{n}\right);$$

A2 $W(u)$ yadro funksiyasi $[-M, M]$ kesmada aniqlangan zichlik funksiyasi

$$\text{bo'lib } M > 0, \text{ u uchun } \int_{-\infty}^{\infty} y W(y) dy = 0,$$

$$|W(y) - W(y')| \leq C_W |y - y'|, \quad y, y' \in [-M, M] \text{ shartlar bajarilsin}$$

$$A3 \quad n \rightarrow \infty \text{ da } h_n \rightarrow 0, \quad n h_n \rightarrow \infty.$$

U holda biror chekli $T > 0$ uchun:

$$\sup_{0 \leq t \leq T} |MS_h(t/x) - S(t/x)| = o(hn),$$

$$DS_h(t/x) = \frac{L_2}{nh} S(t/x) (1 - S(t/s)) + o\left(\frac{1}{nh}\right), \quad x \leq T.$$

1–Teorema shartlari 1–jadval keltirilgan yadroviy funksiyalar uchun o‘rinlidir. Bunda $hn = n^{\epsilon}, 0 < \epsilon < 1$, deb tanlash yetarlidir.

1–jadval. Yadrolarga misollar

Yadro funksiyasining nomi	Yadro funksiyasining ko‘rinishi: $W(u)$	L_2	J_2
Tekis yadro funksiya	$\begin{cases} 1/2, & u \leq 1, \\ 0, & u > 1. \end{cases}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Uchburchak yadro funksiya	$\begin{cases} 1 - u , & u \leq 1, \\ 0, & u > 1. \end{cases}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
Narmol yadro funksiya	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$	1
Ikkilangan eksponensial yadro funksiya	$\frac{1}{2} \exp - u $	$\frac{1}{4}$	2
Kvadratik yadro funksiya	$\begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{5}} \left(1 - \frac{u^2}{5}\right), & u \leq \sqrt{5}, \\ 0, & u > \sqrt{5}. \end{cases}$	$\frac{3}{5\sqrt{5}}$	1
Kosinusli yadro funksiya	$\begin{cases} \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2} u\right), & u \leq 1; \\ 0, & u > 1. \end{cases}$	$\frac{\pi^2}{16}$	$1 - \frac{8}{\pi^2}$
Koshi taqsimoti	$\frac{1}{\pi(1+u^2)}$	$\frac{1}{\pi}$	–

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Stone C. J. Consistent nonparametric regression. Ann. Statist 1977.v.5.p.595–620. <https://projecteuclid.org/journals/annals-of-statistics/volume-5/issue-4/Consistent-Nonparametric-Regression/10.1214/aos/1176343886.full>
2. Stone C. J. Optimal rates of convergence for nonparametric estimators. Ann. Statist 1980.v. 8.P. 1348–1360. https://sites.stat.washington.edu/courses/stat527/s14/readings/Stone_Annals_1980.pdf

3. Gasser. T, Müller. H. G. Kernel estimation of regression functions. In Smoothing techniques for curve estimation. Lecture Notes in Mathematics. 1979. v. 757. p.23–68. Springer – Verlag, New York.
<https://www.scirp.org/%28S%28lz5mqp453edsnp55rrgjct55%29%29/reference/referencespapers.aspx?referenceid=3090689>
4. Van Keilegom I, Veraverbeke N. Estimation and bootstrap with censored data in fixed design nonparametric regression.// Ann. Inst. Statist. Math. 1997. v. 49. N.3. P.467–491.
[https://www.scirp.org/\(S\(351jmbntvnsjt1aadkozje\)\)/reference/referencespapers.aspx?referenceid=1403856](https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkozje))/reference/referencespapers.aspx?referenceid=1403856)
5. Csörgö S. Limit behavior of the empirical characteristic function.// Ann. Probab. 1981. v. 9. N. 1. p. 130–144.
<http://www.nicola.fusari.altervista.org/resources/Documents/Epps1993.pdf>.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ДИФФУЗИОННОЙ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Боборахимова М.И.¹, Анваржонов Б.Б.²

¹kamina9314@mail.ru, ²bunyodbek.anvarjonov@bk.ru

^{1,2}Институт математики АН РУз

Аннотация. Целью данной статьи является изучение существования и асимптотической устойчивости решений для эпидемиологически возникающей модели реакции-диффузии. Мы показываем, что модель имеет два типа точек равновесия, чтобы разрешить предложенную систему для довольно широкого класса нелинейностей, описывающих передачу инфекционного заболевания между людьми. Модель анализируется с использованием основного репродуктивного числа R_0 . Наконец, мы представляем численные примеры моделирования, которые уточняют и подтверждают результаты исследования на протяжении всей статьи.

Изучение инфекционных заболеваний привлекло внимание огромного числа исследователей, таких как [1], с целью улучшения лечения этих заболеваний за счет планирования и прогнозирования распространения болезни, тем самым снижая показатели смертности, и модели были предложены и изучены в последние годы. Было получено много важных и интересных свойств, таких как определение репродуктивного числа R_0 . [2], глобальной стабильности равновесия без болезней [3] и т.д.

В данном исследовании мы рассматриваем систему реакции-диффузии:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial t} - d_1 \Delta s = \Lambda - \beta \frac{s\varphi(u)}{s+u} - \mu s & \text{in } D \\ \frac{\partial u}{\partial t} - d_2 \Delta u = \beta \frac{s\varphi(u)}{s+u} - (\mu + \sigma)u & \text{in } D \end{cases} \quad (1)$$

Постоянные параметры d_1 и $d_2 > 0$ — коэффициенты диффузии, а символ Δ обозначает оператор Лапласа на Ω , где $\Omega \subset R^n$ — открытое ограниченное подмножество n с гладкой границей $\partial\Omega$. Примем начальные условия

$$s(x, 0) = s_0(x), u(x, 0) = u_0(x) \text{ in } \bar{D} \quad (2)$$

и однородные граничные условия Неймана

$$\frac{\partial s}{\partial \nu} = \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \text{ in } D \quad (3)$$

Нелинейность φ считается неотрицательной и непрерывно дифференцируемой функцией на такой, что R^+

$$\varphi(0) = 0 \quad (4)$$

и

$$0 < u\varphi'(u) \leq \varphi(u) \text{ for all } u > 0 \quad (5)$$

Несколько инфекционных заболеваний по-прежнему поражают огромные группы населения. Они считаются одной из основных причин смертности. Соответственно математическое моделирование в биологии играет важную роль в улучшении понимания эпидемиологических закономерностей борьбы с болезнями. Предлагаемая система описывает передачу ВИЧ среди населения. Исследуемая популяция включает лиц, восприимчивых к s , и лиц, инфицированных u . Константа Λ представляет собой скорость потока вновь подвергшихся облучению лиц, μ — уровень смертности, параметр β описывает скорость распространения заболевания среди лиц в единицу времени, а параметр σ определяется как $\sigma = \mu + \eta$, где $\frac{1}{\eta}$ — средний период половой активности пораженных лиц. Ведущими причинами смертности во всем мире являются такие заболевания, как инсульт, ишемическая болезнь сердца и инфекционные заболевания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Z. U. A. Zafar, S. Zaib, M. T. Hussain, C. Tunç, and S. Javeed, Analysis and numerical simulation of tuberculosis model using different fractional derivatives, *Chaos Solitons Fractals*. 160 (2022), 112202, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112202>.

[2] J. Piqueira, M. Castano, and L. Monteiro, Modeling the spreading of HIV in homosexual populations with heterogeneous preventive attitude, *J. Biol. Systems* 12 (2004), no. 4, 439–456, DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218339004001312>.

[3] K. Kim, Z. Lin, and Q. Zhang, An SIR epidemic model with free boundary, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 14 (2013), no. 5, 1992–2001, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2013.02.003>.

О ЛОГИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Боборахимова М.И.¹, Асракулова Д.С.²

¹kamina9314@mail.ru

^{1,2}Институт математики АН РУз

Аннотация. Математическая модель переноса и распространения вредных примесей в пограничных слоях атмосферы построено в виде уравнения реакции-диффузии. Устанавливаются априорные оценки и исследуются некоторые свойства искомой функции. Решаются вопросы устойчивости, единственности и существования решения. Предложен алгоритм решения задачи путем разбиения трехмерной задачи.

Загрязнение воздуха - одна из самых серьезных экологических проблем во многих промышленных городах мира. Поэтому возникает необходимость решения задачи оценки и моделирования распространения загрязняющих веществ в атмосфере с целью предотвращения или снижения их воздействия на экосистему.

Методология решения экологических проблем стремительно развивается, причем развитие идет в направлении обогащения как информационного и физического содержания базовых моделей, так и методов их конструктивной реализации и практического применения.

Пусть Ω - ограниченная область в R^3 с гладкой границей $\partial\Omega$, $Q_T = \Omega \times (0, T)$, $S_T = \partial\Omega \times (0, T)$, $T > 0$

В данной работе исследуется реакционно-диффузионный перенос примесей в пограничном слое атмосферы, описываемый краевой задачей для трехмерного парабола-логистического уравнения

$$\begin{aligned} \partial u(P, t) \partial t - \left[\partial / \partial x (d_2(P, t) u_x(P, t)) + \partial / \partial y (d_3(P, t) u_y(P, t)) + \partial / \partial z (d_1(P, t) u_z(P, t)) \right] \\ - \partial / \partial x (c_2(P, t) u) - \partial / \partial y (c_3(P, t) u) - \partial / \partial z (c_1(P, t) u) = u(a - bu) \in Q_T \end{aligned} \quad (1)$$

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\begin{aligned} Lu \equiv L_0 u - u_t \\ \equiv (d_2 u_{xx} + d_3 u_{yy} + d_1 u_{zz}) + a_2 u_x + a_3 u_y + d_1 u_z + cu - u_t \\ = bu_2 \text{ in } Q_T \end{aligned} \quad (2)$$

с начально - граничными условиями

$$u(P, 0) = \phi(P), P \in \Omega, \quad (3)$$

$$u(P, t) = \psi(P, t) \text{ on } S_T, \quad (4)$$

$$P = P(x, y, z), P \in \Omega \subset R^3, t \in [0, T]$$

$$a_2(P, t) = d_{2x}(P, t) + c_2(P, t), \quad a_3(P, t) = d_{3y}(P, t) + c_3(P, t),$$

$$a_1(P, t) = d_{1z}(P, t) - c_1(P, t), \quad c(P, t) = c_{2x} + c_{3y} + c_{1z} + a.$$

Здесь $u(P, t)$ - концентрация примесей, находящихся в точке P в момент времени t , a, b - положительные константы, a - степень удаления или внедрения примесей в данный объем за счет химических процессов, b - скорость

изменения концентрации, $d_i (i = 1, 3)$ – коэффициенты турбулентной диффузии, $c_i (i = 1, 3)$ – компонента вектора скорости ветра. Предполагается выполнение следующих условий:

I. $d_i(P, t) > d_{i0} > 0$, $c_i(P, t) (i = 1, 3)$, $\psi_1(P, t)$ являются непрерывно дифференцируемыми функциями, производные которых удовлетворяют условию Гёльдера в Q_T ;

II. $\phi(P) \in C_2 + \alpha(\Omega)$ и удовлетворяет условию соответствия первого порядка на $\partial\Omega$;

III. $\phi_0(P) > 0$, $\psi(P, t) > 0$, и $\max_{s_T} |\psi| \leq \max_{\Omega} |\phi|$.

Сначала установим двустороннюю оценку искомой функции $u(x, t)$, а затем докажем устойчивость и единственность решения задачи (2) - (4).

Лемма 2. Пусть выполнены условия I-III. Тогда справедлива следующая оценка

$$0 \leq u(x, t) \leq \max_{\Omega} (|\phi|) \quad (4)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Naats V.I., Naats I.E. Mathematical models and numerical methods in problems of environmental monitoring of the atmosphere // М.: Fizmat., 2009

2. Aloyan A.E. Mathematical modelling of the interaction of gas species and aerosols in atmospheric dispersive systems // Rus. J. of Numer. Anal. and Math. Modelling. 2000. V. 15, N 1-4, P. 211-224.

3. Eshel G, Carmel Y (2017) Expanded view of ecosystem stability: A grazed grassland case study. PLoS ONE 12(6): e0178235. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0178235>

4. Takhirov Zh.O. On the parabolic-parabolic model of one ecological problem. Proceedings of the 11th All-Russian Scientific Conference "Mathematical Modeling and Boundary Value Problems". Volume 2. 2019.p.91-93.

MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS OF CORRUPTION DYNAMICS WITH CONTROL MEASURES

Jabborov N.M.¹, Eshdavlatova S.E.², Mirzoodilov B. N.³

¹jabborov61@mail.ru, ²sevaraeshdavlatova@gmail.com,

³boburmirezoodilov95@gmail.com

^{1,2}Belarusian-Uzbek Inter-Branch Institute of Applied Technical Qualifications in Tashkent,

³Tashkent State University of Economics

Abstract. *Corruption is a major globally problem nowadays, Corruption in the society spread like diseases from one infected (corrupt) person to a susceptible individual. Corruption has a detrimental effect on the development of a country because it degrades national economy as well as international peace and security.*

In this paper, we formulate and analyze a mathematical model for the dynamics of corruption in the presence of control measures.

Corruption is a form of dishonesty or a criminal offense which is undertaken by a person or an organization which is entrusted in a position of authority, in order to acquire illicit benefits or abuse power for one's personal gain. Most of the studies on corruption such as [1-3] concluded that corruption mostly undermines the economic, political as well as social development. The corruption dynamics model is developed by modifying the work done by [2] by including compartment of immune individuals with intervention strategies through combination of mass education and religious teaching. Our corruption model divided the population into four classes/compartments namely: Susceptible individuals, Corrupt individuals, Recovered individuals and Immune individuals [3]. Also the corruption dynamics model is formulated by letting the total population $N(t)$, Susceptible $S(t)$, Corrupt $C(t)$, Reformed $R(t)$ and Honest $I(t)$ as described below:

a) Susceptible Class: These are individuals who have never been involved in corruption but are vulnerable for being influenced by the corrupt practice in the community.

b) Corrupt Class: This class consists of individuals who frequently engage in corrupt practices and are able to influence the susceptible individuals to become corrupt.

c) Reformed Class: This class consists of people who previously engaged in corruption but later on adapted ethical ways. However, they are either susceptible to corruption or immune.

d) Honesty Class: These are individuals who can never engage in corruption irrespective of the environments around them.

The susceptible individual increases due to birth rate of ϵ while the immune individual increases due to birth rate of $\Pi(1 - \epsilon)$. Susceptible individual gets into corruption practice after contact and being convinced by the corrupt individuals at the rate of $(\kappa + \nu)$. The susceptible, corrupt, recovered and immune individuals are all subject to a natural removal rate of μ . The corrupt individuals are recovered at the rate of $(\alpha + \beta + \rho)$. Individuals who are in the recovery compartment due to natural recovery do not get into corrupt compartment rather go to susceptible compartment first at the rate of $(1 - \gamma)$ due to human behaviour. γ is the rate at which recovered individuals become immunized. The model for this study is formulated using ordinary differential equations [4].

From Figure 1 translated to the following mathematical model:

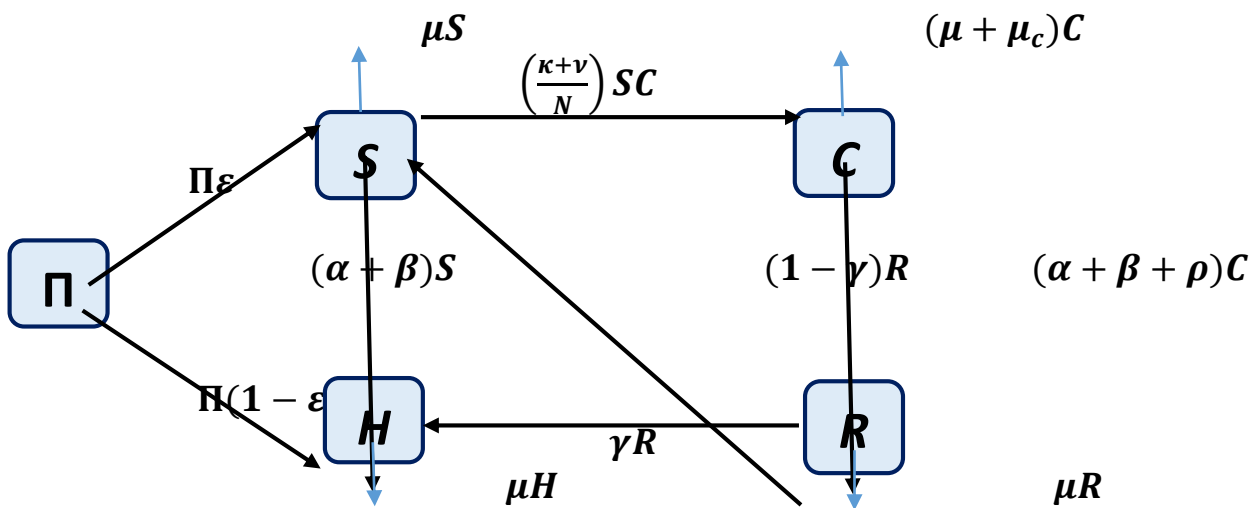


Figure 1. Model flow diagram

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \varepsilon\Pi + (1 - \gamma)R - \left(\frac{\kappa + \nu}{N}\right)SC - (\alpha + \beta)S - \mu S \\ \frac{dC}{dt} &= \left(\frac{\kappa + \nu}{N}\right)SC - (\mu + \mu_c)C - (\alpha + \beta + \rho)C \\ \frac{dR}{dt} &= (\alpha + \beta + \rho)C + (\mu + 1)R \\ \frac{dI}{dt} &= \Pi(1 - \varepsilon) + (\alpha + \beta)S + \gamma R - \mu I \\ S(0) &> 0; C(0) > 0; R(0) > 0; I(0) > 0.\end{aligned}$$

Variables/Parameters	Description of variables and parameters
$N(t)$	Total population at time t
$S(t)$	Number of Susceptible individuals at time t
$C(t)$	Number of Corrupt individuals at time t
$R(t)$	Number of Reformed individuals at time t
$H(t)$	Number of Honest individuals at time t
Π	Recruitment number
α	Rate of change corruption due to Mass education
β	Rate of change corruption due to Religious teaching
ρ	Natural recovery rate
κ	Rate of change corruption transmission due to desire
ν	Rate of change corruption transmission due to poverty
ε	Percentage of humans not born immune
μ	Natural removal rate

γ	Rate at which reformed individuals become Immune
$1 - \gamma$	Rate at which reformed individuals become Susceptible

Figure 2. Description parameters and variables

The rates of the parameters in the mathematical model are fully shown in the Figure 2. The positivity and boundedness of the mathematical model is proved by means of mathematical substitutions. The CFE and CEE equilibrium points of the model are found, and the analysis of corruption according to their position is shown. Also, the global stability of the CFE was determined using the Lyapunov function. The problem of showing the complete solution of the problem is being worked on.

REFERENCES

1. L. A. Lemecha, "Modelling corruption dynamics and its analysis" Ethiopian Journal of Sciences and Sustainable Development, 2018, Vol 5, pp. 13–27.
2. Sayaji Rastum Waykar "Mathematical modelling: A Comparatively Mathematical Study Model Base between Corruption and Development" article in IOSR Journal of mathematics. January 2013, Volume 6, Issue 2, pp 54-62.
3. Haileyesus Tessema Alemneh "Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics" August 2020, Volume 2020, Article ID 5109841, 13 pages.
4. Danford O., Kimathi M., and Mirau S. "Mathematical modelling and analysis of corruption dynamics with control measures in Tanzania" September 2020, Vol 19, pp 57-79.

ELLIPTIK EGRI CHIZIQLARNING SUPERSINGULAR BO'LMASLIK SHARTLARI VA ULARNING TAHLILI

Kamalov R.R.¹, Kalenbaev K.B.², Ubaydullaeva D.K.³

¹raaxa1593@gmail.com

^{1,2}V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti

³Berdaq nomidagi Qoraqalpoq davlat universiteti

Annotatsiya. *Elliptik egri chiziqlar uchun F_q maydon kengaytmasining multiplikativ guruhining qism guruhiga izomorf akslantirishning mavjudligi supermaxsus elliptik egri chiziq uchun diskret logarifmlash masalasini chekli Galua maydonida diskret logarifmni topish masalalari aktualdir.*

Kriptografik egri chiziqlarning singulyar bo'lmaslik shartlarini quyidagicha tenglik orqali bajariladi.

$$E = Y^2 + AX^2 + BX + C \quad (1)$$

Mordela teoremasiga muvofiq (1) singulyar bo'lmagan egri chiziqdagi ratsional nuqtalarning $C(Q)$ guruhi chekli hosil qilingan Abel guruhi ekanligini bilamiz, Abel guruhi bo'yicha asosiy teorema ko'ra (harqanday chekli hosil qilingan Abel guruhi

chekli sondagi ajralmaydigan takroriy qism guruhlarining to'g'ri yig'indisiga ajraladi, ulardan bir qismi – chekli birlamchi¹, bir qismi – cheksiz). Bu kabi $C(Q)$ abstrakt guruh ekanligidan cheksiz takroriy guruhlarining va oddiy tartibli chekli takroriy guruhlarining yig'indisi izomorf bo'lishi kelib chiqadi[2].

Ta'rif 1. *Mayli, bizga C guruhda aniqlanuvchi elliptik egri chiziq berilgan bo'lsin. Agar berilgan guruhda $\varpi: C \rightarrow C$ multiplikativ N - akslantirish hisoblanmaydigan endomorfizm mavjud bo'lsa, u holda C kompleks ko'paytmaga ega deb aytamiz.*

Ta'rif 2. *Agar $End(C)$ endomorfizmlar halqasi kommutativ bo'lmasa, elliptik egri chiziq supersingular deb nomlanadi.*

Demak, endomorfizmlar halqasi xususiyati orqali supermaxsus emaslik ta'rifi bilan birga boshqa(ekvivalent) ta'riflar ham ishlatiladi. Masalan,

$$E: y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6$$

tenglama bilan berilgan E egri chiziqning “supermaxsusligi” uchun quyidagi shartlardan ixtiyoriy birining bajarilishidan foydalanish mumkin:

(i) $a_1 = 0$,

(ii) $|E(K)|$ juft hisoblanadi ($K = F(p^m)$),

(iii) E ning j -o'zgarmasi nul (ikki xarakteristikali maydonlar uchun) hisoblanadi[1].

Umumiy xulosa sifatida kriptotizimlarni tuzishda aynan supermaxsus emas elliptik egri chiziqlar har xil tartibli ko'plab har xil guruhlar o'rtasida keng tanlov imkoniyatini ochishini qayd qilishimiz mumkin. Har bir maydon uchun faqat bir nomzod bor bo'lgan chekli maydonlar guruhini qo'llash bilan taqqoslaganda bu farq ularning qo'shimcha ustunligi hisoblanadi. Shuningdek, $E(K) = E(F_q)$ elliptik egri chiziq nuqtalarining ba'zibir to'plami uchun F_q maydon kengaytmasining multiplikativ guruhining qism guruhiga izomorf akslantirishning mavjudligi supermaxsus elliptik egri chiziq uchun diskret logarifmlash masalasini chekli Galua maydonida diskret logarifmni topishga olib kelishga imkon beradi.

ADABIYOTLAR

[1] Miller V.C. Use of Elliptic Curve in Cryptography. Cryptology: Proceedings of Crypto 85, Springer LNCS 218, 1986. – P. 417-426.

[2] Долгов В.И., Лисицкая И.В. Теория групп и колец: Конспект лекций с дисциплины "Специальные разделы математики". – Х.: ХТУРЭ, 2000.

¹ Birlamchi guruh – davriy abel guruhi bo'lib, barcha elementlarning tartibi fiksirlangan oddiy son p ning darajasi hisoblanadi [4].

C++ DASTURLASH TILI TAKRORLASH OPERATORLARINING QO'LLANILISHI

Kaynarov F.Z.

kaynarov.fazliddin@gmail.com

Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqolada «C++ dasturlash tilining takrorlash operatorlari» mavzusini o'qitishning metodik ishlanmasi keltirilgan. *For, while, do-while* takrorlash operatorlari ko'rib chiqilgan.

«Takrorlash operatorlari» mavzusini o'qitishda qo'llaniladigan interfaol usullar:

- kompyuter,
- multimediyaali videoproektori,

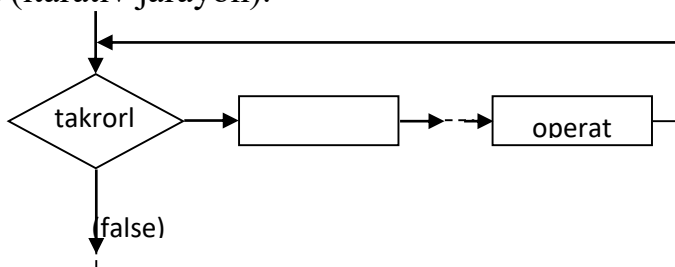
Sinkveyn, Swot tahlili, Veer usullari yordamida o'qituvchi darsni yangi mavzuni e'lon qilib, uni oldin o'tilgan mavzu bilan bog'lab o'tiladi. «C++ tilida takrorlash operatorlari» mavzusining ma'ruza matnini slaydlar yordamida tushuntiradi. O'qituvchi mavzu bo'yicha tuzilgan reja bilan tanishtirib har bir operator bo'yicha tushunchalar beradi.

«C++ dasturlash tilining takrorlash operatorlari» mavzusining ma'ruzaning matni quydagicha operatorlar o'z-oldiga alohida ajralib o'rgatiladi.

1. *for* takrorlash operatori
2. *while* takrorlash operatori
3. *do-while* takrorlash operatori

Dastur bajarilishini boshqarishning boshqa bir kuchli mexanizmlaridan biri – takrorlash operatorlari hisoblanadi.

Takrorlash operatori «takrorlash sharti» deb nomlanuvchi ifodaning rost qiymatida dasturning ma'lum bir qismidagi operatorlarni (takrorlash tanasini) ko'p marta takror ravishda (itarativ jarayon).



Takrorlash o'zining kirish va chiqish nuqtalariga ega, lekin chiqish nuqtasining bo'lmasligi mumkin. Bu holda takrorlashga cheksiz takrorlash deyiladi. Cheksiz takrorlash uchun takrorlashni davom ettirish sharti doimo rost bo'ladi.

for takrorlash operatori: *for* takrorlash operatorining sintaksisi quyidagi ko'rinishga ega:

for (<ifoda1>; <ifoda2>; <ifoda3>) <operator yoki blok>;

Bu operator o'z ishini <ifoda1> ifodasini bajarishdan boshlaydi. Keyin takrorlash qadamlari boshlanadi. Har bir qadamda <ifoda2> bajariladi, agar natija 0 qiymatidan farqli yoki true bo'lsa, takrorlash tanasi - <operator yoki blok> bajariladi va oxirida <ifoda3> bajariladi. Agar <ifoda2> qiymati 0 (false) bo'lsa, takrorlash

jarayoni to'xtaydi va boshqaruv takrorlash operatoridan keyingi operatorga o'tadi. Shuni qayd qilish kerakki, <ifoda2> ifodasi vergul bilan ajratilgan bir nechta ifodalar birlashmasidan iborat bo'lishi mumkin, bu holda oxirgi ifoda qiymati takrorlash sharti hisoblanadi. Takrorlash tanasi sifatida bitta operator, jumladan bo'sh operator bo'lishi yoki operatorlar bloki kelishi mumkin.

10 dan 20 gacha bo'lgan butun sonlar yig'indisini hisoblash masalasini ko'ramiz.

```
#include <iostream.h>
int main() {
    int S=0;
    for (int i=10; i<=20; i++)
        S+=i;
    cout<<"yig'indi=" <<S;
    return 0;}
```

Takrorlash operatori tanasi sifatida operatorlar bloki ishlatishini faktorialni hisoblash misolida ko'rsatish mumkin:

```
#include <iostream.h>
int main() {
    int a;
    unsigned long fact=1;
    cout<<"butun sonni kiriting: _";
    cin>>a;
    if ((a>=0)&&(a<33)) {
        for (int i=1; i<=a; i++) fact*=i;
        cout<<a<<"!="<<fact<<"\n";
    }
    return 0;}
```

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Кайнаров Ф. 3. ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ //Экономика и социум. – 2023. – №. 1-2 (104). – С. 619-622.

2. ESANOVNA D. B. APPROACHES OF REFLECTION OF KNOWLEDGE IN INFORMATION RESOURCES, ELECTRONIC JOURNAL OF ACTUAL PROBLEMS OF MODERN SCIENCE //EDUCATION AND TRAINING. – 2021. – С. 2181-975.

3. Даминова Б. Э. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ОРГАНИЗАЦИИ МНОГОУРОВНЕВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ //Экономика и социум. – 2023. – №. 1-2 (104). – С. 611-614.

О ФИЛЬТРАЦИИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ФЛЮИДОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТАХ

Каюмов Ш¹., Бекчанов Ш.Э²., Зиёдуллаева Ш³.

kayumovmatomic@gmail.com, sherzodbekjonov@gmail.com

^{1,2,3}Ташкентский государственный технический университет

Аннотация. Работа посвящена к математическому моделирования задачи нелинейной фильтрации в многослойных пластах. Численные алгоритмы решения построены с применением методов итерации, метод прямых и сеточный вариант метода потоковой прогонки. Отмечена возможности определение величины перетоков между пластами и положение неизвестных границ возмущений.

Процесс фильтрации флюидов в многослойных пластах изучается многими исследователями как для неструктурированных (ньютоновских и неньютоновских [1-2], так и для аномальных жидкостей [3-4], ввиду наличие природных месторождений углеводородов указанного типа. Пористая среда представляются как многослойные структуры и их можно моделировать различными способами и методами. В процессе моделирование этих сред учитывается гидродинамические связи между слоями или их считает несвязанными (изолированными) пластами. Существует различные методы моделирование, предполагающие пластовые характеристики этих слоев по отношению к другим слоям, резко различными и как следствие, движения флюидов в них происходить по разным направлениям. Предлагаемой работе рассмотрен слоистый пласт которой состоит из хорошо проницаемых (область $\Omega_{2\gamma}$), соседствующей (снизу и сверху), плохо проницаемыми пластами (область $\Omega_{2\gamma-1}$ и $\Omega_{2\gamma+1}$). Предполагается что области $D_{2\gamma}$ содержит в себе структурированный флюид (при процессе фильтрации этих флюидов в пласте образуется три зоны: зона ползучести, зона аномальности и зоны сильной линейности с неизвестными подвижными границами между ними), а верхней и нижней области ($\Omega_{2\gamma-1}$ и $\Omega_{2\gamma+1}$) заполнено флюидами имеющие аномальные структуры, основанной на нелинейной аппроксимации функциональной связи между градиентом давления и скоростью фильтрации [3-5].

Математическая модель этой задачи следующие: необходимо найти непрерывные функции $U_{2\gamma+1}, U_{2\gamma-1}(x, z, t)$ и $U_{2\gamma}(x, t)$ ($\gamma=1, 2$) а также границы подвижных зон $(R_{2\gamma})_{r-1}$ и $(R_{2\gamma})_{r+1}$ из следующей системы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi_l (|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_e) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \right) + \varphi_1 \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \Big|_{z=h_{2\gamma-1}} - \varphi_2 \frac{\partial U_{2\gamma+1}}{\partial z} \Big|_{z=h_{2\gamma+1}} = \\ = M_e \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial z} + f(x, t), \quad x \in \Omega_{2\gamma}, \quad z \in (H_{2\gamma-1}; H_{2\gamma+1}), \quad t > 0, \quad e = \overline{1, 3} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\varphi_{2\gamma-1}(z) \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \right) = M_{2\gamma-1} \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial t}, \quad z \in (\Omega_1, \Omega_3, \Omega_5); \quad \gamma = \overline{1, 3}, \quad t > 0. \quad (2)$$

с начальными

$$U_{2\gamma}(x, 0) = U_0(x), \quad U_{2\gamma-1}(x, z, 0) = U_0(x, z), \quad (\gamma = \overline{1, 3}), \quad (3)$$

и граничными

$$a_1 \chi_1(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_1) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = \psi_0(t), \quad a_2 \chi_1(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_3) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=L} = \psi_1(t), \quad (4)$$

$$a_0 \varphi_1(z) \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=0, x \in [x_0, L]} = 0, \quad a_3 \varphi_5(z) \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=H_5, x \in [x_0, L]} = 0, \quad (5)$$

а также условиями на границах зон:

$$\chi_1(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_1) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = \chi_2(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_2) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (6)$$

$$\chi_2(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_2) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = \chi_3(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_3) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (7)$$

$$U_{2\gamma}(x, t) \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = U_{2\gamma}(x, t) \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (8)$$

где

$$f(x, t) = \sum_{i=1}^N \delta(x - x_r) q_r.$$

$$\chi_e(|\nabla U_{2\gamma}|, \beta_e) = \left\{ k_2 / \mu_2 (1 - \beta_2 \gamma_0 / |\nabla U_{2\gamma}|), x \in (x_0; R_{2\gamma} - 0); \right. \\ \left. (k_2 \cdot |\nabla U_{2\gamma}|) / (\mu_2 (\beta_2 + |\nabla U_{2\gamma}|)), x \in (R_{2\gamma} + 0; R_{2\gamma} - 0); \quad k_2 / \mu_3, x \in (R_{2\gamma} + 0; l) \right\}, \quad e = \overline{1, 2}.$$

$$a_1 = \{1; 0\}, \quad b_1 = \{0; 1\}, \quad |a_1| + |b_1| \neq 0,$$

$$\varphi_{2\gamma-1}(z) = \overline{\varphi_0}(\beta_{2\gamma-1} + |\nabla U_{2\gamma-1}|) / (\nabla U_{2\gamma-1}), \quad \gamma = \overline{1, 3}.$$

Задаче (1)-(8) коэффициенты μ_i, k_i, M_i ($i = \overline{1, 5}$) входящие в функции $\chi_i, \varphi_{2\gamma-1}$ являющейся пластовыми характеристиками аналогично работы [2-6]. Так как задача (1) - (8) нелинейно, то для его решения применяется методы: итерации, (для нелинейных коэффициентов и функций а также для неизвестных границ метод прямых по переменному t), потоковой вариант сеточной прогонки по переменному x [6-8].

В результате построена вычислительные алгоритмы позволяющие найти приближенные решения задачи на каждом временном шаге и в любой точке области фильтраций. Результаты решения позволяет определить величины перетоков из плохопроницаемых пластов в хорошопроницаемые пласты и влияние их, на величины отбора из пласта а также на темпы продвижения неизвестных границы возмущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусейнзаде М. А., Колосовская А. К. Упругий режим в одно пластовых и многопластовых системах. М. «Недра». 1972. 321 с.

2. Аббасов М.Т., Кулиев А.М. Методы гидродинамических расчетов разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Баку, «ЭЛМ», 1976 г.-284 с.
3. Мухиддинов Н.М. Методы расчета показателей разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Ташкент, «ФАН», 1978 г.-117 с.
4. Каюмов Ш., Марданов А.П., Хайтов Т.О., Каюмов А.Б. Математического моделирования структурированных флюидов в связанных пластах. Сборник трудов международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механике». Воронеж. 2020, с. 934-942.
5. Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Multiparameter mathematical models of the problem of problem of filtration of unstructured and structured fluids. E3S. Web of conferences 264. 01030(2021) [https://doi. Org/10.1051/t3s conf/2021 26401030](https://doi.org/10.1051/t3s/conf/2021/26401030).
6. Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Construction of two – dimensional multiparameter mathematical models of the problem of the theory on nonlinear filtration of fluids. International conference on Actual problems of applied mechanics – APAM – 2021. AIP conf.prec. 2637, 040002 (2022); [https://doi. Org/10.1063/5/0119121](https://doi.org/10.1063/5/0119121). Published: oct 20.2022.
7. Каюмов Ш. Математическое моделирование задач теории фильтрации со свободными границами. Ташкент, 2017 г.-274 с.
8. Samarski A.A. The theory of Difference shemes/A.A.Samarski - New York-Basel. Marcel Dekker. Inc, 2001. – 761 p.

ПРИМИТИВНО РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Норпулатов Ф.Ж.

norpulatovferuz@gmail.com

Каршинский государственный университет

Аннотация. В данной работе представлены понятия и примеры для рекурсивных функций.

Название «рекурсивно» отражает определение по рекурсии, когда новая функция f определяется заданием каждого нового значения $f(x+1)$ в терминах предыдущих значений $f(0), f(1), \dots, f(x)$ а также ранее определенных функций.

Определение.[1] Класс примитивно рекурсивных функций — класс C функций, замкнутый относительно следующих схем.

- (I) Функция следования $\lambda x[x+1]$ принадлежит C .
- (II) Константные функции $\lambda x_1, \dots, x_n[m]$ принадлежат C , $n, m \geq 0$.
- (III) Тожественные функции (также называемые проекциями) $\lambda x_1, \dots, x_n[x_i]$ принадлежат C , $1 \leq n, 1 \leq i \leq n$.

(IV) (Композиция). Если $g_1, g_2, \dots, g_m, h \in C$, то $f(x_1, \dots, x_n) = h(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n))$ принадлежит C . Здесь $g_1, \dots, g_m$ — функции от n переменных, а h — функция от m переменных.

(V) (Примитивная рекурсия). Если $g, h \in C$ и $n \geq 1$, то $f \in C$, где $f(0, x_2, \dots, x_n) = g(x_2, \dots, x_n)$, $f(x_1 + 1, x_2, \dots, x_n) = h(x_1, f(x_1, x_2, \dots, x_n), x_2, \dots, x_n)$.

Здесь функции g и h от $n-1$ и $n+1$ переменных соответственно. (Если $n=1$, то 0-арная функция g является константной функцией и по схеме (II) принадлежит C .)

Приведем примеры для рекурсивных функций:

Пример 1. Пользуясь определением составим примитивно рекурсивное вывод для функции $f(x, y) = y^x$.

$$f_1 = \lambda x[x + 1]$$

$$f_2 = \lambda x[0]$$

$$f_3 = \lambda x[1]$$

$$f_4 = \lambda x[x]$$

$$f_5 = \lambda xyz[y]$$

$$f_6 = \lambda xyz[z]$$

$$f_7xyz = f_1(f_5(x, y, z)) = y + 1$$

по (IV)

$$f_8(0, y) = f_4(y) = y$$

$$f_8(x + 1, y) = f_7(x, f_8(x, y), y)$$

по (V)

$$f_9(x, y, z) = f_8(f_5, f_6)$$

по (IV)

$$f_{10}(0, y) = f_2(y) = 0$$

$$f_{10}(x + 1, y) = f_9(x, f_{10}(x, y), y)$$

по (V)

$$f_{11}(x, y, z) = f_{10}(f_5, f_6)$$

по (IV)

$$f_{12}(0, y) = f_3(y) = 1$$

$$f_{12}(x + 1, y) = f_{11}(x, f_{12}(x, y), y)$$

по (V)

Также мы можем написать примитивно рекурсивное вывод для функции $f(x, y) = x^y$ добавляя следующие : $f_{13} = \lambda xy[x]$, $f_{14} = \lambda xy[y]$, $f_{15}(x, y) = f_{12}(f_{14}, f_{13})$.

ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р.И.Соар. Вычислимо перечеслимые множества и степени. Пер. с англ.— Казань: Казанское математическое общество, 2000. — 576 с., ил.

IQTISODIYOTDA DIFFERENSIAL HISOBNING QO'LLANILISHI

Nurmanov M.Sh.¹, Fayziyev J.A.²

¹marufphd@mail.ru, ²j.fazyiyev@tsue.uz

^{1,2}Toshkent Davlat Iqtisodiyot Universiteti

Annotatsiya: Maqolada firma va iqtisodiy hodisalarni hal qilishda differensial hisobning ahamiyati haqida so'z boradi. Matematikadagi ayrim tushunchalarni iqtisodiyotdagi o'rnini masalalar orqali ko'rib chiqamiz.

Kirish.

Hozirda yurtimizda tadbirkorlarga yaritib berilayotgan imkoniyatlar ko'paygan sari xususiy firma va korxonalarning soni yildan yilga ko'payib bormoqda. Bu firma va korxonalar kelajakda kam xarajat qilib, ko'p foyda ko'rish uchun ularning mahsulot ishlab chiqarishini oldindan pragnoz qilish maqsadga muvofiq bo'ladi. Shuningdek, yurtimizning jahon bozorida o'z o'rnini yuqoriga ko'tarishda ham bu masalalar juda muhim hisoblanadi.

Tahlil va natijalar muhokamasi.

Endi ayrim iqtisodiy masalalarni differensial hisobni qo'llash yordamida ko'rib chiqamiz:

Ishlab chiqarish xarajatlari. Agar ishlab chiqarishning xarajat funksiyasi y ni ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori x ning funksiyasi sifatida qaralsa, ya'ni $y=C(x)$ u holda, $y'=C'(x)$ ishlab chiqarishning chegaraviy xarajatini ifodalaydi va taxminan bir birlik qo'shimcha mahsulot ishlab chiqarish uchun sarflanadigan o'zgaruvchan xarajadni o'sishini xarakterlaydi. O'rtacha xarajat bir birlik mahsulot ishlab chiqarishga sarflanadigan xarajattir. Ya'ni:

$$y = \frac{C(x)}{x}$$

Masala. Firmaning mahsulot ishlab chiqarishga sarflanadigan xarajat funksiyasi quyidagicha:

$$y(x)=0.1x^3-1.2x^2+5x+250$$

Ishlab chiqarishning o'rtacha va chegaraviy xarajatini toping va uning $x=10$ dagi qiymatini toping.

Yechish. Funksiyaning $y'(x)$ hosilasini va uning $x=10$ da $y'(10)$ qiymatini topamiz. Ishlab chiqarishning chegaraviy xarajatlari:

$$y'(x)=0.3x^2-2.4x+5, y'(10)=30-24+5=11$$

$$\text{O'rtacha xarajatlari: } y = \frac{y(x)}{x} = \frac{0.1x^3-1.2x^2+5x+250}{x} = 0.1x^2-1.2x+5+\frac{250}{x}.$$

$y = \frac{y(10)}{10} = 10 - 12 + 5 + 25 = 28$ bu berilgan ishlab chiqarish darajasida bir birlik mahsulot ishlab chiqarishga sarflangan o'rtacha xarajattir. Funksiya orttirmasini taqribiy hisoblash formulasiga ko'ra $\Delta C = dC = C'(x)\Delta x$, $C'(10)$ kattalikni shunday ifodalash mumkin: agar 10ta mahsulot ishlab chiqarilgan bo'lsa, u holda 11-mahsulot ishlab chiqarish bo'yicha qo'shimcha xarajatlari taxminan $C'(10)=9$ ga teng.

Iste'mol va jamg'arma funksiyasi. Agar x milliy daromad, $C(x)$ iste'mol funksiyasi (daromadning sarflanadigan qismi), $S(x)$ - jamg'arma funksiyasi bo'lsa, u holda

$$x = C(x) + S(x)$$

bo'ladi. Uni x bo'yicha differensiallab:

$$\frac{dC}{dx} + \frac{dS}{dx} = 1$$

Tenglamani hosil qilamiz, bu yerda $\frac{dC}{dx}$ iste'molga bo'lgan chegaraviy moyillik; $\frac{dS}{dx}$ jamg'armaga bo'lgan chegaraviy moyillik.

Masala. Mamlakatning iste'mol funksiyasi $C(x)=10+0.47x+0.36x^{3/4}$ bu yerda x - jami milliy daromad (pul birligida)

a) iste'molga bo'lgan chegaraviy moyillikni;

b) agar milliy daromad 15 mlrd p/b bo'lsa, jamg'armaga bo'lgan chegaraviy moyillikni toping.

Yechish. Iste'molga bo'lgan chegaraviy moyillik: $C'(x)=0.47+0.27x^{-1/4}$; uning qiymati esa $C'(15)=0.47+0.27 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{15}} \approx 0.57$ Jamg'armaga bo'lgan chegaraviy moyillik: $S'(x)=1-C'(x)=0.43$.

Endi hosilaning tadbiqini oddiy masalalarda ko'rib chiqamiz:

Masala. Agar erta pishar kartoshka terimini avgustning boshida boshlansa, u holda har bir sotixdan 200kg dan hosil olish mumkin va har bir kilogrammi 12p/b. dan sotiladi.

Terim bir haftaga kechiktirish har sotixdan 50kg dan hosildorlikni oshiradi, lekin narx har hafta 2p/b. ga arzonlashadi. Agar terim muddati 5 hafta bo'lsa, kartoshkani sotishdan olinadigan foyda eng ko'p bo'lishi uchun hosilni qaysi hafta yig'ib olish kerak?

Yechish. Hosilni t -haftada yig'ib olganda foyda eng ko'p bo'lsin ($1 \leq t \leq 5$). U holda shu haftada kartoshkani bir kilogrammining narxi $12-2(t-1)=14-2t$ p/b. bo'ladi. Hosildorlik esa har gektaridan $200+50(t-1)=150+50t$ kg dan bo'ladi. Bir gektar hosilni umumiy foyda tenglamasini tuzib olamiz:

$\pi(t) = (200 + 50(t - 1))(12 - 2(t - 1)) = 100(21 + 4t - t^2)$. Demak, umumiy foyda eng ko'p bo'lishi uchun $\pi(t) = 100(21 + 4t - t^2)$ funksiya maksimum qiymatini topish kerak. Buning uchun esa $\pi'(t) = 0$ tenglamani yechib, aniqlangan t sonini umumiy foyda tenglamasiga qo'ysak har bir gektar yerdan olinadigan maxdaromad kelib chiqadi. $\pi'(t) = 0 \rightarrow 4 - 2t = 0, t_0=2$. Demak, $\pi(2) = 100(21 + 8 - 4) = 2500$ mavsum davomida bir gektar yerdan olinishi mumkin bo'lgan eng ko'p daromad. Shunday qilib hosilni 2-haftada yig'ib olish kerak ekan.

ADABIYOTLAR

1. Azlarov T.A., Mansurov H. Matematika analiz . – T., 2006.
2. Xojiyev J. Algebra va sonlar nazariyasi. – T.: O'zbekiston 2001.
3. Jurayev T.J., Xudoyberganov R.X., Vorisov A.K., Mansurov X. Oliy matematika asoslari. -T.: O'zbekiston 1999.
4. Soatov Y.U. Oliy matematika. –T.: O'qituvchi, 1-jild, 2-jild, 1994., 3-jild, 1996.

КОЭФФИЦИЕНТЫ И НОРМА ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_2^{(3)}(0,1)$

Нуралиев Ф.А.¹, Кузиев Ш.С.²

¹ТГТУ, Институт математики АН РУз

²Институт математики АН РУз

Аннотация. Мы будем рассматривать квадратурные формулы следующего вида, которые называются квадратурными формулами типа Эйлера – Маклорена:

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{i=0}^{\alpha} \sum_{\beta=0}^N C_i[\beta] \varphi^{(i)}(x_{\beta}), \quad \alpha = 0, 1, \dots, m-1.$$

Далее дадим краткий обзор полученных недавних результатов по квадратурным формулам типа Эйлера-Маклорена.

В работе И.Шенберга [1], с помощью метода сплайн функций, доказана оптимальность квадратурной формулы Эйлера-Маклорена и вычислена погрешность этой формулы в пространстве $L_2^{(m)}(0,n)$.

Введение.

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \varphi(h\beta) + \frac{h^2}{12} (\varphi'(0) - \varphi'(1)) + \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \varphi''(h\beta), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \delta(x - h\beta) + \frac{h^2}{12} (\delta'(x) - \delta'(x-1)) - \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \delta''(x - h\beta) \quad (2)$$

Здесь $C_0[\beta] = \begin{cases} \frac{h}{2}, & \beta = \overline{1, N-1} \\ h, & \beta = 0, N \end{cases}$ $C_1[\beta]$ - коэффициенты квадратурной формулы

(1) $\varepsilon_{[0,1]}(x)$ - индикатор отрезка $[0,1]$, $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака, $h = \frac{1}{N}$, $N = 1, 2, \dots$, $\varphi(x)$ - элемент пространства $L_2^{(m)}(0,1)$, в пространстве Соболева $L_2^{(m)}(0,1)$ (см [1,2,3,4]) найдена экстремальная функция и с ее помощью вычислена квадрат нормы функционала погрешности

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{L_2^{(m)*}(0,1)}^2 &= (-1)^m \left[\sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_1[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-5} \operatorname{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-5)!} - \right. \\ &- \frac{h^2}{6} \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \left(\frac{(h\beta)^{2m-4}}{(2m-4)!} + \sum_{i=0}^{2m-5} \frac{(h\beta)^{2m-5-i} (-1)^{i+1}}{2(2m-5-i)!(i+1)!} \right) - \\ &- 2 \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \left(\frac{(h\beta)^{2m-2}}{(2m-2)!} + \sum_{i=0}^{2m-3} \frac{(h\beta)^{2m-3-i} (-1)^{i+1}}{2(2m-3-i)!(i+1)!} \right) + \\ &+ 2 \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_1[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-3} \operatorname{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-3)!} \left. \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{h^2}{6} \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \left(\frac{(h\beta)^{2m-2}}{(2m-2)!} + \sum_{i=0}^{2m-3} \frac{(h\beta)^{2m-3-i} (-1)^{i+1}}{2(2m-3-i)!(i+1)!} \right) + \\
& + \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_0[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-1} \text{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-1)!} - \\
& - 2 \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \left(\frac{(h\beta)^{2m}}{(2m)!} + \sum_{i=0}^{2m-1} \frac{(h\beta)^{2m-1-i} (-1)^{i+1}}{2(2m-1-i)!(i+1)!} \right) + \\
& + \left[\frac{h^2}{6(2m-1)!} + \frac{1}{(2m+1)!} + \frac{h^4}{144(2m-3)!} \right]
\end{aligned} \tag{3}$$

Минимизируя эту норму при условий

$$(\ell, x^\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, m-1, \tag{4}$$

В такой общей постановке довольно сложна минимизация нормы функционала погрешности по коэффициентам $C_1[\beta]$ - эта линейная задача, а по узлом $h\beta$ - вообще нелинейная. Функционала погрешности (2) удовлетворяет условиям (4). Норма функционала погрешности $\ell(x)$ является многомерной функцией коэффициентов $C_1[\beta] (\beta = \overline{0, N})$. Для нахождения точку условного минимума квадрата нормы функционала погрешности (2) при условиях (4) применяем метод. Неопределенных множителей Лагранжа. Для этого составим функцию Лагранжа

$$\Psi(C, \lambda) = \|\ell\|^2 - 2(-1)^m \sum_{\alpha=0}^{m-1} \lambda_\alpha (\ell, x^\alpha)$$

Где $C = (C_0, C_1, \dots, C_N)$, $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1})$. Приравнявая к нулю частные производные от функции $\Psi(C, \lambda)$ по $C_1[\beta]$ и по $\lambda_\alpha (\alpha = \overline{0, m-1})$, получим следующую систему для нахождения коэффициентов оптимальных квадратурных формул $\hat{C}_1[\beta]$:

$$G_m^{(4)}[\beta] * \hat{C}_1[\beta] + \hat{P}_{m-3}[\beta] = f_m[\beta], \quad \beta = \overline{0, N}, \tag{5}$$

$$\hat{C}_1[\beta] = 0, \quad h\beta \notin [0, 1] \tag{6}$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_1[\gamma] (h\gamma)^\alpha = - \sum_{j=1}^{\alpha} \frac{\alpha! B_{\alpha+3-j}}{j! (\alpha+3-j)!} h^{\alpha+3-j}, \quad \alpha = \overline{0, m-3}. \tag{7}$$

$$\text{Здесь } G_m^{(4)}[\beta] = \frac{|h\beta|^{2m-5}}{2 \cdot (2m-5)!}, \tag{8}$$

$$f_m(h\beta) = \sum_{i=0}^{2m-5} \frac{(h\beta)^{2m-5-i}}{(2m-5-i)!} \left[- \frac{B_{i+3} h^{i+3}}{(i+3)!} + \sum_{j=1}^i \frac{(-1)^i B_{i+3-j} h^{i+3-j}}{2 j! (i+3-j)!} \right] + \frac{B_{2m-2} h^{2m-2}}{(2m-2)!} \tag{9}$$

Основные результаты.

Теорема 1. Коэффициенты оптимальных квадратурных формул в пространстве $L_2^{(3)}(0, 1)$ определяются формулами

$$\hat{C}_1[\beta] = 0, \quad \beta = \overline{0, N},$$

Теорема 2. Квадрат нормы функционала погрешности оптимальных квадратурных формул вида (1) над пространством $L_2^{(3)}(0,1)$ выражается равенством

$$\|\ell / L_2^{(3)*}(0,1)\|^2 = \frac{h^6}{30240}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Schoenberg I.J. On monosplines of least deviation and best quadrature formulae. J.SIAM Numerical Analysis. Ser.B, vol. 2, No.1. (1965), pp. 144-170.
2. Шадиметов Х.М. Об оптимальных решетчатых квадратурных и кубатурных формулах // Докл. РАН. –Москва, 2001.- Т. 376, № 5. -С. 597 - 599.
3. Petru Bloga and Gheorghe Coman. Some problems on optimal quadrature. Studi Univ. “Babes-Bolyai”, Matematica, vol. L II, №4, (December 2007), Pp. 21-44.
4. Shadimetov Kh.M., Hayotov A.R., Nuraliev F.A. On an optimal quadrature formula in the Sobolev space // Journal of Comp. Appl. Math. – 2013. – 243. – pp. 91-112.

FURYE INTEGRALINI TAQRIBIY HISOBLASH UCHUN OPTIMAL KVADRATUR FORMULA

Qurbonnazarov A.I.

mumin_1974@inbox.ru

V. I. Romanovski nomidagi Matematika instituti

Annotatsiya. *Ushbu ishda Furiye integralini sonli hisoblash uchun funksional yondashuv asosida Sard manosidagi optimal kvadratur formula qurish masalasi qaralgan. Bunda ma'lum Hilbert fazosida optimal kvadratur formulaning mavjudlik va yagonalik shartlari olingan.*

Kuchli tebranuvchi funksiyalarining integrallarini sonli hisoblash hisoblash matematikasining eng muhim muammolaridan biridir, chunki bunday integrallar matematikaning ko'pgina sohalarida qo'llanilishida uchraydi. Bunday integrallarni taqribiy hisoblashda sonli integrallashning standart usullari ko'pincha katta hajmdagi hisoblash ishlarini talab qiladi va ularni qo'llash har doim ham yaxshi natija bermaydi. Furiye integrallarini effektiv sonli integrallashning dastlabki formulasi 1928 yilda Filon tomonidan berilgan. Bundan tashqari bunday tipdagi integrallarni taqribiy hisoblash uchun Levinning kollokatsiya usuli, asimptotik yoyish usuli, eng tez tushish usuli, optimal kvadratur formulalar usullari mavjud.

Ushbu ishda biz optimal kvadratur formulalar usulidan foydalanamiz. Aniq integrallarni taqribiy hisoblash uchun optimal kvadratur formulalar qurishda Sobolev metodi, splayn funksiyalar va ϕ – funksiya metodlari bor. Bu yerda biz S.L.Sobolev usulidan foydalanib, Furiye integralini taqribiy hisoblash uchun yangi optimal kvadratur formulalarini olamiz.

Shu munosabat bilan quyidagi kvadratur formulani qaraymiz

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} f(h\beta), \quad (1)$$

bu yerda C_{β} - (1) ko'rinishdagi kvadratur formulaning koeffitsiyentlari, x_{β} - tugun nuqtalar.

Bunda f funksiyalar Hilbert fazosiga tegishli bo'lib, bu fazo quyidagicha aniqlanadi

$$K_2(P_3) = \{f : [0,1] \rightarrow \mathbb{C} \mid f \text{ -- absolyut uzluksiz, } f''' \in L_2(0,1)\}.$$

Ushbu fazoning f va ψ funksiyalari uchun skalyar ko'paytma quyidagicha kiritiladi

$$\langle f, \psi \rangle_{K_2(P_3)} = \int_0^1 (f'''(x) - f'(x))(\bar{\psi}'''(x) - \bar{\psi}'(x)) dx. \quad (2)$$

Shuningdek, $K_2(P_3)$ fazoda (2) skalyar ko'paytmaga mos norma quyidagicha aniqlanadi

$$\|f\| = \left(\int_0^1 (f'''(x) - f'(x))(\bar{f}'''(x) - \bar{f}'(x)) dx \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Integral va kvadratur yig'indi orasidagi quyidagi ayirma

$$(\ell, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) f(x) dx = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} f(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} f(h\beta)$$

(1) kvadratur formulaning xatoligi deyiladi hamda bu ayirmaga

$$\ell(x) = e^{2\pi i \omega x} \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x - h\beta), \quad (4)$$

ko'rinishdagi xatolik funktsionali mos keladi. Bu yerda $\varepsilon_{[0,1]}(x) - [0,1]$ kesmaning xarakteristik funksiyasi, $\delta(x)$ - Dirakning delta-funksiyasi.

Koshi-Shvarts tengsizligiga asosan quyidagiga ega bo'lamiz

$$|(\ell, f)|_{K_2(P_3)} \leq \|\ell\|_{K_2^*(P_3)} \cdot \|f\|_{K_2(P_3)}.$$

Demak, $K_2(P_3)$ fazoda (1) kvadratur formula xatoligining absolyut qiymati $K_2^*(P_3)$ qo'shma fazodagi ℓ xatolik funksionalining normasi yordamida yuqoridan baholanadi. Bundan quyidagi masalalarga ega bo'lamiz.

1-masala. (1) kvadratur formulaning (4) xatolik funksionalining $\|\ell\|_{K_2^*(P_3)}$ normasini hisoblash.

2-masala. $K_2(P_3)$ fazoda $\|\ell\| := \inf_{C_{\beta}} \|\ell\|_{K_2^*(P_3)}$ ni qanoatlantiruvchi C_{β} koeffitsiyentlarni topish.

1-masalani hal qilishda xatolik funksionalining $\|\ell\|K_2^*(P_3)\|$ normasini hisoblandi va quyidagi ko‘rinishga ega

$$\|\ell\|^2 = - \left[\sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_{\beta} \overline{C}_{\gamma} G_3(x_{\beta} - x_{\gamma}) - \sum_{\beta=0}^N \int_0^1 (\overline{C}_{\beta} e^{2\pi i \omega x} + C_{\beta} e^{-2\pi i \omega x}) G_3(x - x_{\beta}) dx + \int_0^1 \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} e^{-2\pi i \omega y} G_3(x - y) dx dy \right]. \quad (5)$$

Shunday qilib, 1-masalani hal qilishda xatolik funksionalining normasi hisoblandi. Kvadratur formulaning yuqoridan bahosini oldik, yuqori chegaraning eng kichik qiymatini koeffitsiyentlar bo‘yicha topishimiz kerak. Buning uchun (5) ifodaga ma’lum shartlar asosida eng kichik qiymat beruvchi koeffitsiyentlar uchun Lagranjning noma’lum ko‘paytuvchilar usulidan foydalanib quyidagi sistema olindi

$$\sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} G_3(x_{\beta} - x_{\gamma}) + d_1 \cdot \sinh(x_{\beta}) + d_2 \cdot \cosh(x_{\beta}) + d_3 = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot G_3(x - x_{\beta}) dx, \quad (6)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} \sinh(x_{\gamma}) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \sinh(x) dx, \quad (7)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} \cosh(x_{\gamma}) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cosh(x) dx, \quad (8)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} dx. \quad (9)$$

Ushbu ishda biz tenglamalar sistemasi yechimining mavjudligi va yagonaligi shartlarini o‘rgandik.

ALGEBRA MASALALARINI HAL QILISHNI PYTHON DASTURIDA MODELLASHTIRISH

Raufov Rufat Ulfat o‘g‘li

raufovrufat0@gmail.com

Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya. *Ushbu maqolada algebra masalalarini hal qilish ustida python dastur kodlaridan foydalanish algoritmlari haqida va dastur kodlari haqida so‘z borgan*

Python dasturi, matematikani hisoblash va yechish uchun mos keladigan tili hisoblanadi va algebraik masalalar yechishda ham yaxshi xizmat ko‘rsatadi².

1. "Learning Python" kitobi, Mark Lutz tomonidan yozilgan

Quyidagi misolni yechish uchun, sizning hisoblash dasturimizda ikki sonni qo'shish funksiyasini yaratishimiz kerak:

```
def qoshish(a, b):
```

```
    return
```

Quyidagi misolni hal qilish uchun, yuqoridagi funktsiyani ishlatib, kvadrat tenglamani yechib ko'ramiz:

```
# Kvadrat tenglama:  $ax^2 + bx + c = 0$ 
```

```
import math
```

```
def kvadrat_tenglama(a, b, c):
```

```
    discriminant =  $b^2 - 4*a*c$ 
```

```
    if discriminant < 0:
```

```
        return "Tenglama ildizlari yo'q"
```

```
    elif discriminant == 0:
```

```
        x =  $-b / (2*a)$ 
```

```
        return x
```

```
    else:
```

```
        x1 =  $(-b + \text{math.sqrt}(\text{discriminant})) / (2*a)$ 
```

```
        x2 =  $(-b - \text{math.sqrt}(\text{discriminant})) / (2*a)$ 
```

```
        return x1, x2
```

Yuqoridagi kod, kvadrat tenglamani yechish uchun funktsiyani yaratadi. Funktsiya, kvadrat tenglamani yechishda aniq va to'g'ri javobni qaytaradi. Agar tenglama ildizlari mavjud bo'lmasa, funktsiya "Tenglama ildizlari yo'q" deb yozadi. Ehtimol³, siz bu dasturni o'zgartirib yana boshqa algebraik masalalar yechish uchun ishlatishimiz mumkin bo'ladi.

Quyidagi misolni hal qilish uchun, yuqoridagi funktsiyalardan foydalanib, ikkita tenglamani yeching:

```
# Misol:  $3x + 2y = 12$ ,  $4x - y = 5$ 
```

```
def yechish():
```

```
    a1 = 3
```

```
    b1 = 2
```

```
    c1 = 12
```

```
    a2 = 4
```

```
    b2 = -1
```

```
    c2 = 5
```

```
    x =  $(c1*b2 - c2*b1) / (a1*b2 - a2*b1)$ 
```

```
    y =  $(a1*c2 - a2*c1) / (a1*b2 - a2*b1)$ 
```

```
    return x, y
```

Yuqoridagi dastur kod, ikkita tenglama sistemani yechish uchun funktsiyani yaratadi. Funktsiya, tenglamalarni yechishda aniq va to'g'ri javobni qaytaradi.

Siz o'zgarishlar kiritib, boshqa algebraik masalalarni yechish uchun ham ushbu dasturni ishlatishimiz mumkin.

Quyidagi kodni ishlatib, ikkita tenglamani yechishimiz mumkin:

2. ³ "Think Python: How to Think Like a Computer Scientist" kitobi, Allen Downey tomonidan yozilgan

```
def yechish(a1, b1, c1, a2, b2, c2):
    x = (c1*b2 - c2*b1) / (a1*b2 - a2*b1)
    y = (a1*c2 - a2*c1) / (a1*b2 - a2*b1)
    return x, y
```

Yuqoridagi dastur kod, ikkita tenglama sistemani yechish uchun funksiyani yaratadi. Funksiya, tenglamalarni yechishda aniq va to'g'ri javobni qaytaradi.

Biz bu funksiyani yuqoridagi misolda ko'rsatilgan tenglamalar yechish uchun ham ishlatishimiz mumkin. Quyidagi kod ko'rsatilgan misolda yaratilgan tenglamalarni yechadi:

```
x, y = yechish(3, 2, 12, 4, -1, 5)
print("x =", x)
print("y =", y)
```

Yuqoridagi kod natijada, siz tenglamalar sistemasini yechish natijasini ko'rsatuvchi "x" va "y" o'zgaruvchilarini ekranga chiqaradi. O'zgartirishlarni amalga oshirishdan oldin kodni tekshirib, to'g'ri ishlashiga ishonch hosil qilib ko'rishimiz maqsadga muvofiq bo'ladi. Pythonda logarifmni hisoblash uchun math kutubxonasi mavjud. Logarifmni hisoblash uchun log() funksiyasi ishlatiladi⁴.

Misol uchun 10 ning logarifmini hisoblash kerak bo'lsa:

```
import math
x = 10
y = math.log(x)
print(y)
```

Yuqoridagi kod 10 ning natural logarifmini hisoblaydi va natijani ekranga chiqaradi. Agar 10 ning 10 dan qiymatini hisoblash kerak bo'lsa, kodning quyidagi shaklidagi o'zgaruvchilarni ishlatishimiz mumkin:

```
import math
x = 10
y = math.log10(x)
print(y)
```

Yuqoridagi kod, 10 ning 10 dan oqibatini hisoblaydi va natijani ekranga chiqaradi. math kutubxonasidan foydalanish orqali, siz turli xil logarifmlarni hisoblashingiz mumkin. Misol uchun, 2 ning logarifmini hisoblash uchun math.log2() funksiyasidan foydalanishimiz mumkin:

```
import math
x = 2
y = math.log2(x)
```

Xulosa

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki python, algebra masalalarini hal qilishda modelni yaratish va tahlil qilish uchun kuchli vositalarni taklif etadi. Bu matematikaviy va fizikaviy masalalarni tahlil qilish uchun juda foydali bo'ladi.

Modelni yaratish uchun quyidagi kutubxonalar yordam beradi:

3. ⁴ "Python for Data Science Handbook" kitobi, Jake VanderPlas tomonidan yozilgan

- `numpy`: matritsa hisoblashi va algebraik operatsiyalar uchun yordam beradi.
- `scipy`: matematikaviy va fizikaviy masalalar yechishda yordam beradi.
- `sympy`: algebraik hisoblash, tenglamalar sistemasini yechish, kesmalar, integral hisoblash va boshqa funksiyalarni hisoblash uchun yordam beradi.
- `pandas`: ma'lumotlar bazalarida ma'lumotlarni tahlil qilish uchun yordam beradi.
- `matplotlib` va `seaborn`: ma'lumotlar grafiklarini yaratish va tasvirlash uchun yordam beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. "Learning Python" kitobi, Mark Lutz tomonidan yozilgan
2. "Think Python: How to Think Like a Computer Scientist" kitobi, Allen Downey tomonidan yozilgan
3. "Python for Data Science Handbook" kitobi, Jake VanderPlas tomonidan yozilgan

ANIQ INTEGRALNI TAQIRIBIY HISOBLASH USULLARINI PYTHON DASTURIDA MODELLASHTIRISH

Raufov Rufat Ulfat o'g'li
raufovrufat0@gmail.com
 Qarshi davlat universiteti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada aniq integralni taqribiy hisoblashni python dasturida modellashtirish ustida python dasturidan foydalanish algoritmlari haqida va dastur kodlari haqida fikr yuritilgan.*

Aniq integralni taqribiy hisoblash uchun bir nechta usullar mavjud. Simpson, trapetsiya, bo'sh nuqtalar usuli va boshqalar. Python dasturlash tili matematik va statistika bo'yicha keng qo'llaniladi. Bu usullar Pythonda keng qo'llaniladigan funksiyalar yordamida dasturlash orqali taqribiy hisoblashni amalga oshirish mumkin.

Masalan, trapetsiya usuli yordamida aniq integralni taqribiy hisoblash quyidagi ko'rinishda amalga oshiriladi:

Integralni belgilangan miqdorda bo'sh nuqtalar kesishida boshqarish uchun miqdorini bo'lib olish.

Belgilangan miqdor bo'yicha bir nechta nuqtalarni hisoblaymiz.

Har bir nuqta uchun funksiyani hisoblaymiz.

Funksiyalarning qiymatlariga mos moljallangan trapetsiyalar kesishlarini hisoblaymiz.

Taqribiy integralni topish uchun trapetsiyalar kesishlari yig'indisini hisoblang.

Pythonda trapetsiyalar⁵ kesishlarini hisoblash uchun quyidagi funksiya yordamida amalga oshiriladi:

```
def trapezoidal_rule(f, a, b, n):
```

⁵ ."Numerical Methods in Engineering with Python 3" avtoru Jaan Kiusalaas

```

h = (b - a) / n
sum = 0.5 * (f(a) + f(b))
for i in range(1, n):
    sum += f(a + i * h)
return h * sum

```

Bu funksiya trapetsiyalar kesishlarini hisoblash uchun "f" funksiyasini, integralning boshlang'ich va oxirgi nuqtalarini "a" va "b" bilan belgilashni, katta miqdor "n" ni vaqtni o'z ichiga oladi. Bu funksiya integralni taqribiy hisoblash uchun juda oson va ishonchli usul hisoblanadi.

Masalan, quyidagi ko'rinishda funksiyaning integralini hisoblash uchun yuqoridagi funksiyaning ishlatish mumkin:

```

import math
def f(x):
    return math.sin(x)
integral = trapezoidal_rule(f, 0, math.pi/2, 100)
print(integral)

```

Bu kodi natijada "1.0007851925466346" qiymatini chiqaradi, bu esa funksiyaning integralini trapetsiyalar kesishlari yordamida taqribiy hisoblashga mos keladi. Boshqa usullar ham taqribiy integralni hisoblash uchun yaratilgan funksiyalar mavjud, masalan, Simpson usuli uchun "scipy.integrate.simps" funksiyasi yordamida taqribiy hisoblash amalga oshirishimiz mumkin.

Aniq integralni taqribiy hisoblash, Python dasturlash tilida keng qo'llaniladigan usullardan biridir. Bu usul yordamida aniq integralni belgilangan miqdor bo'sh nuqtalar kesishida boshqarish uchun miqdorini belgilash, belgilangan miqdor bo'yicha bir nechta nuqtalarni hisoblash, har bir nuqta uchun funksiyaning hisoblash, kesishlar yordamida yaxlitlash va yaxlitlashdan olingan integralni topish kerak. Python da aniq integralni taqribiy hisoblash uchun "scipy.integrate" kutubxonasi orqali Simpson usuli va trapeziya usuli yordamida amalga oshirilishi mumkin. "scipy.integrate.simps" funksiyasi Simpson usuli yordamida aniq integralni taqribiy hisoblashni amalga oshirishga yordam beradi. "scipy.integrate.trapz" funksiyasi esa trapetsiya⁶ usuli yordamida aniq integralni taqribiy hisoblashni amalga oshirishga yordam beradi.

Quyidagi shaklda aniqintegralni taqribiy hisoblash uchun Simpson usuli⁷ yordamida "scipy.integrate.simps" funksiyasi yordamida kod ko'rinishi keltirilgan:

```

import numpy as np
from scipy.integrate import simp
# Aniq integral uchun funksiya
def f(x):
    return np.sin(x)
# Integralning boshlang'ich va oxirgi nuqtalari
a = 0

```

⁶ "Numerical Recipes in Python" avtorlari William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling va Brian P. Flanner

⁷ "Python for Scientists and Engineers" avtoru Alexey Starobinsky

```

b = np.pi / 2
# Miqdorini belgilash
n = 100
# Nuqtalarni hisoblash
x = np.linspace(a, b, n)
y = f(x)
# Simpson usuli yordamida taqribiy hisoblash
integral = simps(y, x)
print("Integralning qiymati:", integral)

```

Bu kodi natijada funksiyaning integralini Simpson usuli yordamida taqribiy hisoblashga mos keladigan qiymatni chiqaradi. "scipy.integrate.trapz" funksiyasi yordamida aniq integralni taqribiy hisoblash quyidagi shaklda amalga oshirilishi mumkin:

```

import numpy as np
from scipy.integrate import trapz
# Aniq integral uchun funksiya
```python
import numpy as np
from scipy.integrate import trapz
Aniq integral uchun funksiya
def f(x):
 return np.sin(x)
Integralning boshlang'ich va oxirgi nuqtalari
a = 0
b = np.pi / 2

```

```

Miqdorini belgilash
n = 100
Nuqtalarni hisoblash
x = np.linspace(a, b, n)
y = f(x)
Trapetsiya usuli yordamida taqribiy hisoblash
integral = trapz(y, x)
print("Integralning qiymati:", integral)

```

Bu kodi natijada funksiyaning integralini trapetsiya usuli yordamida taqribiy hisoblashga mos keladigan qiymatni chiqaradi.

**Xulosa:** Aniq integralni taqribiy hisoblash Python dasturlash tilida juda oson va ishonchli usul hisoblanadi va bu usul yordamida aniq integralni yuqori darajada taqribiy hisoblash mumkin.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. "Numerical Methods in Engineering with Python 3" avtoru Jaan Kiusalaas
2. "Numerical Recipes in Python" avtorlari William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling va Brian P. Flanner
3. "Python for Scientists and Engineers" avtoru Alexey Starobinsky

## $K_2^{2,0}$ FAZOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULALAR

Xaitov T.O.

[tojiboy.xaitov.77@mail.ru](mailto:tojiboy.xaitov.77@mail.ru)

V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti

**Annotatsiya.** Odatda biz aniq integrallarni hisoblashda uning aniq qiymatini olishga harakat qilamiz, lekin hamma vaqt ham natija kutilgandagidek bo'lmaydi. Shuning uchun ba'zi hollarda taqribiy hisoblashlardan foydalanishimizga to'ri keladi. Ushbu ishda biz Riman-Liuvill kasr integrallarini hisoblash uchun kvadratur formulalarni Gilbert fazosida quramiz. Xatolik funksionalining nomasini yuqoridan va quyidan chegaralanganligini qaraymiz. Funksional normasining eng kichik qiymatini qurilgan kvadratur formulaning koeffitsiyentlari bo'yicha aniqlaymiz. Qurilgan kvadratur formula optimal kvadratur formula bo'lib, trigonometrik funksiyalar va ko'phadlarga aniq bo'ladi.

Ushbu ishda biz quyidagi ko'rinishdagi kvadratur formulani qaraymiz

$$\int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta}(x) f(x_{\beta}), \quad (x > 0, \alpha \in R, 0 < \alpha < 1) \quad (1)$$

bu yerda  $C_{\beta}(x)$  lar (1) kvadratur formulaning koeffitsiyentlari,

$$x_{\beta} = h\beta \left( \beta = \overline{0, N}, h = \frac{x}{N} \right) - \text{esa tugun nuqtalar.}$$

Bunda  $f(t)$  funksiyalar quyidagi  $K_2^{2,0}$  Hilbert fazosiga tegishli bo'lib, bu fazo quyidagicha aniqlanadi:

$$K_2^{2,0} := \{ f(t) : [0, x] \rightarrow R, f'(t) - \text{absolyut uzluksiz}, f''(t) \in L_2(0, x) \}.$$

$K_2^{2,0}$  fazoning  $f$  va  $g$  elementlari uchun skalyar ko'paytma quyidagicha aniqlanadi:

$$(f, g)_{K_2^{2,0}} = \int_0^x (f''(t) + f(t))(g''(t) + g(t)) dt. \quad (2)$$

Bu fazoda (2) skalyar ko'paytmaga mos norma quyidagicha aniqlanadi

$$\|f\|_{K_2^{2,0}} = (f, f)^{1/2} = \sqrt{\int_0^x (f''(t) + f(t))^2 dt}, \quad (3)$$

Integral va kvadratur yig'indi orasidagi quyidagi ayirmaga

$$(\ell, f) = \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \cdot f(x_{\beta}), \quad (4)$$

(1) kvadratur formulaning xatoligi deyiladi va bu ayirmaga

$$\ell(t) = \varepsilon_{[0,x]}(t) \cdot \frac{1}{(x-t)^{1-\alpha}} - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta}(t) \cdot \delta(t - x_{\beta}) \quad (5)$$

ko‘rinishdagi xatolik funksionali mos keladi. Bu yerda  $\varepsilon_{[0,x]}(t)$  funksiya  $[0,x]$  kesmaning xarakteristik funksiyasi,  $\delta(x)$  - Dirakning delta-funksiyasi.

Qaralayotgan  $K_2^{2,0}$  fazoga qo‘shma bo‘lgan  $K_2^{2,0*}$  fazoda  $\ell$  funksionalni normasini hisoblash uchun Koshi-Shvarts tengsizligiga asosan quyidagiga ega bo‘lamiz

$$|(\ell, f)| = \left| \int_0^x \frac{f(t)dt}{(x-t)^{1-\alpha}} - \sum_{\beta=0}^N C_\beta \cdot f(x_\beta) \right| \leq \|\ell\|_{K_2^{2,0*}} \cdot \|f\|_{K_2^{2,0}}. \quad (6)$$

Demak,  $K_2^{2,0}$  fazoda (1) kvadratur formula xatoligining absolyut qiymati  $K_2^{2,0*}$  qo‘shma fazodagi  $\ell$  xatolik funksionalining normasi yordamida yuqoridan baholanadi. Bundan quyidagi masalalarga ega bo‘lamiz.

**1-masala.** (1) kvadratur formulaning (5) xatolik funksionali  $\|\ell\|_{K_2^{2,0*}}$  normasining ko‘rinishini topish;

(5) tenglikdan ko‘rinib turibdiki, xatolik funksionali  $C_\beta$  koeffitsiyentlarga bog‘liq.

$K_2^{2,0}$  fazosida optimal kvadratur formula qurish uchun quyidagi masalani yechish kerak bo‘ladi.

**2-masala.**  $K_2^{2,0}$  fazoda  $\|\ell\| := \inf_{C_\beta} \|\ell\|_{K_2^{2,0*}}$  ni qanoatlantiruvchi  $C_\beta$  koeffitsiyentlarni topish.

Hisoblashlar natijasida 1-masaladagi xatolik funksionali quyidagi ko‘rinishda aniqlanadi

$$\begin{aligned} \|\ell\|^2 = & \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N \bar{C}_\beta \bar{C}_\gamma G_2(h\beta - h\gamma) - 2 \sum_{\beta=0}^N (\bar{C}_\beta + C_{1\beta}) \int_0^x \frac{G_2(t - h\beta)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt + \\ & + \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N (2\bar{C}_\beta C_{1\gamma} + C_{1\beta} C_{1\gamma}) G_2(h\beta - h\gamma) + \int_0^x \int_0^x \frac{G_2(t-y) dy dt}{(x-t)^{1-\alpha} (x-y)^{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (7)$$

$\|\ell\|^2$  1-masala uchun hisoblab topildi. Qaralayotgan kvadratur formulaning yuqoridan baholanganligini oldik, yuqori chegaraning minimal qiymatini koeffitsiyentlar bo‘yicha aniqlashimiz kerak. Buning uchun (7) tenglikka ma‘lum shartlarni qoyib eng kichik qiymat beruvchi koeffitsiyentlar uchun Lagranjning no‘malum ko‘paytuvchilar usulidan foydalanib ushbu tenglamalar sistemasini olamiz

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} G_2(h\beta - h\gamma) + d_1 \sin(h\beta) + d_2 \cos(h\beta) = f_2(h\beta), \beta = \overline{0, N} \\ \sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} \sin(h\gamma) = \int_0^x \frac{\sin t}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \\ \sum_{\gamma=0}^N C_{\gamma} \cos(h\gamma) = \int_0^x \frac{\cos t}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \end{cases} \quad (8)$$

Biz ushbu ishda tenglamalar sistemasining yechimini mavjudligini va bu yechimning yagonaligi shartlarini o'rgandik.

## KO'P O'ZGARUVCHILI FUNKSIYANING YO'NALISH BO'YICHA HOSILASINING FIZIK VA GEOMETRIK MA'NOSI

Xoshimova D. K.<sup>1</sup> Yusupova M. A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[hoshimovadilobar321@gmail.com](mailto:hoshimovadilobar321@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Shahrisabz davlat pedagogika instituti

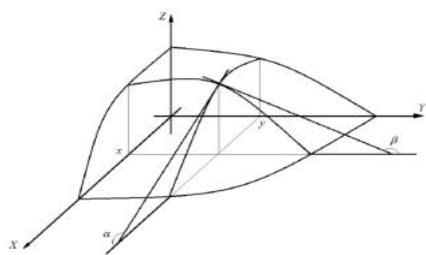
**Annotatsiya.** Hozirgi kunda matematika fani jadal rivojlanib borayotgan bo'lib, iqtisod, texnika, kimyo, biologiya, sotsiologiya kabi deyarli barcha fanlar va yo'nalishlarga tatbiq qilinib kelinmoqda. Jumladan, hosilaning fizik-mexanik ma'nosi tezlik ekanidan, ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning xususiy hosilalarining ma'nosi ham mos ravishda, koordinata o'qlari yo'nalishidagi tezlikdir. Xususan, faqatgina koordinata o'qlari yo'nalishida emas, ya'ni ko'rilayotgan moddiy nuqtaning ixtiyoriy yo'nalishi bo'yicha tezligini hisoblash mumkin.

**Xususiy hosilaning geometrik ma'nosi.** Uch o'lchovli  $R^3$  fazoda sirt o'zining  $z=f(x,u)$  tenglamasi bilan berilgan bo'lsin. Aniqlanish sohasi  $D$  ning har bir nuqtasida  $z_x'$  va  $z_y'$  xususiy hosilalar mavjud bo'lsin. Qaralayotgan  $(x_0, u_0) \in D$  nuqtada  $f_x'(x_0, u_0)$  va  $f_y'(x_0, u_0)$  xususiy hosilalarning geometrik ma'nosini aniqlaymiz.

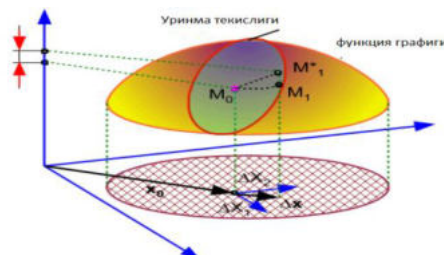
Ta'rifga ko'ra  $f_x'(x_0, u_0)$  qiymat, bir o'zgaruvchili  $f(x, u_0)$  funksiya  $f_x'(x, u_0)$  hosilasining  $x=x_0$  nuqtadagi qiymati, ya'ni  $f_x'(x_0, u_0) = \left. \frac{df(x, y_0)}{dx} \right|_{x=x_0}$  bo'ladi. Bu esa,

bitta  $x$  o'zgaruvchining hosilasi sifatida  $f(x, u_0)$  egri chiziqning  $x=x_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyentidan iborat.  $\varphi(x)=f(x, u_0)$  egri chiziq esa  $z=f(x, u)$  sirt bilan  $u=u_0$  tekislikning kesishishidan hosil bo'ladi. Shunday qilib  $f_x'(x_0, u_0)$  qiymat  $z=f(x, u)$  sirt bilan  $u=u_0$  tekislik kesishish egri chizig'ining  $x=x_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan  $Ox$  o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak tangensidan iborat:  $f_x'(x_0, u_0)=tg\alpha$ .  $f_y'(x_0, u_0)$  ning geometrik ma'nosi ham xuddi shunday aniqlanadi:  $f_u'(x_0, u_0)$  qiymat  $z=f(x, u)$  sirt bilan  $x=x_0$  tekislik kesishish egri chizig'ining  $u=u_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan  $Ou$  o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak tangensidan iborat:  $f_u'(x_0, u_0)=tg\beta$ .





1-rasm



2-rasm

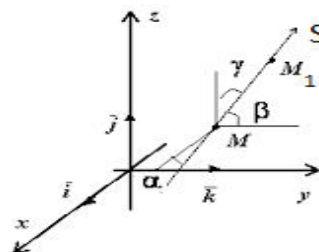
Xuddi bir o'zgaruvchili funksiyada bo'lgani kabi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarda ham differensial tushunchasi kiritiladi. Shunda, masalan, ikki o'zgaruvchili funksiyada funksiyaning to'la differensialning geometrik ma'nosi ko'rilayotgan nuqtada o'tkazilgan urinma tekisligidir. Urinma tekisligining tenglamasi quyidagicha:

$$z - f(x_0, y_0) = f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0, y_0)(y - y_0).$$

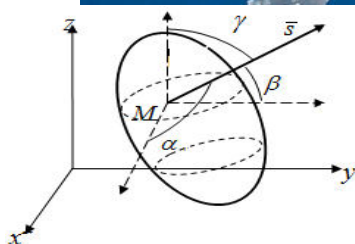
**Yo'nalish bo'yicha hosila.** Ma'lumki,  $y = f(x)$  funksiyaning  $\frac{dy}{dx}$  hosilasining fizik-mexanik ma'nosi tezlikdir. Xuddi shu kabi ikki o'zgaruvchili  $z = f(x, y)$  funksiyaning ham har ikkala xususiy  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  hosilalari  $z = f(x, y)$  funksiyaning (ya'ni shu qonun bo'yicha harakatlanayotgan obyektning)  $OX$ ,  $OY$  o'qlari bo'yicha tezligini anglatishini ko'rsatish mumkin. Masalan, osmonga uchirilgan raketa trayektoriyasi yo'nalishida  $v=8\text{km/sek}$  tezlikga ega bo'lsa, boshqa yo'nalishlarga nisbatan esa tezligi farqli bo'ladi. Yetarlicha uzoqdan turib kuzatayotgan odamga nisbatan raketa joyida turganday ko'rinadi, ya'ni odamdan raketaga yo'nalgan yo'nalishda  $v=0$  kabi bo'ladi.



3-rasm



4-rasm



5-rasm

$u=f(x, y, z)$  funksiyaning  $M(x, y, z)$  va  $M_1(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$  nuqtalarda qaraylik.  $M$  va  $M_1$  nuqtalarni tutashtirib  $\vec{S}$  vektorni xosil qilaylik. Shu vektor koordinata o'qlari bilan mos ravishda  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  burchaklar tashkil etsin. Bu burchaklarning kosinuslariga  $\vec{S}$  vektorining yo'naltiruvchi kosinuslari deb ataladi.  $\vec{S}$  vektorida  $M$  va  $M_1$  lar orasidagi masofani  $\Delta S$  kabi belgilaymiz:  $\Delta S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ .  $u=f(x, y,$

z) funksiya uzluksiz bo'lib, uzluksiz xususiy xosilalariga ega bo'lsin. U xolda quyidagi o'rirlidir:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z + \varepsilon_1 \Delta x + \varepsilon_2 \Delta y + \varepsilon_3 \Delta z,$$

bu yerda  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  lar  $\Delta S \rightarrow 0$  bo'lgandagi cheksiz kichik miqdorlardir.

Geometrik shakldan  $\frac{\Delta x}{\Delta S} = \cos \alpha; \quad \frac{\Delta y}{\Delta S} = \cos \beta; \quad \frac{\Delta z}{\Delta S} = \cos \gamma;$

ekanini ko'rish qiyin emas. Bundan esa quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\frac{\Delta u}{\Delta S} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma + \varepsilon_1 \cos \alpha + \varepsilon_2 \cos \beta + \varepsilon_3 \cos \gamma;$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta S} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma$$

**Ta'rif 1.**  $\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta S}$  limitning qiymatiga  $u=f(x, y, z)$  funksiyani  $M(x, y, z)$  nuqtadan

$\vec{S}$  vektor yo'nalishi bo'yicha olingan xosilasi:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma \text{ formula funksiyaning } \vec{S} \text{ vektor yo'nalishi}$$

bo'yicha xosilasi. Uning geometrik ma'nosi:  $u=f(x, y, z)$  funksiyaning  $M(x, y, z)$  nuqtadan  $\vec{S}$  vektor yo'nalishi bo'yicha tezligining o'zgarishini bildiradi.

#### ADABIYOTLAR

1.Xudayberganov G., Vorisov A.K., Mansurov X.T., Shoimqulov B.A. "Matematik analizdan ma'ruzalar", I, II q. T. "Voris-nashriyot". 2010.

2. T. Azlarov, H. Mansurov."Matematik analiz asoslari". Toshkent "Universitet" 2-qism 2007.

3. Ataxanov K. va boshqalar "Matematik analizdan misol va masalalar to'plami". -Toshkent:,2005.

4.A.U. Abduhamidov, H.A. Nasimov, U.M. Nosirov, J.H. Husanov. "Algebra va matematik analiz asoslari akademik litseylar uchun darslik" II-qism Toshkent "O'qituvchi" 2005

#### ПРИМИТИВНО РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Амирова Д.А.

[amirovadilbar25@gmail.com](mailto:amirovadilbar25@gmail.com)

Каршинский государственный университет

**Аннотация.** В данной работе представлены понятия и примеры для рекурсивных функций.

Название «рекурсивно» отражает определение по рекурсии, когда новая функция  $f$  определяется заданием каждого нового значения  $f(x+1)$  в терминах предыдущих значений  $f(0), f(1), \dots, f(x)$  а также ранее определенных функций.

**Определение.[1]** Класс примитивно рекурсивных функций — класс  $C$  функций, замкнутый относительно следующих схем.

1. Функция следования  $\lambda x[x+1]$  принадлежит  $C$ .
2. Константные функции  $\lambda x_1, \dots, x_n[m]$  принадлежат  $C$ ,  $n, m \geq 0$ .
3. Тождественные функции (также называемые проекциями)  $\lambda x_1, \dots, x_n[x_i]$  принадлежат  $C$ ,  $1 \leq n, 1 \leq i \leq n$ .
4. (Композиция). Если  $g_1, g_2, \dots, g_m, h \in C$ , то  $f(x_1, \dots, x_n) = h(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n))$  принадлежит  $C$ . Здесь  $g_1, \dots, g_m$  — функции от  $n$  переменных, а  $h$  — функция от  $m$  переменных.
5. (Примитивная рекурсия). Если  $g, h \in C$  и  $n \geq 1$ , то  $f \in C$ , где  $f(0, x_2, \dots, x_n) = g(x_2, \dots, x_n)$ ,  $f(x_1 + 1, x_2, \dots, x_n) = h(x_1, f(x_1, x_2, \dots, x_n), x_2, \dots, x_n)$ .

Здесь функции  $g$  и  $h$  от  $n-1$  и  $n+1$  переменных соответственно. (Если  $n=1$ , то 0-арная функция  $g$  является константной функцией и по схеме (II) принадлежит  $C$ .)

Приведем примеры для рекурсивных функций:

**Пример 1.** Пользуясь определением составим примитивно рекурсивное вывод для функции  $f(x) = x!$ .

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \lambda x[x+1] \\
 f_2 &= \lambda x[0] \\
 f_3 &= \lambda x[1] \\
 f_4 &= \lambda x[x] \\
 f_5 &= \lambda xyz[y] \\
 f_6 &= \lambda xyz[z] \\
 f_7 &= f_1(f_5(x, y, z)) \\
 \left. \begin{aligned} f_8(0, y) &= f_3(y) = 1 \\ f_8(x+1, y) &= f_7(x, f_8(x, y), y) \end{aligned} \right\} \\
 f_9 &= f_8(f_5, f_6) \\
 \left. \begin{aligned} f_{10}(0, y) &= f_4(y) = y \\ f_{10}(x+1, y) &= f_9(x, f_{10}(x, y), y) \end{aligned} \right\} \\
 \left. \begin{aligned} f_{10}(0, y) &= f_4(y) = y \\ f_{10}(x+1, y) &= f_9(x, f_{10}(x, y), y) \end{aligned} \right\} \\
 f_{11} &= f_{10}(f_5, f_6) \\
 \left. \begin{aligned} f_{12}(0, y) &= f_2(y) = 0 \\ f_{12}(x+1, y) &= f_{11}(x, f_{12}(x, y), y) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{13}(0) &= 1 \\ f_{13}(x) &= f_{12}(f_{13}(x-1), x) \end{aligned} \right\}$$

## ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р.И.Соар. Вычислимо перечислимые множества и степени. Пер. с англ.—Казань: Казанское математическое общество, 2000. — 576 с., ил.

## ЗАМКНУТОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СЖИМАЕМЫХ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД

**Имомназаров Х.Х.**

[imom@omzg.sccc.ru](mailto:imom@omzg.sccc.ru)

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Россия

**Аннотация.** *Аннотация. Работа посвящена исследованию – получить корректное математическое описание динамики сжимаемых двухфазных сред в широком диапазоне пространственных и временных масштабов. Более конкретно, нас интересует возможность получения приближенных качественных и количественных решений различных геологических и технологических задач, которые можно разделить на три основные группы: гравитационная конвекция, описание и исследование импульсных воздействий на режим гравитационной конвекции, напорное течение в канале. Говоря о различных пространственных и временных масштабах, речь идет о возможности моделирования как крупномасштабных геологических процессов, длительность которых составляет от 10 лет до 100 тысяч лет так и об одновременной возможности описания быстрых процессов, таких как, высокочастотные импульсные воздействия. Также рассматривается решение прямой динамической задачи теории упругости, которая моделирует формирование и распространение сейсмических волн от землетрясений, возникающих при тектонических процессах в нижних слоях земной коры.*

В качестве реальных двухфазных систем, моделирование динамики которых актуально и представляет прикладной интерес можно привести следующие примеры. В контексте решения задачи о свободной конвекции это могут быть задачи связанные с моделированием промежуточных магматических очагов или магматических камер. Решение таких задач интересно для построения глобальных моделей описания вулканизма и связанного с ним рудообразования. В качестве технологического приложения решения задачи о свободной конвекции можно указать на задачи математического описания теплонакопителей и теплообменников используемых в промышленной теплоэнергетике, где в последнее время наметилась тенденция на внедрение двухфазных твердожидкостных наполнителей как более эффективных по сравнению с традиционными.

Особенно актуальными на сегодняшний день являются задачи накопления и сохранения различных видов энергии.

Известно, что сейсмические волны характеризуют не только очаг землетрясения, но и среду, через которую они распространяются, поэтому они являются основным носителем информации в сейсмологии. Самыми разрушительными являются поверхностные волны, так как они имеют низкую частоту, большую амплитуду и внушительное время действия.

В данном докладе обсуждаются вопросы математического моделирования для многофазных сред.

## **ВИДЫ И МЕТОДЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДАННЫХ ПОСРЕДСТВОМ 3D-МОДЕЛИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**Муминов Б.Б.<sup>1</sup>, Норкулова З.Н.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>[mbbahodir@gmail.com](mailto:mbbahodir@gmail.com), <sup>2</sup>[ziyodanorqulova@mail.ru](mailto:ziyodanorqulova@mail.ru)

<sup>1</sup> Ташкентский Государственный Экономический Университет

<sup>2</sup> Ташкентский Университет Информационных Технологий имени Мухаммада Ал-Хоразмий

**Аннотация.** В статье обсуждаются необходимость эффективной визуализации данных, ограничения традиционных методов визуализации данных, роль ИИ (Искусственный интеллект) в улучшении визуализации данных, соображения по визуализации данных на основе ИИ и важность дизайна, ориентированного на пользователя.

В работе [1] приведены основные принципы визуализации и порядок выполнения шагов. в этом исследовании рассматриваются различные этапы визуализации данных; его типы и многочисленные приложения. Визуализация данных определяет описания, создает гипотезы и развивает идеи из больших тома, способствующие научным исследованиям и прогнозам

В [2] 3D-изображения изучаются вопросы визуализации программного обеспечения. Представлены визуальные представления, вопросы взаимодействия, методы оценки и средства разработки. Эффективность возрастает, когда визуальные системы и процесс визуализации изучаются и представляются по категориям.

Статьи [3]-[5] использует сочетание исследований и тематических исследований для изучения роли визуализации данных и искусственного интеллекта. Благодаря этому обзору можно выявить общие проблемы и недостатки в визуализации данных, а также изучить потенциальные решения, разработанные с помощью применения ИИ.

Одним из основных аспектов визуализации данных с помощью искусственного интеллекта является правильная постановка исследовательского вопроса. В соответствии с этим аспектом визуализацию данных можно разделить на 2 основных раздела: научная и информационная

визуализация, но в последнее время разветвляющаяся в новую область визуальной аналитика.

Научная визуализация: Визуализация возникла как отдельная дисциплина в 1980-х годах прошлого века в ответ на все большее количество данных, генерируемых компьютерным численным моделированием различных физических процессов, таких как поток жидкости, тепловая конвекция или деформации материалов. Таким образом, «научный» атрибут, связанный с его названием, отражал акцент на визуальных решениях для понимания научных симуляций того времени. Научная визуализация «в основном связана с визуализацией трехмерных явлений (архитектурных, метеорологических, медицинских, биологических и т. д.) с упором на реалистичное представление объемов, поверхностей, источников света и т. д.». Важным аспектом научной визуализации является представление набора данных с естественным пространственным расположением, то есть набора данных, элементы или точки данных которого имеют особое значение в пространстве.

Визуальная аналитика. Признавая необходимость интеграции решений визуализации с анализом и генерацией данных, в сообществах визуализации информации, научной визуализации и генерации данных появился новый путь: визуальная аналитика. Короче говоря, основная цель визуальной аналитики — предоставить методы и инструменты, которые помогают конечным пользователям в их аналитическом мышлении с помощью интерактивных визуальных интерфейсов.

Таким образом, визуализация данных играет важную роль в ИИ, позволяя организациям получать ценную информацию и передавать сложные данные таким образом, чтобы заинтересованные стороны могли легко их понять. Выбирая правильные методы визуализации и обеспечивая точность и надежность базовых данных, организации могут использовать возможности анализа данных для внедрения инноваций, повышения производительности и получения конкурентных преимуществ.

## ЛИТЕРАТУРЫ

1. Muskan, Gurpreet Singh, Jaspreet Singh and Chander Prabha “Data\_Visualization\_and\_its\_Key\_Fundamentals\_A\_Comprehensive\_Survey” Proceedings of the Seventh International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES 2022).

2. Alfredo R.Teyseyre and Marcelo R.Campo,Member,IEEE “An Overview of 3D Software Visualization”,IEEE Transactions on visualization and computer graphics,vol.15,no. 1, January-Ferbruary 2009.

3. Alfredo Vellido,Paula J.G.Lisboa,Jose D.Martin-Guerrero, “Seeing is believing:The importance of visualization in real-world machine learning applications”.January 2011.

4. Aoyu Wu, Yun Wang, Xinhuan Shu, Dominik Moritz, Weiwei Cui, Haidong Zhang, Dongmei Zhang, Huamin Qu, “Survey on Artificial Intelligence Approaches for visualization data”.2 Feb.2021.

## О ФИЛЬТРАЦИИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ФЛЮИДОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТАХ

Каюмов Ш<sup>1</sup>., Бекчанов Ш.Э<sup>2</sup>., Зиёдуллаева Ш<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>[kayumovmatemic@gmail.com](mailto:kayumovmatemic@gmail.com), <sup>2</sup>[sherzodbekjonov@gmail.com](mailto:sherzodbekjonov@gmail.com)

<sup>1,2,3</sup>Ташкентский государственный технический университет

**Аннотация.** Работа посвящена к математическому моделирования задачи нелинейной фильтрации в многослойных пластах. Численные алгоритмы решения построены с применением методов итерации, метод прямых и сеточный вариант метода потоковой прогонки. Отмечена возможности определение величины перетоков между пластами и положение неизвестных границ возмущений.

Процесс фильтрации флюидов в многослойных пластах изучается многими исследователями как для неструктурированных (ньютоновских и неньютоновских [1-2], так и для аномальных жидкостей [3-4], ввиду наличие природных месторождений углеводородов указанного типа. Пористая среда представляются как многослойные структуры и их можно моделировать различными способами и методами. В процессе моделирование этих сред учитывается гидродинамические связи между слоями или их считает несвязанными (изолированными) пластами. Существует различные методы моделирование, предполагающие пластовые характеристики этих слоев по отношению к другим слоям, резко различными и как следствие, движения флюидов в них происходят по разным направлениям. Предлагаемой работе рассмотрен слоистый пласт которой состоит из хорошо проницаемых (область  $\Omega_{2\gamma}$ ), соседствующей (снизу и сверху), плохо проницаемыми пластами (область  $\Omega_{2\gamma-1}$  и  $\Omega_{2\gamma+1}$ ). Предполагается что области  $D_{2\gamma}$  содержит в себе структурированный флюид (при процессе фильтрации этих флюидов в пласте образуется три зоны: зона ползучести, зона аномальности и зоны сильной линейности с неизвестными подвижными границами между ними), а верхней и нижней области ( $\Omega_{2\gamma-1}$  и  $\Omega_{2\gamma+1}$ ) заполнено флюидами имеющие аномальные структуры, основанной на нелинейной аппроксимации функциональной связи между градиентом давления и скоростью фильтрации [3-5]. Математическая модель этой задачи следующие: необходимо найти непрерывные функции  $U_{2\gamma+1}, U_{2\gamma-1}(x, z, t)$  и  $U_{2\gamma}(x, t)$  ( $\gamma=1, 2$ ) а также границы подвижных зон  $(R_{2\gamma})_{r-1}$  и  $(R_{2\gamma})_{r+1}$  из следующей системы:



$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \chi_l \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_e \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \right) + \varphi_1 \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \Big|_{z=h_{2\gamma-1}} - \varphi_2 \frac{\partial U_{2\gamma+1}}{\partial z} \Big|_{z=h_{2\gamma+1}} = \\ & = M_e \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial z} + f(x, t), \quad x \in \Omega_{2\gamma}, \quad z \in (H_{2\gamma-1}; H_{2\gamma+1}), \quad t > 0, \quad e = \overline{1, 3} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \varphi_{2\gamma-1}(z) \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \right) = M_{2\gamma-1} \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial t}, \quad z \in (\Omega_1, \Omega_3, \Omega_5); \quad \gamma = \overline{1, 3}, \quad t > 0. \quad (2)$$

с начальными

$$U_{2\gamma}(x, 0) = U_0(x), \quad U_{2\gamma-1}(x, z, 0) = U_0(x, z), \quad (\gamma = \overline{1, 3}), \quad (3)$$

и граничными

$$a_1 \chi_1 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_l \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = \psi_0(t), \quad a_2 \chi_1 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_3 \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=L} = \psi_1(t), \quad (4)$$

$$a_0 \varphi_1(z) \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{\substack{z=0 \\ x \in [x_0, L]}} = 0, \quad a_3 \varphi_5(z) \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{\substack{z=H_5 \\ x \in [x_0, L]}} = 0, \quad (5)$$

а также условиями на границах зон:

$$\chi_1 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_1 \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = \chi_2 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_2 \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (6)$$

$$\chi_2 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_2 \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = \chi_3 \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_3 \right) \frac{\partial U_{2\gamma}}{\partial x} \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (7)$$

$$U_{2\gamma}(x, t) \Big|_{x=R_{2\gamma}-0} = U_{2\gamma}(x, t) \Big|_{x=R_{2\gamma}+0}, \quad (8)$$

где

$$f(x, t) = \sum_{i=1}^N \delta(x - x_r) q_r.$$

$$\begin{aligned} \chi_e \left( |\nabla U_{2\gamma}|, \beta_e \right) &= \left\{ k_2 / \mu_2 \left( 1 - \beta_2 \gamma_0 / |\nabla U_{2\gamma}| \right), \quad x \in (x_0; R_{2\gamma} - 0); \right. \\ & \left. \left( k_2 \cdot |\nabla U_{2\gamma}| \right) / \left( \mu_2 \left( \beta_2 + |\nabla U_{2\gamma}| \right) \right), \quad x \in (R_{2\gamma} + 0; R_{2\gamma} - 0); \quad k_2 / \mu_3, \quad x \in (R_{2\gamma} + 0; l) \right\}, \quad e = \overline{1, 2}. \end{aligned}$$

$$a_1 = \{1; 0\}, \quad b_1 = \{0; 1\}, \quad |a_1| + |b_1| \neq 0, \quad \varphi_{2\gamma-1}(z) = \overline{\varphi_0} \left( \beta_{2\gamma-1} + |\nabla U_{2\gamma-1}| \right) / \left( |\nabla U_{2\gamma-1}| \right), \quad \gamma = \overline{1, 3}.$$

Задаче (1)-(8) коэффициенты  $\mu_i, k_i, M_i$  ( $i = \overline{1, 5}$ ) входящие в функции  $\chi_l, \varphi_{2\gamma-1}$  являющейся пластовыми характеристиками аналогично работы [2-6]. Так как задача (1) - (8) нелинейно, то для его решения применяется методы: итерации, (для нелинейных коэффициентов и функций а также для неизвестных границ метод прямых по переменному  $t$ ), потоковой вариант сеточной прогонки по переменному  $x$  [6-8].

В результате построена вычислительные алгоритмы позволяющие найти приближенные решения задачи на каждом временном шаге и в любой точке области фильтраций. Результаты решения позволяет определить величины перетоков из плохопроницаемых пластов в хорошопроницаемые пласты и влияние их, на величины отбора из пласта а также на темпы продвижения неизвестных границы возмущения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гусейнзаде М. А., Колосовская А. К. Упругий режим в одно пластовых и многопластовых системах. М. «Недра». 1972. 321 с.



2. Аббасов М.Т., Кулиев А.М. Методы гидродинамических расчетов разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Баку, «ЭЛМ», 1976 г.-284 с.
3. Мухиддинов Н.М. Методы расчета показателей разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Ташкент, «ФАН», 1978 г.-117 с.
4. Каюмов Ш., Марданов А.П., Хайтов Т.О., Каюмов А.Б. Математического моделирования структурированных флюидов в связанных пластах. Сборник трудов международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механике». Воронеж. 2020, с. 934-942.
5. Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Multiparameter mathematical models of the problem of problem of filtration of unstructured and structured fluids. E3S. Web of conferences 264. 01030(2021) <https://doi.org/10.1051/t3s conf/2021 26401030>.
6. Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Construction of two – dimensional multiparameter mathematical models of the problem of the theory on nonlinear filtration of fluids. International conference on Actual problems of applied mechanics – APAM – 2021. AIP conf.prec. 2637, 040002 (2022); <https://doi.org/10.1063/5/0119121>. Published: oct 20.2022.
7. Каюмов Ш. Математическое моделирование задач теории фильтрации со свободными границами. Ташкент, 2017 г.-274 с.
8. Samarski A.A. The theory of Difference shemes/A.A.Samarski - New York-Basel. Marcel Dekker. Inc, 2001. – 761 p.

## **НАЗОРАТ КАРТАЛАР ЁРДАМИДА ТЕХНОЛОГИК ОПЕРАЦИЯЛАРДАГИ ЎРТАЧА ЙЎҚОТИШЛАРНИ БАҲОЛАШ ҲАҚИДА**

**Худойбердиева Ш.<sup>1</sup>, Тошпўлатов М.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>xudoyberdiyevashm@gmail.uz, <sup>2</sup>mtoshpolatov01@gmail.com

<sup>1,2</sup>Andijon davlat universiteti

**Аннотация.** *Ушбу ахборотда бир кичик корхонанинг меҳнат самарадорлиги назорат қилиш ва ошириш бўйича тўрт ойлик илмий изланиш ишларининг баъзи натижаларини келтирдик. Шу каби ишлар ҳозирда барча ривожланган мамлакатларнинг корхоналарида амалга оширилаётганлигини ҳисобга олган ҳолда такидлаймизки, агар бу ишлар мамлакатимизнинг барча корхоналарида амалга оширилса корхона фаолиятида катта самара бериши мумкин.*

**Метод.** Технологик операцияларда маҳсулот ишлаб чиқаришда  $X$  тасодифий миқдор маҳсулотнинг ишчи характеристикаси,  $\tau$  унинг номинал қиймати бўлсин.  $X$  нинг  $\tau$  дан четланиши вариацияни ҳосил қилади ва бу доимо харажатларни келтириб чиқаради.

Япониялик олим Г.Тагути вариация билан боғлиқ, пул биликларида ўлчанадиган қуйидаги бирлик маҳсулотга нисбатан ўртача йўқотишни аниқловчи тақрибий формулани кашф этди:

$$\bar{E}[L(x)] = \frac{C_{scrap}}{(x_{scrap} - \tau)^2} [(\sigma(X))^2 + (\bar{X} - \tau)^2], \quad (1)$$

бу ерда  $x_{scrap}$  махсулотни яроқсиз бўлишига олиб келувчи  $X$  нинг қиймати,  $C_{scrap}$  эса  $x_{scrap}$  ни ҳисобига ишлаб чиқаришда ҳосил бўладиган пул бирлигидаги чиқим миқдори,  $(\sigma(X))^2$  ва  $\bar{X}$  лар мос равишда ўрта қийматлар ва стандарт ўқиш назорат каталарининг статистикалари [1].

**Натижа.** Ушбу тезисда биз бир кичик корхонада олиб борётган тадқиқотларимизни махсули сифатида REINFCENTER PILLAR ORTNING номли технологик операциядаги ўртача чиқимларни (1) га асосланган ҳолда топилган дастлабки қийматларини келтирдик.

Ушбу технологик операцияда  $\tau = 165$  мм номинал қийматга нисбатан кунига 5 тадан 20 кун ўлчаш ишлари олиб борилди. Топилган маълумотлар асосида ўрта қийматлар ва тарқоқлик кўлами назорат каталари қурилди [2]. Бунда биз қуйидагиларни аниқладик:

$x_{scrap} = 165,5$ ;  $C_{scrap} = 2$  \$;  $(\sigma(X))^2 = 0,09$ ;  $\bar{X} = 165,3$ .

У ҳолда (1) га асосан  $\bar{E}[L(x)] = 1,44$  \$ бўлади ва, демак,  $n$  та бирлик махсулотга нисбатан корхона учун ўртача чиқим  $1,44 n$  \$ ни ташкил этади.

**Хулоса.** Фикримизнинг охирида шуни такидлаймизки, агарда корхонадаги барча технологик операциялар учун юқоридаги изланишлани олиб борсак корхонадаги самарадорликни ошириш имконияти пайдо бўлади.

Илмий раҳбаримиз С.А. Ахмедовга масалани қўйишда ва бажаришимиздаги қимматли маслаҳатлари учун миннаддорчилик билдирамиз.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Дональд Уилер, Дэвид Чамберс. Статистические управления процессами: Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. Москва. ООО «Альпина Бизнес Букс» 2009.
2. Ахмедов С.А. “Жараёнларни Статистик Бошқариш”. Методик қўлланма. Андижон. 2005.

## 6-SHO‘BA. MATEMATIKA O‘QITISH METODIKASI

### MATEMATIKA O‘QITISH METODIKASI MATEMATIKA KURSIDA MATEMATIK TUSHUNCHA, VA UNING MANTIQUIY TUZILISHI

Abdiraxmanov A.<sup>1</sup>, To‘rayeva F.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Qarshi davlat universiteti

**Annotatsiya.** Matematik tushunchalarni, teoremlarni isbotlashda, misol va masalalarni yechishda o‘qituvchi bilan o‘quvchilar orasidagi ongli va maqsadga yo‘naltirilgan aktiv faoliyatlar haqida keltirilgan.

Matematikada har bir matematik tushuncha o‘z navbatida ikki xil uslub bilan kiritiladi:

1. Matematik tushunchani tushuntirish yordamida olib kirilsa;
2. Ta‘riflash yordamida olib kiriladi.

Tushuntirish yordamida yoki ta‘riflash yordamida olib kiritilishidan qat’iy nazar bu tushunchani kelib chiqishi, matematika rivoji uchun qay darajada zararliligi; undan qanday masalalarni hal qilishda foydalanilishi mumkinligi; bu tushunchaning asosiy matematik sifatlari haqida qisqacha fikrlarga ega bo‘libgina kiritilsa maqsadga muvofiq bo‘lar edi.

Shuning uchun ham har bir matematik tushunchani kiritilishida ko‘proq quyidagi talablarga ahamiyat beriladi:

- shu tushunchani kiritishning lozimligini ko‘rsatuvchi amaliy masalalarni mavjudligi;

- tushunchani ahamiyatli va noahamiyatli sifatlarini ochib ko‘rsatilishi, nomi, mazmuni, hajmi uni kiritilishi motivi;

- tushunchani muhim sifat belgilari xossalarini anglatuvchi va uni uzoq xizmat qilishini ta‘minlovchi ta‘rifni aniq va lunda qilib berilishi;

- tushunchani dinamik va statistik modelini, belgisini ko‘rsatilib uning aniq masala va misollarda ishlatish dinamikasini ko‘rsatish;

- bu tushunchani tatbiq qilish mumkin bo‘lgan tekisligini (o‘zaro aloqadorlik, fanlararo aloqadorlik) ko‘rsatilishi va undan unumli foydalanish metodlari haqidagi fikrlarni atroflicha muhokama yuritilib o‘quvchilarga o‘rgatilishi maqsadga muvofiqdir. Tushunchalarni bunday tarzda fanga olib kiritilishi aniq-induktiv ko‘rinishini ifoda qilishi bilan birga tushunchani abstrak – deduktiv ko‘rinishda olib kiritilishi ham uchrab turadi.

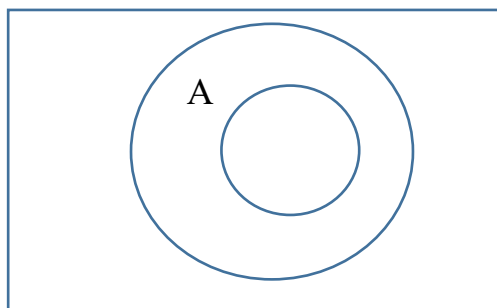
Masalan, ushbu  $ax^2 + bx + c \geq 0$ ,  $a \neq 0$  ko‘rinishidagi tenglamaga kvadrat tenglama deyiladi. Bunda 1) o‘qituvchi quyidagi bosqichlarni amalga oshirishi, ya‘ni: a) ta‘rif berish; b) uni xususiy hollarini ko‘rsatish; v) misollar keltirish; g) tadbirini ko‘rsatish kabi fikrlarni amalga oshiradi.

Har bir tushuncha o‘ziga qandaydir obyektlar sinfini birlashtiradi – tushuncha hajmini izohlaydi – bu obyektlar uchun umumiy bo‘lgan sifatlar xossalari esa tushunchani mazmunini belgilaydi. Masalan, <<Uchburchak>> - tushunchasi barcha ko‘rinishdagi uchburchaklarni aniqlaydi – bu hajm uning uchlari tomonlari,

burchaklari, balandliklari va boshqalar uni mazmunini ifodalaydi. Shuning uchun ham tushunchani mazmuni unga beriladigan ta'rifda mujassamlangan bo'lsa, hajmi esa uni sinflarga ajratishda aniqlanadi. Matematikada tushunchani rivojlantirish deyilganda yuqorida keltirilgan beshta talabga yana bitta boshqa tushunchalar bilan birgalikda aloqadorlikda ishlatilishini ko'rsatilishi bilan ham tasvirlanadi. Ma'lumki, har bir tushuncha yo ta'rif yoki tushuntirish yordamida kiritilar ekan, ko'p hollarda ta'rif yordamida kiritilishini qayd qilish lozim bo'ladi. Ta'riflar o'z navbatida quyidagi turlarga ajratiladi, ya'ni: nom beruvchi hamda uning farqlovchi sifatlarini ko'rsatib beruvchi ta'riflarga ajratib qarash – bu shartli qarashdir. Lekin ayrim hollarda bitta ta'rifda ikkalasi ham uchraydi. Masalan, burchaklari to'g'ri bo'lgan parallelogrammga to'g'ri to'rtburchak deyiladi – desak bu yerda har ikkalasi ham ishtirok etayapti, chunki nom ham kirityapti va uni to'g'ri burchagi sifati ko'rsatilyapti. Shuning uchun matematikada a) aksiomatik; b) jinsi va ko'rinishi bilan farqlanuvchi; v) rekurissiv; g) boshlang'ich tushunchalarga tayanuvchi kabi ta'riflarga ajratish mumkin. Bu ta'riflarda asosan quyidagi prinsiplar ishlaydi: a) predmetlilik prinsipi; b) qiymatlilik prinsipi; v) nomni almashtirish prinsiplari ishlaydi va amaliyotda bundan foydalaniladi.

Matematikada ishlatilayotgan har bir mulohazada asosan <<shart>> yoki <<xulosa>> qatnashishi mumkin. Masalan, agar berilgan son ikkiga bo'linsa, u juft sondir – degan mulohazani qarasak.  $A$  – agar berilgan son ikkiga bo'linsa – bu shart.  $B$  – bu xulosa. Demak yuqoridagi mulohazani  $A \Rightarrow B$  ko'rinishida yozish mumkin bo'ladi. Bunda  $A$  shart yoki jo'natiluvchi jumla yoki zaruriy sharh desak u holda  $B$  – xulosa yoki qabul qilib oluvchi jumla yoki yetarli shart deb aytiladi.

Matematik mantiqdan ma'lumki,  $A \Rightarrow B$  mulohaza  $A \equiv 1$  va  $B \equiv 0$  bo'lganda yolg'on, qolgan hollarda rost bo'ladigan mulohaza deb qaraladi. Agar  $A$  uchun  $B$  zarur va yetarli hamda  $B$  uchun  $A$  zarur va yetarli bo'lgandagina  $A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$  munosabati o'rinli bo'ladi. Agar  $A \Rightarrow B$  ni Eyler – Vanna aynalari orqali ifodalansa, u holda (1-rasm)  $A$  ni  $B$  ni ichida joylashtirishni ko'rish mumkin.



1-rasm Masalan. Har qanday Transendent son bu irratsional sondir, desak irratsional son ichida Transendent sonlar ham bo'lishi tushuniladi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Методика преподавания математики в средней школе (общ.метод.)/ с.с.: Р.С.Чернасов – М.: 1985 г.
2. Методика преподавания математики в средней школе (част.мет.)/ с.с Мышин В. – М.: 1987 г.

3. Методика преподавания математики в средней школе (общ.метод.)/ М.Ю.Колягин и др. – М.: 1975 г.
4. Математикадан практикум. Т.Тологанов, А.Норматов. Тошкент.: „Укитувчи” 1989 й.

## KUB TENGLAMA ILDIZLARINING JOYLASHISH MASALASINI KUB FUNKSIYA GRAFIGI YORDAMIDA O‘RGANISH

Abdiyeva Shoir  
[shabdiyeva@mail.ru](mailto:shabdiyeva@mail.ru)  
Chirchiq DPU

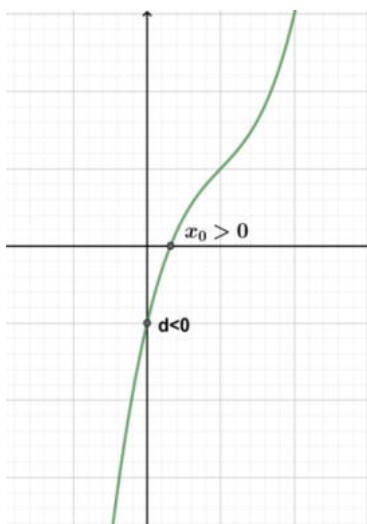
**Annotatsiya:** *Tafakkur turlaridan biri vizual tafakkur bo‘lib, bu tafakkur Maktab algebra va analiz asoslari kursiga oid masalalarni yechishda keng tadbqiqqa ega. Matematikani o‘qitishning asosiy tayanchi mantiqiy tafakkur bo‘lib, ya’ni chap yarimsharlar ishiga tayanadi. Ham chap, ham o‘ng yarimsharlar ishini muvofiqlashtirgan holda o‘qitishni tashkil etish ya’ni mantiqiy tafakkur turi bilan birgalikda boshqa tafakkur turlarini xususan vizual tafakkurni rivojlantirish masalasi dolzarbligicha qolmoqda. O‘quvchilarda vizual tafakkurni rivojlantiruvchi vositalardan biri funksiya grafiklari bo‘lib, u ko‘rish organi ishini faollashtirishga xizmat qiladi [1].*

10-sinf algebra va analiz kursida  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  kub tenglama faqat butun va ratsional ildizlarga ega bo‘lgan holatlari o‘rganiladi [2]. Ammo uning taqribiy ildizi, ildizlarining mavjud yoki mavjud emas holatlari ko‘rib chiqilmaydi. Quyida kub funksiya grafigidan foydalanib, kub tenglama yagona haqiqiy ildizga ega bo‘lganda, karrali ildizlarga ega bo‘lganda va uchta haqiqiy ildizga ega bo‘lgandagi holatlar ko‘rib chiqish mumkin.

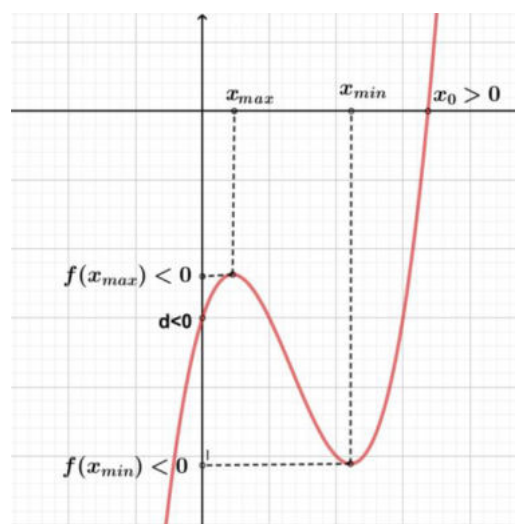
Kub tenglama ildizlarining joylashuvini tasavvur qilishda kub funksiya grafigini GeoGebra graphik calculator, Desmos graphing calculator dasturlaridan foydalanilib unga mos funksiya grafiklari eskizlari chiziladi. Masalan, 1-3 rasmlarda  $a > 0$  hol uchun  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  tenglama yagona ildizga ega bo‘lgan grafiklar chizilgan.

Tahlil natijasida quyidagi teorema shakllantiriladi va isbotlanadi:

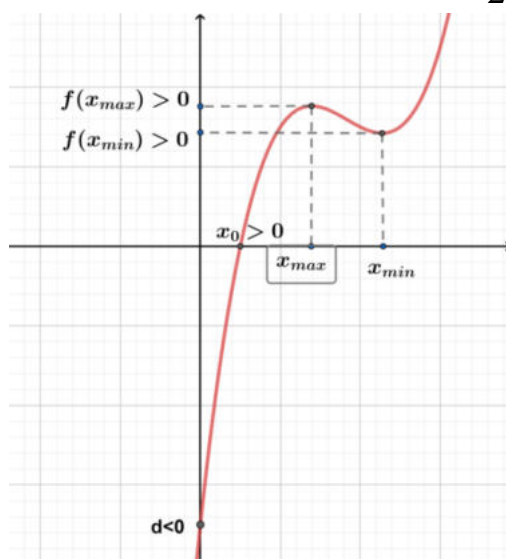
**Teorema 1.**  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ( $a > 0$ ) kub tenglama yagona haqiqiy musbat ildizga ega bo‘lishi uchun  $b^2 - 3ac \leq 0$ ,  $d < 0$  yoki  $b^2 - 3ac > 0$ ,  $d < 0$  va ekstremum qiymatlari ko‘paytmasi musbat bo‘lishi zarur va yetarli.



1-rasm



2- rasm



3-rasm

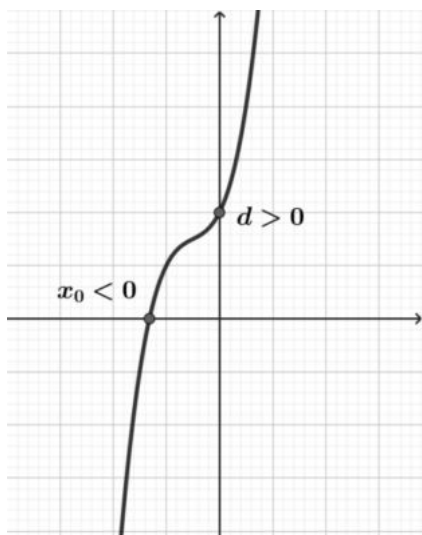
Shunga o'xshash quyidagi teoremlarni ham ishlab chiqish mumkin.

**Teorema 2.**  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ( $a > 0$ ) kub tenglama yagona haqiqiy manfiy ildizga ega bo'lishi uchun  $b^2 - 3ac \leq 0$ ,  $d > 0$  yoki  $b^2 - 3ac > 0$ ,  $d > 0$  va ekstremum qiymatlari ko'paytmasi musbat bo'lishi zarur va yetarli (4-5-rasmlar).

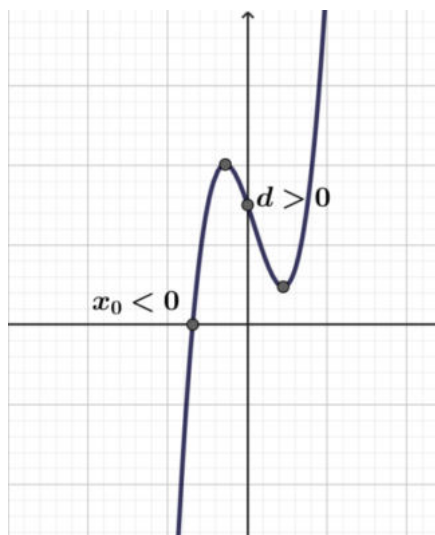
Chizmalar, grafiklar teorema isbotini bermaydi, biroq o'quvchiga teoremani oson va tushunarli bo'lishida, xotirasida uzoq vaqt saqlanib turishida muhim ahamiyatga ega.

Matematik masalalarni yechishda chizmalar, grafiklardan foydalanish masala shartini aniq tushunib olishga imkon beradi. Shu bilan birga masala yechish metodini to'g'ri tanlab olishga imkon beradi.





4-rasm



5-rasm

Masala shartida berilgan vaziyatni chizmalar, grafiklarda aniq ko'rish imkoni mavjud va shu orqali masalani yechish yo'lini qidirib topish ma'lum darajada osonlashadi. Chunki ko'rinib turgan vaziyatga baho berish uni chizmalarsiz faqat matndan iborat qismini o'qib, xulosa chiqarishdan ko'ra ancha osonroqdir.

Teoremlarni ishlab chiqishda kub funksiya grafigidan foydalanib, o'quvchilarda vizual tafakkurni rivojlanadi.

Yuqoridagi teoremlarni  $a < 0$  holatda ham ko'rib chiqish mumkin. Bunda ham kub funksiya grafiklaridan foydalanib bajarish mumkin.

Kub tenglama ildizlarining joylashish masalasini umumta'lim maktablarining yuqori sinf o'quvchilariga to'garak mashg'ulotlarida o'rganishni tavsiya etamiz.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Далингер, В.А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучение математике. Электронный научный журнал « Вестник» (Омского государственного педагогического университета). Выпуск 2006. [www.omsk.edu](http://www.omsk.edu).

2. Adilbek Zaitov va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 10-sinfi uchun darslik. Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022. – 192 b.

#### DISPERSION TAHLIL MASALASINI YECHISHDA MATHCAD DASTUR TIZIMINI QO'LLASH ASOSIDA TA'LIM SIFATINI OSHIRISH.

Abdurazakov A.<sup>1</sup>, Qodirov A. I.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[abdurazakovabdujabbor46@gmail.com](mailto:abdurazakovabdujabbor46@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Farg'ona politexnika institute

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada dispersion tahlil masalasini MathCAD dasturi yorsdamida amaliy masalani yechish va tahlil qilish algoritmi keltirilgan.

Tadqiqotchi uchun har bir jarayonni (iqtisodiy, texnik va h.k.) o'rganishi, jarayonga ta'sir etuvchi faktorlar orasidagi bog'lanish, ularning bir-biriga ta'sir

darajasini aniqlash muhim ahamiyatga ega. O'rganilayotgan jarayon murakkab va diskret ma'lumotlardan iborat bo'lgani uchun bu ma'lumotlarga matematik ishlov berish kerak. Ishlov berish tayyorlanayotgan mutaxassisni matematik kompetentligiga bog'liq. Matematik kompetentlik sodda masalalarni matematik modelini qurish va uning optimal yechimini informatsion texnologiyalarga asoslanib topish malakasini hosil qilishi kerak. Amaliy masalalarni mantiqiy matematik tasdiqlarga asoslanib yechimni olish darsning sifatini oshiradi va talabalarda shu kabi masalalarni yechish motivatsiyasini hosil qiladi.

Misol 1. Buzoq boqish firmasi- buzoqlarga kerakli yuk bosishini o'rganish uchun tajriba o'tkazdi. u quyidagi ikkita faktor bo'yicha o'rgandi: boqish texnologiyasi va ozuqdagi protein miqdoriga nisbati.

Tajriba natijasida quyidagi jadvalga ega bo'lindi.

1-jadval

| Buzoqlar soni (A-faktor) | Ozuqadagi proton miqdori |     |     |             |     |     |
|--------------------------|--------------------------|-----|-----|-------------|-----|-----|
|                          | $B_1 = 80$               |     |     | $B_2 = 600$ |     |     |
| $A_1 = 30$               | 530                      | 540 | 550 | 600         | 620 | 580 |
| $A_2 = 100$              | 490                      | 510 | 520 | 540         | 550 | 560 |
| $A_3 = 300$              | 430                      | 420 | 450 | 470         | 460 | 430 |

$\alpha = 0.05$  ozuqa birlikda har bir faktorning bevosita bir-biriga ta'siri o'rganildi. Bu masalani yechish uchun ikki faktorli dispersiya tahlilini MathCAD dastur tizimidan foydalanib yechimni topamiz.

2-jadval

| Buzoqlar soni (A-faktor) | Ozuqadagi proton miqdori B-faktor |             |                     |
|--------------------------|-----------------------------------|-------------|---------------------|
|                          | $B_1 = 80$                        | $B_2 = 600$ | Umumiy o'rtacha yuk |
| $A_1 = 30$               | 530                               | 600         | 570                 |
| $A_2 = 100$              | 506.2                             | 550         | 58,4                |
| $A_3 = 300$              | 433.3                             | 453.3       | 443                 |
| Ustun bo'yicha           | 433.3                             | 534.4       | 513.18              |

Kuzatiladigan qoldiq yig'indi

3-jadval

| Dispersion qoldig'i | Kvadratlar yig'indisi | Erkinlik darajasi | O'rtacha kvadratlar |
|---------------------|-----------------------|-------------------|---------------------|
| Gruppalararo o (A)  | $5.001 \cdot 10^4$    | 2                 | $2.501 \cdot 10^4$  |
| Gruppalararo o (B)  | $7.606 \cdot 10^3$    | 1                 | $7.606 \cdot 10^3$  |
| O'zaro ta'siri      | $1.211 \cdot 10^3$    | 2                 | 605.556             |
| Qoldig'i            | $3 \cdot 10^3$        | 12                | 250                 |
| Umumiy              | $6.113 \cdot 10^4$    | 17                |                     |



## Fisher-Snedekor kriteriyada

$$F_A = \frac{S_1}{S_4} = 100.672 \quad F_B = \frac{S_2}{S_4} = 30.412 \quad F_{AB} = \frac{S_3}{S_4} = 2.422$$

## Erkinlik darajasi egarga olib ko'rish

$$F_1 = qF(0.005, 2, 12) = 0.052 \quad F_2 = qF(0.005, 1, 12) = 4.1 \cdot 10^{-3} \quad F_3 = qF(0.005, 2, 12) = 0.052$$

Mathcad - [dspersiy31]

ORIGIN := 1

$$A := \begin{pmatrix} 530 & 540 & 550 \\ 490 & 510 & 520 \\ 430 & 420 & 450 \end{pmatrix} \quad A1 := A^T \quad m := 3 \quad n := 3$$

$$i := 1..3 \quad a_i := \frac{\sum A1^i}{m} \quad a = \begin{pmatrix} 540 \\ 506.667 \\ 433.333 \end{pmatrix}$$

$$i := 1..n \quad b_i := \frac{\sum A^i}{n} \quad b = \begin{pmatrix} 483.333 \\ 490 \\ 506.667 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 600 & 620 & 580 \\ 550 & 540 & 560 \\ 470 & 460 & 430 \end{pmatrix} \quad B1 := B^T \quad i := 1..m \quad c_i := \frac{\sum B1^i}{n} \quad c = \begin{pmatrix} 600 \\ 550 \\ 453.333 \end{pmatrix}$$

1-rasm

Mathcad - [dspersiy31]

satrlar, bo'yicha yig'indi

$$i := 1..m \quad d_i := \frac{a_i + c_i}{1} \quad d = \begin{pmatrix} 570 \\ 528.333 \\ 443.333 \end{pmatrix}$$

ustun bo'yicha yig'indi

$$a1 := \frac{\sum a}{m} \quad a1 = 493.333 \quad c1 := \frac{\sum c}{n} \quad c1 = 534.444$$

umumiy o'rtacha

$$d3 := (a1 - c1) \quad d3 = (493.333 - 534.444)$$

$$d2 := \frac{\sum a + \sum c}{m + n} \quad d2 = 513.889$$

$$Q1 := 1 - n \sum (d - d2)^2 \quad Q1 = 5.001 \times 10^4$$

$$Q2 := m \cdot n \left[ (a1 - d2)^2 + (c1 - d2)^2 \right] \quad Q2 = 7.606 \times 10^3$$

2-rasm

Mathcad - [dspersiy31]

z1 := augment(a, c)  $z1 = \begin{pmatrix} 540 & 600 \\ 506.667 & 550 \\ 433.333 & 453.333 \end{pmatrix}$

z2 := augment(z1, d)  $z2 = \begin{pmatrix} 540 & 600 & 570 \\ 506.667 & 550 & 528.333 \\ 433.333 & 453.333 & 443.333 \end{pmatrix}$

$$Q3 := n \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^1 \left[ (z1_{i,j} - d_j) - d_j + d2 \right]^2 \quad Q3 = 1.211 \times 10^3$$

W := augment(A, B)  $W = \begin{pmatrix} 530 & 540 & 550 & 600 & 620 & 580 \\ 490 & 510 & 520 & 550 & 540 & 560 \\ 430 & 420 & 450 & 470 & 460 & 430 \end{pmatrix}$

3-rasm

Mathcad - [dspersiy31]

$$U1 := \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (A_{i,j} - a_i)^2 = 1.133 \times 10^3$$

$$U2 := \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (B_{i,j} - c_i)^2 = 1.867 \times 10^3$$

$$Q4 := U1 + U2 = 3 \times 10^3$$

$$Q := \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m+n} (W_{i,j} - d2)^2 = 6.183 \times 10^4$$

o'rta kvadratlari

$$s1 := \frac{Q1}{m - 1} = 2.501 \times 10^4 \quad s2 := \frac{Q2}{1 - 1} = 7.606 \times 10^3$$

$$s3 := \frac{Q3}{(m - 1) \cdot (1 - 1)} = 605.556 \quad s4 := \frac{Q4}{m \cdot n - m - 1} = 250$$

$$FA := \frac{s1}{s4} = 100.022 \quad FB := \frac{s2}{s4} = 30.422 \quad FAB := \frac{s3}{s4} = 2.422$$

4-rasm

Mathcad - [dspersiy31]

критерияның qiymatlarini hisoblash

$$F1 := qF(0.05, 2, 12) = 0.052 \quad F2 := qF(0.05, 1, 12) = 4.1 \times 10^{-3}$$

$$F3 := qF(0.05, 2, 12) = 0.052$$

## 5-rasm

Xulosa  $F_A > F_1, F_B > F_2$ , demak, A va B faktorlar buzoqning yuk qo'shilishiga ta'siri katta.

Amaliy masalalarni yechishda informatsion texnologiyalarni qo'llash darsning sifatini va talabalar motivatsiyasini oshiradi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *"IQTISOD" YO'NALISHI MUTAXASSISLARINI TAYYORLASHDA MATEMATIKA FANINI O'QITISH USLUBIYOTI* //Scientific progress. 2021, T 2, №. 7, 728-736, <https://cyberleninka.ru/article/n/iqtisod-yo-nalishi-mutaxassislarini-tayyorlashda-matematika-fanini-o-qitish-uslubiyoti>

2. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *Iqtisodiy masalalarni maple dastur tizimi yordamida yechish uslubiyoti* //Scientific progress. – 2021, – T 2, – №. 7, 737-745, <http://scientificprogress.uz/storage/app/media/2-7.%20126.%20737-745.pdf>

### MODULLI TENGLAMALARNI YECHISH ORQALI O'QUVCHILARDA TADQIQOTCHILIKNI SHAKLLANTIRISH

Arziqulov A.U.<sup>1</sup>, Janiqulov Q.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[a.arziqulov@mail.ru](mailto:a.arziqulov@mail.ru), <sup>2</sup>[qamariddinjaniqulov@mail.ru](mailto:qamariddinjaniqulov@mail.ru)

<sup>1</sup>O'zbekiston – Finlandiya pedagogika instituti,

<sup>2</sup>SamDU

**Annotatsiya.** *Uchta parametrga bog'liq modulli tenglamalarni yechimining yagonaligik, ikkitalik, yechimga ega emaslik va cheksiz ko'p bo'lishlik shartlari aniqlangan.*

Modulli bitta parametrga bog'liq bo'lgan tenglamalarni o'rganishga bag'ishlangan xorijlik va O'zbekistonlik matematik va metodistlar tomonidan ko'plab ishlar chop etilgan [1],[2],[5]. Biz ushbu maqolada uchta parametrga bog'liq bo'lgan bitta parametrlil tenglamani grafik usulda yechishning mumkin bo'lgan metodikalaridan birini bayon qilamiz. Modulli parametrlil masalalarni grafik usulida yechish, o'quvchilarning mantiqiy va algoritmik fikrlashlarini rivojlantirib, ularda tadqiqotchilikning shakllanishiga xizmat qiladi [3],[4].

**Misol.**  $a|x - 1| + b|x + 2| = m$  ko'rinishdagi 3 ta parametrga bog'liq tenglama yechimining mavjudligi va yagonaligini  $a, b, m$  parametrlarga bog'liq holda tadqiq eting.

**Yechish.** Biz bu masalani yechish uchun: 1) tenglamaning chap va o'ng tomonlari orqali  $y_1 = a|x - 1| + b|x + 2|$  va  $y_2 = m$  funksiyalarni aniqlab olamiz. 2) Bu funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtalarini berilgan tenglamaning yechimlari deb tushunamiz. 3)  $x$  noma'lumning modul ostidagi ifodalarni nolga aylantiruvchi qiymatlarni topib,  $x = 1, x = -2$ , oraliqlar usulidan foydalanib,  $y_1$  funksiyaning ko'rinishini uchta formula orqali yozib olamiz:

$$y_1 = \begin{cases} -(a+b)x + a - 2b, & x < -2 \\ -(a-b)x + a + 2b, & -2 < x < 1 \\ (a+b)x - a + 2b, & x > 1 \end{cases}$$

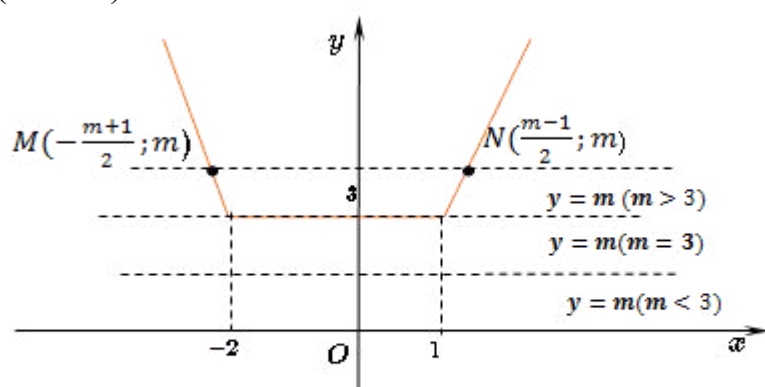
Endi quyidagi hollarni alohida-alohida qarab chiqamiz:

I. 1)  $a = b$ ,  $ab > 0$ , u holda  $y_1$  funksiya quyidagi ko'rinishda bo'lib, chegaralanmagan bo'ladi:

$$y_1 = \begin{cases} -2bx - b, & x < -2 \\ 3b, & -2 < x < 1 \\ 2bx + b, & x > 1 \end{cases}, (a = b = 1 \text{ bo'lsa}),$$

$$y_1 = \begin{cases} -2x - 1, & x < -2 \\ 3, & -2 < x < 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases}$$

$y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiklarini bitta koordinatalar tekisligida chizamiz (1-rasm).



1-rasm

Chizmaga qarab quyidagilarni aniqlaymiz: 1) Agar  $m < 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiklari umumiy nuqtaga ega emas. Shuning uchun berilgan tenglama yechimga ega emas. 2) Agar  $m = 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiklarining kesishish nuqtalari  $[-2; 1]$  kesmadan iborat bo'ladi va tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi. 3) Agar  $m > 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiklari ikkita  $M(-\frac{m+1}{2}; m)$ ,  $N(\frac{m-1}{2}; m)$  umumiy nuqtaga ega. Shuning uchun tenglama ikkita yechimga ega bo'lib, ulardan biri musbat ikkinchisi manfiy bo'ladi.

**Javob:** Agar  $m < 3$  bo'lsa, yechim yo'q; agar  $m = 3$  bo'lsa, yechim cheksiz ko'p bo'lib,  $[-2; 1]$  kesmadan iborat bo'ladi; agar  $m > 3$  bo'lsa, yechim ikkita  $x_1 = -\frac{m+1}{2}$ ,  $x_2 = \frac{m-1}{2}$ .

Xuddi yuqoridagidek,  $a = b$ ,  $ab < 0$ , holda ham o'rganiladi:

II.  $a = -b$ ,  $ab < 0$ , u holda  $y_1$  quyidagi ko'rinishda bo'lib chegaralangan bo'ladi.

$$y_1 = \begin{cases} -3b, & x < -2 \\ 2bx + b, & -2 < x < 1, (a = 1, b = -1), \\ 3b, & x > 1 \end{cases}$$

$$y_1 = \begin{cases} -3, & x < -2 \\ -2x - 1, & -2 < x < 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$$

$y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafigini bitta koordinatalar tekisligida chizamiz (2-rasm). Chizmaga qarab quyidagilarni aniqlaymiz: 1) Agar  $|m| > 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiglari umumiy nuqtaga ega emas. Shuning uchun berilgan tenglama yechimga ega emas. 2)  $|m| = 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiglari kesishish nuqtalari  $(-\infty; -2], [1; \infty)$  oraliqdan iborat bo'ladi va cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. 3) Agar  $|m| < 3$  bo'lsa,  $y_1$  va  $y_2$  funksiyalarning grafiglari bitta  $M(-\frac{m+1}{2}; m)$  umumiy nuqtaga ega. Shuning uchun tenglama bitta yechimga ega.

**Javob:** Agar  $|m| > 3$  bo'lsa, yechim yo'q; agar  $|m| = 3$  bo'lsa, yechim  $(-\infty; -2], [1; \infty)$  dan iborat bo'ladi; agar  $|m| < 3$  bo'lsa, yechim bitta  $x_1 = -\frac{m+1}{2}$ .

**III.**  $a \neq -b$ ,  $ab > 0$ , holda funksiya chegaralanmagan bo'ladi. Bu holda ham yuqoridagi holatlar kabi o'rganiladi va  $m$  parametrqa bog'liq holda tenglamaning yechimi bitta, ikkita va bo'sh to'plamdan iborat bo'ladigan shartlar topiladi.

#### ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Umirbekov A.U., Shaabzalov Sh.Sh. Matematikani takrorlang. Toshkent, "O'qituvchi" – 1989. – 440 b.
2. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. К. 1992. – 290 с.
3. Прокофьев А.А. Задачи с параметрами. Москва – 2004. – 258 с.
4. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения. Школьный курс математики. Москва – 2007. – 416 с.
5. Alixonov S. Matematika o'qitish metodikasi. Darslik. "Cho'lpon", T.: –2011.

#### ҚОБИЛИЯТЛИ ЎҚУВЧИЛАР БИЛАН ИШЛАГАНДА БОШЛАНГИЧ ФУНКЦИЯ, АНИҚМАС ИНТЕГРАЛ ВА УНИ ҲИСОБЛАШ МАВЗУСИНИ ТУШУНТИРИШ.

Бегимова Г.Н.

[thefog211@gmail.com](mailto:thefog211@gmail.com)

Қашқадарё вилояти Яккабоғ тумани 27-мактаб

**Аннотация:** Ушбу мақолада бошланғич функция, аниқмас интеграл ва аниқмас интегралларни ҳисоблаш усуллари мавзусини қобилиятли ўқувчиларга етказиб бериш ҳақида фикр юритилади.

Бизга маълумки фан ва техниканинг бир қанча масалаларини ечишда интегралларни ҳал этишга тўғри келади. Масалан: нуқтанинг ҳар бир вақт momentiдаги тезлиги аниқ бўлганда унинг ҳаракат қонунини топиш, эгри чизиқни унинг ҳар бир нуқтасидаги уринмаларига кўра аниқлаш каби масалалар ҳам кўп учрайди. Берилган  $f(x)$  функция учун шундай,  $F(x)$  функцияни топиш керакки, унинг ҳосиласи берилган  $f(x)$  функцияга тенг бўлсин. Бундай  $F(x)$  функцияга берилган  $f(x)$  функциянинг бошланғич функцияси дейилади.

Таъриф.  $F(x)$  функция бирор ораликда  $f(x)$  функциянинг бошланғич функцияси бўлса,  $F(x) + C$  ( $C$  ихтиёрий ўзгармас) функциялар тўплами шу ораликда  $f(x)$  функциянинг аниқмас интеграли дейилади ва  $\int f(x)dx = F(x) + C$  билан белгиланади. Бу ерда  $f(x)$  интеграл остидаги функция,  $f(x)dx$  интеграл остидаги ифода,  $x$  интеграллаш ўзгарувчиси,  $\int$  интеграл белгиси дейилади [2].

Аниқмас интегралнинг хоссалари:

- 1)  $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$  ва  $d\int F(x)dx = F(x)dx$ ;
- 2)  $f'(x)dx = f(x) + C$  ва  $\int dF(x) = F(x) + C$ .
- 3)  $K = \text{const} \neq 0$  бўлса  $\int Kf(x)dx = K\int f(x)dx$ ;
- 4)  $\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx - \int f_3(x)dx$ .

Берилган функциянинг бошланғичини топиш, берилган функцияни дифференциаллашга нисбатан анча мураккаброқ масаладир. Элементар функцияларни интеграллашда дифференциаллашдагидек умумий усуллар йўқ. Қуйидаги усуллардан фойдаланишга тўғри келади.

- Ёйиш усули.
- Дифференциал белгиси остига киритиш усули.
- Ўзгарувчиларни алмаштириш усули.
- Бўлаклаб интеграллаш усули.
- Янги ўзгарувчи киритиш усули.

Интеграллашда мақсадга эришиш учун ҳар бир ўқувчи асосий интеграллар жадвалини ёддан билиш зарур.

Қуйида бир қанча мисолларни кўриб ўтамиз[2]:

1-мисол.  $\int \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3\sqrt{x^2}} \right) dx$  интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Манфий даража хоссасидан, ҳамда 4) хоссадан фойдаланиб ва асосий формулаларга асосан,

$$\int \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx = \int \left( \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{2} - \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{3} \right) dx = \frac{1}{2} \int x^{-\frac{1}{2}} dx - \frac{1}{3} \int x^{\frac{2}{3}} dx =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{x}}{\frac{1}{3}} + C = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + C$$

бўлади.

2-мисол.  $\int \frac{3dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$  интегрални ҳисобланг[4].

Ечиш.  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  айниятдан ҳамда интегралнинг 3) ва 4) хоссаларидан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$\int \frac{3dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = 3 \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = 3 \int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx + 3$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = 3 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + 3 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = 3(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x) + C.$$

3-мисол.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$  интегрални ҳисобланг.

Ечиш.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C.$

Ўзгарувчини алмаштириш усулига мисоллар қараймиз[5]

4-мисол.  $\int \sqrt[3]{1+x^2} x dx$  интегрални ҳисобланг.

Ечиш.  $1+x^2 = t$  ўзгарувчи билан алмаштираемиз. Бу ҳолда  $2x dx = dt$  ёки  $x dx = \frac{dt}{2}$  бўлиб,

$$\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{\frac{1}{3}} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} t^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} (1+x^2)^{\frac{4}{3}} + C$$

бўлади.

5-мисол.  $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x}$  интегрални ҳисобланг.

Ечиш.  $\ln x = t$  билан янги ўзгарувчини алмаштириб,  $\frac{dx}{x} = dt$

эканлигини ҳисобга олсак,  $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(\ln x)^4}{4} + C$  бўлади.

Бўлаклаб интеграллашга мисол қараймиз.

6-мисол.  $\int x \cos x dx$  интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Интеграл остидаги ифодани  $u = x$ ,  $dv = \cos x dx$  деб Бўлакласак,  $du = dx$ ,  $v = \int \cos x dx = \sin x$  бўлиб, формулага асосан,

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$u \quad dv \quad u \quad v \quad v \quad du$$

натижага эга бўламиз.

7-мисол.  $\int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx$  интегрални ҳисобланг[6].

Ечиш. Махраждаги квадрат уч ҳаддан тўла квадрат ажратамиз:  $x^2 - 8x + 25 = x^2 - 8x + 16 - 16 + 25 = (x-4)^2 + 9$ , ҳамда  $x-4 = t$ ,  $dx = dt$  алмаштириш киритиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = \int \frac{t+4+3}{t^2+9} dt = \int \frac{tdt}{t^2+9} + 7 \int \frac{dt}{t^2+9} = \frac{1}{2} \int \frac{2tdt}{t^2+9} + 7 \int \frac{dt}{t^2+3^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln|t^2+9| + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{t}{3} + C = \frac{1}{2} \ln(x^2-8x+25) + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

Интеграллашда интеграл остидаги ифоданинг муайян берилишига қараб, унга мос индивидуал усуллардан фойдаланишга тўғри келади.

Бошқача айтганда, интеграллашда анча кенгрок фикр юритиш керак бўлади, шундай экан бу мавзунини етказиб бериш ҳам ўқитувчидан анчагина маҳорат талаб этади.

## АДАБИЁТЛАР

1. Я.С. Бугров, С.М. Никольский. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., «Наука», 1980.
2. Т.А. Азларов, Х.Мансуров. Математик анализ, 1-2-кисм, Т., «Ўқитувчи»
3. Е.У. Соатов. «Олий математика», 1-2-жилд, Т., «Ўқитувчи»
4. Сборник задач по математике для втузов (Под ред. А. В. Ефимова) ч. I, М., 1986, Ч. II, М., 1986, ч. III, М., 1990.
5. Л.А. Кузнецов. Сборник задач по высшей математике. М., «Высшая школа», 1983.
6. Г. Н. Берм. Сборник задач по курсу математического анализа, М., «Наука», 1985.



## YOSHLARNING INTELLEKTUAL QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISH HOLATI TAHLILI

Boboyeva M.N.

[m.n.boboeva@buxdu.uz](mailto:m.n.boboeva@buxdu.uz)

Buxoro davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Ushbu maqolada yoshlarning intellektual qobiliyatlarini rivojlantirishning mavjud holati, o'rganilganlik darajasi haqida fikr yuritiladi.*

Davlatimizda iqtidorli yoshlarga e'tibor ta'lim sohasidagi davlat siyosati darajasida ekanligi bejiz emas. Chunki, mazkur pedagogik muammo dunyoning turli mamalkatlarida mazkur masalani tadqiq etishga, iqtidorli yoshlarni tanlash, ularni tarbiyalash va rivojlantirishga doir o'ziga xos tajriba to'planganligini alohida qayd etib o'tish o'rinlidir. [1].

XX asr boshlarida Amerikada pedagogik-psixologik adabiyotlarda odatdagi tarbiyalanuvchilardan ba'zi bir xususiyatlari bilan farq qiladigan bolalar turli nomlar bilan atalgan. Psixologiya fanlari doktori G.Uilli yuksak qobiliyatlarga ega bolalar uchun "iqtidorli bolalar" atamasini qo'llashni taklif etgan.

Adabiyotlar tahlili Amerikada iqtidorli bolalarni yuqori intellekt va a'lo darajada o'zlashtiruvchilar deb hisoblashganligini ko'rsatadi.

Yevropa davlatlaridan biri – Germaniyada ham iqtidorli yoshlar bilan ishlashda o'ziga xos tajriba to'plangan. Germaniyada iqtidorli yoshlarni aniqlash maxsus metodikalar yordamida 10-12 yoshda amalga oshiriladi. Mazkur davlatda iqtidorli yoshlar uchun alohida ixtisoslashtirilgan gimnaziyalarni tashkil etishga katta e'tibor qaratiladi. Masalan, Berlindagi "Anna-Lindh-Schule"da 80 nafar "Yevropa iqtisodining kelajagi" tahsil oladi. [2].

Buyuk Britaniyada ham iqtidorli yoshlar bilan ishlashga doir katta amaliy tajriba to'plangan. Mazkur jarayonga Buyuk Britaniya ta'lim vazirligi, ko'plab universitetlar, kollejlari va jamoatchilik tashkilotlari faol ishtirok etishadi.

Angliya pedagogikasida ijodiy iqtidorlilikka alohida e'tibor qaratiladi. Britaniyalik mutaxassislarining fikricha, "ijod (kreativlik) – iqtidorlilikning eng muhim unsuri hisoblanadi va iqtidorlilikning barcha turlari ijodiy komponentdan alohida qaralishi mumkin emas" [3].

Xitoyda iqtidorli yoshlar qoidaga muvofiq ta'limning keyingi bosqichlarini davom ettirishda turli imtiyozlar – davlat stipendiyalari, ishlab chiqarish korxonlari va tashkilotlar tomonidan taqdim etiladigan yordam pullaridan foydalanish imkoniyatiga ega bo'lishadi. Xitoyda iqtidorli yoshlar uchun maxsus maktablar mavjud emas, biroq universitetlar qoshida ochilgan o'rta maktablarning imkoniyalaridan samarali foydalaniladi. Har bir universitet qoshida kadrlar va yuqori darajada ta'lim berishni ta'minlaydigan maktablar mavjud. [2].

Koreya Respublikasida ham iqtidorli yoshlarni tarbiyalash va rivojlantirishga katta e'tibor qaratiladi. Iqtidorli yoshlar bilan ishlashning asosiy yo'nalishi sifatida maxsus maktablarni yaratish va qo'shimcha ta'limni rivojlantirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Yuqoridagi tahlillardan shularni e'tirof etish mumkinki, mamlakatimizdagi iqtidorli yoshlarning intellektual imkoniyatlarini rivojlangan davlatlar tajribalariga



tayangan holda tashkil etish mamlakat taraqqiyotini ta'minlashga mustahkam zamin yaratadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 27 iyundagi "Yoshlar – kjangimiz" Davlat dasturi to'g'risida"gi PF-5466-son Farmoni. // Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi, 15.08.2018 y., 07/18/3907/1706-son.
2. – Красноярск: ККИПКППРО, 2011. – С. 6, 12.
3. Рахматова Ф. Иктидорли ўқувчилар билан ишлаш технологиясини такомиллаштириш. Пед.фан.б/ча (PhD) илмий даражасини олиш учун ёзилган диссертация. СамДУ 2020 й. 170 б.

### **BINOMIAL ALOMATIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTALAR BILAN PSIXOLOGIK TAJRIBALARNI STATISTIK TAHLIL QILISH HAQIDA**

**Dadamirzayeva O.**

[odinal1dadamirzayeva@gmail.com](mailto:odinal1dadamirzayeva@gmail.com)

Andijon davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Ushbu tezisdagi psixologik obyektlar yoki belgilar nominal yoki tartib shkalalarda o'lchangan holda ishlatiladigan binomial alomatga asoslangan nazorat kartalarning asosiy xarakteristikalarini aniqlangan.*

Ma'lumki psixologik tajribalarda shaxs xislati, emotsiyasi, individual xususiyati, diqqat, xotira, idrok kabi bilish jarayonlari tadqiq qilinadi. Psixologik tajribalarni o'tkazish davomida tajriba o'tkazuvchi statistik metodlar bilan ba'zi gipotezalarni tekshirishga to'g'ri keladi [1].

Agar  $n$  ta erkli tajribada hodisa  $m$  marta ro'y bersa  $\frac{m}{n}$  nisbiy chastota  $p_0$  ehtimolni bahosi sifatida olinadi.

Psixologik tajribalarda quyidagi gipotezalar olg'a suriladi

$$H_0: p = p_0 \quad p_0 \in (0,1)$$

$$H_1: p > p_0$$

Odatda bu gipotezalar  $\alpha$  qiymatdorlik darajasi quyidagi qoidalar bilan tekshiriladi [2].

a)  $n < 30$  bo'lsin.  $S = m$  ta tajribada hodisaning ro'y berishlar soni kriteriy sifatida olinadi. Berilgan  $p_0, n, \alpha$  bo'yicha Binomial taqsimot jadvalidan  $S_{kr}$  aniqlaymiz.

Agar  $S_{kuz} < S_{kr}$  bo'lsa,  $H_0$  gipoteza  $\alpha$  qiymatdorlik darajasida qabul qilinadi, aks holda rad etiladi va  $H_1$  gipoteza qabul qilinadi.

Nazorat kartalar metodiga asosan muammoni hal qilish uchun tajribaning sifat ko'rsatkichi bilan bog'liq  $g = S$  nazorat kartani nazorat qiluvchi miqdori va uni yuqori chegarasi ( $UCL_S$ ) ni aniqlash zarur bo'ladi [3].

Yuqori nazorat chegara uchun quyidagi tasdiq o'rinli bo'ladi:

**1-teorema.**  $\alpha = 0,01$  va  $H_0$  gipoteza o‘rinli bo‘lsin u holda quyidagi formula o‘rinli

$$UCL_S = S_{kr}(n, p_0, 0,01).$$

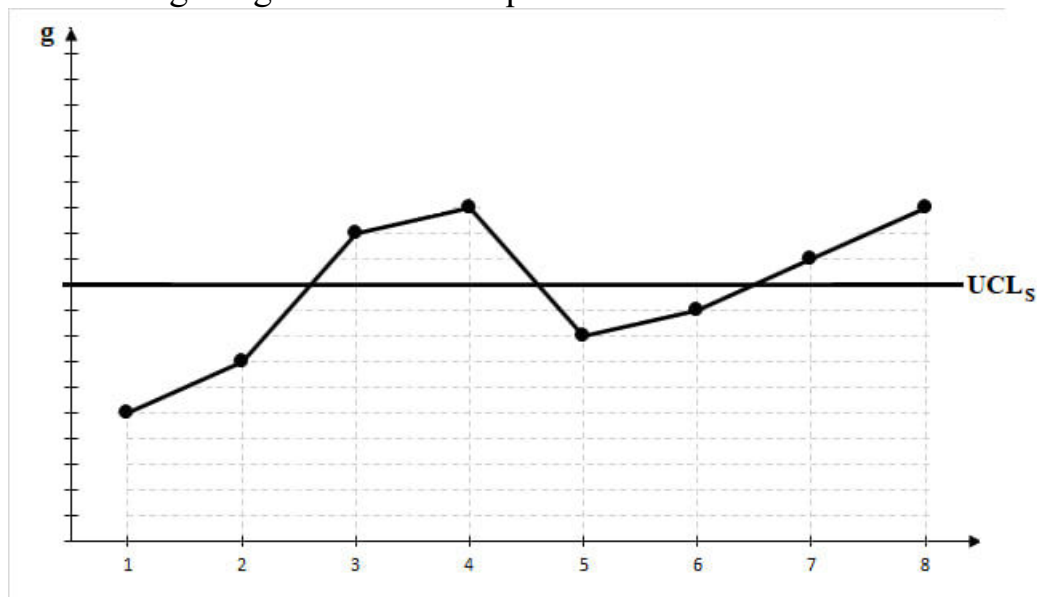
b)  $n \geq 30$  bo‘lsin bunda ham nazorat qiluvchi miqdori sifatida  $g = S$  ni olamiz.  $UCL_S$  ni esa quyidagi tasdiqdan topamiz.

**2-teorama.**  $\alpha = 0,01$  va  $H_0$  gipoteza o‘rinli bo‘lsin u holda quyidagi formula o‘rinli

1)  $UCL_S = np_0 + 2,32\sqrt{np_0(1-p_0)}$  agar  $np_0(1-p_0) < 9$  bo‘lsa.

2)  $UCL_S = np_0 - \frac{1}{2} + 2,32\sqrt{np_0(1-p_0)}$  agar  $np_0(1-p_0) \geq 9$  bo‘lsa

O‘tkazilgan tajribalar asosida teoremaga asosan nazorat karta qursak, masalan, quyidagi ko‘rinishdagi diagrammani hosil qilish mumkin.



**1-rasm. S-nazorat kartasi.**

Rasmda 1,2, 5, 6 holatlarda  $H_0$  gipoteza o‘rinli. 3, 4, 7, 8 larda  $H_1$  gipoteza o‘rinli ekani tasvirlangan.

Psixologik tajribalarning natijalarini natijaga mos diagrammalar bilan tahlil qilishni qulayliklari ko‘p. Eng asosiysi diagrammaga qarab tajribani kamchiliklarini to‘g‘rilab borish mumkin bo‘ladi [4].

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. А.Д.Наследов. Математические методы психологического исследования Санкт-Петербург 2004.
2. В.Е.Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш.шк. 2003.
3. Миттаг Й., Ринне Х. “Статические методы обеспечения качества.” М.: “Машиностроение”. 1995. - 616 с.
4. О.Дадмирзайева. Psixologik tajribalarni statistik tahlil qilishda ishlatiladigan yangi nazorat kartalar. Namangan davlat universiteti ilmiy axborotnomasi 2023 yil 4-son. 424-430 b.

# ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И УМНОЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ОБОБЩЁННЫХ ФУНКЦИЙ

Даужанов А.Ш.<sup>1</sup>, Омаров Т.М.<sup>2</sup>, Азизова Г.С.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>[aynazard@mail.ru](mailto:aynazard@mail.ru), <sup>2</sup>[turaromarov400@gmail.com](mailto:turaromarov400@gmail.com),

<sup>3</sup>[gulzadaazizova787@mail.com](mailto:gulzadaazizova787@mail.com)

<sup>1,2,3</sup>Каракалпакский государственный университет

**Аннотация.** В работе изложены операции дифференцирования и умножения обобщённых функций на бесконечно дифференцируемые функции. При изложении материала используются первоначальные понятия теории обобщённых функций. Целью данной работы являются использования основных положений теории обобщённых функций для решения задач математического анализа.

Понятие обобщённой функции является обобщением основного понятия математического анализа – понятия функции.

Рассмотрим функции, заданные на числовой оси  $Ox$ . Совокупность всевозможных функций  $\varphi(x)$ , которые бесконечно дифференцируемы на оси  $Ox$  и финитны обозначим через  $D = D(R)$ . Будем называть  $D$  пространством основных функций, а его элементы основными функциями.

Обобщённой функцией над пространством  $D$  называется линейный непрерывный функционал на множестве основных функций  $\varphi \in D$ .

**Примеры.** 1) Простейшим примером обобщённой функции является функционал, порождённый обычной локально суммируемой на оси  $Ox$  функцией  $f$ . Значение функционала, т.е. обобщённой функции  $f$  на основной функции  $\varphi$  будем записывать в виде  $(f, \varphi)$ :

$$(f, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\varphi(x)dx. \quad (1.1)$$

Обобщённые функции, определённые на оси  $Ox$  функциями  $f \in L_{1,loc}$  при помощи соотношения (1.1), называется *регулярными обобщёнными функциями*. Все остальные обобщённые функции называются *сингулярными*.

2) Простейшим пример сингулярной обобщённой функции даёт дельта-функция Дирака:

$$(\delta, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\varphi(x)dx = \varphi(0). \quad (1.2)$$

Совокупность всех обобщённых функций на  $G$  образует линейное пространство и обозначается через  $D'(G)$ .

Пусть  $g$  – произвольная бесконечно дифференцируемая функция, т.е.  $g(x) \in C^\infty(R)$ . Если  $f(x) \in D'$  – регулярная обобщённая функция, то произведением обобщённой функции  $f$  на бесконечно дифференцируемую функцию  $g$  можно принять функционал  $g(x)f(x)$ , действующая на произвольную основную функцию  $\varphi$  по правилу

$$(g(x)f, \varphi) = (f, g(x)\varphi). \quad (2.1)$$

Если  $\varphi(x) \in D$ , то  $g(x)\varphi \in D$ .

По приведённому определению можно определить *производную обобщённой функции*  $f \in D'$ . Данное определение имеет вид:

$$(f', \varphi) = -(f, \varphi'). \quad (2.2)$$

В самом деле, для регулярной обобщённой функций  $f(x) \in C^1(-\infty, +\infty)$ , которая порождается обычной дифференцируемой функцией и для всякой  $\varphi(x) \in D$ , согласно правилу интегрирования по частям

$$(f', \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(x)\varphi(x)dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\varphi'(x)dx = -(f, \varphi'),$$

что и дает основание принять формулу (2.2) за *определение производной* от обобщённой функции. Здесь отсутствует без интегральное слагаемое, поскольку учитывается равенство нулю основной функции  $\varphi$ , вне некоторой ограниченной области оси  $Ox$ .

Операции произведения и дифференцирования обобщённых функций согласуются с обычным умножением и дифференцированием обычных функций. Необходимость в таких операциях появляется при исследовании дифференциальных уравнений с обобщёнными функциями.

**Пример 2.1.** Применим сформулированное выше определение к произведению бесконечно дифференцируемой функции  $g(x)$  и дельта-функции  $\delta(x)$ .

**Решение.** Пользуясь символическим интегральным обозначением, запишем  $\int g(x)\delta(x)\varphi(x)dx = g(0)\varphi(0)$ . Символической форме это равенство имеет вид  $g(x)\delta(x) = g(0)\delta(x)$ .

*Операция дифференцирования обобщённых функций и умножения на бесконечно дифференцируемую функцию подчиняется классической формуле Лейбница для производной произведения двух функций.*

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x),$$

где  $g(x) \in C^\infty$  – бесконечно дифференцируемая функция,  $f \in D'$  – обобщённая функция.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агранович М.С. Обобщённые функции. М., МЦНМО, 2014.
2. Бутузов В.Ф., Бутузова М.В. Ряды и интеграл Фурье. М., 2017.
3. Бельхеева Р.К. Обобщённые функции в примерах и задачах. Новосиб.
4. Пожарский А.А. Методическое пособие. СПбГУ, 2015.
5. Даужанов А.Ш. Методические изложения элементов теории обобщённых функций// Научно-методический журнал «ILM SARCHASHMALARI», Ургенч. гос. ун-т. 2020. №10. С. 11-25.

## TUB VA MURAKKAB SONLAR

Ediyev Sh.O.<sup>1</sup>, Amirov A.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>oybekochelov3@gmail.com, <sup>2</sup>abdurasulamirov2@gmail.com

<sup>1,2</sup>Shahrisabz davlat pedagogika instituti

**Annotatsiya:** Ushbu tezisimizda sonlar nazariyasi bo'limidan bo'linish mubosabati, tub va murakkab sonlarga doir ba'zi masalalar keltirilgan va isbotlangan.

**1-ta'rif:** Agar noldan farqli  $a$  va  $b$  butun sonlar uchun  $a = bq$  tenglikni qanoatlantiruvchi  $q$  butun son mavjud bo'lsa, u holda  $a$  son  $b$  songa qoldiqsiz bo'linadi (qisqacha bo'ladi) yoki  $b$  son  $a$  sonni bo'ladi deyiladi, hamda  $b|a$  kabi belgilanadi.

$a = bq$  tenglikdagi  $a$  son bo'linuvchi,  $b$  son  $a$  sonining bo'luvchisi,  $q$  son esa bo'linma deb ataladi.[1]

**2-ta'rif:** Faqat ikkita turli natural bo'luvchilarga ega bo'lgan natural son *tub son* deyiladi.

**3-ta'rif:** Natural bo'luvchilarining soni ikkitadan ortiq bo'lgan natural son murakkab son deyiladi.[2]

### Quyidagi masalalarning yechimini isbotlaymiz:

**1-masala:** Raqamlar yig'indisi bir xil bo'lgan ikki son ayirmasi 9 ga bo'linishini isbotlang.

*Isbot:*  $N_1 = \overline{a_n \dots a_1 a_0}$  va  $N_2 = \overline{b_m \dots b_1 b_0}$  bo'lsin. u holda

$N_1 = 9Q_1 + \sum_{i=0}^n a_i$  va  $N_2 = 9Q_2 + \sum_{j=0}^m b_j$  dan shartga ko'ra,  $\sum a_i = \sum b_j$  demak,  $(N_1 - N_2) = 9(Q_1 - Q_2)$  bundan  $9|(N_1 - N_2)$ .

**2-masala:**  $n$  va  $n!$  ( $n > 2$ ) sonlar orasida hech bo'lmaganda bitta tub son borligini isbotlang.

*Isbot:*  $p - n!$  ning tub bo'luvchisi bo'lsin.  $p \leq n! - 1$  bo'lganligi sababli  $p < n!$ . Boshqa tomondan  $n!$  soni  $p$  ga qoldiqsiz bo'linmaydi, bundan  $n < p$ . Shunday qilib,  $n < p < n!$  (ushbu isbotdan tub sonlar soni cheksiz ko'pligi kelib chiqadi).

**3-masala:**  $2^n - 1$  va  $2^n + 1$  ( $n > 2$ ) sonlar bir vaqtda tub sonlar bo'laolmasligini isbotlang.

*Isbot:* Barcha  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $2^n$  soni  $2^n = 3q + 1$  yoki  $2^n = 3q + 2$  ko'rinishga ega. Birinchi holda  $2^n - 1 = 3q$  – murakkab son, chunki  $n > 2$  da  $q > 1$  bo'lishi kerak. Ikkinchi holda  $2^n + 1 = 3q + 3$  – yana murakkab son.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sh.A. Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov “ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI”, Toshkent – 2019.

2. D. Yunosova, A. Yunosov. “ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI”, Toshkent – 2007.

# ИХТИСОСЛАШТИРИЛГАН МАКТАБЛАРДА ТРИГОНОМЕТРИЯНИ ЧУҚУРЛАШТИРИБ ЎҚИТИШНИНГ АҲАМИЯТИ

Эрматов Ш.Л.

[U\\_Xonqulov@mail.ru](mailto:U_Xonqulov@mail.ru)

Андижон давлат университети

**Annotatsiya.** Ушбу тезисда ихтисослаштирилган мактабларда тригонометрияни чуқурлаштириб ўқитишнинг аҳамияти ва зарурияти баён қилинган. Шунингдек математика курсида тригонометрияни тадбиқ этиш имкониятлари, хусусан айниятларни исботлаш, функциянинг берилган шартлар асосида қийматларини ҳисоблаш мисолида келтирилган.

Ихтисослаштирилган мактаб ўқувчиларининг билими, кўникма ва малакасига юқори талаблар қўйилади, уларнинг энг аввало, олий ўқув юртларига кириш кўрсаткичлари юқори бўлиши, шу билан бирга турли фанлардан, хусусан математикадан ўтказиладиган олимпиадаларда ижобий натижаларга эришиши учун аввало ўқув материални чуқур ўзлаштиришлари талаб этилади. Шу мақсадда математикани, жумаладан алгебра ва геометриянинг интеграцион тугуни сифатида аҳамиятли бўлган тригонометрияни чуқурлаштириб ўқитиш ижобий натижаларни беради деб ҳисоблаймиз. Чунки, тригонометрия курсини ўқитишни чуқурлаштириш зарурияти қуйидагилар билан белгиланади:

-тригонометрия тадбиқий ва интеграцион имкониятлари билан математик аппарат сифатида математика фанларида ва бошқа турли соҳаларда кенг қўлланилади;

-тригонометрия математика курсининг катта улушини ташкил этсада уни ўзлаштиришда ўқувчилар баъзи муаммоларга дуч келишади.

Шу билан бирга тригонометрия алгебра курсида кенг жабҳаларда қўлланилади, жумладан: реал жараёнларни моделлаштириш; теоремаларни исботлаш; тенгсизликларни исботлаш; шартли тенгсизликларни исботлаш; турли алгебраик муносабат ва айниятларни исботлаш; янги тушунчаларни генетик ёндашув асосида киритиш; айний алмаштириш ва белгилашлар орқали турли алгебраик ҳисоблашларни бажариш; тенглама ва тенгламалар системасини ечиш; алгебраик ифодаларнинг энг катта ва энг кичик қийматларини ҳисоблаш; функциянинг берилган шартлар асосида қийматларини ҳисоблаш. Уларнинг айримларини кўриб чиқамиз.

*Турли алгебраик муносабат ва айниятларни исботлашда тригонометриянинг қўлланилиши.*

**1-мисол.**  $a, b, c$  ҳақақий сонлар учун  $ab + ac + bc = 1$ . Қуйидагини исботланг: 
$$\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{4abc}{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)}.$$

**Исботи:**  $x, y, z$  учбурчакнинг бурчаклари бўлсин. У ҳолда  $x + y + z = \pi$ .

Агар  $a = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ,  $b = \operatorname{tg} \frac{y}{2}$ ,  $c = \operatorname{tg} \frac{z}{2}$  белгилашлар киритилса ва тригонометрия

курсидан маълум бўлган  $tg \frac{x}{2} tg \frac{y}{2} + tg \frac{x}{2} tg \frac{z}{2} + tg \frac{y}{2} tg \frac{z}{2} = 1$  айният инобатга олинса, масала шартда келтирилган  $ab + ac + bc = 1$  келиб чиқади.

Шунда  $\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{4abc}{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)}$  айниятнинг ўнг

томони  $\frac{a}{1-a^2} = \frac{tg \frac{x}{2}}{1-tg^2 \frac{x}{2}} = \frac{tgx}{2}$ ,  $\frac{b}{1-b^2} = \frac{tg \frac{y}{2}}{1-tg^2 \frac{y}{2}} = \frac{tgy}{2}$ ,  $\frac{c}{1-c^2} = \frac{tg \frac{z}{2}}{1-tg^2 \frac{z}{2}} = \frac{tgz}{2}$ .

Чап томони эса  $4 \cdot \frac{tgx}{2} \cdot \frac{tgy}{2} \cdot \frac{tgz}{2}$ . Демак,  $\frac{tgx}{2} + \frac{tgy}{2} + \frac{tgz}{2} = 4 \cdot \frac{tgx}{2} \cdot \frac{tgy}{2} \cdot \frac{tgz}{2}$  ва  $tgx + tgy + tgz = tgx \cdot tgy \cdot tgz$ . У ҳолда  $x + y + z = \pi$  дан  $z = \pi - (x + y)$ . Уни охирги тенгликка қўямиз. Натижада:

$$tgx + tgy + tg(\pi - (x + y)) = tgx \cdot tgy \cdot tg(\pi - (x + y));$$

$$tgx + tgy - tg(x + y) = -tgx \cdot tgy \cdot tg(x + y);$$

$$tgx + tgy = tg(x + y) - tgx \cdot tgy \cdot tg(x + y);$$

$$tgx + tgy = tg(x + y)(1 - tgx \cdot tgy); \quad tg(x + y) = \frac{tgx + tgy}{1 - tgx \cdot tgy}.$$

Демак, тангенслар учун қўшиш формуласи ҳосил бўлди. Бу эса айният тўғри эканлигини англатади.

Функциянинг берилган шартлар асосида қийматларини ҳисоблашда тригонометриянинг қўлланилиши.

**2-мисол.** Агар  $f(t) = \sqrt{1+t^2} - t$  функциянинг аниқланиш соҳасига тегишли бирор  $x, y, z > 0$  сонлар учун  $xy + xz + yz = 1$  ўринли бўлса,  $f(x)f(y) + f(x)f(z) + f(y)f(z)$  ни ҳисобланг.

**Ечиш:**  $x = ctg\alpha$ ,  $y = ctg\beta$ ,  $z = ctg\gamma$  белгилашлар киритамиз, бу ерда  $\alpha, \beta, \gamma$  ўткир бурчаклар. Агар  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$  бўлса, тригонометрия курсидан  $tg\alpha + tg\beta + tg\gamma = tg\alpha \cdot tg\beta \cdot tg\gamma$  ва  $ctg\alpha \cdot ctg\beta + ctg\alpha \cdot ctg\gamma + ctg\beta \cdot ctg\gamma = 1$  эканлиги маълум. Демак,

$$tg\alpha + tg\beta + tg\gamma - tg\alpha \cdot tg\beta \cdot tg\gamma = 0 \text{ ва } tg\alpha + tg\beta + tg\gamma(1 - tg\beta \cdot tg\gamma) = 0.$$

Охирги тенгликни  $(tg\alpha + tg\beta) \cdot tg\gamma \neq 0$  га бўлиб юборамиз, натижада:

$$\frac{1}{tg\gamma} + \frac{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}{tg\alpha + tg\beta} = 0; \quad ctg\gamma + ctg(\alpha + \beta) = 0; \quad \frac{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin\gamma} = 0;$$

$$\sin(\alpha + \beta + \gamma) = 0; \quad \alpha + \beta + \gamma = \pi. \quad \text{Масала шартда берилган}$$

$$f(t) = \sqrt{1+t^2} - t \quad \text{функцияда} \quad t = x = ctg\alpha \quad \text{бўлса,}$$

$$f(x) = \sqrt{1+ctg^2\alpha} - ctg\alpha = \frac{1}{|\sin\alpha|} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \quad \sin\alpha > 0 \text{ ва бундан } f(x) = tg\frac{\alpha}{2} \text{ тенг.}$$



Шу каби  $t = y = ctg \beta$  ва  $t = z = ctg \gamma$  дан  $f(y) = tg \frac{\beta}{2}$  ва  $f(z) = tg \frac{\gamma}{2}$  келиб чиқади. Шартга кўра,

$$\begin{aligned} f(x)f(y) + f(x)f(z) + f(y)f(z) &= tg \frac{\alpha}{2} \cdot tg \frac{\beta}{2} + tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} + tg \frac{\alpha}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} = \\ &= tg \frac{\alpha}{2} \left( tg \frac{\beta}{2} + tg \frac{\gamma}{2} \right) + tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} = tg \frac{\alpha}{2} \cdot tg \left( \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} \right) \cdot \left( 1 - tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} \right) + tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} = \\ &= tg \frac{\alpha}{2} \cdot ctg \frac{\alpha}{2} \cdot \left( 1 - tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} \right) + tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} = 1 - tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} + tg \frac{\beta}{2} \cdot tg \frac{\gamma}{2} = 1. \end{aligned}$$

Жавоб:  $f(x)f(y) + f(x)f(z) + f(y)f(z) = 1$

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, математик таълимнинг моҳияти катта ҳажмдаги ўқув материалларни ўрганишга эмас, балки киритилаётган математик тушунчаларнинг ўрганиш, тушуниш чуқурлигига устиворлик бериш билан белгиланиши лозим. Бунда ҳар бир мавзунини чуқур ўрганиш, изчил, узлуксиз такрорлашлар олиб бориш, ўқувчиларни эслаб қолишлари учун турли усулларни қўллаш, мантикий фикрлашга катта эътибор бериш мақсадга мувофиқ.

#### ADABIYOTLAR

1. Sh. L. Ermatov. Features of teaching trigonometry in specialized schools. JournalNX-A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal. - India, 2022. -Vol. 8, № 10, -Б.1-7.
2. Thompson, P. W. (2018). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 229-274.

### CHIZIQLI BIR JINSLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI YECHIMNING XOSSALARI

**Eshmamatov L.A.**

[eshmamatovlutfila@gmail.com](mailto:eshmamatovlutfila@gmail.com)

Termiz davlat universiteti

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada chiziqli differensial tenglamalar sistemasi tushunchasi va uning yechimi hamda yechimlarning xossalari o'rganilgan.

Ma'lumki, ushbu.

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) x_j + f_i(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

ko'rinishdagi sistema **chiziqli** differensial tenglamalar sistemasi deyiladi. Chiziqli differensial tenglamalar sistemasi vektor shaklida

$$\frac{dX}{dt} = AX + F, \quad (2)$$



ko'rinishda yoziladi, bu yerda  $X = x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ , koordinatalarga ega  $n$ -o'lchovli vektor,  $F$  esa  $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$  koordinatalarga ega bo'lgan  $n$ -o'lchovli vektor. Qulaylik uchun ushbu vektorlarni quyidagi yozib olamiz:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}.$$

Agar (1) sistemadagi barcha  $a_{ij}(t)$  va  $f_i(t)$  funksiyalar  $[a; b]$  kesmada uzluksiz bo'lsa, u holda  $(t_0, x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$  nuqtaning yetarlicha kichik atrofidan (1) sistemaning yagona integral chizig'i o'tadi. Haqiqatan ham, bu holatda (1) sistemaning o'ng tomoni uzluksiz,  $x_j$  bo'yicha har bir hususiy hosila chegaralangan, chunki bu hususiy hosilalar  $[a; b]$  kesmada uzluksiz bo'lgan  $a_{ij}(t)$  funksiyalarga teng.

Endi

$$L(X) = \frac{dX}{dt} - AX$$

tenglik orqali  $L$  operatorni aniqlaymiz. Bu holda (2) tenglama yanada ixcham ko'rinishni oladi:

$$L(X) = F \quad (3)$$

Agar barcha  $f_i(t) \equiv 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) yoki  $F$  matritsa  $F=0$  bo'lsa, (1) sistema chiziqli bir jinsli sistema deyiladi va

$$L(X) = 0 \quad (4)$$

ko'rinishda yoziladi.

Operator  $L$  quyidagi ikkita xossa ega :

$$1. L(cX) = cL(X),$$

bu yerda  $c$  — o'zgarmas son.

$$2. L(X_1 + X_2) = L(X_1) + L(X_2).$$

Haqiqatan ham,

$$\frac{d(cX)}{dt} - A(cX) \equiv c \left( \frac{dX}{dt} - AX \right),$$

$$\frac{d(X_1 + X_2)}{dt} - A(X_1 + X_2) \equiv \left( \frac{dX_1}{dt} - AX_1 \right) + \left( \frac{dX_2}{dt} - AX_2 \right)$$

o'rinli.

Yuqoridagi xossalardan quyidagi natija kelib chiqadi:

$$L\left(\sum_{i=1}^m c_i X_i\right) \equiv \sum_{i=1}^m c_i L(X_i),$$

bu yerda  $c_i$  lar o'zgarmas sonlar.

Quyida biz chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar sistemasining yechimlari muhim xossalarni keltirib o'tamiz:

Agar  $X$ ,  $L(X) = 0$  chiziqli bir jinsli sistemaning yechimi bo'lsa, u holda  $cX$  ham ushbu sistemaning yechimi bo'ladi, bu yerda  $c$  o'zgarmas son.

Bizga  $L(X) = 0$  berilgan. Biroq,  $L(cX) = 0$  bo'lishini isbotlash talab etiladi.

$L$  operatorning 1-xossasidan foydalanib,

$$L(cX) = cL(X) = 0$$

ni hosil qilamiz. Bu esa teorema o'rinli ekanligini bildiradi.

Chiziqli differensial tenglamalar sistemasining ikkita  $X_1$  va  $X_2$  yechimlari yig'indisi ham bu sistemaning yechimi bo'ladi.

$X_1$  va  $X_2$  lar chiziqli bir jinsli tenglamalar sistemasining yechimlari bo'lsin. U holda  $L(X_1) = 0$  va  $L(X_2) = 0$  o'rinli bo'ladi.

Bizdan esa  $L(X_1 + X_2) = 0$  bo'lishini isbotlash talab etiladi.  $L$  operatorning 2- xossasiga ko'ra va

$$L(X_1) = 0, L(X_2) = 0 \text{ dan}$$

$$L(X_1 + X_2) = L(X_1) + L(X_2) = 0 \text{ yoki } L(X_1 + X_2) = 0 \text{ kelib chiqadi.}$$

Bu esa ikkita yechimning yig'indisini ham chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar sistemasining yechimi bo'lishini ko'rsatadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.Salohiddinov M.S. Nasriddinov G.N. Oddiy differensial tenglamalar. Toshkent, "Uzbekiston", 1994.

2.Краснов и др. Вся высшая математика. Учебник. Т. 4. --" М.: Эдиториал УРСС, 2001, 352 с.

### ISHONCHLILIK INTERVALINI TOPISHDA MATEMATIK DASTURLARDAN FOYDALANISH

Fozilov A.<sup>1</sup>, Xasanjonov J. X.<sup>2</sup>

[anvarjonfoz@gmail.com](mailto:anvarjonfoz@gmail.com)

Farg'ona Politehnika Instituti, Farg'ona, O'zbekiston

**Annotatsiya.** Maqolada tasodifiy miqdor xarakteristikolari uchun ishonchlilik intervalini topish MathCAD dasturi yordamida ko'rsatilgan

Odatda, tadqiqotchi o'rganayotgan iqtisodiy (texnik) jarayon haqida qaror qabul qilish uchun kuzatuv (tajriba) o'tkazadi. Agar ma'lumotlar hajmi katta bo'lganda ma'lumotlar to'plamidan tanlanma tanlab olinadi. Tanlanma to'plamga matematik ishlov berib tahlil qilinadi va tahlil asosida qaror qabul qilinadi. Bu hollarda tadqiqotchi statistik xatoga yo'l qo'yishi mumkin. Statistik bahoni aniqlashni bir nechta usullari mavjud.

Amaliyotda taqsimot parametrlarini ishonchlilik intervalini topish muhim ro'l o'ynaydi. Ishonchlilik intervalini topishda infortmatsion texnologiyadan foydalanish talabalarda amaliy masalalarga motivatsiya uyg'otadi. MathCAD dasturida ishonchlilik intervali topishda quyidagi funksiyalardan foydalaniladi:

1)  $qnorm(p, a, \sigma)$ , bu yerda  $p$  - aniqlik darajasi,  $a$  - matematik kutilma,  $\sigma$  - o'rtacha kvadratik chetlanish ;

2)  $qchisp(p, d)$  ,  $p$  - aniqlik darajasi,  $d$  - erkinlik darajasi;

3)  $qt(p, d)$  ,  $p$  - aniqlik darajasi,  $d$  - erkinlik darajasi.

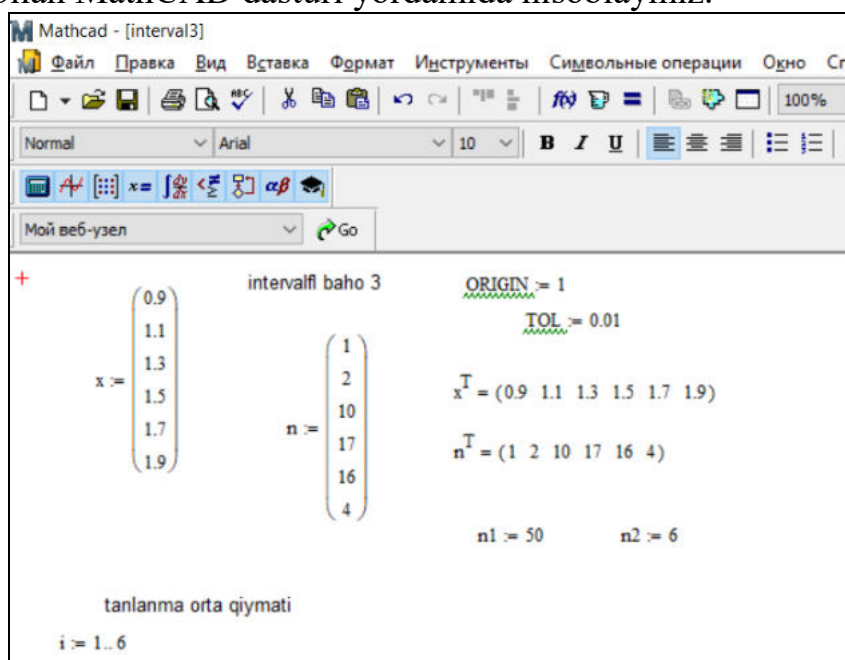
Talabalarga matematik dasturdan foydalanib amaliy masalalarni yechishni ko'rsatamiz.

1-masala. Ishchilarni soatlik mehnat unumdorligini o'rganish uchun 1000 ishchidan 50 ta ishchi tanlab olindi. Kuzatish natijalari:

1-jadval

|                            |    |     |     |     |     |     |
|----------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Soatlik mehnat unumdorligi | ,9 | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 |
| Ishchilar soni             |    | 2   | 10  | 17  | 16  | 4   |

O'rtacha mehnat unumdorligi uchun ishonchlilik intervalini topib , agar 0,95 ishonchlilik bilan MathCAD dasturi yordamida hisoblaymiz.



1-rasm

Mathcad - [interval3]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Одно Справка

Normal Arial 10 B I U

Мой веб-узел Go

$$x1 := \frac{\sum_{i=1}^{n1} (x_i \cdot n_i)}{n1} \quad x1 = 1.528$$

tanlanma dispersiyasi

$$s1 := \frac{\sum_{i=1}^{n1} [(x_i - x1)^2 \cdot n_i]}{n1} \quad s1 = 0.046 \quad s2 := \sqrt{s1} \quad s2 = 0.215$$

o'rtacha qiymat uchun ishonchlik intervalini topish

qiymatdorlik

$$\alpha1 := 0.01$$

$$e1 := \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha1}{2}, 0, 1\right) \quad e1 = 2.576$$

$$\xi_{\text{nw}} = \frac{s2}{n1} \cdot e1 = 0.011 \quad \xi_{\text{nw}} = \frac{s2}{\sqrt{n1}} \cdot e1 = 0.078$$

DEMAK

$$\alpha := x1 - \epsilon = 1.45 \quad \beta := x1 + \epsilon = 1.606$$

$$\alpha < a < \beta \rightarrow 1.4495187461067289 < a < 1.6064812538932707$$

2-rasm

2- masala. Savdo markaziga qadoqlangan mahsulot keldi. Bitta qadoqni o'rtacha og'irligi 1010 gramm. Standart og'ish 0,05 ishonchlik bilan intervalini toping.

Mathcad - [interval3]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Одно Справка

Normal Arial 10 B I U

Мой веб-узел Go

Misol 2

n := 25 tanlanma hajmi

ortacha og'irlik  $x1 := 1020$

standart og'ish  $s1 := 12$

u holda  $q1 := \text{qt}(0.05, n - 1) \quad q1 = -1.711$

qiymatdorlik  $\gamma := 0.95$

$$\alpha := x1 - q1 \cdot \frac{s1}{\sqrt{n-1}} \quad \alpha = 1.024 \times 10^3$$

$$\beta := x1 + q1 \cdot \frac{s1}{\sqrt{n-1}} \quad \beta = 1.016 \times 10^3$$

demak

$$1016 < a < 1024$$

3-rasm

Xulosa. Amaliy masalalarni matematik dasturlar yordamida yechish , talabalar to'g'ri qaror qilishiga imkoniyat yaratadi va ularda motivatsiya uyg'otadi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *"IQTISOD" YO'NALISHI MUTAXASSISLARINI TAYYORLASHDA MATEMATIKA FANINI O'QITISH USLUBIYOTI* //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 728-736. <https://cyberleninka.ru/article/n/iqtisod-yo-nalishi-mutaxassislarini-tayyorlashda-matematika-fanini-o-qitish-uslubiyoti>

2. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *Iqtisodiy masalalarni maple dastur tizimi yordamida yechish uslubiyoti* //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 737-745. <http://scientificprogress.uz/storage/app/media/2-7.%20126.%20737-745.pdf>

## **ALGEBRA DARSLARIDA DEKART KOORDINATALAR SISTEMASIGA OID BILIM VA KO'NIKMALAR HAQIDA**

**Jumaniyazova Yu.Q.**

[yulduz26051981@gmail.com](mailto:yulduz26051981@gmail.com)

Toshkent sh. 300-maktab

**Annotatsiya.** *Maqolada dekart koordinatalar sistemasi tushunchasiga oid 7-sinf o'quvchisi o'zlashtirishi lozim bo'lgan bilim, ko'nikma va malakalar haqida fikrlar berilgan.*

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasini o'quvchilarda shakllantirish boshlang'ich sinf matematikasidagi nuqta, to'g'ri chiziq, kesma, nur, parallel va perpendikulyar to'g'ri chiziqlar, shkalalar, koordinatalar burchagi, shakllarning koordinata burchagida joylashgan o'rnini aniqlash, berilgan kesma uzunligini hisoblash, sonlar nurida sonlarni qo'shish va ayirish amallarini bajarish, diagrammalar qurish kabi tushunchalarni shakllantirish asosida rivojlantiriladi. Bunda asosiy tushunchalar o'quvchilarga kundalik turmushda foydalanilayotgan sodda masalalarni matematik tilda ifodalanishi mumkunligi va ular ustida turli hisoblash ishlarini bajarish mumkunligi haqida tasavvurlarini shakllantiradi.

Bu tushunchalar 5-6-sinf "Matematika" kursida kengaytirilib, 7-sinf "Algebra" kursida o'zining to'liq ifodasini topadi. Biz quyida bu jarayonning sinflar kesimida o'quv dasturi ba darsliklarning tezaurusli tahlili [4] asosida 7-sinf o'quvchisi chiziqli funksiyalar mavzusini o'zlashtirishi uchun zarur bo'lgan bilim va ko'nikmalarni oydinlashtiramiz.

Dastlab sinflar kesimida asosiy tushunchalar va asosiy masalalarni keltiramiz.

5-sinf [2]: Nuqta; to'g'ri chiziq; parallel to'g'ri chiziqlar; perpendikulyar to'g'ri chiziq; nur; sonlar nuri (koordinatalar nuri); kesma; masofa; birlik kesma; nuqtalarning koordinatalari;

6-sinf [3]: Koordinatalar sistemasi;  $x$ -gorizontal sonlar o'qi;  $y$ -vertikal sonlar o'qi; koordinata boshi; choraklar; Dekart koordinatalar sistemasi.

7-sinf [1]: Koordinatalar tekisligi; abssissalar o'qi; ordinatalar o'qi; koordinata o'qlari; koordinata boshi.

O'quvchilarda quyidagi ko'nikmalar shakllangan bo'lishi kerak:

5-sinf:

1) Oddiy chizg'ich yordamida berilgan kesma uzunligini hisoblash; 2) Kundalik turmushda ishlatiladigan o'lchov asboblari va ular yordamida qanday kattalikalar o'lchanishi haqida ma'lumot berish; 3) Sonlar nurida nuqtalarni belgilash va koordinatasini aytish.

6-sinf:

1) Koordinatalar tekisligida koordinatalari bilan berilgan nuqtani yasash; 2) berilgan nuqtaning koordinatalarini aytish; 3) koordinatalar tekisligida berilgan nuqtaning koordinatalarini aniqlash.

7-sinf: 1) Koordinatalar tekisligida koordinatalari bilan berilgan shakllarni yasash; 2) Ox, Oy o'qlari va koordinatalar boshiga nisbatan o'zaro simmetrik nuqtalarni koordinatalarini aytish.

O'quvchilar yuqoridagi asosiy tushunchalarni o'zlashtirish natijasida Dekart koordinatalar sistemasiga oid quyidagi integrallashgan bilimlar shakllangan bo'lishi maqsadga muvofiq: sonlar o'qi, koordinatalar tekisligi, koordinatalar tekisligidagi choraklar, nuqtaning koordinatasi, koordinata o'qlari va koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik nuqta koordinatalari. Shuningdek o'quvchilarda har bir sonlar juftiga aniq bitta nuqta va aksincha, har bir nuqtaga aniq bitta sonlar jufti mos kelishi haqida tasavvurlarni shakllantirish muhim.

Ko'nikma deganda o'zlashtirilgan faoliyat usulini tushunamiz. Faoliyat usullari harakatlar tizimidan iborat bo'lib, o'quvchilarda ko'nikmaning shakllanganligini nazorat qilishga imkon beradi. Masalan, koordinatalar tekisligida berilgan nuqtaning koordinatalarini aniqlash ko'nikmasiga mos faoliyat usuli quyidagicha:

1. berilgan nuqtadan Ox o'qqa perpendikulayar tushirish;
2. bu perpendikulyarning asosiga mos sonni nuqtaning absissasi deb olish;
3. berilgan nuqtadan Oy o'qqa perpendikulayar tushirish;
4. bu perpendikulyarning asosiga mos sonni nuqtaning ordinatasi deb olish;
5. topilganlardan foydalanib nuqtaning koordinatalarini yozish.

5-7 sinflarda dekart koordinatalar sistemasiga oid o'quvchilar quyidagi ko'nikmalarga ega bo'lishi lozim:

- 1) Sonlar o'qini chizish va nuqtani koordinatalarini aniqlash;
- 2) Koordinatalar tekisligini chizish;
- 3) Koordinatalar tekisligida berilgan nuqtaning koordinatalarini aniqlash;
- 4) Koordinatalar tekisligida koordinatalari berilgan nuqtalarni yasash;
- 5) Koordinatalar tekisligida koordinatalari berilgan nuqtalardan shakl yasash;
- 6) Berilgan nuqtaga Ox, Oy o'qlari va koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik nuqtalarning koordinatalarini aniqlash.

#### FOYDALANILGA ADABIYOTLAR

1. Algebra 7-sinf [Matn]: darslik / A. Akmalov [va boshq.]. – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022. – 192 b.
2. Matematika -5. B.Q.Xaydarov Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 5-sinfi uchun darslik 1-qism.-Toshkent -2020. 144 b.
3. Matematika -6: darslik/ Sh.Ismoilov [va boshq -Toshkent -2022.-240 b.
4. Turgunbayev R.M. Matematikani o'qitishni tashkillashtirishda tezaurusli tahlil//Fizika, Matematika va informatika. 2022. 4. 68-75 b.



# MATEMATIKA TA'LIMINI KOMPYUTERLI MATEMATIKA TIZIMLARI VOSITASDA JADALLASHTIRISH.

Karimov Qayum Mamashayevich

[qayum\\_km@mail.ru](mailto:qayum_km@mail.ru)

Qarshi davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Maqolada kompyuterli matematika tizimlarining imkoniyatidan foydalanib matematika ta'limi samadorligini oshirishga oid metodik tavsiyalar berilgan.*

Hozirgi kunda keng imkoniyatli kompyuterli matematika tizimlariga Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD, Derive va Scientific WorkPlace kabilar kiradi. Bulardan Mathematica, Maple professional matematiklar uchun mo'ljallangan bo'lib matematikadagi turli hisoblash ishlarini bajarishda imkoniyatlarning boyligi, ishlatishda qulayligi bilan ajralib turadi.

Matematika ta'limida kompyuterli matematika tizimlaridan vosita sifatida foydalanish hisoblashlarni tez, aniq va qulay holda bajarish imkonini beradi, O'qitishda tejalgan vaqt hisobidan keng va chuqur bilim berishga sharoit yaratiladi.

Shuning uchun ulardan foydalanib masalalarni yechishga oid mashg'ulotlarni tashkil etish va o'tkazish dolzarb hisoblanadi.

Oliy ta'lim muassasalari "Matematika va informatika", "Matematika" ta'lim yo'nalishlari talabalariga dars darayonida kompyuterli matematika tizimlaridan foydalanish bo'yicha bilimni rivojlantirish muhim.

Maple matematikada, shuningdek, amaliy fanlarda uchraydigan matematik masalalarni analitik va sonli yechish tizimidir. Maple da ishlatiladigan buyruqlar va strukturalar, algebraik va differensial tenglamalarni yechish va ular ustida bajariladigan amallar hamda, grafiklarni qurish mumkin. Maple da matematik analiz va chiziqli algebra bilan bog'liq har xil masalalarni hal etish imkoniyati mavjud.

**Maple** kompyuterli matematika tizimining plots paketi foydalanuvchiga grafiklar bilan ishlash uchun keng imkoniyatlar yaratadi. Bu paketdan foydalanib bir necha funksiyalar grafiklarini bir vaqtda mos ravishda har xil (qora, qizil, ko'k va boshqa) ranglarda bitta koordinatalar sistemasida chizish ham mumkin.

**> with(plots): p1:=plot(sqrt(x),x=0..200):**

**p2:=plot(2\*log(x),x=0..200): display(p1,p2);**

**Grafiklardan tenglamalarning ildizlarini ajratishda va ildizlarining taqribiy qiymatlarini topish uchun foydalanish mumkin.**

Mapleda tengsizlik va tengsizliklar sistemalarini yechni **solve** buyrug'idan foydalanib o'rgatish mumkin. Masalan:

**> solve(x^2-5\*x+6>0);**

Bu yerda **Open(2)** yozuvi 2 ning to'plamga tegishli emasligini anglatadi.

Demak, yechim  $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ .  $y = x^2 - 5x + 6$  funksiyaning grafigini qurib, bunga ishonch hosil qilish mumkin.

O'qituvchi matematika ta'limida mavzuning nazariy materiallarini tushuntirishda darsda o'zlashtirilayotgan bilimni mustahkamlash uchun

kompyuterli matematika tizimining imkoniyatlaridan foydalanishi, uni qo'llash bo'yicha bilimni rivojlantiradi.

Shuni aytish joizki, matematik paketlarda yaratilgan har qanday menyu talabani oddiy matematik tushunchalardan va usullardan uni ozod qila olmaydi. Xususan, agar u matritsa nimaligini bilmasa, u holda matritsa algebrasi dasturiy paketi unga hech qanday yordam bera olmaydi, yoki talaba noaniq bo'lmagan integralni sonli usullar yordamida hisoblashga uringanda u haqiqatdan ancha yiroq bo'lgan javobni olishi yoki javobni umuman ololmasligi ham mumkin. Ixtiyoriy keng imkoniyatlarga ega paket universal yondashishga bog'liq.

Xulosa qilib aytganda, kompyuterli matematika tizimidan matematika ta'limi jarayonida foydalanish ta'lim samaradorligini oshiradi va o'qitishni jadallashtiradi.

#### ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Dilmurodov N., Karimov Q.M., Eshqarayeva N.G'. Maple muhitida ishlash. O'quv qo'llanma. Qarshi «Nasaf» 2010. -236 bet.
2. Ergashev J.B. Matematikani o'qitishda integrativ yondoshuv. Monografiya. T.: «Fan va texnologiya», 2016.-152 b.
3. Olimov M. Amaliy matematik dasturlar paketi. Darslik. 5330200 – Informatika va axborot texnologiyalari yo'nalishi uchun, Namangan 2021.- 287 bet.
4. Karimov Q.M. “Maple” dasturlash tilini o'rgatishda keys-texnologiyasidan foydalanish. Zamonaviy ta'lim. Ilmiy-amaliy ommabop jurnal. №8. T.: -2018. 37-41 betlar.
5. Karimov Q.M. Talabalarga amaliy dastur paketining grafik imkoniyatidan foydalanib algebraik tenglamalarni grafik usulda yechishni o'rgatish. Zamonaviy ta'lim. Ilmiy- amaliy ommabop jurnal №3. T.: -2022. 41-46 betlar.

#### MATEMATIK DASTURLARDAN FOYDALANGAN HOLDA TA'LIM SIFATINI OSHIRISH.

**Maxmudova N.<sup>1</sup>, Najmiddinova M.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>[makhmudovanasiba74@gmail.com](mailto:makhmudovanasiba74@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Farg'ona Politexnika Instituti.

**Annotatsiya.** *Ushbu maqolada tajriba natijalarini MathCAD dasturi yordamida yechish ko'rsatilgan va masalani yechishni tahlil qilish, qaror qabul qilish algoritmi keltirilgan.*

Ta'limda innovatsion- informatsion texnologiyalardan foydalanish ta'lim sifatini va samaradorligini oshiradi. Tayyorlanayotgan mutaxassisni kompetentligi- amaliy masalalarni yechishda fundamental matematik tasdiqlar, informatsion texnologiyalardan foydalanib yechim olish asosida masalani tahlil qilish va xulosa chiqarish malakasiga bog'liq.

Bozor iqtisodiyotida har bir mutaxassis fundamental mantiqiy tasdiqlarga asoslanib to'g'ri qaror chiqarishi zarur.

1. “Oliy matematika” fanini o'qitish quyidagi texnologiya bo'yicha olib borilsa, maqsadga muvofiq:



1. Fundamental- mantiqiy matematik tasdiqlar.
2. Tasdiqlarga asoslanibamaliy masalalarni yechishning optimal algoritmini yaratish.
3. Yechimni olishda informatsion texnologiyalardan foydalanish, yechimni tahlil qilish va qaror qabul qilish malakasini hosil qilish.

“Oliy matematika” fanini o‘qitishda tayyorlanayotgan mutaxassisni yo‘nalishiga asosiy e‘tiborni qaratish maqsadga muvofiq. Iqtisodchi, asosan, diskret ma‘lumotlarga asoslanib xulosa chiqaradi. Bizning fikrimizcha, diskret ma‘lumotlarga ko‘proq e‘tibor berish kerak. diskret ma‘lumotlarga ishlov berishda asosiy fundamental tasdiqlar asosida, tayanch tasdiqlar(interpolyatsiya, approksimatsiya, matematik statistika, regression-korrelyatsion tahlil, dispersion tahlil va h. k.)dan foydalaniladi. Eng asosiy masala, talabalarga eng sodda amaliy masalalarni matematik modelini qurish, uning optimal yechimini informatsion texnologiyalarni qo‘llash yordamida olish, yechimni mezonlar asosida tahlil qilish va to‘g‘ri qaror qabul qilish malakasini hosil qilish zarur.

Eng sodda dispersion tahlil usulini ko‘rsatamiz.

Misol. 5 ta partiyada paxta tolasi mavjud. Har bir partiyadan 6 tadan olinib, quyidagilarga ega bo‘ldik.

1-jadval

| T/n | Uzilish yuki (kg/cm <sup>2</sup> ) |     |     |     |     |     |
|-----|------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 180                                | 140 | 160 | 170 | 160 | 165 |
| 2   | 190                                | 150 | 175 | 150 | 180 | 150 |
| 3   | 200                                | 200 | 168 | 165 | 175 | 160 |
| 4   | 210                                | 220 | 180 | 170 | 190 | 180 |
| 5   | 175                                | 170 | 205 | 180 | 140 | 165 |

$\alpha = 0.05$  aniqlikda partiyalar orasidagi farq uzilish yukiga bog‘lilikni aniqlang.

Bu masalani MathCAD dastur tizimida yechamiz. Natijani quyidagi jadvalga yozib olamiz

2-jadval

| Dispersiya komponentlari | Kvadratlar yig‘indisi | Erkinlik darajasi | O‘rta kvadratlar |
|--------------------------|-----------------------|-------------------|------------------|
| Guruhlararo              | 3176                  | 4                 | 793.883          |
| Guruh ichidagi           | 8199                  | 25                | 327.967          |
| Umumiy                   | 16290                 | 29                |                  |

|                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $m = 5$ $n = 6$<br>$X := \begin{pmatrix} 180 & 140 & 160 & 170 & 160 & 165 \\ 190 & 150 & 175 & 150 & 180 & 150 \\ 200 & 200 & 168 & 165 & 175 & 160 \\ 210 & 220 & 180 & 170 & 190 & 180 \\ 175 & 170 & 205 & 180 & 140 & 165 \end{pmatrix}$ | $e1 = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} X_{i,j} \quad e1 = 5.223 \times 10^3$ $e2 = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} (X_{i,j})^2 = 9.207 \times 10^5$ $e3 = \sum_{i=0}^{m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} X_{i,j} \right)^2 = 5.475 \times 10^6$ | $s1 = \frac{Q_1}{m-1} \quad s1 = 793.883$ $s2 = \frac{Q_2}{m \cdot n - m} \quad s2 = 327.967$ |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|

1-rasm

2-rasm

4-rasm

$$F_{\alpha} := \frac{s_1}{s_2} = 2.421$$

Kriteriyaning qiymatini hisoblaymiz  $\alpha=0,05$ (ishonchlilik qiymatdorligi)

$$F_1 := qF(0.05, 4, 25) = 0.173$$

Demak  $F_1 < F$

Talabalarni MathCad dasturi asosida qoldiqlarni hisoblashni o'rgatish informatsion texnologiyalarni qo'llashga malaka hosil qiladi va darsning sifatini oshiradi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *"IQTISOD YO'NALISHI MUTAXASSISLARINI TAYYORLASHDA MATEMATIKA FANINI O'QITISH USLUBIYOTI"* //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 728-736. <https://cyberleninka.ru/article/n/iqtisod-yo-nalishi-mutaxassislarini-tayyorlashda-matematika-fanini-o-qitish-uslubiyoti>
2. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. *Iqtisodiy masalalarni maple dastur tizimi yordamida yechish uslubiyoti* //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 737-745. <http://scientificprogress.uz/storage/app/media/2-7.%20126.%20737-745.pdf>

#### MATRITSAVIY O'YINLAR MASALASINI MATHCAD PROGRAMMA DASTURIDA YECHISH VA TAHLIL QILISH.

Mirzamaxmudova N.<sup>1</sup>, Alimatov S.I.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[mirzamaxmudova@mail.ru](mailto:mirzamaxmudova@mail.ru).

<sup>1,2</sup>Farg'ona politexnika instituti.

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada matritsaviy o'yinlar nazariyasini chiziqli programmalashtirish masalasiga keltirib, MathCAD dasturi yordamida yechish keltirilgan.

Amaliy faoliyatda matritsaviy o'yinda ikki yoki undan ortiq tomonlar qatnashadi. Har tomonlama o'zini qiziqishi, tayin strategiyasi mavjud. Bu strategiya bir- biridan o'zini tashkil etuvchisi bilan farq qiladi. Strategiyani optimal tanlash uchun o'rganilgan jarayonning matematik modelini qurish kerak. Amaliyotda bu masalani yechish fundamental matematik apparat mavjud. Shunday matematik apparatlardan biri- matritsaviy o'yinlar modelidir. Eng ko'p o'rganilayotgan va qo'llanilayotgan matritsaviy o'yinlar nazariyasini o'rganish orqali tayyorlanayotgan mutaxassislar to'g'ri qaror qabul qilish malakasini hosil qiladi. Eng sodda matritsaviy o'yinda kamida ikkita tomon ishtirok etadi. Har bir o'yinning o'z strategiyasi mavjud va har bir o'yinchi o'z strategiyasi bo'yicha harakatlanadi. Matritsaviy o'yinda eng asosiy tushuncha o'yin matritsasi.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

O'yin bahosi

1)  $\alpha = \max_i \min_k a_{ik}$  - o'yin quyi bahosi

2)  $\beta = \min_k \max_j a_{ik}$  - o'yin yuqori bahosi

To'lov matritsasi berilganda, matritsaviy o'yin MathCAD dasturida yechish mumkin

to'lov matritsasi

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 & -5 & -6 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 2 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & -1 & -2 & -2 \\ -7 & -2 & 0 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$m := \text{rows}(A) \quad m = 5$   
 $n := \text{cols}(A) \quad n = 5$

ORIGIN := 1

$i := 1..n \quad b_i := \max(A_i)$

$$b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{demak yuqori baho}$$

$\beta := \min(b) \quad \beta = -1$

$A1 := A^T$

$i := 1..m \quad a_i := \min(A1_i)$

$$a = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \text{demak quyi baho}$$

$\alpha := \max(a) \quad \alpha = -2$

1-rasm

Bu matritsaviy o'yin aralash strategiyadan iborat

$$A := \begin{cases} A - \alpha & \text{if } \alpha < 0 \\ A & \text{otherwise} \end{cases} \quad A1 := A^T$$

$x := a \quad \sum x_i = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1) \quad f(x) := c \cdot x \quad f(x) = -22 \quad c1 := c$

$y := b \quad w(y) := c1 \cdot y \quad w(y) = 8$

Given

$A1 \cdot x \leq c1^T \quad x \geq 0 \quad M := \text{Minimize}(f, x) \quad M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.667 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f(M) = 1.667 \quad v1 := \frac{1}{f(M)} \quad v1 = 0.6$

$P := M \cdot v1$

2-rasm

Given

$A := \begin{cases} A - \alpha & \text{if } \alpha < 0 \\ A & \text{otherwise} \end{cases} \quad y \geq 0 \quad m1 := \text{Maximize}(w, y) \quad m1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.333 \\ 0 \\ 0 \\ 1.333 \end{pmatrix} \quad w(m1) = 1.667$

$v1 := \frac{1}{w(m1)} \quad v1 = 0.6$

$v := \begin{cases} v1 + \alpha & \text{if } \alpha < 0 \\ v1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad v = -1.4 \quad Q := m1 \cdot v1 \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8 \end{pmatrix}$

javob

$v = -1.4 \quad P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0.8 \end{pmatrix}$

3-rasm

Xulosa, matritsaviy o'yinlar nazariyasi bo'lg'usi mutaxassislarda amaliy masalalar yechishda to'g'ri qaror qabul qilish imkoniyatini yaratadi va informatsion texnologiyalarni qo'llashga malaka hosil qiladi.

## ADABIYOTLAR

[1]. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. "IQTISOD" YO'NALISHI MUTAXASSISLARINI TAYYORLASHDA MATEMATIKA FANINI O'QITISH USLUBIYOTI //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 728-736. <https://cyberleninka.ru/article/n/iqtisod-yo-nalishi-mutaxassislarini-tayyorlashda-matematika-fanini-o-qitish-uslubiyoti>

[2]. Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Maxmudova N. Iqtisodiy masalalarni maple dastur tizimi yordamida yechish uslubiyoti //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – №. 7. – C. 737-745. <http://scientificprogress.uz/storage/app/media/2-7.%20126.%20737-745.pdf>

## SONNING BUTUN VA KASR QISMI TUSHUNCHASI VA UNING TADBIQLARI.

Oromov J.<sup>1</sup>, Bozorov M.N.<sup>2</sup>, Shoimov B.S.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>[boxodir1@bk.ru](mailto:boxodir1@bk.ru)

<sup>1,2,3</sup>Xalqaro innovatsion universiteti, Iqtisodiyot va pedagogika universiteti

**Annotatsiya.** Matematikaning ko'pgina tadbiqlarida haqiqiy sonning butun qismi va kasr qismi tushunchasi bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Ushbu ishda sonning butun va kasr qism tushunchasi va uning tatdiqlari o'rganilgan.

**Ta'rif 1.**  $x$  haqiqiy sonning butun qismi deb,  $x$  dan oshmaydigan eng kata butun songa aytiladi va u  $[x]$  simvol orqali belgilanadi.

Masalan:  $[4,3]=4$ ,  $[\pi]=3$ ,  $[-5,2]=-6$ ,  $[-\pi]=-4$

$f(x)=[x]$  funksiyaning xossalari:

1°.  $D[x]=R'=(-\infty, \infty)$  – barcha haqiqiy sonlar to'plami;

2°.  $E[x]=Z$  – barcha butun sonlar to'plami;

3°.  $\forall x_1, x_2$  haqiqiy sonlar uchun  $[x_1 + x_2] \geq [x_1] + [x_2]$ ;

4°.  $\forall x \in R, \forall n \in Z$  uchun  $[x + n] = [x] + n$ ;

5°. Agar  $[x] = [y]$  bo'lsa,  $|x - y| < 1$ .

6°.  $\forall x$  haqiqiy son uchun  $[x] \leq x < [x] + 1$ ;

7°.  $\forall n \in N, \forall x \in R$  uchun  $\left[ \frac{[x]}{n} \right] = \left[ \frac{x}{n} \right]$ .

Bu funksiya  $x$  ning barcha butun qiymatlarida uzilishga ega bo'ladi va grafigi 1-chizmadan iborat.

1-chizma.

**Ta'rif – 2.**  $x$  ning haqiqiy sonning kasr qismi deb,  $x$  bilan uning  $[x]$  butun qismi orasidagi ayirmaga aytiladi va u  $\{x\}$  simvol bilan belgilanadi. Demak,  $\{x\} = x - [x]$ .

Masalan:

$$\{4,3\} = 4,3 - [4,3] = 4,3 - 4 = 0,3$$

$$\{-5,2\} = -5,2 - [-5,2] = -5,2 + 6 = 0,8$$

Ravshanki, har qanday  $x$  sonini uning butun va kasr qismlari yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$x = [x] + \{x\}.$$

$g(x) = \{x\}$  funksiyaning xossalari:

1°.  $D\{x\} = R = (-\infty, \infty);$

2°.  $E\{x\} = (0;1]$

3°.  $\forall x$  haqiqiy son uchun  $\{[x]\} = 0$  va  $[\{x\}] = 0$ , shuningdek  $[[x]] = [x], \{\{x\}\} = \{x\}$  tengliklar o'rinli.

4°.  $g(x) = \{x\}$  funksiya asosiy davri  $T = 1$  ga teng davriy funksiyaadir, ya'ni

$$\{x\} = \{x+1\}$$

tenglik istalgan  $x$  haqiqiy son uchun bajariladi,  $\forall n \in \mathbb{Z}$  uchun  $\{x+n\} = \{x\} + n$ .

5°.  $\{x\} = \{y\}$  bo'lsa,  $x-y$  ayirma butun son bo'ladi. Bu funksiya  $x$  ning barcha butun qiymatlarida uzilishga ega bo'ladi va grafigi 2-chizmadan iborat.

2-chizma.

Misollar qarayliz.

**1-misol.** Ushbu  $[x + [x]] = 113$  tenglamani yeching.

**Yechilishi:**  $[x + n] = [x] + n$  munosabatga asosan  $[x + [x]] = [x] + [x] = 2 \cdot [x]$  juft son bo'lib, u 113 ga teng bo'lishi mumkin emas. demak, tenglamaning yechi yo'q.

**2-misol.**  $[x^2] = 16$  tendlamaning.

**Yechilishi:** Ravshanki,  $16 \leq x^2 < 17$  bo'ladi. Bu tendlamalarni echamiz.

$$x^2 \geq 16 \quad (x-4)(x+4) \geq 0 \Rightarrow (-\infty; -4] \cup [4; \infty)$$

$$x^2 < 17, \quad (x - \sqrt{17})(x + \sqrt{17}) < 0 \Rightarrow -\sqrt{17} < x < \sqrt{17}$$

**Javob:**  $(-\sqrt{17}; -4] \cup [4; \sqrt{17})$

**3-misol.**  $x^2 2\{x\} - 5 = 0$  tenglamani eching.

**Yechilishi:** Agar  $0 \leq \{x\} < 1$  ni etiborga olsak, berilgan.  $2\{x\} = x^2 - 5$ ,  $5 \leq x^2 < 7$ ,

Yoki  $\sqrt{5} \leq |x| < \sqrt{7}$  bundan  $[x] = 2$  yoki  $[x] = -3$  bo'lib,  $\{x\} = x - [x]$  tenglikka asosan berilgan tenglamani ushbu ikkita tenglamani echishga keltiramiz:

1°.  $x^2 - 2(x-2) - 5 = 0$ , 2°.  $x^2 - 2(x+3) - 5 = 0$ .

Birinchi tenglamani yechib:  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$  ni hosil qilamiz  $[x] = 2$  shartni  $x = 1 + \sqrt{2}$  ildiz qanoatlantiradi. Ikkichi tenglamani yechib  $[x] = -3$  shartni qanoatlantiradi  $x = 1 - 2\sqrt{3}$  ildizni hosil qilamiz.

**Javob:**  $x = 1 + \sqrt{2}$  va  $x = 1 - 2\sqrt{3}$ .

**4-misol.**  $\left[\frac{x}{3}\right]^2 - 3\left[\frac{x}{3}\right] - 4 = 0$  tenglamani qanoatlantiruvchi nechta turli butun son bor?

**Yechilishi:** Agar  $\left[\frac{x}{3}\right] = t$  desak, u holda  $t^2 - 3t - 4 = 0$  tenglama hosil bo'ladi, uni yechib  $t_1 = -1$ ,  $t_2 = 4$  ildizlarni topamiz, natijada

$\left[\frac{x}{3}\right] = -1$  va  $\left[\frac{x}{3}\right] = 4$  tenglamalar hosil bo'ladi. Tarifga asosan bu tenglamalarni yechsak:

$$-1 \leq \frac{x}{3} < 0, \quad -3 \leq x < 0, \quad x: -3; -2; -1.$$

$$4 \leq \frac{x}{3} < 5, \quad 12 \leq x < 15, \quad x: 12, 13, 14.$$

**Javob:** -3; -2; -1; 12; 13; 14 yani, berilgan tenglamani qanoatlantiruvchi butun sonlar 6 ta ekan.

**5-misol.**  $\left[\left[\frac{x+2}{3}\right]\right] = 2$  bo'lsa, quyidagilarning qaysi biri to'g'ri?

A)  $8 \leq x < 11$  B)  $7 \leq x < 10$  C)  $6 \leq x < 9$  D)  $5 \leq x < 8$  E)  $4 \leq x < 7$ .

**Yechilishi:**  $[[x]] = [x]$  tenglikka asosan,  $\left[\frac{x+2}{3}\right] = 2$  tenglikka ega bo'lamiz, haqiqiy sonning butun qismining xossasiga ko'ra  $2 \leq \frac{x+2}{3} < 3$  tenglikka ega bo'lamiz, uni yechib  $4 \leq x < 7$  yechimini hosil qilamiz.

**Javob:** E)  $4 \leq x < 7$ .

**6-misol.** 30 dan kata bo'lmagan barcha nuqtalar sonlarning ko'paytmasi  $k (k \in N)$  ning qanday eng katta qiymatida  $2^k$  ga qoldiqsiz bo'linadi?

**Yechilishi:** Sonning butun qismi qo'llaniladigan quyudagi lejandr teoremasini qaraymiz:

**Teorema:**  $p$  tub soni  $n!$  sonining tub ko'paytuvchilariga yoyilmasida

$$\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \left[\frac{n}{p^3}\right] + \dots \text{ daraja ko'rsatgichi bilan qatnashadi, yetarli kata } R$$

lar ( $k \rightarrow \infty$ ) uchun  $\left[\frac{n}{p^k}\right] = 0$  Endi  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 30$  ko'paytmada 2 tub ko'paytuvchi necha marta qatnashishini nisoblaymiz: Lejandr teoremasiga binoan

$$\left[\frac{30}{2}\right] + \left[\frac{30}{2^2}\right] + \left[\frac{30}{2^3}\right] + \left[\frac{30}{2^4}\right] = 15 + 7 + 3 + 1 = 26. \quad \textbf{Javob: } k=26.$$

**7-misol.**  $[\lg x] \cdot \{\lg x\} = \lg x$  tenglamani yeching.

**Yechilishi:** Deylik,  $[\lg x] = n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  va  $\{\lg x\} = d$ ,  $0 \leq d < 1$  bo'lsin. U holda  $\lg x = [\lg x] + \{\lg x\}$  formulaga asosan  $\lg x = n + \alpha$  bo'ladi. Berilgan tenglamadan esa  $n \cdot \alpha = n + \alpha$  tenglikka ega bo'lamiz, bu erdan  $n = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$  yoki  $\alpha = \frac{n}{n - 1}$  ni topamiz.  $n \leq 0, n \in \mathbb{Z}$  ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib,  $\lg x = \frac{n^2}{n - 1}$ , bundan

esa  $x = 10^{\frac{n^2}{n-1}}$  hosil bo'ladi.

**Javob:**  $x = 10^{\frac{n^2}{n-1}}, n \leq 0, n \in \mathbb{Z}$ .

Xulosa o'rnida shuni aytish mumkinki, haqiqiy sonning butun va kasr qismi tushunchalarining tadbirlarikengayib bormoqda, sababdan ham bu tushunchalarni va ular bilan bog'liq barcha bog'lanishlarni o'rganish dolzarb masaladir.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. B.A.Shoimqulov, R.M.Madrahimov Talabalarning matematikadan olimpiada masalalari. Toshkent – 2013.
2. Muhamedov, Elementar matematikadan qo'llanma. Toshkent -1976.
3. M.I.Skanavi Matematikadan masalalar to'plami. Toshkent – 1975 .

### ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРИКЛАДНОЙ И НАУЧНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ НА МЕТОДИКУ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Қаҳҳорова М.А.<sup>1</sup>, Жалилов И.И.<sup>2</sup>

[inomjon.jalilov@ferpi.uz](mailto:inomjon.jalilov@ferpi.uz)

Ферганский политехнический институт

**Аннотация:** В данной статье автор освещает вопросы воздействия литературы естественного направления на развитие науки. В статье приведены доводы в пользу популяризации научной и прикладной литературы в процессе обучения дисциплины.

В современное время в эпоху стремительных процессов глобализации особенно актуальными становятся вопросы изучения прикладной и научной литературы. Президент нашей страны Шавкат Миромонович Мирзиёев в своих выступлениях неоднократно акцентировал внимание на вопросах углубления изучения естественных и точных дисциплин.

Мы в рамках нашего исследования хотели бы затронуть вопросы изучения прикладной и научной литературы относительно дисциплины «Математика». Мы знаем то, что данный предмет включает в себя достаточно большое количество разделов.

Математика является царицей всех наук и с этой точки зрения её глубокое изучение приведёт к прогрессу в обществе.

Обратим свои взгляды в историю, в которой неизгладимый след оставили выдающиеся учёные математики – это Карл Густав Якоби, который был одним из выдающихся математиков девятнадцатого века, Анри Пуанкаре, который был, вероятно, одним из последних универсалистов, поскольку в то время он процветал почти во всех известных областях математики.

Можно отметить таких выдающихся математиков как Григорий Перельман, Софья Ковалевская (профессор и первая в мире женщина-профессор математики), Готфрид Лейбниц (один из основателей математического анализа, теории вероятностей и проективной геометрии, создатель первых образцов счётной техники, автор основного закона гидростатики), Исаак Ньютон (Английский математик, физик и астроном. Основатель современного математического анализа дифференциального и интегрального исчисления, основанные на бесконечно малых. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики) и многие других учёных прошлого и настоящего.

В своём исследовании мы бы хотели обратить внимание на то, что изучение трудов выдающихся учёных математиков, физиков, астрономов прошлого и настоящего даст толчок для возникновения третьей эпохи ренессанса, о которой неоднократно высказывался глава нашего государства.

На государственном уровне уделяется внимание развитию естественно-научных дисциплин. Вследствие чего необходимо пропагандирование чтения научной и прикладной литературы. Акцентировать внимание необходимо на трудах учёных, оставивших свой след в истории науки и на работах современных учёных как Григорий Перельман и другие.

В настоящее время закладывается фундамент для дальнейшего рассвета науки. В образовательной сфере идут интеграционные процессы и обмен опытом между высшими учебными заведениями Узбекистана, Российской Федерации, Казахстана, Киргизской Республики, а так же европейских стран.

Данный обмен опытом полезен для нашей страны с точки зрения развития научных исследований.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тестов, В. А. (2014). Основные задачи развития математического образования. *Образование и наука*, (4 (113)), 3-17.



## MATEMATIKA FANINI O'QITISHDA ZAMONAVIY PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH

**Qayimova M.B.**

m.qayimova@gmail.com  
Buxoro davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Bu maqolada matematika zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanishning matematika fanini o'qitishga ta'siri ko'rsatilgan.*

Matematika o'qitish metodikasi, o'quvchilarning matematika bilimini oshirish uchun samarali va kuchli usullarni yaratishga qaratilgan ilm-fan sohasidagi fikr-mulohazalardan iboratdir. Bu metodikalar, o'quvchilarga matematikani o'rganishni yanada qiziqarli va osonlashtirishda yordam beradi. Matematikani o'qitishda bir nechta metodikalar mavjuddir, masalan, traditsion metod, boshqa fanlarga aloqador metod, tahliliy metod, amaliy metod, interaktiv metod va boshqalar. Har bir metodikaning o'ziga xos afzalliklari mavjud.

**An'anaviy metod-**matematika o'qitishning klassik usuli hisoblanadi. Bu usulda, o'qituvchi darsliklarda matematika materiallarini taqdim etadi va o'quvchilarga matematika bilimini oshirish uchun yondashadi. Bu metodikada, asosiy tushunchalar va formulasimonlik shaklida taqdim etiladi. Boshqa fanlarga aloqador metod, matematikani boshqa fanlar bilan bog'lashni o'rganishda yordam beradi. Bu metodikada, matematikaning amaliyot turlariga e'tibor qaratiladi va o'quvchilar boshqa fanlardan olingan misollarni hal qilish orqali matematikani o'rganishadi.

**Tahliliy metod-** matematikaviy savollarni tahlil qilishda va ularni hal qilishda yordam beradi. Bu metodikada, o'quvchilar matematikaviy savollarni ko'rib, ularni tahlil qilish orqali javobni topishga harakat qiladi.

**Amaliy metod-** matematikani amaliy mashg'ulotlar orqali o'rganishda yordam beradi. Bu metodikada, o'quvchilar matematikaviy savollarni hal qilish uchun amaliy mashg'ulotlar yordamida o'rganishadi. Bu metodikada, o'quvchilar matematikani o'rganishda amaliy mashg'ulotlarni tuzish, matematikaviy savollarni hal qilish va matematikaviy tushunchalarni o'rganishda yordam beruvchi amaliy mashg'ulotlar orqali o'rganishadi.

**Interaktiv metod-** matematika o'qitishda o'quvchilarning faol qatnashishini oshirishda yordam beradi. Bu metodikada, o'quvchilar matematika bilimini o'rganishda o'zlarining fikrini, izohlarini bildirish uchun imkoniyat topadi. Interaktiv metod, o'quvchilarning matematikani o'rganishda qiziqishlarini oshirishda va o'rganish jarayonini yanada qiziqarli va ko'rsatmalarga asoslangan shaklda tashkil etishda yordam beradi.

Matematika o'qitishda uslubiy tizimlar va pedagogik texnologiyalar ham ishlatiladi. Zamonaviy dunyoda texnologiya hujjatlarining o'sishi bilan birga, o'qitish usullarida ham o'zgarishlar ro'y berib kelmoqda. Matematika fanini o'qitishda ham zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish, talabalarning o'rganish jarayonlarini yanada samarali va qiziqarli qilishga yordam beradi. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar, o'qituvchilarga o'quv jarayonini ko'proq

interaktiv qilish imkonini beradi. Bu texnologiyalar matematika o'qitishda esa talabalarning tushunish darajalarini oshirish, o'quv materialini qiziqarli tarzda ta'minlash, ko'nikmalarni joriy etish va ko'rganlarini sinash imkoniyatini beradi. Quyidagi bir necha zamonaviy pedagogik texnologiyalarning matematika fanini o'qitishda foydalanishga qo'llanishini ko'rib chiqamiz:

**Interaktiv darsliklar va taqdimotlar:** Bu darsliklar, o'quvchilarning matematikaga qiziqishlarini oshirish va o'rgangan materialni yodlashda yordam beradi. O'quvchilarga interaktiv taqdimotlar tushunishni osonlashtiradi va sinflarda ko'proq faol qatnashishga imkon beradi.

**Kompyuter darsliklari:** Interaktiv kompyuter darsliklari, matematika konseptlarini o'rganishda o'quvchilarga amalda ko'rsatish va sinash imkoniyatini beradi. Bu darsliklar o'quvchilarni motivatsiyalash va o'rganish jarayonini interaktiv va o'yinlar orqali qiziqarliroq qilishga yordam beradi.

Talabalarning loyihalashni o'rganish jarayonida ishtirok etish imkoniyatlari ushbu bosqichlar bo'yicha uchta o'zgaruvchidan foydalangan holda baholandi. Ularning baholash jarayonida ishtirok etish imkoniyatlari barcha guruhlardagi o'qituvchilar bilan rejalashtirishda ishtirok etish imkoniyatlaridan muhimroq deb hisoblandi. Loyihalash jarayonining eng asosiysi STEM texnologiyasi asosida ta'limni tashkil qilish usulidir. Ushbu qisqartma quyidagicha deshifrlangan: fan, texnologiya, muhandislik va matematika (STEM, ilgari SMET sifatida ishlatilgan). Qisqartma o'quv fanlari bilan bog'liq atamani anglatadi: tabiiy fanlar, texnologiya, muhandislik va matematika. STEM yo'nalishi - ijodkorlik, san'atga qo'shiladi. Shunday qilib, hozirgi ta'lim zamonaviy innovatsion texnologiyalarda ijodkorlikning muhimligini ta'kidlaydi.[1]

**Matematik dasturlar va ilovalar:** Bir nechta mobil ilovalar va dasturlar matematika o'rganishga qulaylik qilish uchun mavjud. Bu ilovalar matematika amallarini o'quvchilarning qiziqishi va qiziqarli o'rganishini ta'minlaydi.

**Online resurslar:** Internet orqali erkinlik bilan o'rganish imkonini taqdim etadigan bir qancha online resurslar mavjud. Video darslar, interaktiv testlar va matematika savollarni yechish uchun dasturlar, talabalarning o'rganish jarayonini yanada samarali qilishda qo'llaniladi.

**Virtual o'qitish platformalari:** Zamonaviy pedagogik texnologiyalar o'rtasida virtual o'qitish platformalari ham katta o'rin egallaydi. Bu platformalar orqali o'qituvchilar o'quvchilarga interaktiv darslar o'tkazish, masalalar yechish jarayonini boshqarish va hamkorlik qilish imkoniyatiga ega bo'ladi.[2]

**Matematik o'yinlar:** Matematika konseptlarini o'yinlar orqali o'rganish, o'quvchilarni qiziqish va tanqidlash imkoniyatini yaratadi. Matematika o'yinlarini o'rganishda o'quvchilar o'ynayarak matematika amallarini amalda ko'rish va mantiqiy yechim topishning qiziqarli yo'llarini tanishadilar.

Matematika o'qitishida zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish, talabalar orasida matematika sevgisini va yaxshi hissiyotni o'stiradi. Bu esa o'quvchilarda matematikaga qarshi qo'rquvni kamaytiradi va ularni rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi.[2] Shuningdek, bu texnologiyalar, o'qituvchilarning o'rganish usullarini yanada samarali va qulay o'rgatishda ham katta rol o'ynaydi. Bunda o'qituvchilar o'quvchilarning eng yaxshi natijalarni olishlari uchun matematika

o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanishni unutmagan holda, har bir o'quvchiga alohida yordam berishni ham unutmagan holda amalga oshirishlari kerak.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Turdiyeva G. ta'lim jarayonida stem-texnologiya-talabalarning loyihalash faoliyatini rivojlanish vositasi sifatida //центр научных публикаций (buxdu. uz). – 2023. – Т. 31. – №. 31.

2. Роль науки и культуры в современном развитии. Республиканская научно-практическая конференция. «Интерактивные методы в преподавании школьного курса математики». – Выпуск 16, 20.04.2022. Страница 189

### FUNKSIYA HOSILASI QATNASHGAN BA'ZI TENGLAMA VA TENGSIKLIKLARNI YECHISH METODIKASI

**Qurbonov Sh.R.<sup>1</sup>, Quvondiqova G.J.<sup>2</sup>**

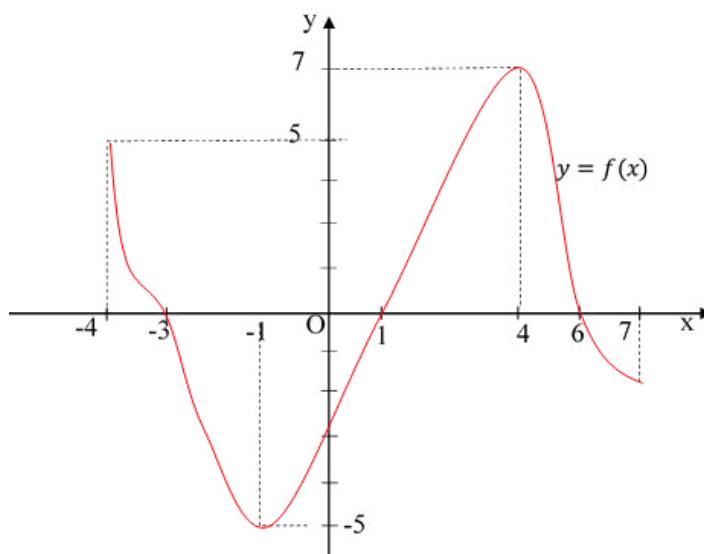
[sharofrashidov2012@gmail.com](mailto:sharofrashidov2012@gmail.com)

<sup>1</sup>Shahrisabz "Temurbeklar maktabi" harbiy-akademik litseyi

<sup>2</sup>Shahrisabz Davlat Pedagogika instituti

**Annotatsiya:** Hosila mavzusi o'rta maktab va akademik litseylarda o'qitilib, o'quvchilarga ma'lum bir tushunchalar beriladi. Lekin hozirgi kunda davlat test markazi tomonidan shu bob uchun qo'yilgan talablar anchagina murakkab. Jumladan funksiya grafigi berilgan holda hosilasi qatnashgan tenglama va tengsizliklarni yechishga doir misollarga duch kelamiz. Ushbu maqolada shu turdagi misollarni oson va qulay usulda yechish ko'rsatilgan.

Hosila yordamida matematikada juda ko'p masalalarni hal qilish mumkin. Biz quyida funksiyalarning grafiglari berilgan holda hosilasi qatnashgan ba'zi tenglama va tengsizliklarni yechishni qarab chiqamiz. Bizga quyidagi funksiya grafigi berilgan bo'lsin:



**1-misol.**  $[-4; 7]$  kesmada  $f'(x) \cdot f(x) = 0$  tenglamani yeching.

**Yechsih.** Tenglamani yechish uchun  $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$  majmuani yechishimiz

kerak bo'ladi. Funksiya hosilasining geometrik ma'nosidan bilamizki, unga o'tkazilgan urinma chiziq  $Ox$  o'qqa parallel bo'lsa, urinish nuqtasida hosilaning qiymati nolga teng bo'ladi. Demak, majmuaning 1-tenglamasining yechimi  $x = -1$  va  $x = 4$  bo'ladi, 2-tenglamasining yechimi esa hammaga tushunarliki  $x = -3$ ,  $x = 1$  va  $x = 6$  bo'ladi.

**Javob:**  $x \in \{-3; -1; 1; 4; 6\}$

**2-misol.**  $f'(x) \cdot f(x) \geq 0$  tengsizlikni  $[-4; 7]$  kesmada yeching.

**Yechsih.** Bu tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasining majmuasiga teng

kuchlidir:  $\begin{cases} f'(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f'(x) \leq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases}$

Bu majmuani yechish uchun grafikka e'tibor qilamiz. Funksiya hosilasining uning o'sish va kamayish oraliqlarini aniqlashdagi tadbiquidan bilamizki,  $f'(x) \geq 0$  tengsizlik yechimlari to'plamida funksiya o'suvchi,  $f'(x) \leq 0$  tengsizlik yechimlari to'plamida esa funksiya kamayuvchi bo'lar edi. Demak, yuqoridagi majmuaning yechimini quyidagicha olamiz:

$$\begin{cases} x \in [-1; 4] \\ x \in [-4; -3] \cup [1; 6] \\ x \in [-4; -1] \cup [4; 7] \\ x \in [-3; 1] \cup [6; 7] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \in [1; 4] \\ x \in [-3; -1] \cup [6; 7] \end{cases}$$

**Javob:**  $x \in [-3; -1] \cup [1; 4] \cup [6; 7]$

**3-misol.**  $(f(x) + 5) \cdot f'(x) = 0$  tenglamani yeching.

**Yechsih.** Tenglamani yechish uchun  $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) + 5 = 0 \end{cases}$  majmuani yechishimiz

kerak bo'ladi.

Funksiyaning yuqoridagi grafigiga e'tibor qiladigan bo'lsak, majmuaning yechimi quyidagicha bo'lishi tushunarli:  $\begin{cases} x = -1, x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$

**Javob:**  $x \in \{-1; 4\}$

Endi aynan DTM testlarida tushgan misollardan namuna keltiramiz.

**4-misol.** Funksiya grafigidan foydalanib,  $(-2; 6)$  oraliqda  $f'(x) \cdot f(x) \geq 0$  tengsizlikning eng kichik natural yechimini toping.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

**5-misol.** Rasmda  $y = f(x)$  funksiyaning grafigi tasvirlangan. Quyidagi tengsizliklardan qaysi biri to'g'ri?

A)  $f'(4) \cdot f(3) > 0$  B)  $f'(1) \cdot f(3) > 0$

C)  $f'(4) \cdot f(5) > 0$  D)  $f'(5) \cdot f(2) > 0$

**Xulosa:** Matematika fani o'sib kelayotgan yosh avlodni kamol toptirishda o'quv fani sifatida keng imkoniyatlarga ega. U o'quvchi tafakkurini rivojlantirib,

ularni aqlini peshlaydi, uni tartibga soladi, o'quvchilarga maqsadga yo'naltirilganlik, mantiqiy fikrlash topqirlik xislatlarini shakllantirib boradi.

Shunday ekan yuqorida keltirilgan ma'lumotlar matematika mutaxassisligida ta'lim olayotgan talabalar va o'quvchilarning funksiyalarning hosilalari qatnashgan tenglamalar va tengsizliklarni yechishda qo'yiladigan talablarni oson o'rganishiga yordam beradi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.U.Abduhamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov "Algebra va matematik analiz asoslari" II-qism, Toshkent-2007.
2. В.А.Подольский, А.М.Суходский "Сборник задач по математике" Москва-1978.
3. 2019-yil DTM savollari to'plami.

#### MATEMATIKADA FUNKSIYA TUSHUNCHASI TARIXIDAN QISQACHA MA'LUMOT

**Rajabova D.A.**

[dildoraxonrajabova@gmail.com](mailto:dildoraxonrajabova@gmail.com)

Navoiy davlat pedagogika institute

**Annotatsiya.** *Ushbu maqolada biz funksiya tushunchasini matematikaga kirib kelish tarixidan qisqacha ma'lumotlar keltirdik. Funksiya tushunchasi matematika fanining fundamental tushunchalaridan bo'lishiga qaramay, bu tushuncha amaliyotda foydalana boshlagan vaqtdan 300 yillar vaqt o'tib matematik tildagi qat'iy ta'rif berilganini ko'ramiz. Tabiatdagi barcha harakatlar, to'liqlar, miqdor o'zgarishlari va hokazolar funksiya yordamida ifodalalanadi. Tabiatda esa bizga tushunarli bo'lmagan hodisalar juda ko'p, demak funksiyaning hali juda ko'p xossalari bizga ma'lum emas.*

**Nyuton (1642-1727)** ([1])funksiyaning cheksiz yig'indi ko'rinishida tasvirlagan matematiklardan biri bo'lib, u erkin o'zgaruvchi, erkin o'zgaruvchiga bog'liq o'zgaruvchi atamalarini kiritgan va to'rtta asosiy arifmetik amallar yordamida erkin o'zgaruvchidan unga bog'liq o'zgaruvchilarni hosil qilishda foydalangan.

**Leybnits (1646-1716)** funksiya atamasini birinchi marta 1673 yilda qo'llagan. U geometrik miqdor bog'lanishlarining egri chiziq shakliga bog'liqligini juda umumiy ma'noda belgilash uchun funktsiyaning oldi. Shuningdek, u parametr, o'zgarmas va o'zgaruvchan atamalarini kiritdi.

**Iogan Bernulli 1694** yilda Leybnitsga yozgan maktubida funktsiyaning "qandaydir tarzda noaniq va doimiy miqdorlardan hosil bo'lgan miqdor deb ta'riflagan. 1698 yildagi ilmiy maqolasida Iogan Bernoulli "ordinatalar funktsiyalari" haqida yozadi. Funksiya atamasi 1716-yilda chop etilgan matematika leksikonida uchramagan. Ikki yil o'tgach, Jan Bernulli o'zgaruvchining funktsiyasini qaysidir ma'noda shu o'zgaruvchi va konstantalardan tuzilgan miqdor sifatida ta'riflagan maqolasini chop etdi. Bernullining sobiq shogirdi Eyler (1707-

1793) keyinchalik bu ta'rifga miqdor o'rniga analitik ifoda haqida gapirib, o'z ulushini qo'shdi.

**Eyler 1748 yilda([2])** "Introduction in infinitorum in analysin" asarini nashr etdi, unda u funktsiya tushunchasini matematikaning fundamental tushunchasiga aylantiradi. Eyler kitobda funktsiyani "O'zgaruvchan miqdorning funktsiyasi o'zgaruvchan miqdor va raqamlar yoki doimiy miqdorlardan qat'i nazar, har qanday shaklda tuzilgan analitik ifodadir" deb ta'riflagan. Eyler "analitik ifoda" deganda nimani nazarda tutganiga hech qanday ta'rif bermagan bo'lsa-da, u o'quvchi buni odatiy qo'shish, ko'paytirish, darajalar, ildizlar va hokazo amallardan hosil bo'lgan ifodalarni anglatishini tushunadi deb taxmin qildi. Bu vaqtda funktsiya tushunchasi keyinchalik analitik ifoda tushunchasi bilan amalda aniqlandi. Hozirgi terminologiyada Eyler ta'rifi faqat elementar funktsiyalarni o'z ichiga olganligini aytishimiz mumkin. Elementar funksiyalar uzluksiz funktsiyalarning kichik bir qismidan iborat ekanligidan Eyler xabardor edi.

[3] Asosiy matematikaga kelsak, analitik ifodalar bilan funktsiyalarni aniqlash XVIII asr davomida o'zgarmagan. 19-asrda esa funktsiya tushunchasi ketma-ket kengayish va tushuntirishlarga duch keldi, bu uning mohiyati va ma'nosini chuqur o'zgartirdi. "Introductio in infinitorum analysin infinitorum" matematiklarning tanish tushunchalar haqidagi fikrlash tarzini o'zgartirdi. Eyler ishiga qadar trigonometrik miqdorlar sinus, kosinus, tangens va boshqalar funktsiyadan ko'ra aylana bilan bog'langan chiziqlar sifatida qaralgan. Funktsional nuqtai nazarni joriy qilgan Eyler edi. Funktsiya kontseptsiyasi Eylerni "Introductio" yozishdan oldin ko'plab muhim kashfiyotlar qilishga olib keldi. Masalan, bu uni Gamma funktsiyasini aniqlashga va matematiklarni ancha vaqt davomida mag'lub etgan muammoni hal qilishga, ya'ni  $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$  qatorni yig'ishga olib keldi. U yig'indining  $\frac{\pi^2}{6}$  ekanligini ko'rsatdi va natijani 1740 yilda nashr etdi. 1755 yilda Eyler yana bir juda ta'sirli kitobni, ya'ni "Institutiones cal culi differentialis" ni nashr etdi. Bu kitobda u funktsiyani butunlay umumiy tarzda aniqlab, funktsiyaning zamonaviyroq ta'rifini berdi: «Agar ba'zi miqdorlar boshqa miqdorlarga shunchalik bog'liqki, agar ikkinchisi o'zgartirilsa, birinchisi o'zgaradi". Ushbu ta'rif juda keng qo'llaniladi va bir miqdorni boshqasi bilan aniqlashning barcha usullarini o'z ichiga oladi. Demak, agar  $x$  o'zgaruvchan miqdorni bildirsa, u holda  $x$  o'zgaruvchan miqdorga har qanday tarzda bog'liq bo'lgan  $y$  bilan belgilanadigan har qanday miqdor  $x$  o'zgaruvchi miqdorning funktsiyasi deyiladi.

Bu juda katta yutuq bo'lishi mumkin edi, ammo bu ta'rifni bergandan so'ng, Eyler kitobini faqat analitik funktsiyalardan foydalangan holda differentsial hisobni ishlab chiqishga bag'ishladi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] Courant, Richard and John, Fritz. *Introduction to Calculus and Analysis*. Inter-science Publishers. New York. 1965.

[2] Katz, Victor, and Michalowicz, Karen (ed.), *Historical Modules for the Teach-ing and Learning of Mathematics*. The Mathematical Association of America.



Washington, DC. 2005.

[3] O'Connor, J. J. and Robertson, E. F.. *MacTutor History of Mathematics*, De-cember 2000, <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/>

## EYLER VA FERMA TEOREMASINING BA'ZI MASALALARGA TADBIQI

Saidova S. G'.<sup>1</sup>, Amirov A.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[sumbulasaidova97@gmail.com](mailto:sumbulasaidova97@gmail.com), <sup>2</sup>[abdurasulamirov2@gmail.com](mailto:abdurasulamirov2@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Shahrisabz davlat pedagogika instituti.

**Annotatsiya.** Ushbu tezida Eyler va Ferma teoremlaridan va taqqoslamaning xossalariidan foydalanib ba'zi masalalar yechilgan.

Bizga  $a$  va  $b$  butun sonlar va  $m$  natural son berilgan bo'lsin.

**Ta'rif.** Agar  $a$  va  $b$  butun sonlarni  $m$  natural songa bo'lganda bir xil qoldiq chiqsa,  $a$  va  $b$  sonlar  $m$  modul bo'yicha taqqoslanadi deb aytiladi va  $a \equiv b \pmod{m}$  kabi belgilanadi. Taqqoslamaning ba'zi xossalari keltiramiz:

**1 – xossa:** Agar  $a$  va  $b$  sonlari  $m$  modul bo'yicha taqqoslansa, u holda  $a - b$  ayirma  $m$  natural songa qoldiqsiz bo'linadi. Ya'ni,

$$a = mk + r, b = mn + r \text{ bo'lsa,}$$

$$a - b = mk - mn + 0, \quad a - b = m(k - n).$$

**2 – xossa:** Har biri  $c$  soni bilan taqqoslanadigan  $a$  va  $b$  sonlari bir – biri bilan ham taqqoslanadi. Ya'ni

$$a \equiv c \pmod{m} \quad b \equiv c \pmod{m} \text{ bo'lsa, u holda } a \equiv b \pmod{m}.$$

**3 – xossa:** Modullari bir xil bo'lgan taqqoslamalarni hadma – had qo'shish mumkin. Ya'ni,

$$a \equiv b \pmod{m} \quad \text{va} \quad c \equiv d \pmod{m} \quad \text{bo'lsa,} \quad u \quad \text{holda} \\ a + c \equiv b + d \pmod{m} \text{ o'rinli bo'ladi.}$$

**4 – xossa:** Taqqoslamaning ixtiyoriy tomoniga uning moduliga karrali bo'lgan sonni qo'shish mumkin. Ya'ni,

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + mk \equiv b \pmod{m} \text{ va } a \equiv b + mn \pmod{m}$$

**5 – xossa:** Bir xil modulli taqqoslamalarni hadma – had ko'paytirish mumkin. Ya'ni,

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ va } c \equiv d \pmod{m} \text{ bo'lsa,} \quad u \quad \text{holda}$$

$$a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m} \text{ o'rinli bo'ladi.}$$

**6 – xossa:** Taqqoslamaning har ikkala qismini biror butun songa ko'paytirish mumkin.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \cdot k \equiv b \cdot k \pmod{m} \quad k \in \mathbb{Z}$$

**7 – xossa:** Taqqoslamaning har ikkala qismini va modulini biror natural songa ko'paytirish mumkin.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \cdot n \equiv b \cdot n \pmod{m \cdot n} \quad n \in \mathbb{N}.$$

**Ta'rif.** Musbat sonlar ustida aniqlangan, hamda  $a$  soniga  $1, 2, 3, 4, \dots, a - 1$  sonlar ichida  $a$  bilan o'zaro tub bo'lgan sonlar sonini mos qo'yuvchi funksiya *Eyler funksiyasi* deyiladi va  $\varphi(a)$  kabi belgilanadi.

**Teorema (Eyler teoremasi).** O‘zaro tub bo‘lgan va ( $m > 1$ ) sonlari uchun quyidagi munosabat o‘rinli:  $a^{\varphi(m)} \equiv 1(mod m)$ .

Agar Eyler teoremasida  $m$  soni o‘rniga biror  $p$  tub olinsa, u holda

$a^{p-1} \equiv 1(mod p)$  tenglikka kelamiz.

Ushbu tenglikning ikkala tomonini  $a$  ga ko‘paytirsak,  $a^p \equiv a(mod p)$

tenglikka ega bo‘lamiz. Bu tenglik *Fermaning kichik teoremasi* deyiladi. [1]-[2]-[3].

**Taqqoslamaning xossalariidan hamda Eyler va Ferma teoremlaridan foydalanib quyidagi masalalarni yechamiz.**

**1-masala:**  $20^{15} - 1$  sonining  $11 * 13 * 61$  ko‘paytmaga bo‘linishini isbotlang.

**Isbot:** 11, 13 va 61 sonlarni tub sonlar bo‘lganligi uchun,  $20^{15} - 1$  sonini 11, 13 va 61 sonlarining har biriga bo‘linishini isbotlash yetarli.

Bizga ma‘lumki  $2^5 \equiv -1(mod 11)$  va  $10 \equiv -1(mod 11)$  taqqoslamalarni bir xil darajaga oshirib  $2^5 \equiv -1(mod 11)$  va  $10^5 \equiv -1(mod 11)$  larni hosil qilamiz.  $2^5 \equiv -1(mod 11)$  va  $10^5 \equiv -1(mod 11)$  taqqoslamalarni ko‘paytirib  $20^5 \equiv 1(mod 11)$  ni darajaga oshirib  $20^{15} \equiv 1(mod 11)$  hosil qilamiz. Bundan  $20^5 - 1 \equiv 0(mod 11)$  taqqoslamaga ega bo‘lamiz.

Endi  $20 \equiv -11(mod 31)$  taqqoslamani darajaga oshirib  $20^2 \equiv 121 \equiv -3(mod 31)$  va  $20^3 \equiv (-11) * (-3) \equiv 33 \equiv 2(mod 31)$  ni hosil qilamiz.  $20^3 \equiv 2(mod 31)$  taqqoslamani darajaga oshiramiz va  $20^{15} \equiv 2^5 \equiv 1(mod 31)$  bundan  $20^{15} - 1 \equiv 0(mod 31)$  taqqoslamaga ega bo‘lamiz.

Bizga ma‘lumki  $3^4 \equiv 20(mod 61)$  taqqoslamani darajaga oshirib

$3^{60} \equiv 20^{15}(mod 61)$  taqqoslamaga ega bo‘lamiz. *Fermaning kichik teoremasiga* ko‘ra  $EKUB(3; 61) = 1$  ekanidan  $3^{60} \equiv 1(mod 61)$  taqqoslama o‘rinli bundan

$3^{60} \equiv 20^{15} \equiv 1(mod 61)$  demak  $20^{15} - 1 \equiv 0(mod 61)$ .

**2-masala:**  $2^{70} + 3^{70}$  yig‘indining 13 ga qoldiqsiz bo‘linishini isbotlang.

**Isbot:** *Ferma teoremasidan* bizga ma‘lumki  $2^{12} \equiv 1(mod 13)$  o‘rinli, taqqoslamani darajaga oshirib  $2^{60} \equiv 1(mod 13)$  ni hosil qilamiz.

$2^5 \equiv 6(mod 13)$  taqqoslamadan  $2^{10} \equiv 36(mod 13)$  ni hosil qilamiz.

$2^{60} \equiv 1(mod 13)$  va  $2^{10} \equiv 36(mod 13)$  taqqoslamalarni hadma – had ko‘paytirib  $2^{70} \equiv 36(mod 13)$  taqqoslamani hosil qilamiz. Endi

$3^3 \equiv 1(mod 13)$  taqqoslamani darajaga ko‘tarib  $3^{69} \equiv 1(mod 13)$  ga ega bo‘lamiz. Hadlarini 3 ga ko‘paytirib  $3^{70} \equiv 3(mod 13)$  ni hosil qilamiz.  $2^{70} \equiv 36(mod 13)$  va  $3^{70} \equiv 3(mod 13)$  taqqoslamalarni hadma – had qo‘shib  $2^{70} + 3^{70} \equiv 36 + 3 \equiv 0(mod 13)$  ni hosil qilamiz. Demak  $2^{70} + 3^{70}$  yig‘indi 13 ga qoldiqsiz bo‘linadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov “ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI”, Toshkent – 2019.



2. A. S. Yunusov, S. I. Afonina, M. A. Berdiqulov, D. I. Yunusova. “QIZIQARLI MATEMATIKA VA OLIMPIADA MASALALARI”, „O‘qituvchi” nashriyoti. Toshkent – 2007.

3. Dixon M.R., Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya., Algebra and Number theory. 2010.

## NYUTON BINOMI FORMULASINING BO‘LINISH MUNOSABATIGA TADBIQI.

Saidova S.G.<sup>1</sup>, Amirov A.K.<sup>2</sup>

[sumbulasaidova97@gmail.com](mailto:sumbulasaidova97@gmail.com), [abdurasulamirov2@gmail.com](mailto:abdurasulamirov2@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Shahrisabz davlat pedagogika instituti.

**Annotatsiya.** Ushbu tezisdagi Nyuton binomi formulasi yordamida bo‘linish munosabatining bir teoremasi isbotlangan.

**1-ta’rif:** Agar noldan farqli  $a$  va  $b$  butun sonlar uchun  $a = bq$  tenglikni qanoatlantiruvchi  $q$  butun son mavjud bo‘lsa, u holda  $a$  son  $b$  songa qoldiqsiz bo‘linadi (qisqacha bo‘ladi) yoki  $b$  son  $a$  sonni bo‘ladi deyiladi, hamda  $b|a$  kabi belgilanadi.

$a = bq$  tenglikdagi  $a$  son bo‘linuvchi,  $b$  son  $a$  sonining bo‘luvchisi,  $q$  son esa bo‘linma deb ataladi.[1]

**Nyuton binomi:**  $a$  va  $x$  haqiqiy sonlar va  $n$  butun son uchun

$$(a + x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x^1 + \dots + C_n^k a^{n-k} x^k + \dots + C_n^n x^n$$

ushbu formula Nyuton binomi formulasidan iborat, bunda  $C_n^0 = C_n^n = 1$ ,  $0! = 1$  deb qabul qilingan.  $C_n^k$  kasr son Nyuton binomining  $(k + 1) -$  koeffitsiyenti, qisqacha binomial koeffitsiyent deyiladi va  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  kabi hisoblanadi.[2]

Nyuton binomi formulasida  $m \in N$  uchun,

$$(1 + m)^m = 1 + C_m^1 m + \dots + C_m^k m^k + \dots + C_m^m m^m \text{ tenglikdan,}$$

$$(1 + m)^m - 1 = C_m^1 m + \dots + C_m^k m^k + \dots + C_m^m m^m,$$

$$(1 + m)^m - 1 = m^2 (1 + C_m^2 + \dots + C_m^k m^{k-2} + \dots + C_m^m m^{m-2})$$

Demak barcha  $m$  natural sonlar uchun  $m^2 | (1 + m)^m - 1$  ya’ni  $(1 + m)^m - 1$  soni  $m^2$  soniga qoldiqsiz bo‘linadi, agar  $m = 2^n - 1$  deb olsak,

$(2^n - 1)^2 | (2^{2^n-1})^n - 1$  ya’ni  $(2^{2^n-1})^n - 1$  soni  $(2^n - 1)^2$  soniga qoldiqsiz bo‘linadi.

**Teorema:** Barcha  $n \in N$  uchun  $(2^{2^n-1})^n - 1$  soni  $(2^n - 1)^2$  soniga qoldiqsiz bo‘linadi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov  
“ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI”, Toshkent – 2019.

2. A.U.Abduhamidov, H.A.Nasimov, U.I.Nosirov, J.H.Husanov “ALGEBRA VA MATEMATIK ANALIZ ASOSLARI” akademik litseylar uchun II qism, Toshkent – 2008.

## АНИҚ ИНТЕГРАЛ ЁРДАМИДА ЙИГИНДИНИНГ ЛИМИТИНИ ҲИСОБЛАШ

Саипназаров Ш.А.<sup>1</sup>, Файзиёв, Ж.А.<sup>2</sup>, Саидова М.Ю.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>shaylovbek.s.a@gmail.com, <sup>2</sup>j.fazyiyev@tsue.uz,

<sup>3</sup>saidovamunirajon@gmail.com

<sup>1,2,3</sup>Тошкент Давлат Иқтисодиёт Университети

**Аннотация:** *Йигиндининг қўшилувчилар сони чегараланмаган ҳолда ўсадиган бўлса, бундай ҳолларда йигиндининг лимитини ҳисоблаш зарурати келиб чиқади. Агар берилган йигиндини интеграл йигиндиси кўринишида ёзиш имкониятига эришилса, у ҳолда бундай лимитларни аниқ интеграл ёрдамида ҳисоблаш мумкин.*

Айтайлик,  $f(x)$  функция  $[a; b]$  кесмада узлуксиз бўлсин. Бу кесмани ихтиёрий равишда  $n$  бўлакка бўламиз ва бўлиниш нуқталарни кетма – кет  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$  яъни  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$  кўринишда ёзамиз.  $[x_{k-1}; x_k]$  кесма узунлигини  $\Delta x_k$  билан белгилаймиз, у ҳолда  $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$  бўлади.

$[x_{k-1}; x_k]$  кесма узунлигини энг каттасини  $d_n$  билан белгилаймиз, яъни

$$d_n = \max_k \Delta x_k$$

Ҳар бир  $[x_{k-1}; x_k]$  кесмада, бунда  $k = 1, 2, \dots, n$  ихтиёрий  $\varepsilon_k$  нуқтани танлаймиз;  $f(x)$  функциянинг  $\varepsilon_k$  нуқтадаги қиймати  $f(\varepsilon_k)$  ни  $k = 1, 2, \dots, n$  лар учун  $\Delta x_k$  га кўпайтирамиз ва барча шундай кўпайтмалар учун йигинди тузамиз, уни  $\delta_n$  билан белгилаймиз, ҳамда уни  $f(x)$  функциянинг интеграл йигиндиси деб атаимиз.

$$\begin{aligned} \delta_n &= f(\varepsilon_1)(x_1 - x_0) + f(\varepsilon_2)(x_2 - x_1) + \dots + f(\varepsilon_n)(x_n - x_{n-1}) = \\ &= \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k)(x_k - x_{k-1}) \end{aligned}$$

Шундай қилиб,  $\delta_n = \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k) \Delta x_k$   $[a; b]$  кесмада узлуксиз бўлган

$f(x)$  функция учун қуйидаги тасдиқ ўринли: агар чегараланмаган ҳолда

$n$  бўлаклар сони ортадиган бўлса,  $d_n$  масофа нолга интилади ва  $S_n$  интеграл йигиндиси кетма – кетлиги  $[a; b]$  кесмани қандай бўлинишига ва  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  нуқталарнинг танланишига боғлиқ бўлмайди. Бу лимит тенг

бўлган сон  $f(x)$  функциянинг  $a$  дан  $b$  гача аниқ интеграл деб юритилади ва  $\int_a^b f(x)dx$  каби белгиланади.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{d_n \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k) \Delta x_k$$

Масалан,  $[0;1]$  кесмани узунлиги  $\Delta x = \frac{1}{n}$  бўлган  $n$  та тенг бўлакка

бўлиб, яъни  $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}$

хар қандай узлуксиз  $f(x)$  функция учун қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n}{n}\right) \right] = \int_0^1 f(x)dx$$

**1-мисол.** Лимитни ҳисобланг.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left[ 1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \sqrt{\frac{n}{n+9}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n+3(n-1)}} \right]$$

**Ечиш:** Берилган ифодани қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\begin{aligned} \frac{3}{n} \left[ 1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n+3(n-1)}} \right] &= \\ = \frac{3}{n} \left[ \sqrt{\frac{1}{1+0}} + \sqrt{\frac{1}{1+3/n}} + \sqrt{\frac{1}{1+6/n}} + \dots + \sqrt{\frac{1}{1+3(n-1)/n}} \right] \end{aligned}$$

Ҳосил қилинган йиғинди  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{1+x}}$  функция учун  $[0; 3]$  кесмада интеграл йиғинди бўлади, шунинг учун таърифга кўра

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left[ 1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n+3(n-1)}} \right] &= \int_0^3 \sqrt{\frac{1}{1+x}} dx = \int_0^3 (1+x)^{-\frac{1}{2}} dx = \\ &= 2\sqrt{1+x} \Big|_0^3 = 2(2-1) = 2 \end{aligned}$$

**2-мисол.** Лимитни ҳисобланг.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$

**Ечиш:**  $t = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ , ҳар иккала қисмини логарифмлаймиз.

$$\ln t = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \frac{\sqrt[n]{n!}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \ln \frac{1}{n} + \ln \frac{2}{n} + \dots + \ln \frac{2}{n} \right]$$

Лимит остидаги ифода қуйидаги интеграл учун интеграл йиғинди бўлади.

$$\int_0^1 \ln x dx = x \ln x \Big|_0^1 - \int_0^1 dx = 0 - x \Big|_0^1 = -1 \quad \ln t = -1, \quad t = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

**3-мисол.** Лимитни ҳисобланг.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^m + 2^m + 3^m + \dots + n^m}{n^{m+1}}$

**Ечиш:** Лимит остидаги ифодани қуйидагича ёзиб оламиз.

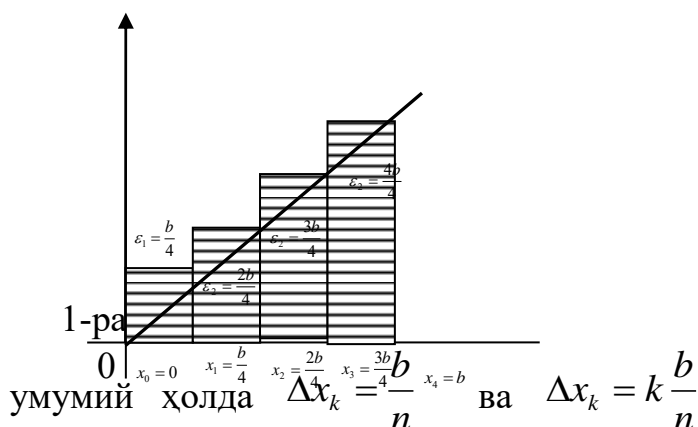
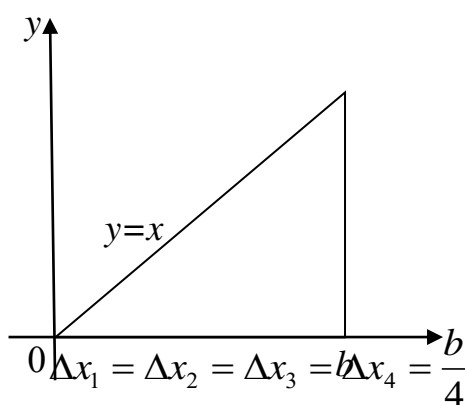
$$\frac{1^m + 2^m + 3^m + \dots + n^m}{n^{m+1}} = \frac{1}{n} \left( \left( \frac{1}{n} \right)^m + \left( \frac{2}{n} \right)^m + \dots + \left( \frac{n}{n} \right)^m \right)$$

Ҳосил қилинган йиғинди  $f(x) = x^m$  функция учун  $[0;1]$  кесмада интеграл йиғинди бўлади, шунинг учун

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^m + 2^m + 3^m + \dots + n^m}{n^{m+1}} = \int_0^1 x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{m+1}$$

Энди тескари масалани қараймиз, яъни таъриф бўйича аниқ интегрални ҳисоблаймиз. Масалан,  $\int_0^b x dx$  ни таъриф бўйича аниқ интегрални ҳисоблаймиз.

Маълумки, интеграл йиғинди  $S_n$   $[0; b]$  кесмани  $n$  та бўлакка бўлишда  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  нуқталарни танлашга боғлиқ эмас, у ҳолда  $[0; b]$  кесмани тенг  $n$  бўлакка бўламиз (1-расм,  $n = 4$ ).



$\varepsilon_k = x_k = \frac{kb}{n}$ , у ҳолда  $f(\varepsilon_k) = k \frac{b}{n}$  ва интеграл йиғинди учун ушбу ифодани ҳосил қиламиз.

$$S_n = \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k) \Delta x_k = \sum_{k=1}^n \frac{kb}{n} \cdot \frac{b}{n} = \frac{b^2}{n^2} (1 + 2 + \dots + n) = \frac{b^2}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2}, \text{ у ҳолда}$$

$$S_n = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{n+1}{n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{b^2}{2} = \int_0^b x dx$$

Бизнинг мақсадимиз баъзи йиғиндиларни лимитини топишда аниқ интегрални ёрдами зарурлигини эслатиш. Агар йиғиндини интеграл йиғинди кўринишига келтириш мумкин бўлса, муаммо ҳал бўлишини ва бунинг учун аниқ интеграл таърифини чуқур ўзлаштириш лозимлигини кўрсатиш эди.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Б.П. Демидович «Сборник задач и упражнений по математическому анализу». М.: 1977, Наука.
2. В.В.Вавилов и другие. “Задачи по математике”. Начала анализа. М.: 1990. 607 ст. Наука.

### BA’ZI GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA O’ZGACHA YONDASHUV (tekislikda ko’pburchaklar)

Sotvoldiyev A.I.<sup>1</sup>, Bakirov S.D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[akmal.sotvoldiyev@mail.ru](mailto:akmal.sotvoldiyev@mail.ru), <sup>2</sup>[bakirov5815@gmail.com](mailto:bakirov5815@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Toshkent moliya instituti

Miloddan avval massalar markazining xossalariidan foydalangan holda matematik masalalarni isbotlash imkoniyati kashf etilgan. Xususan, uchburchakning uchta medianasining bir nuqtada kesishishi haqidagi teorema Arximed tomonidan isbotlangan. Arximedning mulohazalari keyinchalik ko’plab geometriyachilar (Papp, Ceva, Gulden, Luillier va boshqalar) tomonidan qo’llanilgan va takomillashtirilgan. Massalar markazining bir qancha oddiy xossalari geometriya va algebraning turli masalalarini yechishda keng qo’llanilgan. Jumladan, bir nechta to’g’ri chiziqlar bir nuqtada kesishadimi, bir nechta nuqta bir to’g’ri chiziqda (yoki bir tekislikda) yotadimi yoki yo’qmi, degan savollarga javob berish mumkin.

Ammo, massa markazlarining xususiyatlaridan foydalangan holda fikr yuritish geometrik masalalarga matematik jihatdan qat’iy yechimlarni bera olmasligi (garchi bu masalalarlarga ishonchli javoblarni taxmin qilish uchun foydali bo’lsada) e’tirozlar keltirib chiqargan. Biroq, bu fikr noto’g’ri. Geometrik jihatdan, bu fikrlarni aniq ko’rib chiqishning maqsadga muvofiqligi oldindan aniq emas va to’satdan, mo’jizaviy tarzda, ulardan foydalanish qiyin geometrik masalalarning yechimini tezda topishga imkon beradi.

Arximed yashagan vaqtdan ikki ming yil o’tib, yana bir ajoyib matematik Leonhard Eyler inertiya momenti tushunchasini fanga kiritdi va jismlarning aylanish harakatini o’rgandi. Massa markazida bo’lgani kabi bu tushunchadan foydalanib, qiyin va qiziqarli geometrik masalalarni isbotlashning hayratlanarli

usullarini yaratdi. Inersiya momentining xususiyatlari (xususan, Lagranj va Yakobi formulalari) massa markazining xususiyatlari bilan chambarchas bog'liqdir.

Aytish mumkinki, ba'zi geometrik masalalarni yechish ko'p mexnat talab qiladi. Bunda o'quvchi geometriya kursining asosiy formulalari, teorema va ta'riflarini yaxshi bilishi kerak bo'ladi. Shularni inobatga olgan holda ba'zi bir geometrik masalalarni yechishda o'zgacha yondashuv qilib ko'rmoqchimiz. Buning uchun mexanikadagi massalarni og'irlik markazini aniqlash (richag qoidasi)ni ko'rib chiqamiz.

Agar  $P$  nuqtaga  $m$  massali jism qo'yilgan bo'lsa,  $mP$  kabi yozamiz. Bunda moddiy nuqta ( $\bullet m_1P$ ) bo'lsin.

Richag qoidasi:



1-rasm

$$m_1 \cdot OA = m_2 \cdot OB$$

yoki

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{OB}{OA}$$

**Ta'rif.**  $m_1P_1, m_2P_2, \dots, m_nP_n$  moddiy nuqtalar sistemasining og'irlik markazi deb,

$$m_1 \cdot \vec{OP}_1 + m_2 \cdot \vec{OP}_2 + \dots + m_n \cdot \vec{OP}_n = \vec{0}$$

shartni qanoatlantiruvchi  $O$  nuqtaga aytiladi va

$$O = c(m_1P_1, m_2P_2, \dots, m_nP_n)$$

yoki

$$(m_1 + m_2 + \dots + m_n)O = m_1P_1 + m_2P_2 + \dots + m_nP_n$$

kabi yoziladi.

**1-xossa:** Chekli sondagi moddiy nuqtalardan tashkil topgan  $m_1P_1, m_2P_2, \dots, m_nP_n$  sistemaning og'irlik markaz **mavjud** va **yagona**.

**2-xossa:** Ikki nuqtadan tashkil topgan  $m_1P_1, m_2P_2$  sistema og'irlik markazi:  $O = c(m_1P_1, m_2P_2)$ , bu ikki nuqtani tutashtiruvchi **kesmada** yotadi.

**Izoh:** Nuqtaning o'rni richag qoidasi ( $m_1 \cdot OP_1 = m_2 \cdot OP_2$ ) bo'yicha aniqlanadi.

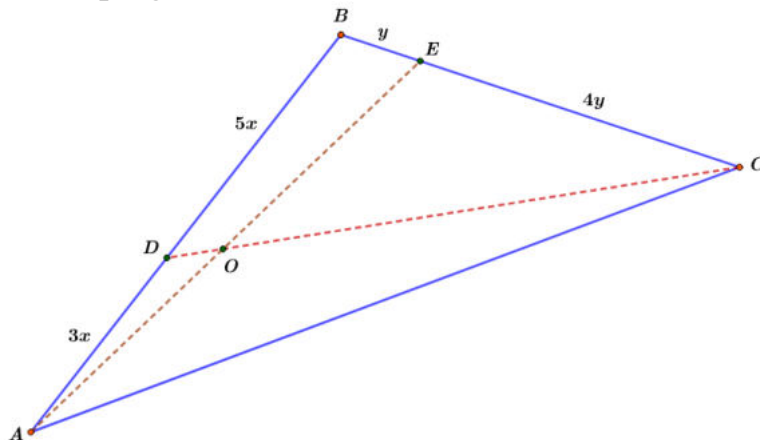
**3-xossa:** Agar  $m_1P_1, m_2P_2, \dots, m_nP_n$  moddiy nuqtalar sistemasidagi ba'zi moddiy nuqtalar to'plamini massasi ular massalari yig'indisiga teng bo'lgan og'irlik markazi bilan almashtirilsa, u holda butun sistemaning og'irlik markazi o'zgarmaydi.

Ixtiyoriy  $O$  nuqta uchun:

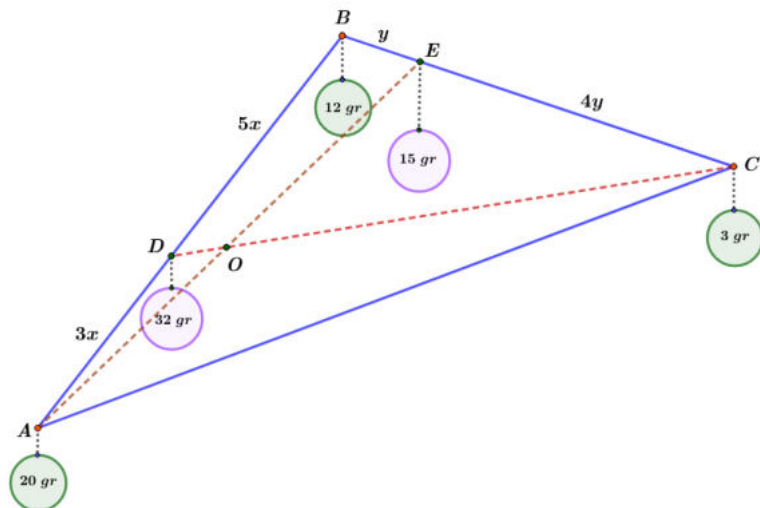
$$\vec{OG} = \frac{m_1 \cdot \vec{OP}_1 + m_2 \cdot \vec{OP}_2 + \dots + m_n \cdot \vec{OP}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

**Masala.**  $ABC$  uchburchakning  $AB$  va  $BC$  tomonlaridan mos ravishda  $D$  va  $E$  nuqtalar olingan bo'lib, bu nuqtalarda tomonlar  $AD:DB=3:5$  va  $BE:EC=1:4$  nisbatda bo'linadi.  $CD$  va  $AE$  kesmalar  $O$  nuqtada kesishadi.  $AO:OE$  va  $CO:OD$  nisbatlarni toping.



**Yechish:** Bu misolni yechimini aniqlashda richag qoidasidan foydalanamiz. Bunda  $EKUK(3, 5, 1, 4) = 60$ . U holda



$$20 \cdot AO = 15 \cdot OE \Rightarrow \frac{AO}{OE} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

va

$$3 \cdot CO = 32 \cdot OD \Rightarrow \frac{CO}{OD} = \frac{32}{3}$$

demak,

$$AO:OE = 3:4 \quad \text{va} \quad CO:OD = 32:3$$

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. Библиотека КВАНТ. Вып. 61. М.: Наука. 1987. 162 с.
2. Sotvoldiyev A.I. Elementar matematika: MA'LUMOTNOMA. T.: "Fan" nashriyoti, 2019. 96 bet.

# ONE OF THE APPLICATIONS OF THE DERIVATIVE FUNCTION

Tillabayev B.Sh<sup>1</sup>, Mirzaxakimova F.A<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[boburtillabayev@gmail.com](mailto:boburtillabayev@gmail.com),

<sup>1,2</sup>Fergana Politecnical Institute

**Abstract.** *This article presents approximate calculations of using the exact integral.*

Let us be given a non-standard equation in the form of some kind of  $f(x) = 0$  in section  $[a, b]$ . Let it be required to find the solution of this equation in Section  $[a, b]$  (if it exists)  $\varepsilon$  in accuracy.

First of all, we check whether the function  $f(x)$  satisfies the conditions first theorem of Baltsano-Cauchy in the section  $[a, b]$  or not. [1]

First theorem of Baltsano-Cauchy. If the  $f(x)$  function is defined in the section  $[a, b]$  and continuous, has different sign value at the extreme points of the interval, then there exists a point  $c \in (a, b)$  such that  $f(c) = 0$ .

So, if the  $f(x)$  function fulfills the conditions of the theorem, then the section  $[a, b]$  contains the solution of the equation  $f(x) = 0$ .

Suppose that the section  $[a, b]$  contains the root of the equation  $f(x) = 0$ . That is, let  $x \in [a, b]$  exist such that  $f(x) = 0$  is equal. Also let be  $x = a + \Delta x$ . Then the equality  $f(a + \Delta x) = 0$  holds. If we consider the equation

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x,$$

$$f(a + \Delta x) \approx f(a) + f'(a) \cdot \Delta x \approx 0$$

equality, that is,  $\Delta x \approx -\frac{f(a)}{f'(a)}$  is formed. From this, if we consider the equality

$$\Delta x = a - x,$$

$$x - a \approx -\frac{f(a)}{f'(a)}, \quad x \approx a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

equalities are formed.

If the equality  $\left| -\frac{f(a)}{f'(a)} \right| < \varepsilon$  is fulfilled, the solution of the equation will be found approximately with accuracy  $\varepsilon$ .

Suppose that this inequality does not hold, then we denote  $a - \frac{f(a)}{f'(a)}$  by  $x_1$  and consider the equation in the interval  $[x_1, b]$ . Denote the root of the equation as  $x = x_1 + \Delta x$  and calculate  $x \approx x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ . If we denote it as  $x_2$  and  $|x_2 - x_1| < \varepsilon$  then  $x_1 + \Delta x$  is the root. Continuing in this way, after a finite step, the inequality



$|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$  is satisfied and  $x_n$  is taken to be an approximate solution of the given equation around  $\varepsilon$ . [2]

Example 1. Prove that the equation  $f(x) = x^3 - 3x - 6$  has a unique solution in the interval and find it with precision 0.001.

Solving.  $f(x) = x^3 - 3x - 6$  is a function defined, continuous and  $f(2) = -4 < 0$ ,  $f(3) = 12 > 0$ . On the other hand  $\forall x \in (2; 3)$  for  $f'(x) = 3(x^2 - 1) > 0$ , that is, the function is increasing. Therefore, the equation  $x^3 - 3x - 6 = 0$  has a unique solution. Now let's say  $x = 2 + \Delta x$  and find  $\Delta x$  such that  $f(x) = f(2 + \Delta x) = 0$ . For sufficiently small  $\Delta x$

$$f(2 + \Delta x) = f(2) + \Delta f(2) \approx f(2) + f'(2) \cdot \Delta x.$$

Then we come to the equation  $f(2) + f'(2) \cdot \Delta x \approx 0$ . By finding  $\Delta x \approx -\frac{f(2)}{f'(2)}$

from this, we find the equation  $x = 2 + \Delta x \approx 2 - \frac{f(2)}{f'(2)}$  for the solution. Finally,

taking into account that  $f(2) = -4$ ,  $f'(2) = (3x^2 - 3)|_{x=2} = 9$ , we find  $x \approx x_1 = 2 - \frac{-4}{9} = 2.4$ . Using the same reasoning, we find the solution:

$$x_2 = 2.4 - \frac{f(2.4)}{f'(2.4)} = 2.4 - \frac{0.62}{14.28} \approx 2.360, \quad |x_2 - x_1| = 0.40 > 0.001;$$

$$x_3 = 2.360 - \frac{f(2.360)}{f'(2.360)} \approx 2.356, \quad |x_3 - x_2| = 0.004 > 0.001;$$

$$x_4 = 2.356 - \frac{f(2.356)}{f'(2.356)} \approx 2.356, \quad |x_4 - x_3| = 0.000 < 0.001.$$

Therefore, the number 2.356 is the solution of the equation with an accuracy of 0.001.

## LITERATURES

1. Азларов Т., Мансуров Х. Математик анализ. –Тошкент, 1995.
2. Фихтенгольц Г. М., Математик анализ асослари. –Тошкент, 1970.

## EHTIMOLLIK XOSSALARI YORDAMIDA MASALALARNI YECHISH

**Toshboyev J.M.**

[toshboyevjavlon5@gmail.com](mailto:toshboyevjavlon5@gmail.com)

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

**Annotatsiya:** Ushbu maqolaning asosiy maqsadi o'rta maktab, akademik litseylardagi o'quvchilarga ehtimollar nazariyasi bo'limidan ehtimollik xossalari orqali masalalarda tadbiq qilish.

**Ta'rif.** Agar  $\Omega$  to'plamda aniqlangan  $P(\omega)$  funksiya uchun quyidagi shartlar bajarilsa,

$$0 \leq P(\omega) \leq 1, \quad \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$$

bu funksiya ehtimollikning taqsimoti deyiladi.

Ixtiyoriy  $A$  hodisaning ehtimolligi deb,

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega)$$

songa aytiladi.

$S$  hodisalar algebrasida aniqlangan, haqiqiy qiymatlar qabul qiluvchi  $P(A)$  funksiya ehtimollik deyiladi, agar u uchun quyidagi aksiomalar o'rinli bo'lsa:

A1: ixtiyoriy  $A \in S$  hodisaning ehtimolligi manfiy emas  $P(A) \geq 0$  (nomanfiylik aksiomasi);

A2: muqarrar hodisaning ehtimolligi birga teng  $P(\Omega) = 1$  (nomanfiylik aksiomasi);

A3: juft-jufti bilan birgalikda bo'lmagan hodisalar yig'indisining ehtimolligi shu hodisalar ehtimollari yig'indisiga teng, ya'ni agar  $A_i * A_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$  bo'lsa u holda

$$P(\bigcup_k A_k) = \sum_k P(A_k)$$

(additivlik aksiomasi)

Biz ushbu maqolamizda ehtimollik xossalari keltirib o'tamiz:

Kolmogorov aksiomalarining tatbiqi sifatida quyidagi xossalarni keltiraman:

1. Mumkin bo'lmagan hodisaning ehtimoli nolga teng

$$P(\emptyset) = 0.$$

Isboti:  $A + \emptyset = A$ ,  $A * \emptyset = \emptyset$  tengliklardan A3 aksiomaga ko'ra

$$P(A) + P(\emptyset) = P(A) \Rightarrow P(\emptyset) = 0$$

2. Qarama-qarshi hodisalarning ehtimolliklari yig'indisi birga teng

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Isboti:  $A + \bar{A} = \Omega$ ,  $A * \bar{A} = \emptyset$  tengliklardan  $P(A) + P(\bar{A}) = P(\Omega)$  hamda A2 va A3 aksiomalardan esa  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$  tenglik kelib chiqadi.

3. Ixtiyoriy hodisaning ehtimolligi uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Isboti: 2-xossaga ko'ra  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$  va A1 aksiomaga asosan

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

4. Agar  $A$  hodisa  $B$  hodisani ergashtirgan bo'lsa, u holda

$$P(A) \leq P(B).$$

Isboti:  $A$  hodisa  $B$  hodisani ergashtirishidan

$B=(B-A)+A$  va  $(B-A)*A=\Omega$ . A3 aksiomaga ko'ra  $P(B)=P(B-A)+P(A)$ ,  $P(B-A)\geq 0$  bo'lgani uchun  $P(A)\leq P(B)$ .

5. Agar birgalikda bo'lmagan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  hodisalar to'la gruppani tashkil etsa, ya'ni  $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$   $A_i * A_j = \emptyset, i \neq j$  bo'lsa u holda

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

Isboti:  $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$  tenglik, A2 va A3 aksiomalarga ko'ra  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ .

Ehtimollik xossalaridan foydalanib ba'zi masalalarni ko'rib chiqamiz

**1-masala.** Simmetrik o'yin kubi  $n$  marta tashlanayotgan bo'lsin.

O'yin kubining hech bo'lmaganda bir marta tushish hodisasining ehtimoli topamiz.

*Yechish.* Tajriba natijalari  $e=(i_1, i_2, \dots, i_n)$  ko'rinishidagi shunday vektorlardan iboratki, bunday vektorlarning har bir tashkil etuvchisi

1, 2, 3, 4, 5, 6 sonlarning biridan iborat bo'ladi ( $i_k$ -o'yin kubini bildiradi).

Umumiy hollar soni  $6^n$  dan iborat  $\bar{A}$  hodisaga  $i_k$  sonlardan birortasi ham 6ga teng bo'lmagan sinov natijalarigina imkon yaratadi, bunday sinov natijalarining soniga teng. Demak,

$$P(\bar{A}) = \frac{5^n}{6^n}, P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

**2-masala.** Ichida 9ta oq, malla va ko'k shar bo'lgan qutida 4ta oq va 3ta malla shar bor. Qutidan rangi ko'k bo'lmagan shar olish ehtimolini topamiz.

*Yechish.*  $A$  hodisa olingan sharning oq bo'lishini,  $B$  hodisa esa uning malla rangli bo'lishi hodisasini ifoda qilsin. Olingan sharning ko'k rangli bo'lmasligi uning oq yoki malla rangli bo'lishini bildiradi.

Ehtimolning ta'rifiga ko'ra:

$$P(A) = \frac{4}{9} \quad P(B) = \frac{3}{9}$$

Endi ko'k rangli bo'lmagan shar chiqish ehtimolini qo'shish teoremasiga asoslanib topamiz:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9}$$

**3-masala.** Agar  $P(A)=0,85$  bo'lsa,  $A$  hodisaga qarama-qarshi hodisaning ehtimoli topilsin.

$$0,85 + P(\bar{A}) = 1 \quad P(\bar{A}) = 0,15$$

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A.Abdushukurov "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikasi" Toshkent-2010.

2. U.X.Xonqulov "Matematikaning stoxastika yo'nalishi elementlari" Toshkent-2017.

3. S.F.Fayzullayeva "Ehtimollar nazariyasidan masalalar to'plami" O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyat nashriyoti Toshkent-2006.

## XALQARO BAXOLASH TIZIMI ASOSIDA TA'LIM JARAYONINI TASHKIL QILISH

**Turdiboyev D.X.**

*dilshod.turdiboyev.82@mail.ru*

Guliston davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Maqolada, umumta'lim muassasalarida xalqaro baxolash tizimi asosida ta'lim jarayonini takomillashtirish bo'yicha o'quv mazmun yaratishning me'zonlari va shu me'zonlar asosida didaktik materiallar ishlab chiqishning nazariy-metodik asoslari yoritildi.*

Respublikamizning barcha hududlarida iqtidorli yoshlarni saralab olish maqsadida Prezident agentligi huzuridagi maktablar ochildi va ular xalqaro baholash talablari asosida o'qitishga ixtisoslashtirildi. Umumta'lim maktablarida xalqaro baxolash talablari asosida tashkil qilish texnologiyalaridan biri STEAM o'qitish texnologiyasi xisoblanib, ushbu texnologiya real hayot bilan bog'lovchi ta'limga zamonaviy yondashuv hisoblanadi. Ta'limga STEAM texnologiyasi bo'yicha yondashuvining asosiy g'oyasi: amaliyotning nazariy birligi kabi juda muhim tamoyilning mavjud ekanligi hisoblanadi. Ya'ni, o'quvchi fanni o'rganish vaqtida nafaqat intellektual fikrlash balki, amaliyotda qo'llash ko'nikmasini shakllantirishga e'tibor qaratiladi. Ta'limga STEAM texnologiyasi bo'yicha yondashish o'quvchilarga nafaqat nazariy bilim berish balki, hayotga tatbiq etish va ijtimoiy sohaga yo'naltiradi[2].

Ta'limga STEAM texnologiyasi bo'yicha yondashish o'quvchilarda quyidagi ko'nikmalarini shakllantirish va rivojlantirish imkoniyatini beradi:

- Muammoni keng mazmunda tushunish;
- Ijodiy va kreativ fikrlash;
- Muhandislik yondashuvi;
- Mantiqiy va tanqidiy fikrlash;
- Amaliyotda ilmiy metodlarni tushunish va qo'llash;
- Dizaynerlik qobilayi shakllanishi.

Ta'lim amaliyoti shuni ko'rsatadiki, boshlang'ich sinflarda matematika fanini o'rganishni boshlagan vaqtlarida darsda o'qitiladigan dastlabki mavzularga qiziqish bilan faol qatanashadilar va o'quvchi matematika darsida faol ishtirok etadi. Biroq, o'quvchilarni yoshi kattalashib borgan sari matematikaga qiziqadigan o'quvchilar soni kamayib qoladi. O'qituvchilarning o'qitish uslublarning yangilanmaganligi bois, o'quvchilar orasida matematikani o'qishga bo'lgan qiziqish yo'qoladi.

Ma'lumki, TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS) o'quvchilarning matematik va tabiiy fanlar bo'yicha nazariy va kognitiv(eslash,aniqash, tartiblash, xisoblash va mulohaza yuritish) bilimlarini baxolash bo'yicha xalqaro tadqiqot me'zonlaridir[4]. Ushbu xalqaro baholash tizimida boshlang'ich sinf o'quvchilarining matematika fani bo'yicha quyidagi bilimlar mazmunida baholash mezonlari ishlab chiqiladi:

- 1) Sonlar va matematik amallar;
- 2) Geometriya va o'lchashlar;

3) Ma'lumotlarni tahlil qilish va ular bilan ishlash.

O'quvchilarining kognitiv kompetentsiyalarini shakllantirishda quyidagi me'zonlar inobatga olinadi.

Esga olish – o'rganilayotgan tushunchaning ta'riflarini va xossalarini esga olish;

Aniqlashtirish – sonlar, algebraik ifodalar va miqdorlar, shakllarni aniqlash. Yangi tushunchalar bo'yicha ma'lumotlarni manba'lardan aniqlashtirish va tahlil qilish;

Tartibga solish - sonlar, algebraik ifodalar va miqdorlar, shakllarni ta'riflari va xossalarini tizimlashtirish;

Xisoblash – aniqlashtirilgan algoritm asosida to'g'ri algebraik amallarni bajarish.

Qo'llash – berilgan masalalarni hayotiy vaziyatlardan tuzib, o'quvchilarga ularni yechimin amalga oshirish qoidalarini ishlab chiqish.

Tasavvur qilish – qo'yilgan masalani echish uchun mos amallar va usullar va vositalarni aniqlashtirish hamda uni amalga oshirish.

Mulohaza yuritish – bunda o'quvchilarning mantiqiy, tizimli fikrlash muhim bo'lib, bunda masala yechimini topishda foydalanish mumkin bo'lgan matematik qonuniyat va qoidalarga asoslangan induktiv va deduktiv mulohazalar yuritiladi.

Tahlil qilish – sonli ifodalar, miqdorlar va shakllar orasida mantiqiy munosabatlarni tahlil qilish va tavsiflash.

Integratsiyalash – o'zlashtirilgan mavzular asosida bilimlarni turli elementlarini va o'quvchilarning tasavvur qobiliyatlarini rivojlantirish mexanizmlarini yaratish.

Umumlashtirish – mavzular orasidagi o'zaro mantiqiy munosabatlarni umulashtirib xulosalar qabul qilish.

Asoslash - qo'yilgan masalaning yechimini matematik asoslarini ifodalovchi mulohazalarni ishlab chiqish.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 5 sentyabrdagi "2018–2021 yillarda O'zbekiston Respublikasi xalq ta'limi tizimini yanada takomillashtirish bo'yicha chora-tadbirlar dasturi to'g'risida"gi № PQ–3931- son Qarori.

2. B.Q.Haydarov, D.E.Davletov, J.Yu. Saparboyev MATEMATIKA FANINI O'QITISHDA ZAMONAVIY YONDASHUVLAR VA INNOVATSIYALAR / Toshkent, 2018 y.

3. J.Tolipova Pedagogik kvalimetriya / Toshkent, 2016 y.

4. A.A.Ismailov, N.A.Karimov, B.Q.Haydarov, Sh.N.Ismoilov Xalqaro tadqiqotlarda o'quvchilarning matematik savodxonligini baholash. Toshkent, 2019.y.

## КЕТМА-КЕТЛИКНИНГ ЛИМИТИ ТУШУНЧАСИНИ КИРИТИШ ҲАҚИДА

Тургунбаев Р.М.

[musamat1@yandex.ru](mailto:musamat1@yandex.ru).

Низомий номидаги ТДПУ

**Аннотация.** Ушбу мақолада кетма-кетлик лимити тушунчасини тўпламнинг аниқ чегаралари тушунчалари билан боғлаб киритиш усули баён қилинади.

Кетма-кетликнинг лимити тушунчасини турли адабиётларда турлича киритилади. Масалан, [1] ўқув адабиётида кетма-кетлик ҳадларининг ортиши билан бирор сонга яқинлашиб бориши компьютерда ҳисоб-китоб орқали кўрсатилган ва кетма-кетлик лимитига таъриф берилган. Бошқа бир дарсликларда [масалан, 4] тўғридан тўғри кетма-кетлик лимити таърифи келтирилади. Учинчиларида [масалан, 2] бир нечта кетма-кетликлар берилиб, уларнинг ичида “яқинлашувчи” кетма-кетликлар ажратиб олинади, таърифланади. Тўртинчиларида эса кетма-кетлик графиги, ёки сонлар ўқидаги тасвири орқали лимит нима эканини тушунтириш ва сўнгра таъриф берилади [масалан, 3].

“Математика ва информатика” бакалавриат таълим йўналишида ўқитиладиган математик анализ ўқув фанида “Кетма-кетлик ва унинг лимити” мавзусида ҳам кетма-кетлик лимити анъанавий юқоридаги усуллардан бири ёрдамида киритилади. Ушбу мақолада биз бошқача ёндашувни таклиф қиламиз.

Одатда “Математик анализ” ўқув фанини ўқитиш ҳақиқий сонлар назариясини қуришдан бошланади. Бунда талабалар ҳақиқий сонларнинг чегараланган тўпламлари, уларнинг чегаралари, ораликлар, нуқтанинг атрофи ҳақида билимларга, юқоридан (қуйидан) чегараланган тўпламнинг аниқ юқори (қуйи) чегараси таърифи, берилган соннинг аниқ юқори (қуйи) чегара бўлишининг зарурий ва етарли шартини ифодаловчи қуйидаги теоремани ўзлаштиради:

**Теорема.** Берилган  $a$  сони юқоридан чегараланган  $E$  тўпламнинг аниқ юқори чегараси бўлиши учун қуйидаги шартларнинг бажарилиши зарур ва етарли: 1)  $\forall x \in E \ x \leq a$ ; 2)  $\forall \varepsilon > 0 \exists x' \in E \ x' > a - \varepsilon$ .

Талабалар, шунингдек, чегараланган кетма-кетлик, монотон кетма-кетлик тушунчалари билан ҳам танишадилар.

Кетма-кетлик лимити тушунчасини киритишдан олдин юқоридан чегараланган ва ўсувчи  $\{x_n\}$  кетма-кетликни қараймиз. У ҳолда  $E = \{x_n, n \in N\}$  тўпламнинг аниқ юқори чегараси мавжуд. Уни  $a$  билан белгилаймиз:  $a = \sup\{x_n, n \in N\} = \sup\{x_n\}$ . Юқоридаги теоремага кўра 1)  $\forall x_n \in E \ x_n \leq a$ ; 2)  $\forall \varepsilon > 0 \exists x'_n \in E \ x'_n > a - \varepsilon$ . Бу шартларни қуйидагича ёзиб олиш ҳам мумкин: 1)  $\forall n \in N \ x_n \leq a$ ; 2)  $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in N \ x_{n_0} > a - \varepsilon$ . Энди кетма-кетликнинг ўсувчи эканини эътиборга олсак, барча  $n > n_0$  ларда  $x_n > a - \varepsilon$  тенгсизлик ўринли бўлади. Талабалар диққатини қуйидагига

қаратамиз. Агар кетма-кетлик юқоридан чегараланган ва ўсувчи бўлса, у ҳолда ихтиёрий кичик  $\varepsilon$  мусбат сон олмайлик, шундай  $n_0$  натурал сон топилиб, ундан катта барча  $n$  га мос  $x_n$  кетма-кетлик ҳадлари  $a - \varepsilon < x_n \leq a$  тенгсизликни қаноатлантиради. Бундай ҳолда берилган  $\{x_n\}$  кетма-кетлик  $a$  сониға интилади, яқинлашади дейилади ва  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  деб ёзишға келишамиз,  $a$  сони  $\{x_n\}$  кетма-кетликнинг лимити дейилади.

Равшанки,  $a - \varepsilon < x_n \leq a$  тенгсизликдан  $a - \varepsilon < x_n < a + \varepsilon$ , ёки  $|x_n - a| < \varepsilon$  тенгсизлик келиб чиқади. Бошқача айтганда,  $\{x_n\}$  кетма-кетликни ҳадлари бирор номердан бошлаб  $a$  нуқтанинг  $\varepsilon$  атрофида ётади, ва бу бирор номер  $\varepsilon$  га боғлиқ.

Юқоридаги фикрларни қуйидан чегараланган камаювчи кетма-кетликлар учун ҳам айтишимиз мумкин.

Шундай қилиб биз, чегараланган кетма-кетликлар ва монотон кетма-кетликлар синфлари учун умумий бўлган хоссани ажратдик. Бу хоссани кетма-кетликларнинг кенгроқ синфларига давом эттириш мумкин эмасми?- деган савол туғилади. Бу саволға жавоб бериш учун кетма-кетликнинг лимитига қуйидагича таъриф берамиз.

Таъриф. Агар  $\{x_n\}$  кетма-кетлик учун шундай  $a$  сони мавжуд бўлиб,  $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0$  учун  $|x_n - a| < \varepsilon$  тенгсизлик ўринли бўлса,  $a$  сони  $\{x_n\}$  кетма-кетликнинг лимити,  $\{x_n\}$  кетма-кетлик эса яқинлашувчи дейилади.

Ушбу таърифни қаноатлантирувчи монотон бўлмаган кетма-кетлик сифатида умумий ҳади  $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$  бўлган кетма-кетликнинг лимити 0 сони эканини кўрсатиш мумкин.

Одатда, талабалар яқинлашиш, интилиш деганда чапдан, ўнгдан ёки бирор траектория бўйича яқинлашишни тасаввур қилади. Шу нуқтаи назардан монотон кетма-кетликлар чапдан ёки ўнгдан яқинлашишни тавсифлайди деб қарашимиз мумкин. Ўқитувчи яқинлашиш турлича бўлишини тушунтириши, кетма-кетликнинг лимити, яқинлашувчи кетма-кетлик тушунчалари яқинлашиш, интилишнинг математик модели сифатида қараш мумкинлигини таъкидлаш мақсадға мувофиқ.

### ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Anton H., Bivens I., Davis S. Calculus. Early Transcendentals. John Wiley & Sons, Inc. Copyright © 2012 Anton Textbooks, -1318 p.
2. Азларов Т., Мансуров Х., Математик анализ. 1-қисм.-Т.: “Ўқитувчи”, 1994.-416 б.
3. Toshmetov O‘., Turgunbayev R., Saydamatov E., Madirimov M. Matematik analiz I-qism. T.: “Extremum-Press”, 2015. -408 b.
4. Xudoyberganov G. va boshq. Matematik analizdan ma’ruzalar. I qism. 2010.-374 b.



## ОБ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ФОРМАХ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ В ПЕДВУЗЕ

Умаралиева Д.У.,

[khaldibekova96@gmail.com](mailto:khaldibekova96@gmail.com)

ТГПУ имени Низами, базовый докторант

**Аннотация.** В статье даны представления об организационных формах обучения математическому анализу и важности распределение содержания учебной темы между ними.

Цифровизация с каждым витком все сильнее меняет рынок труда, увеличивая потребность в специалистах с развитыми цифровыми навыками, что приводит к трансформации системы образования.

По мере увеличения продолжительности жизни и ускорения социальных изменений идея обучения на протяжении всей жизни набирает обороты. Одновременно появляется больше инструментов для непрерывного обучения, повышения квалификации и продвижения по карьерной лестнице.

Важная тенденция, которая будет только усиливаться со временем – это изменение роли преподавателя. Он перестал быть единственным источником знаний. Теперь он становится режиссёром, который создаёт и курирует образовательный процесс. На плечи преподавателя ложатся такие задачи:

1. Вовлекать студентов в обучение;
2. Поддерживать мотивацию;
3. Придумывать и режиссировать интерактивные проекты;
4. Учить мыслить и критически воспринимать информацию;
5. Оптимально организовать процесс обучения [1].

Последняя задача требует правильной организации учебного процесса на основе организационных форм обучения.

Сегодня вузы используют разнообразные организационные формы обучения, чтобы удовлетворить потребности студентов и приспособиться к быстро меняющимся условиям в образовательной сфере. Вместе с традиционными формами обучения, такими как лекции, семинары и практики, вузы используют онлайн-курсы, дистанционное.

Организационные формы обучения математике в вузах являются одной из ключевых тем в образовательном процессе. В последние годы много внимания уделяется различным подходам к организации учебных занятий и формам работы с студентами.

Классические организационные формы обучения математическому анализу включают в себя следующие методы:

1. Лекции - это основной метод обучения, в котором преподаватель читает материал и объясняет основные понятия и теории. Лекции могут сопровождаться примерами и демонстрациями, чтобы помочь учащимся понять материал.
2. Практические занятия — это метод, который помогает студентам применить теоретические знания на практике. В рамках практических



занятий студенты могут решать задачи и выполнять упражнения, которые помогают закрепить и применить полученные знания.

3. Самостоятельная работа - это форма обучения, которая предполагает самостоятельное изучение материала и выполнение заданий без участия преподавателя. Самостоятельная работа может включать в себя чтение учебников и статей, решение задач и выполнение практических заданий.

4. Экзамены и контрольные работы - это форма проверки знаний студентов, которая предполагает выполнение заданий и ответы на вопросы по теме математического анализа. Экзамены и контрольные работы помогают преподавателю оценить уровень знаний студентов и определить их успеваемость.

В методических работах приводятся требования, цели, а также методы к организационным формам обучения. Но распределение содержания учебной темы между организационными формами обучения пока не рассмотрены. Это актуально в связи с переходом к кредитно-модульной технологии, в которой 60% учебного материала отводится к самостоятельным работам [2].

Поэтому считаем важной задачей разработать методику распределения учебного материала между организационными формами обучения математическому анализу, в частности самостоятельной работе студентов.

Отношение времени, отводимого на аудиторную работу, ко времени, отводимому на самостоятельную работу, во всем мире составляет 1: 3,5 [3]. Такое соотношение основывается на огромном дидактическом потенциале этого вида учебной деятельности студентов. Чтобы эффективно реализовать этот дидактический потенциал, на наш взгляд нужно обеспечить преимущество распределения содержания учебных материалов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Краевский, В. В. Основы обучения. Дидактика и методика: учеб. пособие для студентов педвузов / В. В. Краевский, А. В. Хуторской. – М. : Академия, 2007. – 352 с.
2. Сорокина, Е. И. Организационные формы обучения в вузе / Е. И. Сорокина, Л. Н. Маковкина. — Текст : непосредственный // Инновационные педагогические технологии : материалы III Междунар. науч. конф. (г. Казань, октябрь 2015 г.). — Казань : Бук, 2015. — С. 171-174.
3. Тургунбаев Р.М. Тезаурусный анализ в организации обучения математике//Физика, математика и информатика. 2022. 4. 68-75 с.

# TRIGONOMETRIK INTEGRALNI BAHOLASH HAQIDA

Vohobova G.B.

[bekmaxmat@mail.ru](mailto:bekmaxmat@mail.ru)

Termiz Davlat Universiteti

**Annotatsiya.** Vinogradov tengsizligini yangicha isboti berilgan.

Ushbu ishda Vinogradov [2] tengsizligini yangi sodda isbotini beramiz.

Agar  $|f'(x)| \geq \delta > 0$  va  $g(x)$ ,  $f'$  monoton funksiyalar bo'lsa,

$$\left| \int_A^B e^{i\lambda f(x)} g(x) dx \right| \leq C \frac{(|g(A)| + |g(B) - g(A)|)}{|\lambda| \delta}$$

tengsizlik o'rinli.

Isbot: Tasdiqni isbotlash uchun integrallarning o'rta qiymat haqidagi Bonne formulasidan foydalanamiz ([1] ga qarang). Buning uchun berilgan  $e^{i\lambda f(x)}$  funksiyani trigonometrik shaklda yoyib yozib olamiz.

$$\begin{aligned} I &= \int_A^B e^{i\lambda f(x)} g(x) dx = \int_A^B [\cos \lambda f(x) + i \sin \lambda f(x)] g(x) dx = \\ &= \int_A^B \cos \lambda f(x) \cdot g(x) dx + i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx \end{aligned}$$

Integrallarni ikkita integral yig'indisi ko'rinishida yozib olamiz:  $I = I_1 + I_2$ .

$$\text{Bu yerda } I_1 = \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx, \quad I_2 = i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx.$$

Birinchi  $I_1 = \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx$  va  $I_2 = i \int_A^B \sin \lambda f(x) \cdot g(x) dx$  integralni hisoblab olamiz. O'rta qiymat haqidagi Bonne formulasini qo'llasak, quyidagicha ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) g(x) dx &= g(a) \int_a^\xi f(x) dx + g(b) \int_\xi^b f(x) dx \\ I_1 &= \int_A^B g(x) \cos \lambda f(x) dx = g(A) \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx + g(B) \int_\xi^B \cos \lambda f(x) dx \end{aligned}$$

Bu yerda integrallarni navbatma-navbat baholaymiz.

$$\begin{aligned} \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx &= \int_A^\xi -\frac{1}{\lambda f'(x)} d(\sin \lambda f(x)) = \\ &= -\frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda f'(x)} \Big|_A^\xi + \int_A^\xi \frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \\ &= -\frac{\sin \lambda f(\xi)}{\lambda f'(\xi)} + \frac{\sin \lambda f(A)}{\lambda f'(A)} + \int_A^\xi \frac{\sin \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \end{aligned}$$

Demak, quyidagi integralni baholasak

$$\left| \int_A^\xi \cos \lambda f(x) dx \right| \leq \frac{|\sin \lambda f(\xi)| + |\sin \lambda f(A)|}{|\lambda| \delta} + \frac{1}{|\lambda|} \left| \int_A^\xi d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \right| \leq$$

$$\leq \frac{2}{|\lambda|\delta} + \frac{2}{|\lambda|\delta} = \frac{4}{|\lambda|\delta}$$

ega bo'lamiz. Bu yerda  $|\sin \lambda f(\xi)| \leq 1, |\sin \lambda f(A)| \leq 1, |f'(x)| \geq \delta$  munosabatdan foydalandik. Xuddi shu baholar  $\int_{\xi}^B \cos \lambda f(x) dx$  uchun ham o'rinli.

Endi ikkinchi integralni ham xuddi shunday baholab olamiz.

$$I_2 = i \int_A^B g(x) \sin \lambda f(x) dx$$

Bonne formulasiga qo'ysak,

$$I_2 = i \left[ g(A) \int_A^{\xi} \sin \lambda f(x) dx + g(B) \int_{\xi}^B \sin \lambda f(x) dx \right]$$

Bu yerda birinchi integralni hisoblasak, ikkinchi integral uchun ham xuddi shunday baho olamiz.

$$\begin{aligned} \int_A^{\xi} \sin \lambda f(x) dx &= \int_A^{\xi} \frac{1}{\lambda f'(x)} d(\cos \lambda f(x)) = \\ &= \frac{\cos \lambda f(x)}{\lambda f'(x)} \Big|_A^{\xi} - \int_A^{\xi} \frac{\cos \lambda f(x)}{\lambda} d\left(\frac{1}{f'(x)}\right) \\ |I_2| &\leq \frac{4}{|\lambda|\delta} (g(A) + g(B)) \end{aligned}$$

Umumiy integral tenglamaga olib borib qo'ysak,

$$I = |I_1| + |I_2| \leq \frac{4}{|\lambda|\delta} (g(A) + g(B)) \leq C \frac{(|g(A)| + |g(B) - g(A)|)}{|\lambda|\delta}$$

tengsizlik kelib chiqadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. В.И.Зорич Математический анализ Том 1, Москва МЦНМО 2012, 412-418с
2. I.M. Vinogradov, 1980, The method of trigonometric sums in number theory. Moscow, Nauka, -158 pp.

# TENGLAMALARNI YECHISHDA MATEMATIK ANALIZ ASOSLARIDAN FOYDALANISH

Xalilov A.Z.<sup>1</sup>, Shodiyev S.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[akbarx1991@gmail.com](mailto:akbarx1991@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Qarshi davlat universiteti

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada tenglamalar yechishda funksiyaning monotonlik va uzluksizlik xossalari hamda funksiyaning hosilasidan foydalanish haqida fikr yuritiladi.

Tenglamalarni, umuman matematik masalalarni yechishda matematik qat'iy va aniq fikrlar yuritish zarurdir. Ushbu maqola matematik qat'iylikka e'tibor berishni kuchaytirishga qaratilgan. Bu borada misol-masalalar [1-4] adabiyotlarda mavjud. O'ylaymizki, ushbu maqola ularni to'ldiradi.

$f(x)$  funksiya  $x_0$  nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lsin.

**1-Ta'rif.** Agar

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

bo'lsa,  $f(x)$  funksiya  $x_0$  **nuqtada uzluksiz** deyiladi.

Ma'lumki, elementar funksiylarning barchasi o'z aniqlanish sohasida uzluksiz [1,2].

$y = f(x)$  funksiya  $(a,b)$  oraliqda aniqlangan bo'lib,  $x_0 \in (a,b)$  bo'lsin. Bu  $x_0$  nuqtaga shunday  $\Delta x$  siljish (orttirma) beraylikki,  $x_0 + \Delta x \in (a,b)$  bo'lsin.

**2-Ta'rif.** Agar  $f'(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$  limit mavjud va chekli

bo'lsa,  $f(x)$  – funksiya  $x_0$  nuqtada hosilaga ega deyiladi ( $\stackrel{\text{def}}{=}$  belgilashni anglatadi).

Agar funksiyaning hosilasi intervalda qat'iy musbat (qat'iy manfiy) bo'lsa, bu funksiya shu intervalda qat'iy o'suvchi (qat'iy kamayuvchi) bo'ladi [4-6].

Quyidagi tasdiqlar ham tenglamalarni tekshirishda qo'l keladi.

**Teorema 1.** Agar  $y = f(x)$  haqiqiy funksiya biror segment (interval) da qat'iy monoton bo'lsa, u holda  $f(x) = 0$  tenglama shu segment (interval) da ko'pi bilan bitta yechimga ega bo'ladi.

Bu jumla funksiyaning monotonlik ta'rifidan bevosita kelib chiqadi.

**Teorema 2 (Koshi).** Agar  $y = f(x)$  funksiya  $[a,b]$  segmentda uzluksiz bo'lib, uning chetlari bo'lmish  $x = a$  va  $x = b$  nuqtalarda turli ishorali qiymatlar qabul qilsa ( $f(a) \cdot f(b) < 0$ ), u holda  $f(x) = 0$  tenglamaning  $(a,b)$  intervalda kamida bitta yechimi bor.

Bu Koshi teoremasining qat'iy isboti matematik analiz kursida o'rganiladi [4-6].

**Teorema 3 (Roll).** Agar  $y = f(x)$  funksiya  $[a,b]$  segmentda uzluksiz bo'lib,  $(a,b)$  intervalda differensiallanuvchi va  $f(a) = f(b)$  bo'lsa, u holda  $(a,b)$  intervalda  $f'(x) = 0$  tenglama kamida bitta yechimga ega.

Bu Roll teoremasi ham matematik analiz kursida qat'iy isbotlanadi [1,2].  
Endi masalalar yechishdan namunalar keltiramiz.

**Masala 1.** Ushbu

$$x^{2021} + x^{2020} + \dots + x + 2022 = 0 \quad (4)$$

tenglama manfiy ildizga ega ekanligini ko'rsating.

**Yechilishi.** Agar

$$f(x) = x^{2021} + x^{2020} + \dots + x + 2022 \quad (5)$$

desak, berilgan (4) tenglama

$$f(x) = 0 \quad (6)$$

ko'rinishga keladi. Ravshanki,  $f(0) = 2022 > 0$  va

$$f(x) = x^{2021} \left( 1 + \frac{1}{x} + \dots + \frac{1}{x^{2020}} + \frac{2022}{x^{2021}} \right) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty.$$

Oxirgi munosabatdan biror  $x = a < 0$  uchun  $f(a) < 0$  bo'lishi kelib chiqadi. (5) formula bilan aniqlangan  $f(x)$  funksiya ko'phad sifatida  $(-\infty, +\infty)$  oraliqda, xususan  $[a, 0]$  da ham uzluksiz hamda  $f(a) \cdot f(0) < 0$ . 2-teoremaga ko'ra (6), demak, (4) tenglama ham  $(a, 0)$  intervalda kamida bitta yechimga ega.

**Masala 2.**  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = x$  tenglama  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$  intervalda yagona ildizga ega ekanligini isbotlang.

**Yechilishi.** Tenglamani har ikkala tomonini  $x^2 + x + 1 > 0$  ga ko'paytirib, o'ziga teng kuchli bo'lgan  $f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^3 + 2x - 1 = 0$  tenglamaga keltiraylik.  $f(x)$  funksiya (ko'phad)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$  segmentda uzluksiz hamda  $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3^3} + \frac{2}{3} - 1 < 0$  va  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} > 0$ . 2- teoremaga ko'ra berilgan tenglama  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$  intervalda kamida bitta ildizga ega. Lekin shu intervalda  $f(x)$  funksiya qat'iy o'suvchi, chunki bu intervalda  $f'(x) = 3x^2 + 2 > 0$ . Shuning uchun tenglama  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$  da aniq bitta ildizga ega.

**Masala 3.** Agar berilgan  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1$  sonlar uchun

$$\frac{a_n}{n} + \frac{a_{n-1}}{n-1} + \dots + \frac{a_2}{2} + a_1 = 0 \quad (7)$$

bo'lsa,

$$a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_2 x + a_1 = 0 \quad (8)$$

tenglama  $(0;1)$  intervalda ildizga ega bo'lishini ko'rsating.

**Yechilishi.** Ushbu

$$f(x) = \frac{a_n}{n} x^n + \frac{a_{n-1}}{n-1} x^{n-1} + \dots + \frac{a_2}{2} x^2 + a_1 x$$

funksiyani qaraylik. Ravshanki,  $f(0)=0$ . Berilgan (7) shartga ko'ra  $f(1)=0$  hamdir. Qaralayotgan  $f(x)$  ko'phad hamma joyda differensiallanuvchi. 3-teoremaga ko'ra  $f'(x)=0$ , ya'ni (8) tenglama  $(0,1)$  intervalda kamida bitta yechimga ega.

**Masala 4.**  $1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}=0$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) tenglamaning ildizi yo'qligini ko'rsating.

**Yechilishi.** Berilgan masalani teskarisini faraz qilish orqali yechamiz. Berilgan tenglama kamida bitta ildizga ega bo'lsin deylik. Tenglamaning chap tomonini  $f(x)$  bilan belgilab, ya'ni

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} 1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

deb, uni ushbu

$$f(x) = f'(x) + \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 0 \quad (9)$$

ko'rinishga keltiraylik. Bu tenglamaning ko'pi bilan  $2n$  ta (cheklita) ildizi bor. Faraz qilaylik, eng katta ildizi  $x=c$  bo'lsin. ( $f(c)=0, c \neq 0$ ). Tushunarliki,  $x > c$  da  $f(x) > 0$ , chunki  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  va  $x > c$  da tenglamaning ildizi yo'q. Shuning

uchun hosilaning ta'rifiga ko'ra  $f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{x - c} \geq 0$ . Ikkinchi

tomondan (9) ga ko'ra  $f'(c) = f(c) - \frac{c^{2n}}{(2n)!} < 0$ . Hosil bo'lgan ziddiyat ildizning mavjud emasligini isbotlaydi

#### ADABIYOTLAR

1. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства.

М.: Изд-во МГУ, 1991.

2. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу: Учебное пособие. М.: МЦНМО, 2007.

3. Р.Ф. Ахвердиев, Е.А. Турилова, А.А. Евсеева и др. Элементарная математика: общие методы решения уравнений и неравенств [Электронный ресурс]. Казань: Издательство Казанского университета, 2021.

4. Turgunbayev R.M. Matematik analiz. I qism. Toshkent: Innovatsiya-ziyo, 2019.

5. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1. М.: МЦНМО, 2012.

6. Xudoyberganov G., Vorisov A., Mansurov X., Shoimqulov B., Matematik analizdan ma'ruzalar. I qism. T.: Voris-nashriyot, 2010.

## TAQQOSLAMA YORDAMIDA BA'ZI MASALALARNI YECHISH

Xolboyev B.H.<sup>1</sup>, Amirov A.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>xolboyevbaxtishodbek@gmail.com, <sup>2</sup>abdurusulamirov2@gmail.com

<sup>1,2</sup>Shahrisabz davlat pedagogika instituti

**Annotatsiya.** Ushbu tezisning asosiy maqsadi o'rta maktab, akademik litseylardagi olimpiadaga qiziquvchi o'quvchilarga sonlar nazariyasi bo'limidan ba'zi murakkab masalalarni sodda usullar bilan yechishni o'rgatishdan iborat.

**Ta'rif.** Agar  $a$  va  $b$  butun sonlarni  $m$  natural songa bo'lganda bir xil qoldiq chiqsa,  $a$  va  $b$  sonlar  $m$  modul bo'yicha taqqoslanadi deb aytiladi va  $a \equiv b \pmod{m}$  kabi belgilanadi. Biz ushbu tezisda taqqoslamaning ba'zi xossalari keltiramiz:

**1 – xossa:** Har biri  $c$  soni bilan taqqoslanadigan  $a$  va  $b$  sonlari bir – biri bilan ham taqqoslanadi. Ya'ni

$$a \equiv c \pmod{m} \quad b \equiv c \pmod{m} \text{ bo'lsa, u holda } a \equiv b \pmod{m}.$$

**2 – xossa:** Modullari bir xil bo'lgan taqqoslamalarni hadma – had qo'shish mumkin. Ya'ni,

$$a \equiv b \pmod{m} \quad \text{va} \quad c \equiv d \pmod{m} \quad \text{bo'lsa, u holda} \\ a + c \equiv b + d \pmod{m} \text{ o'rinli bo'ladi.}$$

**Natija:** Taqqoslamaning biror hadini bir tomonidan ikkinchi tomoniga qarama-qarshi ishora bilan olib o'tish mumkin. Ya'ni,

$$a + c \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b - c \pmod{m}$$

**3 – xossa:** Bir xil modulli taqqoslamalarni hadma – had ko'paytirish mumkin. Ya'ni,  $a \equiv b \pmod{m}$  va  $c \equiv d \pmod{m}$  bo'lsa, u holda  $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$  o'rinli bo'ladi.

**Natija:** Taqqoslamani darajaga oshirish mumkin.  $a^n \equiv b^n \pmod{m}$

**4 – xossa:** Taqqoslamaning har ikkala qismini biror butun songa ko'paytirish mumkin.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \cdot k \equiv b \cdot k \pmod{m} \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Ta'rif.** Musbat sonlar ustida aniqlangan, hamda  $a$  soniga  $1, 2, 3, 4, \dots, a-1$  sonlar ichida  $a$  bilan o'zaro tub bo'lgan sonlar sonini mos qo'yuvchi funksiya **Eyler funksiyasi** deyiladi va  $\varphi(a)$  kabi belgilanadi.

**Teorema (Eylerni teoremasi).** O'zaro tub bo'lgan va  $(m > 1)$  sonlari uchun quyidagi munosabat o'rinli:  $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ .

Agar Eyler teoremasida  $m$  soni o'rniga biror  $p$  tub olinsa, u holda

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \text{ tenglikka kelamiz.}$$

Ushbu tenglikning ikkala tomonini  $a$  ga ko'paytirsak,  $a^p \equiv a \pmod{p}$  tenglikka ega bo'lamiz. Bu tenglik **Fermaning kichik teoremasi** deyiladi.

**Taqqoslamaning xossalari hamda Eyler va Ferma teoremlaridan foydalanib quyidagi masalalarni yechamiz.**

**1-masala:** Ixtiyoriy  $k = 0, 1, 2, \dots$  sonlar uchun  $2^{2^{6k+2}} + 3$  sonining 19 ga qoldiqsiz bo'linishini isbotlang.

**Isbot:** Bizga ma'lumki  $2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{9}$  o'rinli. Taqqoslamaning xossalari foydalanib quyidagi amallarni bajaramiz.  $k = 0, 1, 2, \dots$  uchun



$2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{9}$  ni darajaga oshirib  $2^{6k} \equiv 1 \pmod{9}$  va taqqoslamaning hadlarini 2 ga ko'paytirib  $2^{6k+1} \equiv 2 \pmod{9}$  ni hosil qilamiz.

$2^{6k+1} \equiv 2 \pmod{9}$  taqqoslamaning hadlarini va modulini 2 ga ko'paytirib  $2^{6k+2} \equiv 2^2 \pmod{18}$  ni hosil qilamiz va  $2^{6k+2} = 18 \cdot t + 2^2$  ga ega bo'lamiz.  $t$  – butun son.

**Ferma teoremasiga ko'ra**  $2^{18} \equiv 1 \pmod{19}$  taqqoslama o'rinli, taqqoslamani  $t = 0, 1, 2, \dots$  darajaga oshirib  $2^{18t} \equiv 1 \pmod{19}$  hosil qilamiz. Shuningdek  $2^{2^{6k+2}} = 2^{18 \cdot t + 2^2} \equiv 2^4 \pmod{19}$  taqqoslamaning ikkala tomoniga 3 sonini qo'shib,  $2^{2^{6k+2}} + 3 \equiv 2^4 + 3 \equiv 0 \pmod{19}$ . Demak ixtiyoriy  $k = 0, 1, 2, \dots$  sonlar uchun  $2^{2^{6k+2}} + 3$  soni 19 ga qoldiqsiz bo'linadi.

**2-masala.** Barcha haqiqiy musbat  $n$  butun sonlar uchun quyidagi  $a_n = 2^{2^{n+1}} - 2^{n+1} + 1$  va  $b_n = 2^{2^{n+1}} + 2^{n+1} + 1$  sonlardan qaysilari 5 ga qoldiqsiz bo'linadi?

**Yechish:** Ixtiyoriy musbat butun sonni  $n = 4 \cdot k$ ,  $n = 4 \cdot k + 1$ ,  $n = 4 \cdot k + 2$ , va  $n = 4 \cdot k + 3$   $k = 0, 1, 2, \dots$  ko'rinishda yozish mumkin ekanligidan quyidagi 4 ta holni qarab chiqamiz. Bunda  $2^4 \equiv 1 \pmod{5}$  taqqoslamani darajaga oshirib  $2^{4 \cdot k} \equiv 2^{8 \cdot k} \equiv 1 \pmod{5}$  taqqoslamaga kelimiz va shundan foydalanamiz.

**1-hol:**  $n = 4 \cdot k$  bo'lsin.  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = 2^{2^{n+1}} - 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 1} - 2^{4 \cdot k + 1} + 1 \equiv 2 - 2 + 1 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$b_n = 2^{2^{n+1}} + 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 1} + 2^{4 \cdot k + 1} + 1 \equiv 2 + 2 + 1 \equiv 0 \pmod{5}.$$

**2-hol:**  $n = 4 \cdot k + 1$  bo'lsin.  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = 2^{2^{n+1}} - 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 3} - 2^{4 \cdot k + 2} + 1 \equiv 8 - 4 + 1 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$b_n = 2^{2^{n+1}} + 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 3} + 2^{4 \cdot k + 2} + 1 \equiv 8 + 4 + 1 \equiv 3 \pmod{5}.$$

**3-hol:**  $n = 4 \cdot k + 2$  bo'lsin.  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = 2^{2^{n+1}} - 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 5} - 2^{4 \cdot k + 3} + 1 \equiv 32 - 8 + 1 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$b_n = 2^{2^{n+1}} + 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 5} + 2^{4 \cdot k + 3} + 1 \equiv 32 + 8 + 1 \equiv 1 \pmod{5}.$$

**4-hol:**  $n = 4 \cdot k + 3$  bo'lsin  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = 2^{2^{n+1}} - 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 7} - 2^{4 \cdot k + 4} + 1 \equiv 128 - 16 + 1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$b_n = 2^{2^{n+1}} + 2^{n+1} + 1 = 2^{8 \cdot k + 7} + 2^{4 \cdot k + 4} + 1 \equiv 128 + 16 + 1 \equiv 0 \pmod{5}.$$

Demak  $a_n$  soni  $n = 4 \cdot k + 1$  va  $n = 4 \cdot k + 2$  bo'lgan holda,  $b_n$  soni esa  $n = 4 \cdot k$  va  $n = 4 \cdot k + 3$  bo'lgan holda 5 ga qoldiqsiz bo'linadi.  $a_n$  va  $b_n$  sonlarining ikkalasi bir vaqtda 5 ga qoldiqsiz bo'linmaydi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov "ALGEBRA".VA SONLAR NAZARIYASI", Toshkent – 2019
2. A. S. Yunusov, S. I. Afonina, M. A. Berdiqulov, D. I. Yunusova. "QIZIQARLI MATEMATIKA VA OLIMPIADA MASALALARI", „O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent – 2007
3. Dixon M.R., Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya., Algebra and Number theory. 2010.



# MATNLI MATEMATIK MASALALARNI YECHISHGA OID METODIK MULOHAZALAR

Xonqulov U. X.<sup>1</sup>, Nabijonov SH.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[U\\_Xonqulov@mail.ru](mailto:U_Xonqulov@mail.ru)

<sup>1,2</sup>Farg'ona davlat universiteti

**Annotatsiya.** *Maqolada matnli matematik masalalarni yechish metodikasini takomillashtirish bo'yicha metodik ko'rsatmalar bayon qilingan. Shuningdek, unda o'quvchilarni masala yechish algoritmi va tizimli yondashuv tamoyili taklif etiladi.*

O'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishda matnli matematik masalalar muhim ahamiyatga ega. Matnli matematik masalalarning mantiqiy tuzilishi, turi va uni yechish usulini anglashda o'quvchilarning eng muhim kamchiliklardan biri, asosiy tushuncha va formulalarning ma'nosini to'la tushunmaslik, ularni amaliyot bilan bog'lashda yuzaga keladigan intellektual qiynalishdir. Hozirgi vaqtda ushbu muammoga katta e'tibor berilmoqda. O'qituvchi matnli masalalarni yechishga o'rgatish jarayonida o'quvchilar bilan bosqichma-bosqich doimiy ravishda ishlab, ularda kreativ va nostandart fikrlashni yetarlicha rivojlantirmog'i lozim. Biz bu borada quyidagi bosqichlarda ish olib borishi maqsadga muvofiq deb hisoblaymiz.

1-bosqich. Masala shartiga oydinlik kiritiladi va topilishi kerak bo'lgan kattalik aniqlanadi.

2-bosqich. Masalaga oid matematik nazariyani to'g'ri belgilash va berilgan masalani ushbu nazariya asosida yechish algoritmini shakllantirish.

3-bosqich. Matnli masalani yechish usulini to'g'ri belgilash va shu asosida yechish. Masalaning matematik echimini berilgan masala tilida qayta ifodalash (matematik yechimning interpretatsiyasini ko'rsatish).

O'quvchi tomonidan matnli matematik masalalarni yechish jarayonida masala turini ajrata olishi muhim ahamiyatga ega. Bu jarayonning talablarga muvofiq tashkil etilishi o'quvchilarning matnli masala turi va mohiyatidan qanchalar xabardor ekanligi bilan bevosita bog'liq. O'quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish uchun masalalarni qiyinlik darajasi bo'yicha va tushunchalarning izomorfligiga tayangan holda tanlash o'ta muhimdir. Matnli masalalarni oson yechishning usuli sifatida asosan masala mazmuniga qarab geometrik metod, tushunchalarning izomorfizm va gomomorfizmligi, proportsiya va proportsionallik asosida hamda inversiya, o'xshashlik, qiyoslash kabi metodlar bilan yechish tavsiya etiladi. Matnli matematik masalalarni yechish usuli masalaning mazmuni va uning spetsifik xarakteriga qarab oshkor bo'ladi. Murakkab matnli matematik masalalarga o'qituvchi nazariyani ko'rsatma shaklida ko'rsatish bilan chegaralanmasdan, o'rganilayotgan tushunchani chuqurroq ochib berishi va uni to'ldirishi, o'quvchilarni mustaqil fikrlashga yo'naltirishi lozim. Avvalo matnli masalalarni yechishga kirishishdan oldin uning turini aniqlash, berilgan masalaning shartlarini analiz qilish, tushunchalarning izomorfligi, proportsiyasi, proportsionalligini aniqlash maqsadga muvofiq. Matnli masalalar turli ob'ektlar uchun tuzilgan bo'lsada, ularni yechish ma'lum qonuniyatlar negizida amalga oshiriladi.

Ob'ektlarning umumiy xossalarga ega bo'lishi, ma'lum qonuniyatlarga bo'ysinishi tushunchalarning gomomorf va izomorfligi bilan xarakterlanadi.

Masalan: 1) Bajarilgan ishga oid matnli masalalar fizika kursidagi paralel ulangan qarshiliklarning umumiy qiymatini topish qonuniyati  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$  asosida oson yechiladi.

**1-masala.** Usta muayyan ishni 15 kunda, shogirdi 27 kunda tugatadi. Agar 5 ta usta va 3 ta shogird birga ishlasa shu ishni necha kunda tugatadi.

**Yechish:** Usta  $a_1 = 15$  kunda, shogirdi  $a_2 = 27$  kunda tugatsa, ularning birgalikda ish vaqti  $a = ?$ . Yuqorida keltirilgan qonuniyatga ko'ra:

$$\frac{1}{a} = \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1} \right) + \left( \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} \right) = \frac{5}{a_1} + \frac{3}{a_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}; \quad a = 2\frac{1}{4}.$$

2) Fizika va kimyo kursida aralashmaning kontsentratsiyasini topish  $x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$  qonuniyat bilan aniqlanadi, bu yerda  $m_1, m_2, \dots, m_n$  - massalar,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - kontsentratsiyalar,  $x$  - yangi hosil bo'lgan aralashmaning kontsentratsiyasi. Ushbu qonuniyatdan foydalanib qator matnli masalalarni yechish mumkin.

2) Matnli masalalarni yechishda analitik metodlarning mazmuni ko'p hollarda tushunchalarning proportsiyasi va proportsionalligiga ham asoslanadi. Bunday matnli matematik masalalar sinfiga foizni topishga doir masalalar, iqtisodiy matematikaga oid masalalar, harakatga va bajarilgan ishga oid masalalar, sonlar, raqamlarga oid masalalar hamda aralash tipdagi masalalarni kiritish mumkin.

**2-masala.** Ish normasini bajarishga ketadigan vaqt 35% ga qisqarsa, mehnat unumdorlik necha foizga oshadi.

**Yechish:** Fizika kursidan ma'lum bo'lgan  $v = \frac{s}{t}$  formulaga ko'ra  $v$  - tezlik va  $t$  - vaqt o'zaro teskari proportsional. Demak, mehnat unumdorligi va vaqt teskari proportsional (mehnat unumdorligi bu tezlik): Masala sharti bo'yicha  $s = 1$  proportsionallik koeffitsienti deb olinsa,  $v = \frac{1}{t}$  kelib chiqadi. U holda mehnat unumdorligining foiz hisobida ortishi quyidagi tenglamadan topiladi:

$$1 - \frac{35}{100} = \frac{1}{1 + \frac{x}{100}}, \quad x = 53\frac{11}{13}.$$

Demak, mehnat unumdorligi  $53\frac{11}{13}\%$  ga ortar ekan.

4) Ba'zi matnli matematik masalalarni yechishda ratsional tengsizlik (tengsizliklar sistemasi) tuzish bilan ham mulohaza yuritiladi.

3-masala. Sotuvchidagi tarozi yelkalari har xil bo'lib, u 1 kg tovarni bir tomonida tortib beradi, yana 1 kg ni ikkinchi tomonida tortib beradi va shu bilan u qilayotgan xatosini yo'qotdim deb hisoblaydi. Shu to'g'rimi?

Yechish: Agar  $x$  va  $y$  lar tartib berilgan tovar,  $a$  va  $b$  lar esa tarozi yelkalari bo'lsa, u holda birinchi va ikkinchi tortganda mos ravishda  $x \cdot a = 1 \cdot b$  va  $y \cdot b = 1 \cdot a$  tengliklar o'rinlidir. Bu erdan  $y = \frac{1}{x}$  kelib chiqadi. Shunday qilib,  $x + \frac{1}{x}$  kg tovar berilgan,  $a \neq b$  bo'lgani uchun  $x \neq 1$ , demak,  $x + \frac{1}{x} > 2$ . Javob, xatolik yo'qolmagan.

Izoh. Tarozi yelkalari emas, balki pallalari turlicha bo'lganda edi, bu xatolik yo'qotilgan bo'lar edi.

4-masala. Sayohatchi kuniga bosib o'tishi mumkin bo'lgan mo'ljaldagi yo'lidan 25 km ortiq yura olsa, u 10 kunda 1000 km dan kam yuradi, 15 km dan kam yursa, 15 kunda 1000 km dan ko'p yuradi. Uning mo'ljallab qo'ygan kunlik tezligi qanday oraliqda o'zgaradi?

Yechish: Sayohatchining kunlik tezligi  $v$  km|soat demak:

$$\begin{cases} (v + 25) \cdot 10 < 1000 \\ (v - 15) \cdot 15 > 1000 \end{cases}$$

Sistemani yechib,  $7,5 < v < 81\frac{2}{3}$  km|soat topiladi.

Matnli matematik masalalarni yechishdagi bunday yondashuvlar o'quvchilarni masala yechishga bo'lgan motivatsiyasining rivojlanishi hamda mantiqiy tafakkurini chuqurlashishida ijobiy natijalarni beradi. Xulosa qilib aytish mumkinki, yuqorida keltirilgan metodik mulohazalar matematikani o'rganish jarayonida bog'langan-integrativlik, integrativlikni mustahkamlash uchun foydali imkoniyatlarni yuzaga keltiradi. O'quvchilarga amaliy mazmundagi matnli matematik masalalarni yechishni o'rgatish muhim hisoblanadi.

#### ADABIYOTLAR

1. Khankulov U. Kh. About the principles of selection of teaching content of stochastic elements of mathematics. Science and world. –Volgograd, Russia, 2018. № 4. –P. 56-57. (Impact Factor 0,325).

2. R. Creighton Buck. A look at mathematical competitions, American Mathematical Monthly, 2011, 66 p. 201-212.

### KRAMER-UELCH ALOMATIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTALAR BILAN PEDAGOGIK TAJRIBALARNI STATISTIK TAHLIL QILISH HAQIDA

**Yuldashev X.D.**

[yuldashevx266@gmail.com](mailto:yuldashevx266@gmail.com)

Andijon davlat universiteti tayanch doktoranti

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada matematik kutishlarning birjinsliligini tekshirish uchun mo'ljallangan. Kramer-Uelchning alomatlariga asoslangan holda

*pedagogik tajribalarni statistik tahlil qilishga mo'ljallangan diagrammalar bilan ifodalanuvchi va statistik instrument deb ataluvchi yangi nazorat kartalar qurilgan.*

Pedagogik tajribalarni o'tkazish davomida tajriba o'tkazuvchi statistik metodlar bilan ba'zi bir gipotezalarni tekshirishga to'g'ri keladi [1].

Masalan, tajriba rejasiga asosan biror alomatni ikki tanlangan guruhlarda holatni aniqlashga kerak bo'ladi. Bundan birinchi guruh tajriba guruhi bo'lib, ikkinchisi oddiy nazorat guruhidan iborat. Tajriba guruhini tajriba o'tkazuvchi kuzatilayotgan alomatni ro'y berishini oshiruvchi yangi omillar bilan tanishtirib boradi. Nazorat guruhida esa bu ishlar ananaviy usulda amalga oshirilmaydi.

So'ngra belgilangan muddatlarda tekshiruv ishlarini olib borib ma'lumotlar asosida ma'lum xulosalar xosil qiladi. Bu xulosalarning yuqori darajada to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligi esa statistik usullar bilan amalga oshiriladi. Aytaylik tajriba o'tkazuvchi ma'lumotlar asosida quyidagi gipotezalarni to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini tekshirish zarur bo'lsin:

$H_0$ : Ikkala guruhda ham alomatning o'rtacha qiymatlari bir-biridan statistik farq qilmaydi;

$H_1$ : Ikkala guruhda ham alomatning o'rtacha qiymatlari bir-biridan statistik farq qiladi.

Ma'lumki bu masala turli hollarda Styudent kriteriylari bilan taxlil qilingan. Bunda ma'lumotlarni normalligi va boshqa talablar qo'yilgan [2, 3]. Biz bu masalalarni Styudent kriteriylari o'rniga  $H_0$  ni tekshirish uchun statistik ma'lumotlarga asoslangan Kramer - Uelch kriteriysidan foydalanishni va statistik gipotezalarni ketma-ket tekshirish prinsipiga asoslangan nazorat kartalar usuli bilan tahlil qilishni niyat qilamiz. Bunda biz aniqlik uchun quyidagi xolatni ko'rib chiqamiz.  $X$  va  $Y$  tasodifiy miqdorlar mos ravishda birinchi va ikkinchi guruhlarda alomatni qiymatlarini aniqlovchi, matematik kutilmalari  $M(X)$  va  $M(Y)$  tasodifiy miqdorlar bo'lsin.  $X$  dan belgilangan vaqtlarda  $\underline{X} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ,  $Y$  dan  $\underline{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  tanlamalar olingan bo'lsin. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:  $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{1 \leq i \leq m} x_i$ ,  $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{1 \leq i \leq n} y_i$ ,  $S_x^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{1 \leq i \leq m} (x_i - \bar{X})^2$ ,  $S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{1 \leq i \leq n} (y_i - \bar{Y})^2$  hisoblanadi. Bu yerda  $S_x^2$  va  $S_y^2$   $X$  va  $Y$  dan olingan tanlamalar asosida topilgan dispersiya baholari. Agar ko'p hollarda  $\bar{X} - \bar{Y} > 0$  bo'lsa, u holda yuqoridagi gipotezalarni quyidagicha yozish mumkin bo'ladi:

$$H_0: M(X) = M(Y); \quad H_1: M(X) > M(Y).$$

Tajribaning natijasi sifatida  $H_1$  gipoteza to'g'ri bo'lib chiqsa u holda tajriba o'tkazuvchining alomatni ro'y berishiga yo'naltirilgan omillari to'g'ri topilgan hisoblanadi.

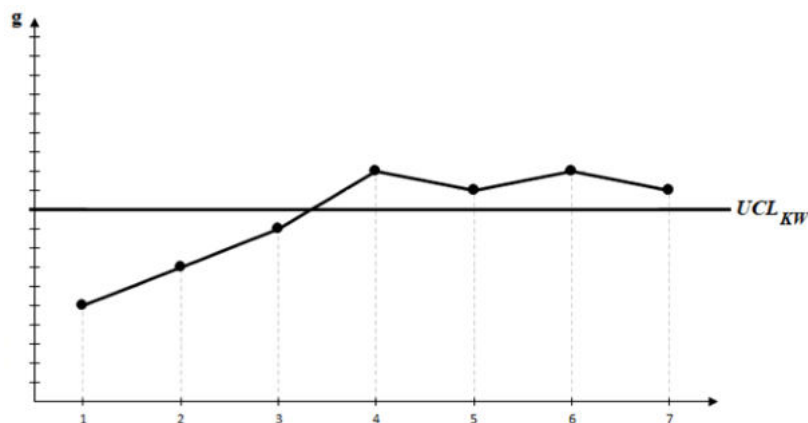
Nazorat kartalar metodiga asosan muammoni hal qilish uchun tajribaning sifat ko'rsatkichi bilan bog'liq  $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{nS_x^2 + mS_y^2}}$  nazorat kartani nazorat qiluvchi

miqdori va uni yuqori nazorat chegarasi ( $UCL_{KW}$ ) ni aniqlash zarur bo'ladi [4]. Yuqori nazorat chegara uchun quyidagi tasdiq o'rinli bo'ladi:

**Teorema.**  $\alpha = 0,01$  va  $H_0$  gipoteza o‘rinli bo‘lsin. U holda quyidagi formula o‘rinli  $UCL_{KW} = \frac{2.58}{\sqrt{mn}}$ .

**Natija.** Agar belgilangan birlik vaqtlarda olingan tanlanmalar uchun  $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{nS_X^2 + mS_Y^2}} > UCL_{KW}$  tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, u holda  $H_1$  gipoteza to‘g‘ri bo‘ladi.

Natijani grafik tasvirlasak masalan, quyidagi ko‘rinishdagi diagrammani hosil qilish mumkin.



**1-rasm. KW – nazorat kartasi.**

Rasmda 1, 2, 3 holatlarda  $H_0$  gipoteza o‘rinli. 4, 5, 6, 7 larda  $H_1$  gipoteza o‘rinli ekani tasvirlangan.

Pedagogik tajribalarning natijalarini natijaga mos diagrammalar bilan tahlil qilishni qulayliklari ko‘p. Eng asosiysi diagrammaga qarab tajribani kamchiliklarini to‘g‘rilab borish mumkin bo‘ladi [5].

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

4. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.
5. В.Е.Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш.шк. 2003.
6. Орлов А.И. Многообразие критериев проверки однородности двух независимых выборок. Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. тр. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2019. – Вып. 29. 64-83 стр.
7. Миттаг Й., Ринне Х. “Статистические методы обеспечения качества.” М.: “Машиностроение”. 1995. - 616 с.
8. Х.Д.Юлдашев. Стюдент аломатига асосланган назорат карталар билан педагогик тажрибаларни статистик таҳлил қилиш ҳақида. Namangan davlat universiteti, O‘zR FA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institute, «Yosh matematiklarning yangi teoremlari – 2022» ilmiy anjumani to‘plami. Namangan, 13 – 14 May, 2022 yil. 272-bet.

**МУХАНДИСЛИК ТАЪЛИМИДА МАТЕМАТИК  
БИЛИМЛАРНИНГ АҲАМИЯТИ ВА МАТЕМАТИКА ФАНИНИ  
ЎҚИТИШДАГИ АЙРИМ МУАММОЛАР ҲАҚИДА**

**Юсупов А.И.<sup>1</sup>, Арзикулов Ғ.П.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>[Ibragimovichabdulaziz1953@gmail.com](mailto:Ibragimovichabdulaziz1953@gmail.com), <sup>2</sup>[arzikulov79@mail.ru](mailto:arzikulov79@mail.ru),

<sup>1,2</sup>Ислом Каримов номидаги Тошкент давлат техника университети

**Аннотация.** Мақолада муҳандис кадрлар тайёрлашда математик билимларнинг муҳим ўрни ва ҳозирги замон муҳандисида мужассам бўлиши зарур бўлган қобилият компонентлари ҳамда математика фанининг ўқитилишига доир ўтказилган тадқиқотлар натижасида аниқланган муаммолар баён қилинган.

Дунёда муҳандислик таълими, уни ривожлантириш ҳамда такомиллаштириш ўта долзарб масалалардан ҳисобланади. Замонавий муҳандис кадрларга қўйилаётган талаблар ва тадқиқотларимиз таҳлилларига кўра, муҳандиснинг фаолияти ижодий характерга эга бўлиб, у янги техника ва технологияларни яратиш, мавжудларини ишлаб чиқаришга жорий қилиш, шунингдек, ўзининг мутахассислиги бўйича чуқур билим ва кўникмаларга эга бўлиши билан бирга у мантиқий математик тафаккур қилиш, математик аппаратни, математик усулларни ўз соҳасига қўллай олиш, муҳандислик масалаларини математик моделлаштириш, лойиҳа-конструкторлик ишларини бажара олиш, мутахассислиги бўйича теран ва креатив фикрлай олиш, ишлаб чиқариш жараёнига тез мослашиш каби қобилиятларига эга бўлиши зарур. Муҳандис бундай қобилиятларга эга бўлиши учун етарлича математик билимларга эга бўлиши талаб этилади. Шу сабабдан ҳам муҳандис кадрлар тайёрлашда математик билимларнинг ўрни ўта муҳим бўлиб, математика ва математика циклидаги фанларни ўқитилиш сифати муҳим аҳамият касб этади. Ўзбекистонда математика таълимини ҳамда математика ва унинг тадбиқларига доир илм-фанни ривожлантириш бўйича деректив ҳужжатлар қабул қилиниб, асосий вазифалар белгилаб берилган.

Замонавий муҳандис кадрларга қўйилаётган талаблар ва ўрганилган илмий манбалар ҳамда ўтказилган тадқиқотларимиз натижаларининг таҳлилларига кўра ҳозирги замон муҳандисининг математик ва муҳандислик қобилияти компонентларига қуйидагилар киритилди:

Математик материални фомализацияланган идрок қилиш; Мантиқий математик тафаккур қилиш; Математик мулоҳазаларни қўллай олиш; Математик белгилар ва математик тушунчалар билан ишлай олиш; Математик аппаратни, математик усулларни қўллай олиш; Муҳандислик масалаларини математик моделлаштириш; Тўғри ва тез ҳисоблай олиш; Математик тафаккурнинг қайтарилиши ва мослашувчанлиги; Математик тафаккурнинг рационалиги; Математик тафаккур креативлиги; Когнитив хотира; Фазовий тафаккур; Муҳандислик ва математик сезги; Мутахассислиги бўйича чуқур билимга эга бўлиш; Соҳасига оид янгиликларни изчил ва тезкор ўрганиш; Соҳаси бўйича керакли тажрибалар ва тадқиқотлар ўтказа олиш; Лойиҳа – конструкторлик ишларини бажара



олиш; Теран ва креатив фикрлай олиш; Тез, аник ва тўғри хулоса чиқара олиш; Фавкулудда ҳолатларда тезкор ва тўғри қарорлар қабул қила олиш; Ишлаб чиқариш жараёнига тез мослаша олиш; Менежерлик қобилиятига эга бўлиш; Дастлабки ўнтаси муҳандиснинг математик қобилияти компонентлари бўлса, кейингилари асосан муҳандислик қобилияти компонентлари ҳисобланади.

Муҳандислик таълимида математика фанининг ўқитилиши борасида ўтказилган тадқиқотларимиз, тажрибаларимиз, кузатув ва ўрганишлар ҳамда таҳлилларимиз натижасида қуйидаги муаммолар аниқ бўлиб қолмоқда:

- муҳандислик таълим йўналишларида таълим олувчиларнинг катта қисмини ўрта таълим математик билимлари даражаси паст;

- аксарият ўрта таълим битирувчилари олий таълимга кириш тестларига тайёргарлик кўриш, ечиш ва жавобни тез топишга ўрганишган. Математик исботлаш, муҳокама қилиш, мулоҳаза юритиш, таҳлил қилиш, ностандарт фикрлаш қобилиятлари етарли даражада ривожланмаган;

- ўрта таълим билан олий таълимдаги ўқитиш технологиялари орасида сезиларли фарқ мавжуд бўлиб, биринчи курс талабаларининг олий таълимни ўқитиш технологияларига мослашуви бироз қийин кечади;

- талабаларда мустақил таълим олиш кўникмалари яхши шаклланмаган;

- муҳандислик таълимида “Олий математика” фанини ўқитиш жараёнида асосий эътибор назарий билим ва кўникмалар беришга қаратилади, унинг амалий татбиқларига кам эътибор берилади; “Олий математика” курсидан амалда фойдаланилаётган дарслик ва ўқув қўлланмаларда ҳам таълим йўналишларининг умумқасбий, мутахассислик фанлари ёки соҳага мос тадбиқий машқлар жуда кам. Математиканинг тадбиқларига доир талабаларга мўлжалланган ўқув қўлланмалар деярли йўқ;

- талабаларнинг аксарият қисми математик билимларини мутахассислик соҳаси масалаларини ечишга татбиқ эта олмайди;

Бу камчиликлар талабаларнинг ижодий фаоллиги, фаол мустақил таълим олиши, ўз соҳасига математик аппаратларни қўллай олиш кўникмаларини, ижодий дунёқарашининг шаклланишига, натижада эса юқорида кўрсатилган компонентларга эга бўлган, юқори салоҳиятли муҳандис кадрлар тайёрлашга ўзининг салбий таъсирини кўрсатади.

Математика инсоннинг мантиқий муҳокама қобилиятини ўстира боради. Мантиқий тафаккур малакасига эга бўлган кишига ҳар қандай фан билан шуғулланиш учун мустаҳкам замин вужудга келади. Шу сабабли бўлажак муҳандис математиканинг фақат назарий ўрганиб олишнинг ўзи етарли эмас. Фанни ўрганиш жараёнида унинг кўпроқ тадбиқий томонига эътибор қаратиши муҳим ҳисобланади.

Таҳлиллар кўрсатмоқдаки, муҳандислик таълимида математикани ўқитишда талабаларнинг ижодий фаоллигини ошириш, фаол мустақил таълим олиш ҳамда ўз мутахассислиги соҳасига математик билимларини қўллай билиш кўникмаларини ривожлантириш, натижада талабаларда фаол ижодий дунёқарашни шакллантириш зарур. Математик билимлар талабанинг ўзини англашда, илмий дунёқарашининг ўсишида, интеллектини

тарбиялашда, ақлий қобилиятини янада ривожлантиришда муҳим ўрин тутади.

## АДАБИЁТЛАР

1. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание. Москва-1980.
2. Рождественская Е.А. «Модель математических способностей инженера и ее реализация в процессе обучения высшей математике» Молодой учёный. 2010. №1-2(13). Т.2.С.292-295.

## ОБЪЯСНЕНИЕ ТЕМЫ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА СТУДЕНТАМ С ПОМОЩЬЮ ЭВРИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА.

Юсупова Ш.Б.<sup>1</sup>, Ахмедова К.С.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>[shaxlo.yusupova@gmail.com](mailto:shaxlo.yusupova@gmail.com)

<sup>1</sup>СБУМИПТК

<sup>2</sup>НУУ

**Аннотация:** Проблемы в нескольких областях нашей жизни приводят нас к изучению предмета «определенный интеграл». Поэтому педагогу важно разъяснить эту тему. Целесообразно использовать эвристический подход при освоении тем курса математического анализа. Эта работа посвящена доведению до учащихся темы определенного интеграла с помощью эвристического подхода.

Эвристика означает креативность, имеет смысл использовать креативность. Согласно устоявшемуся подходу, знания должны быть «открыты». В свою очередь, педагог определяет только направление работы на уроке: выбирает интересующие учащихся вопросы и задания, а также стимулирует интеллектуальную деятельность. Возникновение интереса к предмету и науке в целом определяется работой учителя. Хорошо структурированный план урока помогает задать «настроение» всего урока.

Приложения определенного интеграла широко распространены в технике и физике. Если функция плотности объекта известна, для определения его массы можно использовать определенные интегралы. Определенные интегралы можно использовать и для вычисления силы, действующей на тело, погруженное в жидкость.

В процессе были задействованы работы многих авторов: Е.Ю. Гражданцевой, В.А. Далингер, Г.В. Дорофеева, О.А. Дмитриенко, О.Б. Епишевой, В.А. Ильина, А.Н., Колмогорова, М.А. Куприяновой, С.В. Митрохиной, А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, Н.С. Пискунова, Д.Т. Письменного, А.А. Садыковой, Г.М. Фихтенгольца, Е.Л. Черемных, Л.М.

$\sum_{k=1}^n f(z_k) \Delta x_k$  Фридмана, Ф.В. Шарипова и некоторых других авторов.

Пусть функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ ,  $a < b$ . Выполним следующие операции: разобьем отрезок  $[a, b]$  точками



$a = x_0 < x_1 < x_{i-1} < x_i < x_n = b$  на  $n$  частичных отрезков

$[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{i-1}, x_i], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ ; в каждом из частичных отрезков

$[x_{i-1}, x_i], i = 1, 2, \dots, n$  выберем произвольную точку  $z_i \in [x_{i-1}, x_i]$  и вычислим значение функции в этой точке:  $f(z_i)$ ; найдем произведения  $f(z_i)\Delta x_i$ , где  $\Delta x_i$  – длина частичного отрезка  $[x_{i-1}, x_i], i = 1, 2, \dots, n$  составим сумму

$$\sigma = f(z_1)\Delta x_1 + f(z_2)\Delta x_2 + \dots + f(z_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(z_i)\Delta x_i \quad (1)$$

которая называется интегральной суммой функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .

Согласно геометрическому подходу, интегральной суммой является сумма площадей прямоугольников, их основание представлено в виде частичных отрезков  $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{i-1}, x_i], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ , в то же время, высота будет равна  $f(z_1), f(z_2), \dots, f(z_n)$  – (рисунок 1). Как  $\lambda$  обозначаем длину большого частичного отрезка  $\lambda = \max(\Delta x_i)$ ; находим предел интегральной суммы, при  $\lambda \rightarrow 0$ . [5]

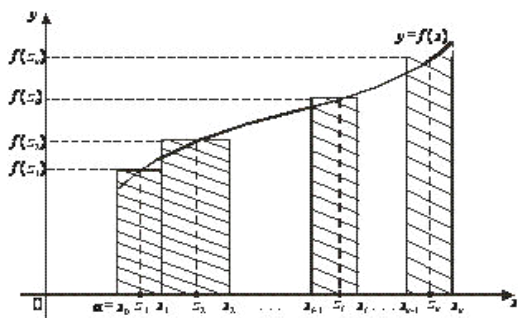


Рисунок 1 – Геометрический смысл интегральной суммы

**Определение.** Если существует конечный предел интегральной суммы (1) и он не зависит ни от способа разбиения отрезка  $[a, b]$  на частичные отрезки, ни от выбора точек  $z_i$  в них, то этот предел называется определенным интегралом от функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  и

обозначается  $\int_a^b f(x)dx$

Таким образом 
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(z_i)\Delta x_i$$

В данном случае, функцию  $f(x)$  следует отнести к интегрируемой на  $[a, b]$ . В свою очередь, такие числа как  $a$  и  $b$  являются нижним и верхним пределами интегрирования,  $y = f(x)$  – подынтегральная функция,  $y = f(x)dx$  – подынтегральное выражение,  $x$  – переменная интегрирования; отрезок  $[a, b]$  является промежутком интегрирования.

Степень усвоения материала студентами следует постоянно контролировать. Например, с помощью проведения проверочных и самостоятельных работ.

Приведенные ниже примеры конструкций, можно применять при изучении темы интегралы, также к заданиям предложены несколько

вариантов решений[2].

Оцените последовательности.

$$A) \quad (a_n) = \int_1^n \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx, \quad n \in N\pi$$

**Решение.** Определим данный интеграл:

$$\int_1^n \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx = \left(x + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^n = \left(n + \frac{1}{n}\right) - (1 + 1) = n + \frac{1}{n} - 2.$$

Используя неравенство Коши для нескольких неотрицательных чисел,

$$\text{оцениваем следующее выражение: } n + \frac{1}{n} : \frac{n + \frac{1}{n}}{2} \leq \sqrt{n * \frac{1}{n}} \Rightarrow n + \frac{1}{n} \geq 2.$$

Затем, прибавляем к обеим частям рассматриваемого неравенства  $-2$ , получим оценку  $a_n : n + \frac{1}{n} - 2 \geq 2 - 2 \Rightarrow n + \frac{1}{n} - 2 \geq 0 \Rightarrow (a_n) \geq 0$ .

Ответ:  $[0; +\infty)$ .

Основная сложность заданий А сводится к тому, насколько хорошо учащиеся знают неравенство Коши.

На координатной плоскости изобразите множество точек (область), которые будут удовлетворять следующим условиям:

$$B) \quad \begin{cases} \int_{-1}^x (z+2)dz + \int_0^y (2z-5) \leq -\frac{x^2}{2} + y + \frac{1}{2} \\ \int_{-4}^y dz > 2 \int_0^x z dz \end{cases}$$

**Решение.** Преобразуем каждое неравенство системы по отдельности:

$$\int_{-1}^x (z+2)dz + \int_0^y (2z-5) \leq -\frac{x^2}{2} + y + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{z^2}{2} + 2z \right) \Big|_{-1}^x + (z^2 - 5z) \Big|_0^y \leq -\frac{x^2}{2} + y + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} + 2x -$$

$$- \left( \left( \frac{(-1)^2}{2} + 2 * (-1) \right) \right) + y^2 - 5y \leq -\frac{x^2}{2} + y + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y + 1 \leq 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 \leq 9$$

$$\int_{-4}^y dz > 2 \int_0^x z dz \Rightarrow z \Big|_{-4}^y > z^2 \Big|_0^x \Rightarrow y + 4 > x^2 \Rightarrow y > x^2 - 4$$

С учётом вычислений данная система примет вид:

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-3)^2 \leq 9 \\ y > x^2 - 4. \end{cases}$$

На координатной плоскости заштрихуем множество точек, которые

будут соответствовать каждому из неравенств системы (рисунок 2):

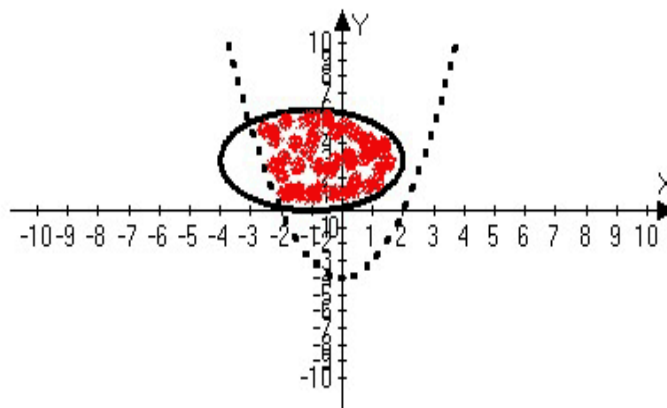


Рисунок 2 – Графическое решение системы  
Закрашенная часть – искомая область.

Конечно, может быть не так просто заинтересовать студентов темой определенного интеграла, но намного легче привлечь их к этой теме, вычисляя поверхности и объемы. Это следует оставить на их усмотрение, а студентов следует поощрять к более самостоятельной работе. Затем у учащихся развивается творческое мышление.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: уч. пособие. – СПб.: Профессия, 2021. – 432 с.
2. Гераськина, Е.В. Содержание и методические особенности изучения темы «Определенный интеграл» в средней школе: дис. ...канд. пед. наук / Е.В. Гераськина. – М., 2017. – 147 с.
3. Дорофеев, Г.В. Концепция профильного курса математики / Г.В. Дорофеев, Е.А. Седова, С.Д. Троицкая // Математика в школе. – 2016. – № 7. – С. 14 – 25.
4. Дмитриенко, О.А. Система прикладных задач в курсе математического анализа // Меж. журнал экспериментального образования. – 2018. – № 10 – 136 с.
6. Завалишина Е. В. Методические особенности изучения определённого интеграла в школьном курсе математики Оренбург-2021. 9-11 с.

#### MAPLE DASTURLARIDAN OLIY MATEMATIKA FANIDA FOYDALANISH

Mirzakarimov E., M.<sup>1</sup>, Yo'ldashaliyev A.S.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>[ergashboy.mir@mail.ru](mailto:ergashboy.mir@mail.ru), <sup>2</sup>[fayzullayev4748@gmail.com](mailto:fayzullayev4748@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Farg'ona politexnika instituti,

**Annotatsiya.** Bugungi sharoitda axborot texnologiyalari va oliy matematikani oliy ta'limga integratsiyalashuvi dolzarbdir. Bu integratsiyaning natijasi talabailarda matematik programma paketlarining imkoniyatlari haqidagi tasavvurlarining kengayishidir. Oliy texnika o'quv yurtlarida Oliy matematika

fanida mavzuni tizimli va samarali o'qitishda ko'rsatilgan vaqitdan unimli foydalanishda axborot texnologiyalari Maple dasturining imkoniyatlari katta[1].

Oliy texnika o'quv yurtlarida Oliy matematika fanini o'qitishda ma'ruza va amaly mashg'ulot soatlarining qisqarishi, mavzularni belgilangan vaqitda sifatli va samarali o'zlashtirishdagi muommalarni keltirib chiqaradi. Bu muommalarni bartaraf etishda axborot texnologiyalaridan tizimli foydalanish uchun Maple tizimining imkoniyatlari katta[1].

Yasovchisi  $Oz$  o'qiga parallel va yo'naltiruvchisi  $Oxy$  tekislikdagi  $L=AB$  silliq egri chiziq bo'lib, uning tenglamasi  $y=y(x)$  ( $a \leq x \leq b$ ) bo'lganda, bunday silindrik sirtning  $z=0$  va  $z=f(x,y)$ , ( $f(x,y)>0$ ) sirtlar bilsn chegaralangan bo'lagingining yuzi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$S_{ts} = \int_L f(x, y) dl = \int_a^b f(x, y(x)) \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (1)$$

Yuqoridagi (1) formula yordamida doiraviy, elliptik, parabolik, giperbolik silindrik sirtlarning yuzalarini hisoblash mumkin.

**1–masala.**  $Oxy$  tekislik va  $z = 2 + \frac{x^2}{2}$  sirt orasidagi  $x^2 + y^2 = 4$  silindrik sirt bo'lagingining yuzini hisoblang(1–rasm).

**Yechish.** Izlanayotgan sirt yuzasini (1) formulaga asosan:

$$S_{ts} = \int_L \left(2 + \frac{x^2}{2}\right) dl$$

$x^2 + y^2 = 4$  aylananing parametrik tenglamasi  $x=2\cos(t)$ ,  $y=2\sin(t)$  ga asosan yoy differensialini topamiz:

$$dl = \sqrt{x'^2 + y'^2} dt = 2dt$$

silindrik sirt bo'lagingining yuzasi quyidagicha hisoblaymiz:

$$S_{ts} = \int_L \left(2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cos^2 t\right) 2dt = 4 \int_0^{2\pi} (1 + \cos^2 t) 2dt = 4 \left[ \frac{3}{2}t + \frac{1}{4} \sin(2t) \right]_0^{2\pi} = 12\pi$$

Maple dasturi:

1)masala sharti bo'yicha slindr bo'lagingining yuzasini hisoblash:

> x:=(t)->2\*cos(t);y:=(t)->2\*sin(t);

$x := t \rightarrow 2 \cos(t)$   $y := t \rightarrow 2 \sin(t)$

> dl:=simplify(sqrt(diff(x(t),t)^2+diff(y(t),t)^2));  $dl := 2$

> EI:=Int((2+x(t)^2/2)\*dl,t)=int((2+x(t)^2/2)\*dl, t=0..2\*Pi);

$$EI := \int (4 + 4 \cos(t)^2) dt = 12\pi$$

2)masala sharti bo'yicha slindrning bo'lagingini aniqlash grafigi(1–rasm):

> restart;

> with(plots):with(plots,intersectplot):

p1:=implicitplot3d({x^2+y^2=4, z=2+x^2/2},x=-2..2,

y=-2..2, z=0..5, grid=[13,13,13]):

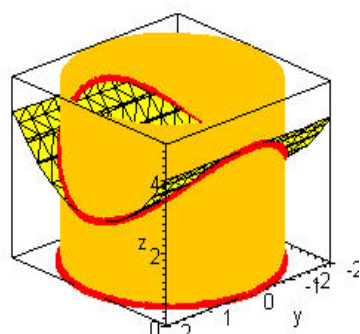
> p2:=intersectplot(x^2+y^2=4, z=2+x^2/2,x=-2..2,

y=-2..2, z=0..5, axes=box, thickness=3, orientation=[70,40]):

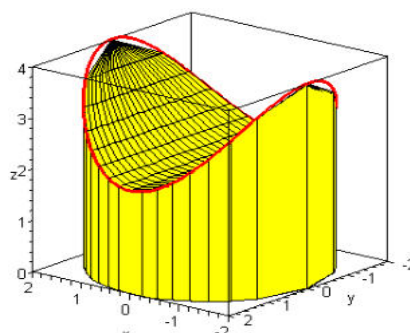
```

> p3:=intersectplot(x^2+y^2=4, z=0,x=-2..2,y=-2..2, z=0..5, axes=box,
thickness=3, orientation=[70,40]):
> plots[display]([p1,p2,p3],orientation=[70,40]);
3) slindrning bo'laginingini ajratish(2-rasm):
> p1:=intersectplot(x^2+y^2=4,z=2+(1/2)*x^2,x=-2..2,
y=-2..2, z=0..4,axes=box, thickness=2, orientation=[70,40]):
> p2:=plot3d(2+(1/2)*x^2,x=-2..4,y=sqrt(4-x^2).. sqrt(4-x^2),
axes=normal,filled=true,orientation=
[-15,57]):
> plots[display]([p1,p2],orientation=[70,40]);

```



1-rasm.



2-rasm.

Oliy matematikaning analitik geometriya va matematik analiz boblaridagi masalalarni tez va aniq, sifatli yechimini topishda, grafik, shakillarni 2D va 3D formatlarida animatsiyali qurish imkoniyatlarini beruvchi Malpe tizimidan foydalanish mumkin. M.E.Mirzakarimov tomonida yaratilgan va OTV ning ta'limni rivojlantirish markazi guvohnomasi asosida chop etilgan uch qismli "Malpe dasturi yordamida Oliy matematika masalalarini yechish" va ikki qismlik "Analitik geometriya masalalarini Maple tizimida yechish" nomli o'quv qo'llanmalari talaba va o'qituvchilar uchun foydali bo'lmoqda[2,3].

#### ADABIYOTLAR

1. Матросов А.В. (2001). Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург.
2. Mirzakarimov E.M. (2014,2015). Maple dasturi yordamida Oliy matematika masalalarini yechish. 1,2,3q, T.: Adabiyot uchqunlari.
- 3.Mirzakarimov E.M. Maple tizimida analitik geometriya masalalarini yechish. 1-qism, T.: "Navro'z", 2019 yil.

# ANALITIK G'EOMETRIYA MASALALARINI MAPLE TIZIMIDA YECHISH ORQALI TALABALARNING KASBIY KOMPETENGLIGINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI

Fayzullayev J. I.<sup>1</sup>, Ibroximjonov N. U.<sup>2</sup>

[fayzullayev4748@gmail.com](mailto:fayzullayev4748@gmail.com), [j.fayzullayev@ferpi.uz](mailto:j.fayzullayev@ferpi.uz)

<sup>1,2</sup>Farg'ona politexnika instituti

**Annotatsiya.** *Oliy matematikaning analitik geometriya va matematik analiz boblaridagi masalalarni tez va aniq, sifatli yechimini topishda, grafik, shakillarni 2D va 3D formatlarida animatsiyali qurish imkoniyatlarini beruvchi Maple tizimidan foydalanish mumkinligi ko'rsatilgan.*

Har yili turli sohalardagi korxonalar uchun yuqori malakali mutaxassislar, yuqori samarali texnologiya va uslublar ustalarini tayyorlash masalasi dolzarb bo'lib qolmoqda.

Hozirgi vaziyat universitetdagi o'quv jarayoniga yondashuvni jiddiy qayta ko'rib chiqishni, o'qitiladigan fanlar tarkibi va mazmunini tubdan o'zgartirishni taqozo etmoqda. Texnika yo'nalishlari bakalavriatlarining o'quv rejalarida matematik sikl fanlari bo'yicha ma'ruza va amaliy mashg'ulotlar soni fan yo'nalishining mazmuni va qamrov chuqurligini saqlab qolish zaruriyatini hisobga olgan holda sezilarli darajada qisqartirildi. Bunday vaziyatda fanning mazmunini tanlash va shunday qilib qurish muhimki, materialni o'zlashtirish sifati ta'lim standartining zamonaviy talablariga javob beradi. Bu lahzada "Oliy matematika" kursining "Analitik geometriya" bo'limida birinchi kursda, universitetda o'qishning boshlanishida, fundamental bilimlar poydevori qo'yilganda, talabaning o'qishga va bo'lajak kasb-hunarga bo'lgan munosabati alohida ahamiyat kasb etadi. faoliyati shakllanadi.

Shuning uchun masala texnik yo'nalish bakalavriatlariga "Oliy matematika" kursining "Analitik geometriya" bo'limini o'qitish misolida ko'rib chiqiladi. Umuman "Oliy matematika" fanidan dars soatlarning keskin qisqarishi sharoitida analitik geometriya bo'yicha o'quv mashg'ulotlarini tashkil qilishni o'zgartirishning aniq yo'llari taklif etilmoqda.

Muammoni hal qilish uchun Maple zamonaviy matematik paketlaridan foydalanish taklif etiladi. Ushbu muammolarni bartaraf etishda axborot texnologiyalaridan tizimli foydalanish bilan Maple tizimining imkoniyatlari katta [1].

Maple tizimi analitik geometriya va oliy matematikaning matematik tahlili bo'limlarida tez, aniq va sifatli muammolarni hal qilish uchun ishlatilishi mumkin, shuningdek, 2D va 3D formatlarida animatsion grafikalar va raqamlarning muhandislik muammolarini hal qilish imkonini beradi[3]. Maple dasturi yordamida misol keltiramiz, Oxyz va OVNW tizimlarining koordinata tekisliklarida konus va silindrning kesishish chizig'ining proyeksiyalarini tasviriyl geometriyadagi kabi beramiz (1-rasm):

Maple dasturi:

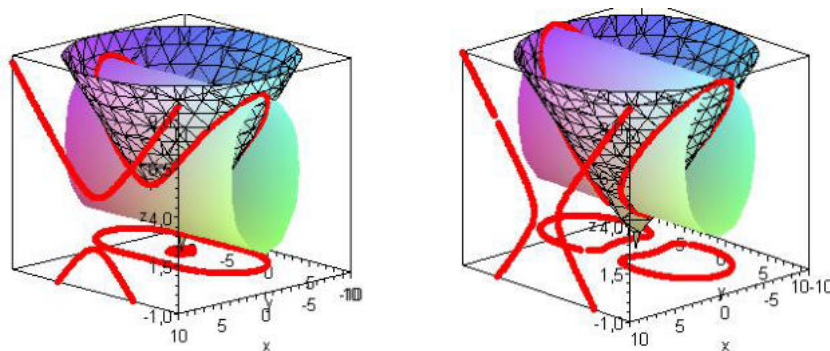
```
> restart;with(plots):with(plots,intersectplot):
> R:=4: z0:=5: # R:=4: z0:=6:
```



```

> q1:=implicitplot3d({z^2=x^2+y^2,(z-z0)^2+x^2=R^2},
x=-4..4,y=-10..10,z=0..20,grid=[13,13,13]):
> q2:=intersectplot(z^2=x^2+y^2,(z-z0)^2+x^2=R^2,
x=-4..4,y=-10..10,z=0..20,axes=box,thickness=3,
orientation=[70,40]):
> q3:=intersectplot(x^2+y^2=(z0+sqrt(R^2-x^2))^2,
z=0,x=-4..4,y=-10..10,z=0..20,axes=box,thickness=3,
orientation=[70,40]):
> q31:=intersectplot(x^2+y^2=(z0-sqrt(R^2-x^2))^2,
z=0,x=-4..4,y=-10..10,z=0..20,axes=box,thickness=3,
orientation=[70,40]):
> q4:=intersectplot(z^2-y^2=R^2-(z-z0)^2,x=10,
x=-10..10,y=-10..10,z=0..20,axes=box,thickness=3,
orientation=[70,40]):
> plots[display]([q1,q2,q3,q31,q4],orientation=
[56,81],view=[-10..10,-10..10,-1..10]);

```



1-rasm.Конуса va цилиндрning kesishish chizig'ining proyeksiyalari.

M.E.Mirzakarimov tomonidan yaratilgan uch qismdan iborat “Oliy matematikaga oid masalalarni Maple dasturi yordamida yechish” o‘quv qo‘llanmasi va “Maple tizimida analitik geometriya masalalarini yechish” nomli ikki bo‘limli o‘quv qo‘llanma vazirlik qarori asosida nashr etilgan. Oliy ta’lim talabalar va o‘qituvchilar uchun foydalidir [2,3].

## ADABIYOTLAR

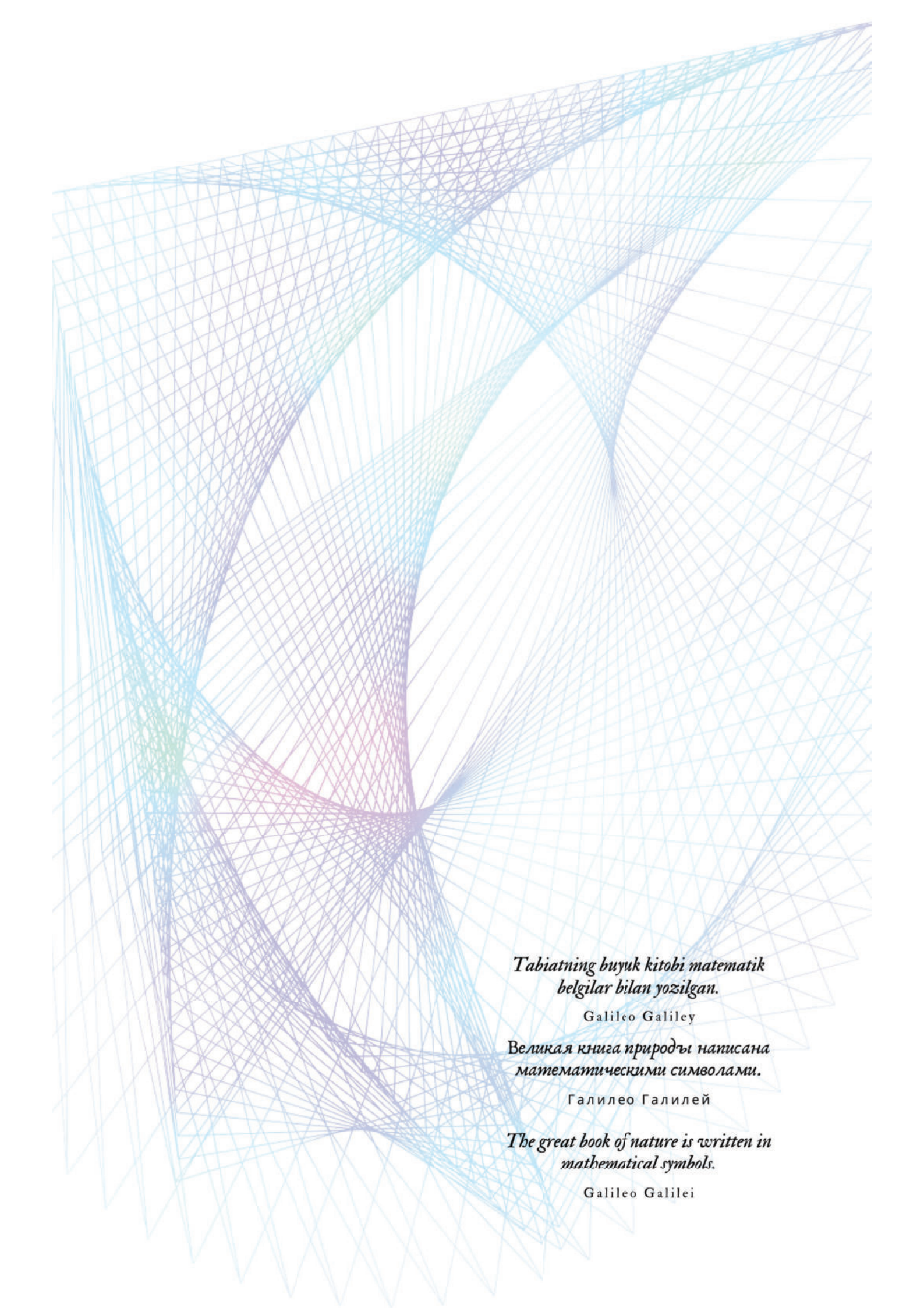
1. Матросов А.В. (2001). Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург.
2. Mirzakarimov E.M. (2014,2015). Maple dasturi yordamida Oliy matematika masalalarini yechish. 1,2,3q, T.: Adabiyot uchqunlari.
- 3.Mirzakarimov E.M. Maple tizimida analitik geometriya masalalarini yechish. 1-qism, T.: “Navro‘z”, 2019 yil.

Bosishga ruxsat etildi: 07.06.2023 y.  
Ofset qog'oz. Qog'oz bichimi: 60x84 1/16.  
“Times New Roman” gar. Ofset bosma.  
Hisob nashriyot t.: 25,44 Shartli b. t.: 25,08.  
Adadi: 50 nusxa. Buyurtma № 74

---

QarMII kichik bosmaxonasida chop etildi.  
180100. Qarshi shahri, Mustaqillik ko'chasi, 225 – uy.  
Telefon 91-466-80-32.





*Tabiatning buyuk kitobi matematik  
belgilar bilan yozilgan.*

Galileo Galilei

*Великая книга природы написана  
математическими символами.*

Галилео Галилей

*The great book of nature is written in  
mathematical symbols.*

Galileo Galilei